E 1926
2126 336
KAT

SOCIETATEA DE ŞTIINŢE
MATEMATICE ŞI FIZICE DIN R.P.R.

Országos Műszaki Könyvtár TULAJDONA
Institut. de Documentare Tehnică
BUCUREŞTI
OBMEH - CMEHA
VYMENA - WYMIANA
TAUSCH - CMEHA

GAZETA MATEMATICĂ ŞI FIZICĂ

Országos Műszaki Könyvtár TULAJDONA

SERIA B

PUBLICAŢIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Anul IX — ianuarie 1958

1

EDITURA TEHNICĂ

GAZETA MATEMATICĂ ŞI FIZICĂ

(SERIA B)

Anul IX, nr. 1 — ianuarie 1958

SUMARUL

		Pag.
1.	*Unele probleme ale acusticii moderne* de *Mircea Grumăzescu*	1
2.	*Probleme şi teoreme alese de matematici*	11
3.	*Noutăţi din ştiinţă şi tehnică*	20
4.	*Note matematice*	23
5.	*Rezultatul întrecerii pe ţară între cercurile de matematică şi fizică ale şcolilor medii pe anul 1957*	26
6.	*Premiile „Gazetei matematice şi fizice" seria B pe anul 1957*	28
7.	*Probleme rezolvate (2336; 2341; 2344; 2346; 2347; 2350; 2406; 2410; 2429; 2480; 2482; 2483; 2484; 2486; 2497; E: 875; 881; 892; 894; 896; 908; 910; 912; 957)*	29
8.	*Chestiuni de examen (2907—2927)*	40
9.	*Probleme propuse (2928—2955)*	44
10.	*Exerciţii şi probleme propuse pentru şcoala de 7 ani (E: 1067—1080)*	48
11.	*Rubrica rezolvitorilor de probleme*	50

ANUL IX 1 IANUARIE

COMITETUL DE REDACŢIE

Atanasiu V., lector, redactor pentru fizică; **Boiangiu A.**, asistentă univ., **Ionescu Bujor C.**, prof. univ.; **Ionescu-Ţiu C.**, profesor, redactor pentru matematică; **Muşat L.**, profesor; **Negulescu A.**, profesoară; **Petrovanu A.**, profesor; **Pop Alex.**, profesor; **Rădulescu N.**, profesor; **Sacter O.**, conf. univ., redactor responsabil; **Simionescu D. Gh.**, conf. univ.

REDACŢIA: Str. Academiei, 14 — Tel. 4.46.53 — Bucureşti I

Articolele, notele, recenziile, problemele propuse sau rezolvate, corespondenţa privitoare la activitatea matematică şi fizică a şcolilor, precum şi orice material informativ care ar putea interesa redacţia noastră se vor trimite pe adresa de mai sus.

MŰSZAKI KÖNYVTÁR 1963 SOPRON

GAZETA
MATEMATICĂ ŞI FIZICĂ (SERIA B)
PUBLICAŢIE LUNARĂ PENTRU TINERET
Anul IX, nr. 1 ianuarie 1958

UNELE PROBLEME ALE ACUSTICII MODERNE

Ing. MIRCEA GRUMĂZESCU
Secretar ştiinţific al Comisiei de Acustică a Academiei R.P.R.

PRINTRE ramurile fizicii care în ultimele decenii au luat o dezvoltare considerabilă, uneori chiar nebănuită, se numără şi acustica.

La începutul acestui secol mulţi oameni de ştiinţă considerau acustica o disciplină închisă, în care nu se mai pot găsi probleme noi de rezolvat şi care nu mai oferă nici un domeniu nou de cercetare. De aceea pînă de curînd acest capitol nu atrăgea atenţia fizicienilor şi de obicei, în tratatele de fizică destinate învăţămîntului mediu, cît şi celui superior, se trecea destul de repede peste fenomenele acustice, fără să li se acorde vreo importanţă deosebită. Descoperirea tuburilor electronice însă, crearea posibilităţii de înregistrare, de reproducere şi de amplificare a sunetului, dezvoltarea radiodifuziunii şi a cinematografului sonor, posibilitatea de a combate zgomotele dăunătoare, ca şi folosirea ultrasunetelor în atîtea domenii, au deschis noi şi vaste perspective acusticii.

Admiţînd concepţia marelui fizician Lord Kelvin, care considera că « un fenomen nu este cunoscut de cît atunci cînd poate fi exprimat printr-un număr, ca rezultat al unei măsurători », se poate fixa chiar cu precizie în timp, data punerii bazei acusticii moderne. Este anul 1927, an în care a fost creat primul aparat electronic de măsură a mărimilor fizice ale sunetelor. De atunci, acustica s-a dezvoltat în mod continuu, ajungînd astăzi o ştiinţă complexă, cu aplicaţii importante în numeroase domenii de activitate umană.

De la un domeniu restrîns, care cuprindea un număr limitat de probleme legate în special de producerea sunetelor muzicale (bare şi coarde vibrante, tuburi sonore) şi de modul de percepere a sunetului (fiziologia auzului), acustica îmbrăţişează astăzi un vast domeniu de cercetare şi aplicaţii. În ultimele trei decenii au fost create noi ramuri ale acusticii: electroacustica, ultra acustica, hidroacustica, acustica arhitecturală, geoacustica. Acustica modernă nu se ocupă numai cu sunetele, ci şi cu acele vibraţii mecanice, care datorită frecvenţei lor nu sînt percepute de organul auditiv al omului: infrasunetele şi ultrasunetele.

Lărgirea domeniului acusticii a impus revizuirea definiţiei pe care o avea în trecut această disciplină. Dacă cercetăm un tratat mai vechi, de fizică sau o enciclopedie editată cu ani în urmă, vom întîlni foarte frecvent definiţia: « Acustica este ştiinţa sunetului », incluzînd producerea transmiterea şi efectele lui, iar sunetul era definit ca « o formă a energiei vibratorii care produce senzaţia de auz ».

Astăzi, această definiţie a acusticii nu mai este satisfăcătoare, pentru că este ştiut că o definiţie trebuie să fie cît mai cuprinzătoare şi să precizeze cît mai clar cu putinţă obiectul unei discipline. O definiţie care caracterizează mai bine acustica modernă este cea dată în noua ediţie a Lexiconului Tehnic Romîn, vol. I: « Acustica este o ramură a fizicii care studiază vibraţiile corpurilor şi în special, vibraţiile care produc senzaţia de auz ». Într-adevăr, dacă obiectul principal al acusticii rămîne vibraţiile sonore, nu trebuie ca din definiţie să se omită faptul că un domeniu a cărui importanţă este în creştere îl constituie cel al vibraţiilor ultrasonore şi într-o oarecare măsură, domeniul vibraţiilor infrasonore.

Aplicarea pe scară largă, în industrie, medicină, biologie, agrotehnică a principiilor fizice din domeniul acusticii a determinat crearea unei tehnici noi denumită « Sonica ». Sonica se ocupă cu folosirea vibraţiilor mecanice, atît de frecvenţă audibilă, cît şi inaudibilă, în operaţiile de analiză a corpurilor (dimensiuni, formă, modul de elasticitate, structură, compoziţie etc), de control al pieselor şi materialelor (defecte interne, vîscozitate etc), precum şi de accelerarea unor procese tehnologice (emulsii, tăiere şi perforări de piese sterilizări, spălări şi degresări de materiale textile etc).

Aranjamentul molecular în numeroase lichide organice poate fi stabilit prin măsurarea vitezei sau absorbţiei sunetului care le străbate. Afinitatea chimică a amestecurilor de gaze poate fi de asemenea determinată prin utilizarea undelor sonore. În prezent studiile asupra constituţiei materiei şi asupra corpului solid, apelează tot mai mult la undele sonore şi ultrasonore. Din punct de vedere al sonicei, distincţia între frecvenţe audibile şi inaudibile este arbitrară; elementul esenţial este vibraţia mecanică.

Tehnica modernă a reuşit să producă vibraţii mecanice de frecvenţe foarte ridicate, de exemplu, S. Sokolov a ajuns pînă la frecvenţa de $1{,}3 \cdot 10^9$Hz. Lungimea de undă a unor astfel de ultrasunete este apropiată de dimensiunile moleculelor. Dar cu cît frecvenţa creşte, cu atît atenuarea care se produce în propagarea acestor unde devine mai mare, atenuare care este mai pronunţată în gaze, mai puţin pronunţată în lichide şi mai redusă în corpuri solide. Din această cauză, în mod practic, există o limită superioară în folosirea undelor ultrasonore foarte scurte şi anume: aproximativ 10^6Hz în gaze şi 10^9Hz în lichide şi solide.

În tabela 1 sînt indicate cîteva procese, menţionînd în dreptul fiecăreia banda de frecvenţă a undelor mecanice folosite:

Tabela 1

Denumirea procesului	Banda de frecvenţe
Perforarea puţurilor petrolifere	20 — 50 Hz
Gravare, sudare	20 — 30 kHz
Polizare dentară	20 — 30 kHz
Vîscozimetrie	25 — 30 kHz
Semnalizări submarine	2 — 200 kHz
Polizarea metalelor	20 — 700 kHz
Terapeutică medicală	1000 kHz
Defectoscopia metalelor	0,5 — 15 MHz
Analize moleculare	întreaga bandă

Dacă ne referim la vibraţiile mecanice care sînt percepute de om sub formă de sunete, acestea pot fi privite sub două aspecte diametral opuse. Într-o primă situaţie unele sunete ne apar ca un lucru folositor, care trebuie pus în valoare; în cealaltă situaţie, diametral opusă, sunetele ne apar ca un lucru nefolositor, dăunător chiar, care trebuie combătut. În primul caz, avem de-a face cu sunetele care alcătuiesc producţiile vorbite sau muzicale din săli de conferinţe, teatre, cinematografe, săli de concert, studiouri de radio şi de televiziune. Acustica acestor încăperi trebuie în aşa fel realizată, încît auditorul să perceapă sunetele sau microfoanele să capteze sunetele în cele mai bune condiţii, iar cînd puterea sonoră a sursei este mică pentru a umple un spaţiu vast — săli mari, teatre în aer liber, pieţe publice — trebuie ca sunetul să fie amplificat.

În cel de-al doilea caz avem de-a face cu zgomotele din fabrici şi uzine, din mine şi de pe şantiere — zgomotul industrial; cu zgomotele din locuinţe, cu zgomotul străzii, care împiedică pe om să lucreze, micşorează productivitatea muncii, îl împiedică să se odihnească. Măsurile de reducerea nivelului zgomotului la sursă, de izolări fonice, au drept scop apărarea omului de aceste zgomote nocive.

Privite numai sub acest dublu aspect sunetele oferă acusticianului un domeniu vast de cercetări şi îi pun probleme multiple şi dificile cărora trebuie să le găsească o rezolvare cît mai judicioasă.

Reverberaţia. Pînă nu de mult, în construcţia sălilor de spectacol, din punct de vedere acustic, domnea empirismul, iar dacă unele săli de concert sau de teatru construite în trecut au o acustică bună, aceasta se datoreşte mai mult întîmplării. În prezent, situaţia este cu totul schimbată. Cercetările recente din domeniul acusticei şi mai cu seamă punerea bazei acusticii ondulatorii, au condus la stabilirea de criterii care permit caracterizarea unei săli odată construită, sau permit luarea de măsuri încă de la proiectare, pentru a se asigura sălii care se construeşte, condiţii acustice optime.

Pentru aprecierea din punct de vedere acustic a unei săli este necesar ca senzaţia subiectivă de auz provocată de undele sonore din acea încăpere să-şi găsească o echivalenţă obiectivă, un element fizic, care se poate măsura şi exprima printr-o anumită valoare. Există azi mai multe criterii pentru aprecierea unei săli din punct de vedere acustic şi la stabilirea lor s-au căutat fenomenele fizice care influenţează senzaţia de auz a omului.

Primul control cantitativ experimental al acusticii unei încăperi a fost făcut de prof. Wallace C. Sabine, în anul 1896. Acesta a fost chemat să cerceteze cauzele care făceau ca noua sală de lectură a Universităţii din Harward, să nu prezinte condiţii favorabile de audibilitate. Cercetările sale au dus la concluzia că această situaţie se datora persistenţei sunetului un timp îndelungat după întreruperea emisiei sursei sonore; cu alte cuvinte încăperea avea o reverberaţie mare.

Fenomenul reverberaţiei se produce ca urmare a reflexiilor multiple ale undelor sonore pe suprafeţele delimitatoare ale încăperii (pereţi, tavan, pardoseală). Spre deosebire de ecou care este reproducerea distinctă a unui sunet direct în urma reflexiei undelor sonore de către un ecran reflectant, reverberaţia este formată dintr-o mulţime de sunete reflectate, care se suprapun unele peste altele şi produc o prelungire a sunetului direct şi nu o recepţie izolată şi distinctă a acestuia (fig. 1).

Dar odată stabilită existenţa acestui fenomen, trebuiau determinaţi parametrii de care depinde. Unele experimentări ingenioase şi deducţii logice au

condus pe W. C. Sabine la formularea teoriei reverberaţiei şi la stabilirea duratei de reverberaţie, pe care a definit-o ca fiind timpul necesar intensităţii sunetului să descrească, după oprirea sursei, la a milioana parte din valoarea sa iniţială (fig. 2). Formula care permite calculul duratei de reverberaţie în

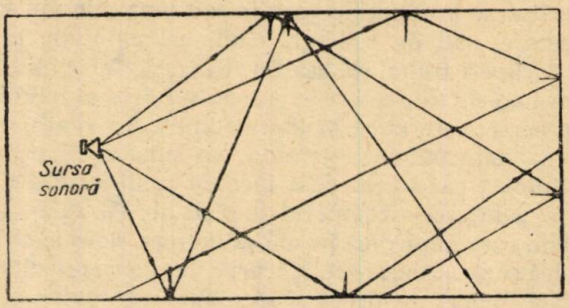


Fig. 1

funcţie de elementele geometrice ale încăperii şi caracteristicilor de absorbţie ale suprafeţelor delimitatoare, este

$$T = \frac{0{,}16\,V}{\Sigma S_i \alpha_i} \qquad (1)$$

în care T este durata de reverberaţie în secunde; V — volumul încăperii în m^3; S — aria suprafeţei delimitatoare a încăperii a cărei absorbţie sonoră se caracterizează prin coeficientul de absorbţie respectiv α_i Semnul Σ indică însumarea tuturor produselor dintre ariile suprafeţelor delimitatoare ale încăperii şi coeficienţii de absorbţie respectivi.

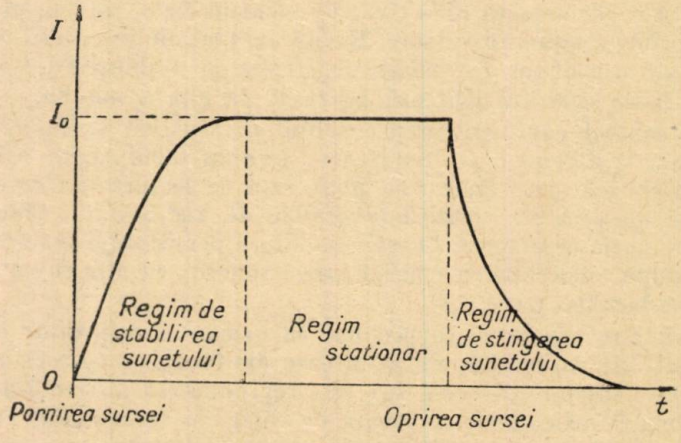


Fig. 2

Coeficientul de absorbţie care intră în relaţia (1) a fost definit tot de Sabine ca fiind raportul dintre energia sonoră absorbită de materialul din care este confecţionată suprafaţa şi energia sonoră incidentă pe suprafaţă. Acest

coeficient poate varia de la 0 (zero), materiale complet reflectante, pînă la 1, materiale complet absorbante.

Echipamentul de măsură folosit de W. C. Sabine în efectuarea cercetărilor sale, a fost cu totul rudimentar. Ca sursă sonoră a folosit un tub de orgă, pentru detectarea sunetului a folosit urechea, iar măsurarea timpului necesar stingerii sunetului a făcut-o cu un cronometru.

Mai tîrziu, studiile teoretice asupra reverberaţiei, şi posibilitatea măsurării cu precizie a duratei de reverberaţie într-o încăpere, prin folosirea aparatajului electronic, au arătat că relaţia (1) stabilită de W. C. Sabine este valabilă în anumite ipoteze:

— durata de audibilitate a sunetului ce persistă după oprirea sursei sonore este aceeaşi în orice punct din încăpere;

— durata de audibilitate a acestui sunet este independentă de poziţia pe care o are sursa în încăpere;

— eficacitatea unui material absorbant în reducerea duratei de audibilitate nu depinde de modul în care este distribuit în încăpere.

Aşadar, toate acestea implică o sală omogenă în care sunetul este perfect difuz şi absorbţia este regulată. Cum aceste condiţii nu se întîlnesc obişnuit într-un caz real, acusticienii au căutat să îmbunătăţească relaţia (1). O relaţie mai valabilă în cazul real este cea stabilită de C. F. Eyring:

$$T = \frac{0{,}16\,V}{-Sl_n(1-\bar{\alpha})}, \tag{2}$$

în care $\bar{\alpha}$ reprezintă coeficientul mediu de absorbţie al încăperii, dat de relaţia

$$\bar{\alpha} = \frac{\Sigma S_i \alpha_i}{\Sigma S_i} = \frac{\Sigma S_i \alpha_i}{S}.$$

Dacă dezvoltăm în serie numitorul fracţiei din relaţia (2):

$$-l_n(1-\bar{\alpha}) = \bar{\alpha} + \frac{\bar{\alpha}^2}{2} + \frac{\bar{\alpha}^3}{3} + \cdots\cdots$$

şi ne limităm la primii trei termeni ai dezvoltării, relaţia (2) se mai poate scrie:

$$T = \frac{0{,}16\,V}{\Sigma S_i \alpha_i + S\left(\frac{\bar{\alpha}^2}{2} + \frac{\bar{\alpha}^3}{3}\right)} \tag{2'}$$

Comparînd relaţiile (1) şi (2') rezultă imediat:

$$T_S > T_E.$$

Cu alte cuvinte, prin aplicarea formulei lui Sabine se obţin valori mai mari ale duratei de reverberaţie, decît prin aplicarea formulei lui Eyring. Diferenţa de valori va fi cu atît mai mare cu cît absorbţia medie a încăperii va fi mai mare. Datorită uşurinţei de calcul prin aplicarea formulei lui Sabine, aceasta se foloseşte cu suficientă precizie în cazul încăperilor cu un coeficient de absorbţie redus ($\bar{\alpha} < 0{,}3$), Formula lui Eyring se utilizează în calculul duratei de reverberaţie în încăperi puternic absorbante de sunet (studiouri de radio, de televiziune) la care $\bar{\alpha} > 0{,}3$.

Din examinarea ambelor formule se constată că, cu cît absorbţia sonoră în sală creşte, cu atît durata de reverberaţie scade, fapt care se traduce printr-o audiţie din ce în ce mai neplăcută, mai înfundată. Vorba apare lipsită de sonoritate, iar muzica de culoare. O sală cu o absobţie sonoră mare, la care pereţii şi tavanul sînt căptuşiţi cu materiale puternic absorbante, tinde către o încăpere surdă. Dimpotrivă, dacă absorbţia sonoră în sală, scade, durata de reverberaţie creşte, contribuind la înrăutăţirea audibilităţii. Vorba şi muzica nu mai sînt percepute în mod clar; în acest caz se spune că sala «răsună».

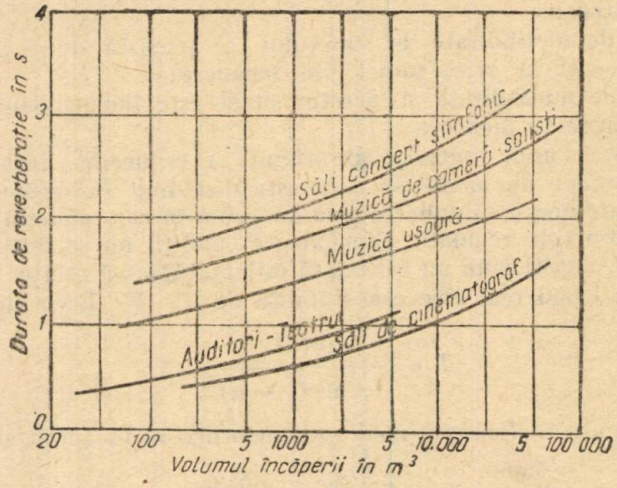


Fig. 3

Din cele arătate mai sus rezultă că există o anumită valoare favorabilă a duratei de reverberaţie, denumită durată optimă de reverberaţie, care depinde de volumul sălii şi de destinaţia care se dă sălii (teatru vorbit, sală de concert, cinematograf etc). În urma examinării unui foarte mare număr de săli care prezintă o acustică bună s-a dedus că durata de reverberaţie optimă:

— creşte cu volumul încăperii;

— este mai redusă în cazul sălilor cu producţie vorbită, decît în cazul sălilor de muzică;

— este cu atît mai ridicată cu cît muzica are un ritm mai lent.

Aceste constatări sînt concretizate prin curbele din fig. 3, unde în abscisă au fost trecute valori ale volumului sălii, iar în ordonată valori ale duratei de reverberaţie.

Dar urechea nu este la fel de sensibilă la toate frecvenţele, maximum de sensibilitate manifestîndu-se pentru sunetele ale căror frecvenţă este cuprinsă între 1 000 şi 5 000 Hz. Din această cauză s-a impus necesitatea studierii duratei optime de reverberaţie în funcţie de frecvenţă. Cercetările recente au arătat că este indicat să existe un echilibru între sunetele grave şi cele înalte, lucru care se obţine prin creşterea duratei de reverberaţie la frecvenţe joase, sub 400 Hz şi la frecvenţele înalte, mai mari de 2 000 Hz. Această mărire a reverberaţiei la frecvenţele înalte face ca producţiile muzicale să aibă mai multă strălucire. Chiar şi la studiourile de radio, unde datorită captării microfonice a sunetelor se impune a avea o durată de reverberaţie scăzută, tendinţa acusti-

cienilor moderni este de a mări această durată pentru sunete înalte. În acest fel au fost concepute şi realizate noile studiouri de la Casa Radiodifuziunii din Bucureşti. Muzica transmisă din aceste studiouri are mai multă strălucire, viorile fiind în special favorizate, iar din mărturiile interpreţilor vocali rezultă că prin această creştere a duratei reverberaţiei la frecvenţele înalte sînt puse mai mult în valoare posibilităţile lor vocale. Cîntăreţul nu mai are acea senzaţie penibilă de apăsare, de acoperire a vocii, pe care o simte într-un studiou surd.

Inteligibilitatea vorbirii. Durata de reverberaţie constituie un criteriu important de apreciere a acusticii unei săli. Sarcina acusticianului la construirea unei săli de spectacole stă de a doza în aşa fel pereţii încăperii cu material absorbant de sunet, încît să obţină valoarea optimă pentru durata de reverberaţie. Cu toate acestea, durata de reverberaţie nu este singurul criteriu acustic pentru aprecierea unei încăperi.

Un alt criteriu folosit mult de acusticieni în examinarea unei încăperi sau a unui loc în aer liber, unde se desfăşoară producţii sonore, este *inteligibilitatea*. Vorbirea conferenţiarului, oratorului sau actorului trebuie să fie înţeleasă fără eforturi din partea auditoriului, în orice loc s-ar afla în cuprinsul sălii sau amfiteatrului din aer liber.

Gradul de inteligibilitate corespunzător unui anumit loc se poate măsura şi exprima numeric prin procentul de articulaţie, dat de relaţia:

$$P.A = 100\,[1 - (1 - vc^2)^{0,9}]\ \%, \qquad (3)$$

în care: v este numărul de sunete vocale corect recepţionate, c — numărul de sunete consoane corect recepţionate dintr-o sută de *logatomi* rostiţi.

Logatomul este o grupare uniformă de trei sunete (unul vocal încadrat de două sunete consoane), fără a avea un înţeles în limba respectivă; ei se folosesc pentru a înlătura pe cît posibil asociaţia de idei şi în felul acesta permit ca măsurătorile să se efectueze cît mai obiectiv cu putinţă. De exemplu: COM, RAV, SEN, TRUM etc. Logatomul reproduce statistic aspectul fonetic al limbii şi în consecinţă, diferă de la o limbă la alta. În urma unui studiu făcut la Institutul de Fizică al Academiei R.P.R. au fost determinate o serie de liste de logatomi specifici limbii romîne, care au dat posibilitatea efectuării şi la noi, a probelor de articulaţie.

Logatomii se rostesc cu o viteză bine determinată şi constantă, din locul destinat conferenţiarului, oratorului sau actorului, şi în acelaşi timp, o serie de operatori plasaţi în diferite locuri din sală notează silabele aşa cum le aud. Comparîndu-se listele de logatomi recepţionaţi cu listele de logatomi rostiţi, se înseamnă sunetele vocale şi consoane care au fost corect recepţionate, iar prin aplicarea relaţiei (3) se determină procentul de articulaţie căutat.

Valorile acestuia, determinate în urma executării probelor de articulaţie permit să se facă o apreciere din punct de vedere acustic, atît a unui anumit loc din sala care se verifică, cît şi a sălii în ansamblul ei, în ceea ce priveşte audibilitatea.

Pe baza datelor furnizate de operatori, comparate cu indicaţiile standard se poate caracteriza un anumit loc din sală şi anume, dacă:

P.A. $> 96\%$ locul prezintă condiţii foarte bune de audibilitate,
$96\% >$ P.A. $> 85\%$ locul prezintă condiţii bune de audibilitate.
$85\% >$ P.A. $> 75\%$ locul oferă o audibilitate satisfăcătoare.
$75\% >$ P.A. $> 65\%$ ascultarea este obositoare.
P.A. $< 65\%$ locul prezintă condiţii rele de audibilitate.

O sală sau un amfiteatru în aer liber, care posedă zone mai întinse, şi deci, un număr însemnat de locuri în care valorile procentului de articulaţie scad sub limita admisibilă de 65%, este o sală sau un amfiteatru necorespunzător din punct de vedere acustic. Pe cale experimentală s-au determinat factorii care influenţează inteligibilitatea vorbirii într-o încăpere. Aceştia sînt: tăria vocii vorbitorului, durata de reverberaţie, existenţa în interiorul sălii a unor zgomote perturbatoare şi forma încăperii. Fiecare din aceşti factori contribuie într-o anumită măsură, la varierea procentului de articulaţie. De aceea cînd sala oferă zone de slabă audibilitate, pentru remedierea situaţiei există două posibilităţi: sau se modifică parametrii de mai sus obţinîndu-se nişte valori optime, sau, dacă prima măsură nu poate fi realizată, se întăreşte artificial vocea vorbitorului prin amplificarea sunetului, adică prin sonorizarea spaţiului respectiv.

Sonorizarea. Operaţia sonorizării unui spaţiu închis sau deschis constituie o nouă şi importantă problemă din domeniul acusticii. O sonorizare bună este înfăptuită cînd sunetele parvin la urechea ascultătorilor nedeformate şi cît mai aproape de cele emise de sursa originală. Pentru realizarea acestui deziderat, trebuie ales în mod judicios, materialul electroacustic de sonorizare (microfoane, difuzoare, amplificatoare), trebuie amplasat raţional acest material şi exploatat cu competenţă.

Dorinţa de a reda cît mai fidel sunetele a condus la crearea sistemelor stereofonice. Inconvenientul distribuţiei sunetului cu ajutorul difuzoarelor, este de a face să dispară pentru auditor, posibilitatea localizării naturale în distanţă şi direcţie a sursei sonore sau a elementelor sursei. Omul avînd două urechi, deci două organe de recepţie identice, care pot fi excitate de undele sonore produse de o sursă, are posibilitatea să localizeze în spaţiu sursa sonoră. Este ceea ce se numeşte audiţia binaurală. Datorită acestei însuşiri putem urmări fără a vedea, deplasarea unei surse sonore, sau dacă, sînt mai multe surse sonore la un loc (de exemplu instrumentele din cadrul unei orchestre), le putem localiza una în raport cu alta.

Spre deosebire de audiţia binaurală, microfonul acţionînd ca o singură ureche care captează sunetul, oferă o audiţie monoaurală. Dacă auzim sunetele captate de un microfon şi redate de un difuzor, desigur că în distanţă şi direcţie origina tuturor sunetelor, adică poziţia tuturor surselor sonore care le-a produs, va fi situată într-un singur loc: punctul unde se găseşte difuzorul. Audiind un concert simfonic reprodus cu un sistem de sonorizare, fără a auzi sunetele directe, şi închizînd ochii, nu putem stabili dispunerea diferitelor instrumente muzicale pe estrada pe care se găsesc amplasate. Orice relief sonor dispare.

Pentru ca în redarea sunetelor să se obţină senzaţia de direcţie trebuia găsit un sistem care să permită ca sunetele să ajungă la urechile auditoriului întocmai ca şi sunetele din natură. Rezolvarea problemei a dus la crearea sistemului de redare stereofonic. Un asemenea sistem comportă în mod obişnuit, trei microfoane plasate unul în partea stîngă a scenei, altul la mijloc şi al treilea în partea dreaptă a scenei, fiecare microfon fiind legat printr-un canal electroacustic independent la cîte un difuzor. De asemenea, cele trei difuzoare corespunzătoare microfoanelor sînt aşezate după cele trei direcţii arătate mai sus. În felul acesta sunetele emise de un actor sau cîntăreţ, care se află în partea stîngă a scenei, vor fi captate de microfonul situat în acea parte, şi auditorul va auzi sunetele redate de difuzorul din stînga. Cînd sursa sonoră se deplasează pe scena de la stînga spre dreapta sunetele vor fi redate întîi de difu-

zorul central şi în urmă de difuzorul plasat în partea dreaptă a scenei. În felul acesta auditorul are senzaţia de «direcţie» şi poate urmări, închizînd ochii, deplasarea sursei sonore.

Sistemul de redare stereofonică, a sunetelor îşi găseşte azi o largă aplicare în cinematografie, fiind asociat sistemului de redare a imaginilor pe ecran lat.

Izolarea fonică. Pentru ca într-o sală o producţie muzicală sau vorbită să se desfăşoare în bune condiţii, netulburată de zgomote din afară, pentru ca o înregistrare sonoră sau o transmisie dintr-un studio de radio să fie de calitate, neinfluenţată de zgomote parazite, pentru ca omul să se poată odihni sau lucra, trebuie luate măsuri de izolare fonică. Aceasta constituie o altă problemă importantă, care revine acusticianului, iar rezolvarea acesteia implică cunoaşterea modului de propagare a sunetului prin diferite medii, efectele pe care le au ele asupra organismului omenesc şi asupra diferitelor activităţi desfăşurate de el, găsirea de materiale şi structuri insonore.

În cuprinsul unei clădiri există mai multe căi prin care un zgomot poate ajunge dintr-un loc într-altul. Astfel, putem cita:

— zgomotele aeriene, care pătrund prin deschideri: uşi şi ferestre deschise, canale de ventilaţie, găuri în pereţi etc;

— zgomotele care se propagă prin conducţie solidă, adică prin unde elastice în toată masa clădirii;

— zgomote, mixte care urmează atît un traseu aerian cît şi unul prin mediul solid. Un astfel de zgomot ar fi acela care se transmite dintr-o cameră în alta alăturată prin peretele despărţitor;

— zgomotele de şoc şi trepidaţie, care pun în vibraţie elementele de construcţie (tavanele, pereţii), ele devenind în acest fel o sursă sonoră.

Cercetările efectuate în această privinţă au avut ca rezultat găsirea unor legi care stau azi, la baza izolărilor fonice în construcţie. Vom cita doar cîteva:

1. În cazul unui zgomot de intensitate medie, transmis printr-o deschidere mare, intensitatea acestuia descreşte foarte lent cu micşorarea suprafeţei deschiderii. Descreşterea devine mai pronunţată în cazul în care intensitatea zgomotului perturbator este mai redusă. Această lege arată pe de-o parte că este dificil să realizăm protecţia contra unui sunet care pătrunde printr-o deschidere mare şi pe de altă parte, că izolarea fonică este cu atît mai eficace, cu cît zgomotele sînt în prealabil atenuate prin intermediul unor culoare de izolare.

2. În cazul unei deschideri de o lungime apreciabilă, de exemplu, un canal de ventilaţie, nivelul zgomotului care pătrunde prin intermediul deschiderii, este cu atît mai scăzut, cu cît perimetrul secţiunii şi lungimea ei sînt mai mici, şi cu cît aria secţiunii este mai mare. În plus, nivelul scade cu absorbţia pe care o oferă pereţii interiori ai deschiderii. De aici rezultă că în canalele de ventilaţie se cer trasee cît mai lungi, căptuşite pe dinăuntru cu materiale absorbante de sunet (vată de sticlă, pîslă). Numai în acest mod zgomotul ventilatorului de reflectare sau de absorbţie a aerului nu se aude în interiorul unei încăperi. Măsuri similare de izolare fonică au fost luate cînd s-a construit instalaţia de condiţionare a aerului la Teatrul de Operă şi Balet din Bucureşti.

3. În cazul unei transmisii a zgomotului prin pereţi despărţitori, atenuarea acestuia este cu atît mai mare, cu cît greutatea unitară a peretelui este mai mare (fig. 4). Această atenuare se manifestă însă mai pronunţat, în cazul sunetelor înalte, decît a celor joase. De aici rezultă că pentru a fi realizată o bună izolare fonică, trebuie construiţi pereţi cît mai masivi. Din această cauză întinderea unui covor sau a unei perdele de pluş peste o uşă, nu constituie o

soluţie satisfăcătoare, zgomotele pătrunzînd cu uşurinţă printr-un astfel de sistem de izolare.

4. Dacă se compară un perete simplu de o anumită greutate unitară şi un perete dublu, format din doi pereţi simpli despărţiţi printr-un strat de aer, avînd în ansamblu aceiaşi greutate unitară ca peretele iniţial, se constată că cea de-a doua soluţie oferă o izolare mult mai eficace decît prima. Deci,

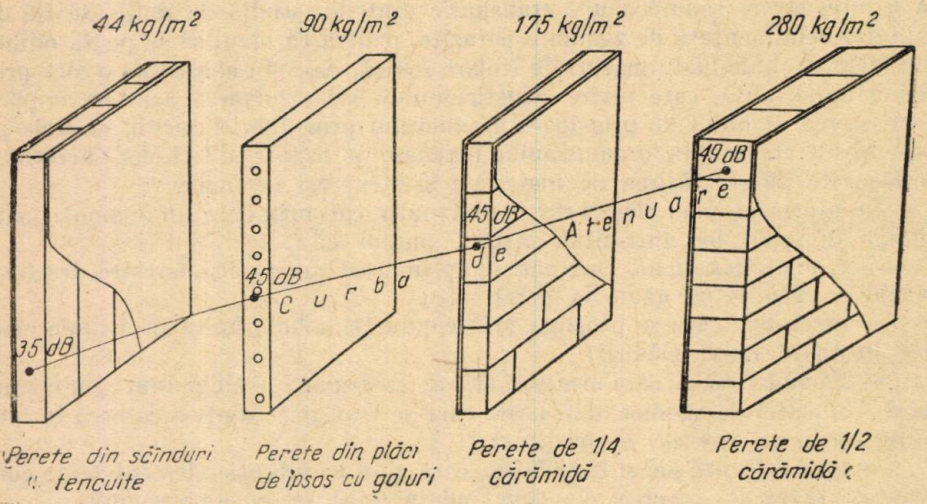


Fig. 4

pentru a obţine o izolare maximă împotriva zgomotelor din afară (în cazul studiourilor de radio sau televiziune), trebuie să se adopte soluţia pereţilor dubli. În felul acesta s-au construit noile studiouri din Casa Radiodifuziunii din Bucureşti. Prin aplicarea acestei soluţii studiourile sînt nişte camere în camere, camera interioară fiind susţinută prin intermediul unor pene de cauciuc aşezate pe pardoseala încăperii exterioare, iar între pereţii şi tavanele celor două camere nu există nici un contact rigid.

Acestea sînt doar cîteva din principiile cunoscute azi, referitoare la problema izolării contra zgomotelor. Dar oamenii de ştiinţă din numeroase institute de cercetări şi laboratoare din întreaga lume, se străduiesc să stabilească legi noi, care să permită realizarea unei izolări fonice cît mai eficace.

★

Prin cele arătate mai sus am prezentat cîteva din multiplele probleme cu care se ocupă această ramură a fizicii, căutînd prin aceasta să înfăţişez aspectul nou pe care-l are acustica modernă şi marea dezvoltare pe care a luat-o în prezent.

Astăzi, specialiştii acusticieni sînt necesari la construcţia sălilor de teatru şi de conferinţe, a studiourilor de radio şi de înregistrări sonore, a teatrelor în aer liber. Fără cunoştinţe temeinice de acustică nu se poate concepe fabricarea, instalarea şi exploatarea aparatajului electroacustic necesar pentru transmisiile radiofonice, crearea şi reproducerea filmelor sonore, sonorizarea încăperilor sau a spaţiilor deschise (pieţe publice, stadioane, gări şi aerogări). Prin acti-

vitatea de laborator a acusticienilor au fost create premizele folosirii ultrasunetelor în metalurgie, în industria chimică, în agrotehnică, în medicină şi biologie. A fost creată acea ramură tehnică a acusticii, « Sonica ». În acţiunea de combatere a zgomotelor, acusticienilor le revine un rol important. La baza construcţiei instrumentelor muzicale obişnuite sau a celor electronice, trebuie să stea cunoştinţele de acustică. Medicul, inginerul, biologul, agronomul, muzicianul, fac apel azi tot mai des la acusticieni, pentru rezolvarea unor probleme din domeniul lor de activitate.

Datorită acestei mari dezvoltări pe care a luat-o în ultimul timp acustica şi a importanţei crescînde pe tărîm ştiinţific, social-cultural şi economic, este necesar să se acorde acusticii mai multă atenţie în procesul de învăţămînt atît mediu, cît şi superior.

PROBLEME ŞI TEOREME ALESE DE MATEMATICI

CA răspuns la numeroasele propuneri juste făcute de cititorii noştri la consfătuirile avute cu ei, revista noastră deschide o rubrică nouă denumită « Probleme şi teoreme alese de matematici ». Aci vor fi înserate chestiuni necuprinse în manualele şcolare de curs mediu, care vor contribui la îmbogăţirea cunoştinţelor teoretice şi aplicate de matematici ale cititorilor noştri. Sperăm că această parte a revistei va fi primită cu acelaşi interes cu care au fost primite şi celelalte rubrici ale noastre. Tovarăşii cititori care vor să facă propuneri în legătură cu îmbunătăţirea conţinutului acestei rubrici sînt rugaţi să ne transmită în scris sugestiile lor, pe adresa revistei.

1. Aritmetică şi teoria numerelor

Dacă notăm cu $\varphi(N)$ numărul numerelor prime cu N şi mai mici decît $N = a^l b^m c^n d^p$ (unde $a, b, c, \ldots$) sînt factori primi ai lui N), se ştie că (v. G. M. F.-B 8/955).

$$\varphi(N) = N\left(1 - \frac{1}{a}\right)\left(1 - \frac{1}{b}\right)\left(1 - \frac{1}{c}\right)\cdots$$

În legătură cu această funcţie $\varphi(N)$, avem următoarea teoremă a lui Euler:

Teorema lui Euler. Dacă a şi N sînt numere prime între ele, expresia $a^{\varphi(N)} - 1$ *este divizibilă prin N.*

Să considerăm cele $\varphi(N)$ numere prime cu N şi mai mici ca N:

(1) $$\alpha;\ \beta;\ \gamma;\ \delta;\ \ldots\eta\ldots\lambda\ldots\omega$$

Să le înmulţim pe fiecare cu a; obţinem şirul:

(2) $$a\alpha;\ a\beta;\ a\gamma;\ a\delta\ \ldots\ a\eta\ \ldots\ a\lambda\ \ldots\ a\omega$$

Numerele acestea divizate prin N dau resturi diferite şi prime cu N. Într-adevăr, două numere oarecari din şirul (2) nu pot da aceleaşi resturi atunci

cînd le împărţim prin N, căci altfel am avea, de pildă:

$$a\eta = IN + r \quad \text{şi} \quad a\lambda = I'N + r$$

sau

$$a(\eta - \lambda) = (I - I')N,$$

ceea ce implică faptul ca N să dividă $a(\eta - \lambda)$, lucru imposibil pentru că N este prim cu a, iar $\eta - \lambda$ nu poate fi divizibil prin N, deoarece ambele numere η şi λ sînt mai mici ca N şi diferite între ele.

Să arătăm că resturile împărţirii prin N ale numerelor din şirul (2) sînt numere prime cu N. Folosim egalitatea $a\eta = IN + r$.

Dacă numerele N şi r n-ar fi prime între ele, ar exista un divizor comun $d \neq 1$ care ar divide şi $IN + r = a\eta$. Ar rezulta de aici că $a\eta$ se divide cu d, ceea ce nu este posibil decît dacă η se divide cu d, pentru că a este prim cu N prin ipoteză, iar două numere prime între ele nu pot avea un divizor comun $d \neq 1$. În cazul cînd η s-ar divide cu d ar însemna că N şi η nu sînt prime între ele, ceea ce contrazice ipoteza. Rezultă că resturile împărţirii numerelor şirului (2) prin N sînt numere prime cu N; ele sînt prin urmare, tot numerele şirului (1) luate într-o anumită ordine.

Din cele arătate pînă aici, deducem că produsul numerelor şirului (2) divizat prin N, dă acelaşi rest ca şi produsul numerelor şirului (1). De unde tragem concluzia că diferenţa $a\alpha \cdot a\beta \cdot a\gamma \ldots a\omega - \alpha \cdot \beta \cdot \gamma \ldots \omega$ este divizibilă prin N sau $\alpha\beta\gamma \ldots \omega[a^{\varphi(N)} - 1]$ se împarte exact prin N. Cum $\alpha\beta\gamma \ldots \omega$ este prim cu N, rezultă că $a^{\varphi(N)} - 1$ este divizibilă prin N.

Consecinţa imediată a acestui rezultat este *teorema lui* F e r m a t. *Dacă p este un număr prim absolut, iar a este un număr prim cu acesta, atunci $a^{p-1} - 1 = Mp$. Într-adevăr, avem pentru $N = p$, $a^{\varphi(N)} - 1 = a^{p-1} - 1$ şi prin urmare $a^{p-1} - 1 = Mp$.*

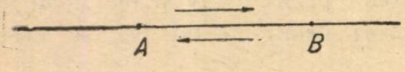


Fig. 1

11. Geometrie.

În cele ce urmează ţinem seamă că segmentele $\overline{BA}$ şi $\overline{BA}$ (fig. 1) sînt parcurse, respectiv de la A spre B şi de la B spre A, ca atare ele au semne diferite aşa încît putem scrie $\overline{AB} = -\overline{BA}$

T e o r e m a l u i M e n e l a u s: *Orice dreaptă care intersectează laturile unui triunghi determină pe acestea trei puncte care împart laturile triunghiului în rapoarte al căror produs este $+1$.*

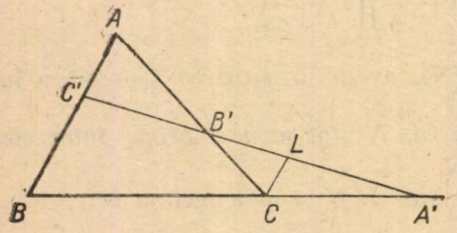


Fig. 2

Fie transversala $A'B'C'$ (fig. 2) care intersectează laturile triunghiului în punctele A', B', C'. Să demonstrăm că:

$$\frac{\overline{A'B}}{\overline{A'C}} \cdot \frac{\overline{B'C}}{\overline{B'A}} \cdot \frac{\overline{C'A}}{\overline{C'B}} = +1.$$

Ducem din C dreapta CL paralelă cu BA. Din triunghiurile asemenea formate, rezultă următoarele proporţii:

$$\frac{\overline{A'B}}{\overline{A'C}} = +\frac{\overline{BC'}}{\overline{CL}} \quad \text{şi} \quad \frac{\overline{B'C}}{\overline{B'A}} = -\frac{\overline{CL}}{\overline{C'A}}$$

Efectuăm produsul

$$\frac{\overline{A'B}}{\overline{A'C}} \cdot \frac{\overline{B'C}}{\overline{B'A}} \cdot \frac{\overline{C'A}}{\overline{C'B}} = \left(+\frac{\overline{BC'}}{\overline{CL}}\right)\left(-\frac{\overline{CL}}{\overline{C'A}}\right)\left(\frac{\overline{C'A}}{\overline{C'B}}\right) =$$

$$= \frac{\overline{BC'} \cdot (-\overline{CL})\,(\overline{C'A})}{\overline{CL} \cdot \overline{C'A} \cdot (-\overline{BC'})} = +1,$$

ceea ce demonstrează teorema.

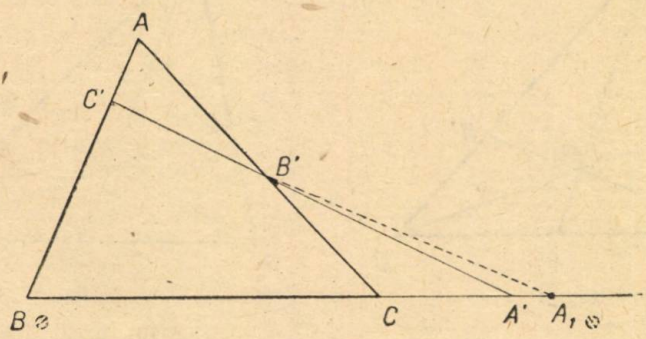


Fig. 3

Teorema reciprocă. *Dacă trei puncte A', B', C' sînt astfel aşezate pe laturile unui triunghi ABC încît să avem:*

$$\frac{\overline{A'B}}{\overline{A'C}} \cdot \frac{\overline{B'C}}{\overline{B'A}} \cdot \frac{\overline{C'A}}{\overline{C'B}} = +1,$$

atunci cele trei puncte A', B', C' sînt coliniare.

Presupunem cele trei puncte A', B', C' determinînd rapoarte care verifică relaţia din enunţul teoremei fără a fi coliniare. În acest caz, dreapta $B'C'$ (fig. 3) va întîlni latura BC într-un alt punct A_1. După teorema precedentă avem:

$$\frac{\overline{A_1B}}{\overline{A_1C}} \cdot \frac{\overline{B'C}}{\overline{B'A}} \cdot \frac{\overline{C'A}}{\overline{C'B}} = +1.$$

În acelaşi timp, avem şi relaţia

$$\frac{\overline{A'B}}{\overline{A'C}} \cdot \frac{\overline{B'C}}{\overline{B'A}} \cdot \frac{\overline{C'A}}{\overline{C'B}} = +1.$$

Aceste două egalităţi nu pot să subsiste simultan decît dacă există proporţia:

$$\frac{\overline{A_1B}}{\overline{A_1C}} = \frac{\overline{A'B}}{\overline{A'C}}$$

Deoarece nu există decît un singur punct care să împartă un segment dat într-un raport dat, rezultă că A' coincide cu A_1, ceea ce dovedește că A' este așezat pe dreapta $B'C'$.

Teorema lui Ceva. *Trei drepte concurente trecînd prin cele trei vîrfuri ale unui triunghi ABC oarecare, determină pe laturile opuse trei puncte care împart aceste laturi în rapoarte al căror produs este* -1.

Fie AA', BB', CC' (fig. 4) trei drepte concurente în M. Să demonstrăm relația:

$$\frac{\overline{A'B}}{\overline{A'C}} \cdot \frac{\overline{B'C}}{\overline{B'A}} \cdot \frac{\overline{C'A}}{\overline{C'B}} = -1.$$

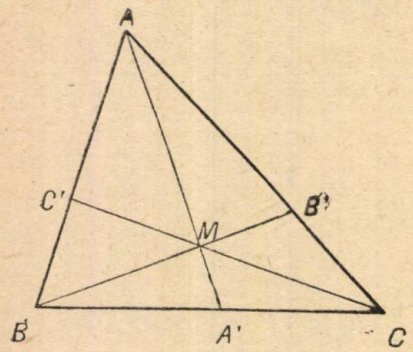


Fig. 4

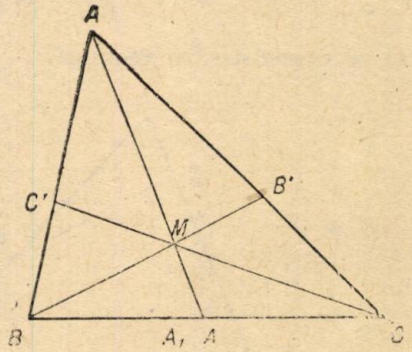


fig. 5

Aplicăm teorema lui Menelaus transversalelor BMB' și CMC' care intersectează respectiv laturile triunghiurilor CAA' și BAA'. Avem:

$$\frac{\overline{BA'}}{\overline{BC}} \cdot \frac{\overline{B'C}}{\overline{B'A}} \cdot \frac{\overline{MA}}{\overline{MA'}} = +1 \quad \text{și} \quad \frac{\overline{CB}}{\overline{CA'}} \cdot \frac{\overline{MA'}}{\overline{MA}} \cdot \frac{\overline{C'A}}{\overline{C'B}} = +1.$$

Înmulțind, membru cu membru, aceste egalități obținem:

$$\frac{\overline{BA'}}{\overline{BC}} \cdot \frac{\overline{B'C}}{\overline{B'A}} \cdot \frac{\overline{MA}}{\overline{MA'}} \cdot \frac{\overline{CB}}{\overline{CA'}} \cdot \frac{\overline{MA'}}{\overline{MA}} \cdot \frac{\overline{C'A}}{\overline{C'B}} = +1.$$

Făcînd simplificările după ce înlocuim $\overline{CB} = -\overline{BC}$; $\overline{BA'} = -\overline{A'B}$ și $\overline{CA'} = -\overline{A'C}$ deducem:

$$\frac{\overline{A'B}}{\overline{A'C}} \cdot \frac{\overline{B'C}}{\overline{B'A}} \cdot \frac{\overline{C'A}}{\overline{C'B}} = -1$$

ceea ce trebuia demonstrat.

Teorema reciprocă. *Dacă trei puncte A', B', C' sînt astfel așezate pe laturile unui triunghi încît să avem:*

$$\frac{\overline{A'B}}{\overline{A'C}} \cdot \frac{\overline{B'C}}{\overline{B'A}} \cdot \frac{\overline{C'A}}{\overline{C'B}} = -1,$$

atunci dreptele AA', BB', CC' sînt concurente în același punct.

Presupunem cele trei puncte A', B', C' (fig. 5) determinînd rapoarte care verifică relația din enunțul teoremei fără ca dreptele AA', BB', CC' să fie

concurente. In acest caz, dreapta care unește A cu punctul de întîlnire M al dreptelor BB', CC' va intersecta latura BC într-un punct A_1. După teorema precedentă avem:

$$\frac{\overline{A_1B}}{\overline{A_1C}} \cdot \frac{\overline{B'C}}{\overline{B'A}} \cdot \frac{\overline{C'A}}{\overline{C'B}} = -1.$$

În același timp avem și relația

$$\frac{\overline{A'B}}{\overline{A'C}} \cdot \frac{\overline{B'C}}{\overline{B'A}} \cdot \frac{\overline{C'A}}{\overline{C'B}} = -1.$$

Aceste două egalități subsistă simultan dacă avem proporția $\frac{\overline{A_1B}}{\overline{A_1C}} = \frac{\overline{A'B}}{\overline{A'C}}$, ceea ce ne arată că A' coincide cu A_1 și prin urmare AA' se suprapune peste AA_1.

Deci, cele trei drepte AA', BB' și CC' sînt concurente.

Teoremele privind transversalele și dreptele concurente au o mulțime de aplicații. Ele ne dau metode mai generale pentru demonstrarea coliniarității a trei puncte așezate pe trei laturi ale unui triunghi ca și concurența a trei drepte ce trec prin vîrfurile unui triunghi oarecare.

Teorema lui Pascal. *Dacă numerotăm cu cifrele 1, 2, 3, 4, 5, 6 laturile consecutive ale unui exagon convex sau concav înscris într-un cerc, atunci punctele de întîlnire ale perechilor de drepte (1; 4), (2; 5) și (3; 6) sînt coliniare.*

Numim laturi consecutive ale unui poligon, două laturi cum sînt, de exemplu CD și DE și astfel ca extremitatea uneia să fie origina celeilalte (extremitatea D a laturii CD este originea D a laturii DE). Fie $ABCDEF$ (fig. 6)

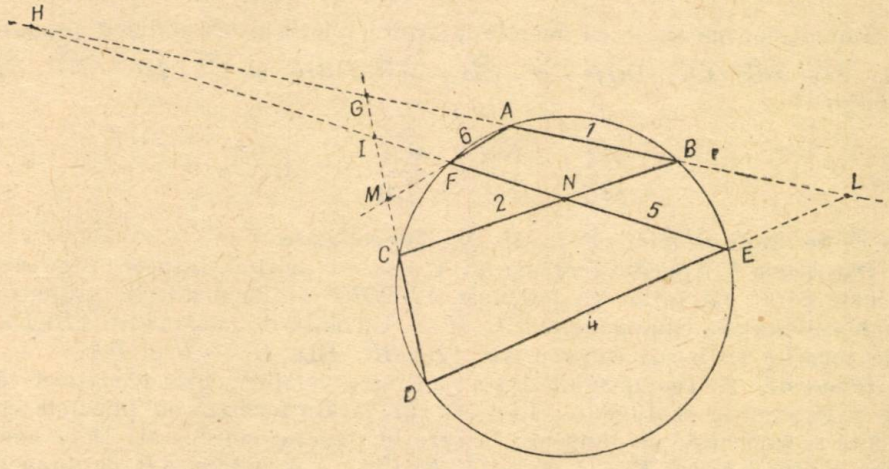


fig. 6

exagonul concav înscris într-un cerc și ale cărui laturi consecutive AB, BC, CD, DE, EF, FA sînt numerotate 1,2,3,4,5,6. Să demonstrăm că punctele L, N și M, intersecții ale perechilor de drepte (1; 4), (2; 5) și (3; 6) sînt coliniare.

Considerăm triunghiul GHI format de laturile prelungite AB, CD și EF Pe laturile acestui triunghi sînt așezate punctele L, M și N. Aplicînd succesiv

teorema lui Menelaus transversalelor AFM, BNC şi LED care intersectează laturile triunghiului GHI, obţinem relaţiile

$$\frac{\overline{AG}}{\overline{AH}} \cdot \frac{\overline{FH}}{\overline{FI}} \cdot \frac{\overline{MI}}{\overline{MG}} = +1; \quad \frac{\overline{BG}}{\overline{BH}} \cdot \frac{\overline{NH}}{\overline{NI}} \cdot \frac{\overline{CI}}{\overline{CG}} = +1$$

şi

$$\frac{\overline{LG}}{\overline{LH}} \cdot \frac{\overline{EH}}{\overline{EI}} \cdot \frac{\overline{DI}}{\overline{DG}} = +1.$$

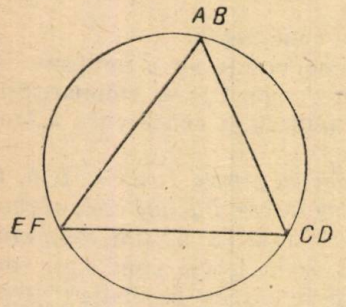
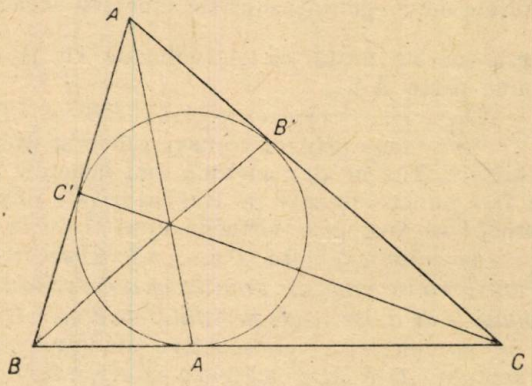


fig. 7



Fip. 8

Înmulţind, membru cu membru, aceste relaţii şi simplificînd produsele egale $\overline{AG} \cdot \overline{BG} = \overline{CG} \cdot \overline{DG}$; $\overline{FH} \cdot \overline{EH} = \overline{AH} \cdot \overline{BH}$ şi $\overline{CI} \cdot \overline{DI} = \overline{EI} \cdot \overline{FI}$, deducem

$$\frac{\overline{MI}}{\overline{MG}} \cdot \frac{\overline{NH}}{\overline{NI}} \cdot \frac{\overline{LG}}{\overline{LH}} = -1,$$

ceea ce ne arată că punctele L, M, N, sînt coliniare.

Observarea 1. Aplicînd teorema lui P a s c a l pe rînd, tuturor exagoanelor distincte ce se pot forma cu punctele $ABCDEF$ obţinem diferite grupuri de puncte coliniare de tipul punctelor L, M, N. Un astfel de exagon este $ABEDCF$, unde socotim ca laturi consecutive AB, BE, ED, DC, CF şi FA.

Observarea 2. Teorema lui P a s c a l este valabilă chiar cînd unele din puncte le socotim confundate. În acest caz, latura formată de punctele confundate se înlocueşte cu tangenta la cerc în punctul considerat. Dacă considerăm confundate (A, B), (C, D) şi (E, F) (fig. 7) şi notăm AB sau tangenta în A cu numărul 1, BC cu 2, CD sau tangenta în C cu 3, DE cu 4, EF sau cu tangenta în E cu 5 şi FA cu 6, atunci aplicînd teorema lui Pascal acestei configuraţii, obţinem teorema: *tangentele la cerc în vîrfurile unui triunghi înscris taie laturile opuse ale triunghiului în trei puncte coliniare.*

Aplicaţie la teoremele care privesc dreptele concurente într-un triunghi.

Dreptele care unesc vîrfurile unui triunghi cu punctele de tangenţă ale cercului înscris triunghiului sînt trei drepte concurente.

Fie A', B', C' punctele unde cercul înscris triunghiului ABC atinge laturile sale. Să dovedim că dreptele AA', BB', CC' (fig. 8) sînt concurente. Pentru aceasta calculăm produsul

$$p = \frac{\overline{A'B}}{\overline{A'C}} \cdot \frac{\overline{B'C}}{\overline{B'A}} \cdot \frac{\overline{C'A}}{\overline{C'B}} .$$

Ţinînd seama de semnele rapoartelor şi de egalitatea segmentelor $\overline{BA'} = \overline{BC'}$; $\overline{CA'} = \overline{CB'}$ şi $\overline{AB'} = \overline{AC'}$ din cauză că tangentele duse dintr-un punct exterior la cerc sînt egale în lungime, obţinem $p = -1$; prin urmare, cele trei drepte AA', BB' şi CC' sînt concurente.

Aplicaţie. Să se demonstreze concurenţa medianelor, înălţimilor şi a bisectoarelor unui triunghi.

III. **Algebră.**

Să se rezolve ecuaţia de gradul al doilea:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

cu ajutorul funcţiilor trigonometrice.

Punem $\frac{a}{b} = -s$ şi $\frac{c}{a} = p$; ecuaţia dată devine

$$x^2 - sx + p = 0.$$

Să considerăm mai multe cazuri.

1° *a)* Rădăcinile sînt reale şi distincte şi totodată $p > 0$. În acest caz determinăm un unghi auxiliar θ astfel ca

$$\sin \theta = \frac{2\sqrt{p}}{s}, \qquad (-90° < \theta < 90°),$$

după care, formula rădăcinilor devine

$$x = \sqrt{p}\left(\frac{1 \pm \cos \theta}{\sin \theta)}\right)$$

şi prin urmare,

$$x_1 = \sqrt{p} \operatorname{tg} \frac{\theta}{2}, \qquad x_2 = \sqrt{p} \cot \frac{\theta}{2}$$

b) Dacă avem $p < 0$, calculăm unghiul auxiliar prin formula

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{2\sqrt{-p}}{s} \qquad (-90° < \theta < 90°),$$

după care, cele două rădăcini devin:

$$x_1 = -\sqrt{-p} \operatorname{tg} \frac{\theta}{2}, \qquad x_2 = \sqrt{-p} \cot \frac{\theta}{2}$$

2° Rădăcinile sînt complexe. În acest caz, determinăm un unghi auxiliar θ astfel ca să avem:

$$\cos^2 \theta = \frac{s^2}{4p},$$

după care formula rădăcinilor devine:

$$x = \frac{s}{2}(1 \pm i \operatorname{tg} \theta), \qquad i = \sqrt{-1}$$

Observare. Modul de rezolvare expus mai sus se impune numai atunci cînd coeficienţii a, b, c ai ecuaţiei de gradul al doilea au valori care fac aproape imposibil calculul rădăcinilor prin formula:

$$x = \frac{1}{2a}\left(-b \pm \sqrt{b^3 - 4ac}\right).$$

Aplicaţie. Să se rezolve ecuaţia:

$$1{,}2357\, x^3 - 3{,}14332\, x - 0{,}0495 = 0.$$

Rădăcinile sînt reale şi distincte. Avem:

$$s = \frac{3{,}14332}{1{,}2357} \text{ şi } p = -\frac{0{,}0495}{1{,}2357},$$

deci $p < 0$. Calculăm unghiul auxiliar prin formula

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{2\sqrt{-p}}{s} = \frac{2 \,.\, 1{,}2357}{3{,}14332} \cdot \frac{\sqrt{0{,}0495}}{\sqrt{1{,}2357}} = \frac{2\sqrt{1{,}2357 \,.\, 0{,}0495}}{3{,}13432.}$$

Aplicînd logaritmii obţinem:

$$\log \operatorname{tg} \theta = \log 2 + \frac{\log 1{,}2357}{2} + \frac{\log 0{,}0495}{2} - \log 3{,}14332 =$$

$$= 0{,}30103 + \frac{0{,}09192}{2} + \frac{\bar{2}{,}69461}{2} - 0{,}49738 = \bar{1}{,}19691$$

şi prin urmare, $\theta = 8°56'35''$.
Urmează că:

$$x_1 = -\sqrt{\frac{0{,}0495}{1{,}2357}} \operatorname{tg} 4°28'17'',5 \text{ şi}$$

$$x_2 = \sqrt{\frac{0{,}0495}{1{,}2357}} \operatorname{ctg} 4°28'17'',5$$

Avem:

$$\log (-x_1) = \frac{\bar{2}{,}69461 - 0{,}09192}{2} + \bar{2}{,}89321 = \bar{2}{,}19455$$

$$x_1 = -0{,}015651$$

$$\log x_2 = \frac{\log 0{,}0495 - \log 1{,}2357}{2} + 1{,}10679 = 0{,}40813$$

$$x_2 = 2{,}5593.$$

IV. **Trigonometria.**

Să se demonstreze inegalitatea:

$$x - \sin x < \frac{x^3}{6} \cdot \qquad \left(0 < x < \frac{\pi}{2}\right)$$

Pornim de la formula:

$$\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^2 x,$$

în care punînd succesiv, în loc de x: $\frac{x}{3}$, $\frac{x}{3^2}$, $\frac{x}{3^3}$, ... $\frac{x}{3^n}$ obţinem:

$$3 \sin\frac{x}{3} - \sin x = 4 \sin^3\frac{x}{3}$$

$$3 \sin\frac{x}{3^2} - \sin\frac{x}{3} = 4 \sin^3\frac{x}{3^2}$$

. . . . . .

$$3 \sin\frac{x}{3^n} - \sin\frac{x}{3^{n-1}} = 4 \sin^3\frac{x}{3^n}$$

După ce înmulţim egalităţile, membru cu membru: prima cu 1, a doua cu 3, a treia cu 3^2, ..., a n^{-a} cu 3^{n-1} şi adunăm, deducem:

$$3^n \sin\frac{x}{3^n} - \sin x = 4\left(\sin^3\frac{x}{3} + 3 \sin^3\frac{x}{3^2} + \cdots + 3^{n-1} \sin^3\frac{x}{3^n}\right),$$

sau sub altă formă:

$$x \cdot \frac{\sin\frac{x}{3^n}}{\frac{x}{3^n}} - \sin x = 4\left(\sin^3\frac{x}{3} + 3 \sin^3\frac{x}{3^2} + \cdots + 3^{n-1}\sin^3\frac{x}{3^n}\right)$$

Făcînd pe n să crească nesfîrşit, arcul $\frac{x}{3^n}$ tinde la 0, iar raportul $\frac{\sin\frac{x}{3^n}}{\frac{x}{3^n}}$ tinde la 1. Membrul stîng al egalităţii devine $x - \sin x$.

Dacă avem în vedere că $\sin x < x$ $\left(\text{pentru } 0 < x < \frac{\pi}{2}\right)$, rezultă că

$$4\left(\sin^3\frac{x}{3} + 3\sin^3\frac{x}{3^2} + \cdots + 3^{n-1}\sin^3\frac{x}{3^n}\right) < 4\left(\frac{x^3}{3^3} + 3 \cdot \frac{x^3}{3^6} + \cdots + 3^{n-1}\frac{x^3}{3^{3n}}\right)$$

şi prin urmare:

$$x - \sin x < \frac{4x^3}{3^3}\left(1 + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{3^{2n-2}} + \cdots\right)$$

Expresia din paranteză este o progresie geometrică descrescătoare cu raţia $\frac{1}{3^2}$ şi cu un număr nesfîrşit de termeni, limita sumei este $\frac{1}{1-\frac{1}{3^2}} = \frac{9}{8}$.

Rezultă deci:

$$x - \sin x < \frac{4x^3}{27} \cdot \frac{9}{8}$$

sau

$$x - \sin x < \frac{x^3}{6}$$

ceea ce trebuia dovedit.

Aplicaţie. Să se aprecieze eroarea pe care o facem luînd pentru sin 4″ lungimea arcului de 4″.

Pe baza inegalităţii $x - \sin x < \frac{x^3}{6}$, rezultă:

$$x - \sin 4'' < \frac{1}{6}\left(\frac{\pi \cdot 4}{180 \cdot 3\,600}\right)^3 = \frac{\pi^3}{6 \cdot 162\,000^3},$$

sau

$$x - \sin 4'' < \frac{31{,}006\,2}{25\,509\,168 \cdot 10^9} < \frac{31{,}006\,2}{25\,000\,000 \cdot 10^9},$$

sau

$$x - \sin 4'' < \frac{124{,}0248}{10^{17}} < \frac{1000}{10^{17}}.$$

Rezultă

$$x - \sin 4'' < \frac{1}{10^{14}}.$$

Înseamnă deci, că dacă luăm pentru sin 4″ lungimea arcului de 4″, cel puţin 14 zecimale ale acestei lungimi de arc sînt şi zecimalele lui sin 4″.

O. S.

NOUTĂŢI DIN ŞTIINŢĂ ŞI TEHNICĂ

PROGRESE REALIZATE ÎN CINEMATOGRAFIA ACTUALĂ

Arta şi tehnica cinematografică sînt în continuă căutare de noi căi de dezvoltare, care au drept scop final reproducerea cît mai fidelă a naturii, adică tind către cinematograful integral.

CinemaScopul care are actualmente răspîndirea cea mai mare, este un cinematograf cu ecran lat care foloseşte pentru filmare dispozitive optice speciale denumite anamorfice, care « comprimă » lateral imaginea, iar la proiecţie o « extinde ». Aceste dispozitive optice au fost imaginate încă din anul 1890 de renumitul optician din Jena, profesorul *Abbé* şi realizate practic în anul 1927 de profesorul *Henry Chrétien*, sub denumirea de « hipergonar ». Ca rezultat al filmării şi al proiecţiei prin acest procedeu apare pe ecranul lat o

imagine panoramică, cuprinzînd un număr mai mare de obiecte ce se găsesc pe direcţia orizontală, decît pot fi cuprinse prin procedeul filmului obişnuit pînă acum. Sistemul optic al CinemaScopului constă din două sisteme de lentile cilindrice acromatice separate: un sistem convergent şi altul divergent, ambele constînd din lentile cilindrice. CinemaScopul este conceput pentru a fi însoţit de un sunet care localizează direcţia din care a fost emis. Acest sunet este denumit stereofonic. Ecranul pentru CinemaScop are o suprafaţă de aproximativ 2,6 ori mai mare decît Cinematograful obişnuit, lăţimea fiind mai mult decît dublul înălţimii. La cinematograful Patria din Bucureşti, dimensiunile ecranului pentru procedeul CinemaScop sînt: lăţimea 13,24 m şi înălţimea 5,34 m.; ecranul cinematografului Rex din Paris, are lăţimea de 16,80 m şi înălţimea de 6,85 m. Pentru ca distribuţia orizontală a luminii difuze să fie uniformă pentru toţi spectatorii, ecranul CinemaScopului este arcuit astfel, încît el formează un arc al cărui centru este chiar cabina de proiecţie.

Vista-Vision constituie un procedeu cinematografic tot cu ecran lat, însă foloseşte un cadru longitudinal. Acest procedeu permite ameliorarea fineţii imaginii, adică o mai clară imagină proiectată. Claritatea imaginii depinde însă, de fineţea detaliilor ce există în pozitiv. Procedeul Vista-Vision realizează o claritate mai mare a imaginii, folosindu-se de un negativ pe o fotogramă mai mare, deci folosirea la filmare a unui cadru longitudinal. În consecinţă pentru realizarea filmării prin acest procedeu este necesar un aparat de filmat special care se deosebeşte de unul obişnuit prin faptul că este dispus orizontal şi pelicula se mişcă în el în sens longitudinal şi nu vertical, cum este cazul la aparatele obişnuite. În acest procedeu se consumă la filmare, de două ori mai multă peliculă negativă decît prin procedeul obişnuit. În procedeul Vista-Vision, la lăţime utilă de 21 mm pe copie, corespunde pe negativ, o lăţime utilă de 34,2 mm. Prin acest procedeu de cinematografiere cu ecran lat se obţine la o mărire considerabilă pe ecran, o imagine de aproximativ două ori mai clară.

Todd AO reprezintă un procedeu cinematografic care foloseşte pentru filmare o peliculă negativă lată de 65 mm, înălţimea fotogramei ocupînd cinci perforaţii. Frecvenţa de succesiune este de 30 de imagini pe secundă în loc de 24 ca în celelalte procedee. Lăţimea copiei pozitive este de 70 mm, iar pentru proiecţia unui astfel de film se foloseşte un ecran de 15 m lăţime şi 7,5 m înălţime. Lăţimea reală a ecranului măsurată pe circonferinţa arcului este de 19,5 m. Acest procedeu dă o imagine şi mai bună, însă necesită un material complet nou.

Cinerama este un procedeu cinematografic panoramic cu ecran lat; el «atrage» aproape fizic pe spectator în acţiunea care se desfăşoară pe ecran. În acest procedeu se folosesc trei aparate de filmare care fotografiază pe peliculele lor porţiuni separate ale imaginii, ceea ce constituie o operaţie destul de complicată care reclamă multă experienţă şi timp pentru însuşire şi studiere. Proiecţia filmelor după sistemul «Cinerama» se face cu trei aparate ale căror axe optice formează între ele un unghi de 48°. Fiecare aparat de proiecţie proiectează pe ecranul curbat aproape în formă de cerc, părţi separate ale imaginii filmate pe fiecare dintre cele trei pelicule. La baza acestui sistem stă utilizarea ecranului cilindric concav, fiecare aparat de proiecţie deservind independent a treia parte a întregului ecran. Lăţimea cea mai mică a ecranului cinematografic utilat pentru sistemul «Cinerama» este de 22 m şi este de asemenea curbat, avînd o înălţime de 8,50 m. Acest ecran este compus din

1 100 panglici verticale din material plastic pentru a evita efectele luminii străine de formarea imaginilor. Difuzarea acestui procedeu este extrem de lentă, el fiind rezervat numai oraşelor foarte mari. După cinci ani de succes enorm, nu există încă decît 18 săli de astfel de cinematograf în toată lumea, deoarece sînt foarte prenteţioase proiectările şi foarte costisitoare filmările pentru a nu mai vorbi şi de multe alte greutăţi.

Cinematograful stereoscopic sau cinematograful în relief este vechi dar constituie încă o problemă, deoarece soluţiile date pînă în prezent nu sînt pe deplin satisfăcătoare, deşi s-a ajuns la realizări foarte interesante.

Se ştie că pentru a se obţine o adevărată vedere în relief este necesar să se observe două imagini puţin diferite. Este tocmai ceea ce se petrece cînd privim cu amîndoi ochii în jurul nostru; noi observăm peisajul din două puncte vizuale puţin diferite şi aceasta este ceea ce dă relieful, adică senzaţia de adîncime pentru obiectele din natură.

În această direcţie o realizare importantă s-a obţinut folosindu-se lumina polarizată. Fără a intra în amănuntele fenomenului de polarizare, vom spune doar că două sticle polaroide, pentru o anumită poziţie a lor se comportă astfel, încît lumina nu traversează sistemul. Se spune că prima sticlă polarizează lumina naturală, iar lumina polarizată este stinsă de cea de-a doua sticlă polaroidă. Această proprietate a fost utilizată pentru proiecţia în relief. Două filme compuse respectiv numai din imagini din stînga şi din dreapta ale obiectelor filmate se proiectează pe ecran cu ajutorul a două aparate de proiecţie care lucrează sincron. În faţa obiectivului fiecărui aparat de proiecţie se aşază filtrele polarizante care polarizează fluxurile luminoase ce trec prin ele în două direcţii reciproc perpendiculare. De la ecran se reflectă deci două fluxuri luminoase polarizate în planuri reciproc perpendiculare, care poartă imaginile din stînga şi din dreapta ale fotogramei. Spectatorul purtînd ochelari « polaroizi » va vedea cu ochiul drept numai imaginea care îi este destinată, cealaltă imagine fiind stinsă pentru el, iar cu ochiul stîng, de asemenea va vedea numai imaginea care îi este destinată, cealaltă imagine destinată ochiului drept fiind stinsă. În aceste condiţii spectatorul vede cu ochiul drept imaginea pe care ar vedea-o în realitate, şi cu ochiul stîng de asemenea imaginea pe care ar observa-o în realitate. Totul se petrece pentru observator, ca şi cum ar observa direct peisajul. El are senzaţia perfectă a reliefului. Un inconvenient important în acest sistem constă în faptul că ochelarii obosesc foarte repede vederea. S-a căutat să se înlăture acest inconvenient printr-o proiecţie stereoscopică fără ochelari. Prin acest sistem ecranul însuşi împarte imaginile proiectate în imagini, din stînga şi din dreapta, dirijîndu-le către ochiul corespunzător al spectatorului. Ecranul stereoscopic nu poate fi însă întrebuinţat pentru cinematograful stereofonic cu ecran lat, deoarece proiecţia filmelor pe ecran lat prevede posibilitatea rotirii capului spectatorului în procesul proiecţiei filmului, în timp ce ecranul stereoscopic pretinde o oarecare imobilitate a spectatorilor, precum şi o poziţie determinată a scaunelor în sală.

În încheere trebuie să subliniem faptul că aceste multiple încercări de perfecţionare nu au făcut ca cinematograful să sufere în ansamblul său o zguduire asemănătoare cu aceea din anii 1928—1930, cînd a avut loc trecerea de la filmul mut la filmul sonor. Se pare totuşi, că cinematograful s-a îndreptat în mod hotărît spre formula ecranului lat. Se poate spera că realizarea viitoare de importanţă mai mare va fi ocazionată de rezolvarea definitivă a problemei filmului în relief fără folosirea ochelarilor polaroizi. **A. V.**

NOTE MATEMATICE.

Asupra unor ecuații de gradul II

I. Ecuația generală de gradul al II-lea

$$\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$$

poate fi pusă sub forma

$$ax^2 + 2bx + c = 0,$$

unde

$$b = \frac{\beta}{2} \tag{1}$$

În ecuația (1) convenim să notăm: δ discriminantul ecuației (1), iar a, b, c coeficienți esențiali ai ecuației date. Avem:

$$\delta = \frac{\Delta}{4} = \frac{1}{4}(4b^2 - 4ac) = b^2 - ac.$$

Dacă coeficienții esențiali a, b, c, sînt numere consecutive din șirul numerelor naturale, discriminantul $\delta = 1$.

Pentru a, b, c, respectiv 10, 11, 12,

$$\delta = 121 - 10 \times 12 = 1$$

În general pentru a, b, c, respectiv k, $k + 1$, $k + 2$, obținem:

$$\delta = (k + 1)^2 - k(k + 2) = 1.$$

Rezultatul găsit este adevărat pentru întreaga mulțime a numerelor reale: astfel, fie n un număr real și a, b, c respectiv $n - 1$, n, $n + 1$ atunci ecuația i1) devine:

$$(n - 1)\, x^3 + 2nx + n + 1 = 0, \tag{2}$$

ar

$$\delta = n^2 - (n - 1)\,(n + 1) = 1.$$

Rădăcinile ecuației (2) vor fi:

$$x_1 = -1 \quad \text{și} \quad x_2 = -\frac{n + 1}{n - 1}.$$

Rezultă deci, că dacă coeficienții ecuației (1) sînt (în progresie aritmetică cu rația (1)) numere consecutive din șirul numerelor naturale, atunci ecuația (1) admite rădăcini raționale, o rădăcină egală cu -1.

Convenind să notăm expresia $E = |x_1 - x_2|$ ca « distanță între rădăcini », atunci pentru ecuația (2)

$$E = \left| -1 - \frac{-n - 1}{n - 1} \right| = \left| \frac{2}{n - 1} \right| = \frac{2}{a}.$$

De aici vedem că cu cît coeficienții a, b, c sînt numere mai mari din șirul numerelor naturale, cu atît distanța între rădăcini scade. Sau altfel spus, cînd $a \to \infty$, distanța între rădăcini $E \to 0$.

Fie progresia aritmetică:

$$k;\quad k + r;\quad k + 2r;\ldots \tag{2}$$

Cînd coeficienții a, b, c sînt trei termeni consecutivi ai progresiei (2), discriminantul δ se calculează astfel:

$$\delta = (k + r)^2 - k(k + 2r) = r^2, \tag{3}$$

deoarec ecuația (1) a luat forma

$$kx^2 + 2(k + r)\ x + k + 2r = 0. \tag{4}$$

Concluzie. Dacă coeficienții esențiali a, b, c ai ecuației (1) sînt în progresie aritmetică atunci:

1. rădăcinile ecuației (1) sînt ambele raționale căci discriminantul ecuației (1) este patratul rației progresiei aritmetice;

2. rădăcinile ecuației sînt efectiv $x_1 = -1$; $x_2 = -1 - 2\frac{r}{k}$.

Dacă coeficienții a, b, c au același semn și rădăcinile ecuației (4) sînt de același semn (fiind de semn contrar semnului coeficienților), iar $E = 2\ \frac{r}{k}$.

II. Fie coeficienții esențiali a, b, c în progresie geometrică.

În acest caz ecuația (1) ia forma:

$$ax^2 + 2aqx + aq^2 = 0,$$

iar prin împărțire cu a ($a \neq 0$) ecuația devine:

$$x^2 + 2qx + q^2 = 0 \tag{5}$$

Ecuația (5) are discriminantul nul căci partea stîngă a ecuației este un patrat perfect:

$$(x + q)^2 = 0,$$

iar ecuația admite rădăcina dublă $x_1 = x_2 = -q$.

Mureșan Traian Augustin, student Cluj

Asupra volumului tetraedrului

Formula volumului tetraedrului în funcție de muchiile concurente în unul din vîrfuri și de unghiurile făcute între ele este cunoscută.

Fie a_1, a_2, a_3 muchiile concurente în A și unghiurile

$$\alpha_1\ (a_2, a_3);\ \alpha_2\ (a_3, a_1);\ \alpha_3 = (a_1, a_2).$$

$$V = \frac{1}{3}\,\text{Aria}\ ABC.\ DH,$$

în care

$$\text{Aria}\ ABC = \frac{1}{2}\,a_2 \cdot a_3\ \sin\alpha_1 \text{ și } DH = a_1\ \sin\ (DAH)$$

Însemnînd $\sphericalangle CAH = x$ și $\sphericalangle BAH = y$, avem:

$x + y = \alpha_1$ și relațiile

$\cos \alpha_2 = \cos (DAH) \cdot \cos x$ și

$\cos \alpha_3 = \cos (DAH) \cdot \cos y$.

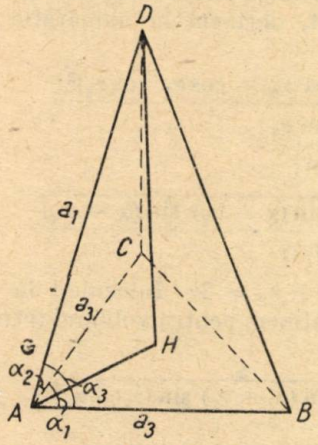


Fig. D

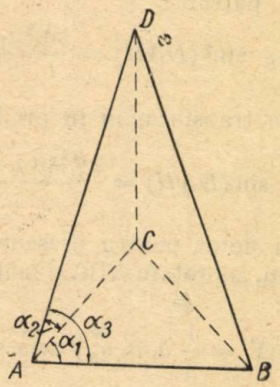


Fig. E

Adunînd și scăzînd aceste două relații, transformînd sumele și diferențele în produse, obținem respectiv:

$$\cos (DAH) = \frac{\cos \alpha_2 + \cos \alpha_3}{2 \cos \frac{\alpha_1}{2} \cdot \cos \frac{x - y}{2}}$$

și

$$\cos (DAH) = \frac{\cos \alpha_3 - \cos \alpha_2}{2 \sin \frac{\alpha_1}{2} \sin \frac{x - y}{2}}$$

Din aceste relații deducem:

$$\cos \frac{x - y}{2} = \frac{\cos \alpha_3 + \cos \alpha_2}{2 \cos \frac{\alpha_1}{2} \cos (DAH)}$$

$$\sin \frac{x - y}{2} = \frac{\cos \alpha_3 - \cos \alpha_2}{2 \sin \frac{\alpha_1}{2} \cos (DAH)}$$

Ridicînd la patrat și adunînd avem:

$$\cos^3 (DAH) = \frac{(\cos \alpha_3 + \cos \alpha_2)^2}{4 \cos^2 \frac{\alpha_1}{2}} + \frac{(\cos \alpha_3 - \cos \alpha_2)^2}{4 \sin^2 \frac{\alpha_1}{2}}$$

Efectuînd calculele obținem:

$$\cos^2 (DAH) = \frac{\cos^3 \alpha_2 + \cos^2 \alpha_3 - 2 \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 \cos \alpha_3}{\sin^2 \alpha_1}$$

Folosind formula fundamentală ($\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$) obţinem:

$$\sin^2(DAH) = \frac{1 - \cos^2\alpha_1 - \cos^2\alpha_3 - \cos^2\alpha_3 + 2\cos\alpha, \cos\alpha_2 \cos\alpha_3}{\sin^2\alpha_1}$$

Făcînd calculabilă expresia de la numărător, adăugînd şi scăzînd $\cos^2\alpha_1 \cos^2\alpha_2$ şi completînd patratul perfect, obţinem la numărător o diferenţă de patrate:

$$\sin^2(DAH) = \frac{\sin^2\alpha_1 \sin^2\alpha_2 - (\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1 \cos\alpha_2)^2}{\sin^3\alpha_1},$$

pe care o transformăm în produs şi obţinem:

$$\sin(DAH) = \frac{2\sqrt{\sin\alpha \cdot \sin(\alpha - \alpha_1) \cdot \sin(\alpha - \alpha_2) \sin(\alpha - \alpha_3)}}{\sin\alpha_1},$$

unde am notat pentru prescurtare: $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 2\alpha$. Înlocuind în formula volumului, suprafaţa ABC şi înălţimea DH, obţinem pentru volumul tetraedrului expresia:

$$V = \frac{1}{3} a_1 a_2 a_3 \sqrt{\sin\alpha \sin(\alpha - \alpha_1) \sin(\alpha - \alpha_2) \sin(\alpha - \alpha_3)} \cdot$$

În cazul particular al tetraedrului regulat avem:

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 60^\circ \text{ şi } a_1 = a_2 = a_3 = a.$$

Înlocuind în formula aflată rezultă:

$$V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}, \text{ cunoscută.}$$

Leontina Pop
(absolventă şcoala medie de fete P. Neamţ)

REZULTATUL ÎNTRECERII PE ŢARĂ ÎNTRE CERCURILE DE MATEMATICĂ ŞI FIZICĂ ALE ŞCOLILOR MEDII PE ANUL 1957

Regulamentul întrecerilor între cercurile de elevi, de matematică şi de fizică din şcolile medii pe toată ţara în anul 1957, a fost publicat în «*Gazeta matematică şi fizică*» *seria B*, nr. 11, din anul 1956.

— Ca şi în anii trecuţi, entuziasmul cu care au răspuns unităţile şcolilor medii din ţară nu a fost cel cuvenit.

Astfel, din cele 400 unităţi şcolare de învăţămînt mediu care au funcţionat în anul şcolar precedent, nu au participat la întrecere decît 7 şcoli, cu toate că şi alte şcoli care nu au participat au avut totuşi mulţi şi activi elevi rezolvitori de probleme din G.M.F.-B.

Şcolile fruntaşe care au participat la întrecere se clasifică astfel:

1. *Primul loc* îl ocupă ca şi în anii precedenţi tot şcoala medie «*I.L.Caragiale*» *din Ploieşti*, formată din 13 clase de învăţămînt mediu. Elevii care s-au remarcat

au fost: *Baltag Vasile, Nicolescu A. Basarab, Delibaș Constantin* și *Căsăndroiu Tudor.*

2. *Al doilea loc* în clasificare îl ocupă de data aceasta, *școala medie nr 2 «Tudor Vladimirescu» din Tg. Jiu*, având 7 clase de învățământ mediu. La această școală s-au remarcat elevii: *Aniței Nicolae, Velicescu Mircea* și *Șerbănescu Vasile.*

3. *Al treilea loc* a revenit *școlii medii nr. 1 din Giurgiu*, cu 8 clase de învățământ mediu, unde s-au remarcat elevii: *Panaitopol Laurențiu* și *Vișinescu Mihai.*

4. *Al patrulea loc* a fost ocupat de *școala medie nr. 1 «Nicolae Bălcescu» din București*, care a avut și un număr de 14 clase de învățământ mediu. Elevii remarcați au fost: *Răscanu Radu, Kleckner Adrian, Isbășescu Mihai, Lupaș Laurențiu* și *Schein Teodor.*

5. *Al cincilea loc* l-a avut *școala medie nr. 2* din *Bîrlad*, care a fost formată numai din 4 clase de învățământ mediu.

A mai participat la această întrecere și școala medie nr. 2. din Alba Iulia și școala medie din Hunedoara, care au întrunit punctaje toatale reduse și nu au putut fi menționate.

— O activitate însemnată a rezolvitorilor de probleme pe anul 1957 au mai avut și alte școli care însă nu au participat la întrecere, ca de exemplu: școala medie nr. 4 București, cu elevul *Rădulescu C.* și *Nicolae Const.*; școala medie din R. Vîlcea, cu elevii *Ancuțoiu Gh., Bulucea C.* și *Pițigoi Gh.*; școala medie din Buzău, cu elevii *Gheorghe Cezar* și *Bălireanu Gh.*; școala medie din Constanța, cu elevii *Ianuș Stere* și *Stepan Ionel*; școala medie nr. 20 București, cu elevii *Iordănescu Sorin* și *Zorapapel Tiberiu* școala medie din Caracal, cu elevii *Mihăilescu Viorel, Niculescu Viorel* și *Niculescu Stelian*; școala medie din Rădăuți, cu elevul *Iftimie Viorel*; școala medie nr. 3 din Iași, cu eleva *Costinescu Anca*; școala medie din Tîrgoviște, cu elevul *Cîrnu Mircea*; școala medie din Bacău, cu elevul *Chiriac Dumitru*; școala medie din Focșani, cu elevul *Rădescu Eugen*; școala medie din Călărași, cu elevul *Strătescu Ion* precum și alte școli medii din Slatina, Breaza, Trușești (Suceava) sau nr. 1 și nr 2 din Iași, s. m. 2 Brăila, s. m. 1 din Timișoara, s.m. 1 Botoșani, s. m 2 din Dej, s. m. 11 și 13 București etc.

★

Invităm pe această cale toate școlile medii cu activitate la G.M.F—B să participe în anul 1958 la *întrecerea între cercurile de matematică și fizică 1958* pe țară.

Dăm mai jos, punctajul la întrecerea pe anul 1958:

a) cîte un punct de fiecare problemă rezolvată în anul 1958, în cele 12 numere ce vor apare anunțate în G.M.F.-B la rubrica rezolvitorilor;

b) cîte 10 puncte de fiecare evidențiere a elevilor școlii în anul 1958;

c) cîte un punct de fiecare elev participant la etapa II locală a olimpiadei de matematică sau fizică 1958;

d) cîte 5 puncte de fiecare elev participant la etapa III a olimpiadei 1958;

e) cîte 15 puncte de fiecare elev participant la etapa finală pe țară;

f) cîte 25 de puncte de fiecare elev reușit la etapa finală a olimpiadei de matematică sau de fizică;

g) cîte 30 de puncte de fiecare elev care obține premiu sau mențiune pentru activitatea sa la «G.M.F.» seria B pe anul 1958;

h) cîte 3 puncte pentru fiecare şedinţă a unui cerc de matematică sau de fizică din şcoală, ţinută între 1 decembrie 1957 şi 1 iulie 1958;

i) cîte un punct de fiecare elev abonat la G.M.F.-B, pe anul 1958.

Participă la această întrecere şcolile care îşi trimit adeziunea prin direcţia şcolii pînă la data de 15 mai 1958, indicînd şi numărul de clase de învăţămînt mediu care funcţionează în şcoală în acest an şcolar.

Fişa cu punctajul obţinut de fiecare şcoală purtînd viza direcţiei şi stampila şcolii, va fi semnată de profesorii care conduc aceste cercuri ale elevilor şi înaintată redacţiei G.M.F.-B după apariţia nr. 10 din 1958. Ea va cuprinde totalizarea punctelor obţinute de elevii rezolvitori de probleme publicate la Rubrica rezolvitorilor din cele 10 numere ale G.M.F.-B 1958.

Completarea punctajului se va face de redacţia G.M.F.-B care ţine seamă de toate soluţiile bune ce vor fi anunţate la Rubrica rezolvitorilor nr. 11 şi 12 din 1958.

Punctajul final al întrecerii va fi obţinut prin împărţirea totalului punctelor obţinute conform aliniatelor de mai sus, la numărul de clase VIII, XI, X ale şcolii.

Şcolile care vor fi distinse în această întrecere vor primi *premii* în cărţi de matematică şi de fizică pentru biblioteca respectivă, iar rezultatele se vor publica în G.M.F.-B.

Redacţia G.M.F.—B solicită profesorii de matematică şi fizică din învăţămîntul mediu şi pe responsabilii de cercuri, să popularizeze această acţiune în şcolile lor şi să determine participarea activă a cercurilor respective la această acţiune.

PREMIILE «GAZETEI MATEMATICE ŞI FIZICE» SERIA B PE ANUL 1957

Pentru activitatea deosebită desfăşurată de unii corespondenţi *evidenţiaţi* pe anul 1957 în cuprinsul volumului VIII din Gazeta matematică şi fizică seria B, se acordă *premii* şi *menţiuni*.

Premii

1. *Iftimie Viorel* (cl. 10 Rădăuţi)
2. *Baltag Vasile* (cl. 10 Ploieşti)
3. *Popescu R. Paul* (Fac. electr. Bucureşti)
4. *Strătescu Ion* (cl. 10 Călăraşi)
5. *Bulucea D. Const.* (cl. 10. R. Vîlcea)
6. *Gheorghe Cezar* (cl. 8 Buzău)
7. *Răşcanu Radu* (cl. 8 s. m. 1 Bucureşti)
8. *Aniţescu Nicolae* (cl. 9 Tg. Jiu)
9. *Vişinescu Mihai* (cl. 9 Giurgiu)
10. *Pupăzan Nicolae* (şc. art. Sibiu)
11. *Bătireanu Gheorghe* (absolvent Buzău)
12. *Chiriac Dumitru* (cl. 8 Bacău)
13. *Dorobanţu Valeriu* (absolvent Slatina)
14. *Panaitopol Laurenţiu* (clasa X Giurgiu)

15 *Cîrnu Mircea* (cl. 9 Tîrgoviște)
16. *Stan N. Dumitru* (absolvent Pucioasa)
17. *Ianuș Stere* (cl. 10 Constanța)
18. *Delibaș Constantin* (cl. 10 Ploiești)
19. *Costinescu Anca* (cl. 10 Iași)
20. *Rădescu Eugen* (cl. 9 Focșani)

Menționi

1. *Rădulescu D. Const.* (cl. 10 s. m. 4 București)
2. *Stepan Ionel* (absolvent Constanța)
3. *Bergthaler Cristian* (cl. 9 Petroșani)
4. *Nicolescu A. Basarab* (cl. 8 Ploiești)
5. *Grecu Anton* (cl. 9 Roșiorii de Vede)
6. *Glasberg Vladimir* (cl. 9 București)
7. *Niculescu Stelian* (cl. 10 Caracal))
8. *Dinuț Theodor* (absolvent Craiova)
9. *Teodorescu Nicolae* (cl. 10 s.m. 2 București)
10. *Florea Dorel* (cl. 10 Slatina)
11. *Pițigoi I. Gheorghe* (cl. 10 R. Vîlcea)
12. *Klecner V. Adrian* (cl. 10 s.m. 1 București)
13. *Jilăveanu Gheorghe* (absolvent Mediaș)
14. *Isbășescu Mihai* (cl. 9 s. m. 1 București)
15. *Tudor Traian* (cl. 10 Tecuci)
16. *Ancuțoiu Gheorghe* (cl. 10 R. Vîlcea)
17. *Lăscuțoiu Virgil* (absolvent Ghelar Hunedoara)
18. *Bănică Radu* (absolvent Ianca-Galați)
19. *Lupaș Laurențiu* (cl. 8 s.m. 1 București)
20. *Matei V. Aurel* (absolvent Tg. Mureș)

Premianții și menționații sînt rugați să ne trimită printr-o *carte poștală*, adresa unde urmează să li se expedieze cărțile acordate, iar după primirea lor să ne confirme tot printr-o *carte poștală* pe adresa Societății de științe matematice și fizice, str. Academiei 14 București 1.

PROBLEME REZOLVATE

Problema 2336

Într-un triunghi oarecare ABC trei ceviene AA_1, BB_1, CC_1 concură în M. Dreapta B_1C_1 taie pe AA_1 în A_2. Să se arate că:

(1) $$\frac{AA_1}{AA_2} = \frac{MA_1}{MA_2}\,; \qquad 2)\ \frac{A_2B_1}{A_2C_1} = \frac{c}{b} \cdot \frac{B_1C}{C_1B}\,.$$

Gh. I. Bercea, student

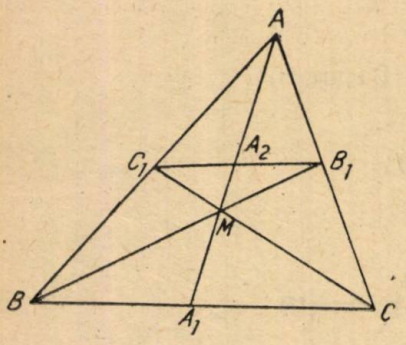
Soluție dată de *Bușilă A. Ioana* (s. m. 7 București). 1) În patrulaterul complet $AB_1\,MC_1$ diagonala AM este împărțită armonic de diagonalele B_1C_1 și BC prin punctele A_2 și A_1. Avem deci:

$$\frac{MA_2}{AA_2} = \frac{MA_1}{AA_1}$$

sau schimbînd extremii:

$$\frac{AA_1}{AA_2} = \frac{MA_1}{MA_2}.$$

2) Teorema lui Menelaus în triunghiurile AC_1C şi CB_1C_1 tăiate respectiv de transversalele BMB_1 şi AA_2M ne dă:



$$(1) \qquad \frac{AB}{C_1B} \cdot \frac{C_1M}{CM} \cdot \frac{CB_1}{AB_1} = 1,$$

$$(2) \qquad \frac{CA}{B_1A} \cdot \frac{B_1A_2}{C_1A_2} \cdot \frac{C_1M}{CM} = 1.$$

Împărţind (2) prin (1) obţinem:

$$\frac{CA}{AB} \cdot \frac{A_2B_1}{A_2C_1} \cdot \frac{C_1B}{B_1C} = 1$$

sau

$$\frac{A_2B_1}{A_2C_1} \cdot \frac{c}{b} \cdot \frac{B_1C}{C_1B}.$$

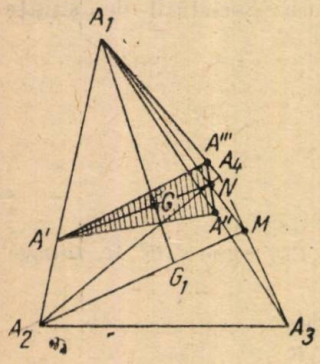
Problema 2341

Prin G, centrul de greutate al unui tetraedru $A_1A_2A_3A_4$, se duce un plan oarecare, care taie muchiile A_1A_2, A_1A_3, A_1A_4 respectiv în A', A'', A'''. Să se arate că

$$\frac{A_1A_2}{A_1A'} + \frac{A_1A_3}{A_1A''} + \frac{A_1A_4}{A_1A'''} = 4.$$

Tr. I. Voicu, Slatina

Soluţie. — Se ştie că dacă D este un punct pe latura BC a unui triunghi ABC, iar M, O, N sînt intersecţiile unei drepte oarecare cu AB, AD, AC, are loc relaţia



$$BD \cdot \frac{CA}{NA} + DC \cdot \frac{BA}{NA} = BC \cdot \frac{DA}{OA}.$$

(Nota 1, G.M.F. — B nr. 1/1956, p. 19).

Aplicînd această proprietate în triunghiurile $A_1A_3A_4$ şi A_1A_2M respectiv, ţinînd seamă că M este mijlocul lui A_3A_4 şi G_1 este centrul de greutate al feţei $A_2A_3A_4$, avem:

$$(1) \qquad \frac{A_1A_3}{A_1A_4} + \frac{A_1A_4}{A_1A'''} = 2 \cdot \frac{A_1M}{A_1N}$$

şi

$$(2) \qquad \frac{A_1A_2}{A_1A'} + 2 \cdot \frac{A_1M}{A_1N} = 3 \cdot \frac{A_1G_1}{A_1G}.$$

Ţinînd seama de (1) şi că $\frac{A_1G_1}{A_1G} = \frac{4}{3}$, relaţia (2) devine:

$$\frac{A_1A_2}{A_1A'} + \frac{A_1A_3}{A_1A''} + \frac{A_1A_4}{A_1A'''} = 4.$$

Soluţie bună a mai dat: **Paul R. Popescu** (Bucureşti).

Problema 2344

Să se determine minimul expresiei $\frac{a^2+b^2+c^2}{S}$, *unde* a, b, c *sînt laturile, iar* S *este aria triunghiului.*

M. Cerepnin

Soluție. — Se știe că avem:

$$4(\operatorname{cotg} A + \operatorname{cotg} B + \operatorname{cotg} C) = \frac{a^2+b^2+c^2}{S} \geqslant 4\sqrt{3}.$$

În Culegerea de probleme de trigonometrie a lui V. Cristescu, revăzută de Gh. Th. Gheorghiu în 1938, la cap. XX, problema 14, se arată că:

$$4\sqrt{3} \leqslant \frac{a^2+b^2+c^2}{S}$$

din relația $(a^2+b^2+c^2)^2 - 48\,S^2 \geqslant 0$.

Demonstrația dată acolo este următoarea:

$$(a^2+b^2+c^2)^2 - 48\,S^2 = \Sigma a^4 + 2\Sigma a^2 b^2 - 3(2\Sigma a^2 - \Sigma a^4) =$$
$$= 4(\Sigma a^4 - \Sigma a^2 b^2) = 2\,\Sigma (a^2 - b^2)^2 \geqslant 0.$$

Au dat soluții bune: **Paul R. Popescu** (București) și **Margareta Berdan** (Bacău).

Problema 2346

Se dă un triunghi oarecare ABC. *Se duce cercul circumscris acestui triunghi. Tangentele la acest cerc, paralele cu laturile triunghiului* ABC, *determină un triunghi* $A'B'C'$.

Să se arate că dreptele AA', BB', CC' *sînt concurente. Să se arate că raza cercului circumscris triunghiului* ABC *este medie proporțională între raza cercului înscris triunghiului* ABC *și raza cercului circumscris triunghiului* $A'B'C'$.

Simon Șt. Petre

Soluție. — Cele două triunghiuri avînd laturile paralele, sînt asemenea; fiind asemenea și avînd laturile paralele, triunghiurile ABC și $A'B'C'$ sînt omotetice. Dreptele care unesc două puncte omotetice concură în centrul de omotetie, deci dreptele AA', BB', CC' sînt concurente.

Fie R' raza cercului circumscris triunghiului $A'B'C'$, R raza cercului circumscris triunghiului ABC sau raza cercului înscris triunghiului $A'B'C'$ și r raza cercului înscris triunghiului ABC.

Se știe că raportul a două elemente omoloage din două triunghiuri asemenea este egal cu raportul de asemănare (k). Prin urmare avem:

$\frac{R'}{R} = k$ (raportul razelor cercurilor circumscrise triunghiurilor);

$\frac{R}{r} = k$ (raportul razelor cercurilor înscrise celor două triunghiuri).

Deci, $\frac{R'}{R} = \frac{R}{r}$, de unde $R^2 = R'r$.

Problema 2347

Să se determine numerele de trei cifre pătrate perfecte cărora scăzîndu-le cîte o unitate din primele două cifre și adunînd două unități ultimei cifre să ne dea tot pătrate perfecte.

Istodor Valentin, student București

Soluție. — Fie $\overline{abc}$ patratul perfect de trei cifre. Avem numerele $N_1^2 = \overline{abc}$; $N_2^2 = \overline{(a-1)(b-1)(c+a)}$ unde prin paranteze înțelegem cifrele numărului N_2^2, pătrat perfect obținut din N_1^2 conform enunțului problemei.

Deoarece N_1^2 și N_2^2 sînt patrate perfecte, înseamnă că $c + 2 = 4,5,6,9$, de unde $c=2,3,4,7$ și unde singura soluție bună este $c=4$. Și atunci avem: $N_1^2 = \overline{ab4}$ și $N_1^2 = \overline{(a-1)(b-1)6}$ sau $N_2^2 = 100(a-1)+10(b-1)+6 = (100a+10b+4)-108 = \overline{ab4}-4.27$ sau $N_2^2 = N_1^2 - 4.27$; $N_1^2 - N_2^2 = 4 . 27$. De aici rezultă că trebuie ca $N_1 = 2p$, $N_2 = 2q$. Înlocuind, avem $p^2 - q^2 = 27$ sau $(p - q)(p + q) = 3.9$. De unde rezultă că

$$p - q = 3 \text{ și } p + q = 9 \tag{1}$$

sau

$$p - q = 1 \text{ și } p + q = 27. \tag{2}$$

Din rezolvarea sistemelor (1) și (2) găsim $p = 6$, $q = 3$ și $p = 14$ și $q = 13$. Deci numerele căutate sînt $N = 4. p^2 = 4.6^2 = 144$ și $N_1^2 = 4.14^2 = 784$.

Problema 2350

O rază de lumină monocromatică aflată în secțiunea dreaptă a unei prisme cu unghiul de refringență de 26° cade pe o față și iese normal din prismă pe fața cealaltă, unghiul de deviație al razei fiind de 16° 32′. Să se determine materialul din care este confecționată prisma.

M. Stănciulescu, elev Tîrgoviște

Soluție. — Unghiul de incidență este $i = 16° 32' + 20° = 36° 32'$, indicele de refracție al prismei $n = \dfrac{\sin i}{\sin r}$. Raza refractată fiind perpendiculară pe fața a doua, unghiul de refrigență va fi egal cu cel de refracție. Deci,

$$n = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\sin 36° 32'}{\sin 20°} = \frac{0,5956}{0,342} = 1,8.$$

Rezultă că prisma este făcută din sticlă (flint greu).

Problema 2406

Prețul de cost inițial al unei piese este 60 lei. După două reduceri consecutive cu același procent prețul a scăzut la 48,60 lei. Cu cît la sută s-a făcut reducerea.

(Inst. Politehnic, Orașul Stalin)

Soluție. Notăm cu x procentul căutat.

$60 - \dfrac{6x}{10} = \dfrac{600 - 6x}{10}$ este prețul după prima reducere. La cea de-a doua reducere s-a mai scăzut din el $\dfrac{600x - 6x^2}{1000}$, adică

$$\frac{600 - 6x}{10} - \frac{600x - 6x^2}{1000} = 48,60 = \frac{486}{10};$$

$$100(600 - 6x) - (600x - 6x^2) = 48.600$$

$$60.000 - 600x - 600x + 6x^2 = 48.600$$

$$x^2 - 200x + 1900 = 0$$

$$x = 100 \pm \sqrt{100^2 - 1\,900} = 100 \pm \sqrt{8\,100} = 100 \pm 90.$$

Soluția acceptabilă este $x_1 = 100 - 90 = 10\,\%$.

Problema 2410

Suma a trei numere în progresie aritmetică este 12. Dacă se adaugă fiecăruia respectiv: 1, 2, 11 se obţin 3 numere în progresie geometrică. Să se afle aceste numere.

(Inst. Politehnic, Oraşul Stalin)

Soluţie. Fie cele trei numere în progresie aritmetică: $\alpha - r$, α, $\alpha + r$ despre care putem scrie că:

$$(\alpha - r) + \alpha + (\alpha + r) = 12$$
$$\alpha - r + \alpha + \alpha + r = 12$$
$$3\alpha = 12;$$
$$\alpha = \frac{12}{3} = 4; \quad \alpha = 4.$$

Dacă adăugăm respectiv 1, 2 şi 11 celor 3 numere în progresie aritmetică obţinem trei numere în progresie geometrică, adică: β, βq, βq^2 în care

$$\beta = (\alpha - r + 1)$$
$$\beta q = \alpha + 2$$
$$\alpha q^2 = \alpha + r + 11$$

şi despre care putem scrie că: $\frac{\beta q}{\beta} = \frac{\beta q}{\beta q}$; în cazul nostru:

$$\frac{\alpha + 2}{\alpha + 1 - r} = \frac{\alpha + 11 + r}{\alpha + 2}. \qquad (1)$$

Înlocuind în (1) valoarea $\alpha =$ avem:

$$\frac{4 + 2}{4 + 1 - r} = \frac{4 + 11 + r}{4 + 2}; \quad (4 + 2)^2 = (5 - r)(15 + r);$$
$$36 = (5 - r)(15 + r)$$
$$36 = 75 + 5r - 15\ r - r^2$$
$$r^2 + 10\ r - 39 = 0$$
$$r = -5 \pm \sqrt{25 + 39} = -5 \pm \sqrt{64} = -5 \pm 8$$
$$r_1 = -5 - 8 = -3$$
$$r_2 = -5 + 8 = 3$$

Dacă luăm $r = 3$ progresia aritmetică este $\div$ 1, 4, 7.

Dacă luăm $r = -13$ atunci progresia aritmetică este 17, 4, —9.

Problema 2429

Să se arate că:

$$n(n + 1)(n + 2) \ldots (2n - 2) = 1.3.5.7 \ldots (2n - 3) \cdot 2^{n-1}.$$

* * *

Soluţie. Avem:

(1)
$$E_1 = n(n + 1)(n + 2) \ldots (2n - 2) = \frac{(2n - 2)!}{(n - 1)!} =$$
$$= \frac{(2n - 3)!\ 2(n - 1)}{(n - 2)!\ (n - 1)} = 2\frac{(2n - 3)!}{(n - 2)!}$$

(2)
$$E_2 = 1.3.5.7 \ldots (2n - 3) \cdot 2^{n-1} = \frac{(2n - 3)!\ 2^{n-1}}{2.4.6.8 \ldots (2n - 4)} =$$
$$= \frac{(2n - 3)!\ 2^{n-1}}{(n - 2)!\ 2^{n-1}} = 2\frac{(2n - 3)!}{(n - 2)!}.$$

Din (1) şi (2) rezultă $E_1 = E_2$ adică, $n(n+1)(n+2)\ldots(2n-2) = 1.3.5.7\ldots(2n-3)\cdot 2^{n-1}$.

Am primit soluţii bune de la *C. N. Tudor*, student Bucureşti.

Problema 2480

Să se arate că dacă

$$x + y + z = t + u + v \text{ şi } x^2 + y^2 + z^2 = t^2 + u^2 + v^2$$

atunci avem:

$$(t - z)\ (t - x) = (y - u)\ (y - v).$$

S. W. Podal (Matematika, Warszawa)

Soluţie. Din prima relaţie avem $x + z - t = u + v - y$. Ridicăm la patrat:

$$x^2 + z^2 + t^2 + 2xz - 2\ xt - 2\ tz = u^2 + x^2 + y^2 + 2\ uv - 2\ vy - 2\ uy$$

Scăzînd membru cu membru relaţia a doua din aceasta, obţinem:

$$t^2 + xz - xt - tz = y^2 + uv - vy - uy$$

de unde

$$(t - z)\ (t - x) = (y - u)\ (y - v)$$

tocmai ccea ce trebuia arătat.

Problema 2482

Dacă $\frac{x}{m} = \frac{y}{n} = \frac{z}{p}$ şi $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ *să se arate că avem:*

$$\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} + \frac{p^2}{c^2} = \frac{m^2 + n^2 + p^2}{x^2 + y^2 + z^2}$$

* * *

Soluţie. Notăm: $x = m\lambda$; $y = n\lambda$ şi $z = p\lambda$, şi avem

$$\left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} + \frac{n^2}{c^2}\right) = \frac{1}{\lambda^2} = \frac{m^2 + n^2 + p^2}{(m^2 + n^2 + p^2)\,\lambda^2} = \frac{m^2 + n^2 + p^2}{x^2 + y^2 + z^2}$$

Problema 2483

Să se transforme într-o sumă calculabilă prin locaritmi expresia:

$E = \sin x \cos 2x + \cos 3x \sin 4x + \sin 5x \cos 6x + \cos 7x \sin 8x + \sin 9x \cdot \cos 10x.$

Kiss Elemer

Soluţie dată de *Dan Paulescu*, Bucureşti. Transformăm produsele în sume după formula

$\sin\alpha \cos\beta = \frac{1}{2}[\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)]$ şi expresia devine:

$$E = \frac{1}{2}(\sin 3x - \sin x + \sin 7x + \sin x + \sin 11x - \sin x + \sin 15\,x + \\ + \sin x + \sin 19\,x - \sin x)$$

$$E = \frac{1}{2}[(\sin 3x + \sin 15\,x) + (\sin 7x + \sin 11\,x) + (\sin 19x - \sin x]$$

Acum transformăm sumele în produse şi avem:

$$E = \frac{1}{2}(2 \sin 9x \cos 6x + 2 \sin 9x \cos 2x + 2 \cos 10\,x \sin 9x)$$

$$E = \sin 9x\ [\cos 6x + (\cos 2x + \cos 10\ x)];$$
$$E = \sin 9x\ (\cos 6x + 2\ \cos 4x\ \cos 6x);$$
$$E = \cos 6x\ \sin 9x\ (1 + 2\ \cos 4x);$$
$$E = \cos 6x\ \sin 9x\ [1 + 2\ (\cos^2 2x - \sin^2 2x)] =$$
$$= \cos 6x\ \sin 9x\ [1 + 2\ (1 - \sin^2 2x - \sin^2 2x)] =$$

$$= \cos 6x \sin 9x\,(3 - 4 \sin^2 2x) = \frac{\cos 6x \sin 9x}{\sin 2x}(3 \sin 2x - 4 \sin^3 2x) =$$

$$= \frac{\cos 6x \sin 9x}{\sin 2x} \sin 3\,(2x) = \frac{\sin 6x \cos 6x \sin 9x}{\sin 2x}$$

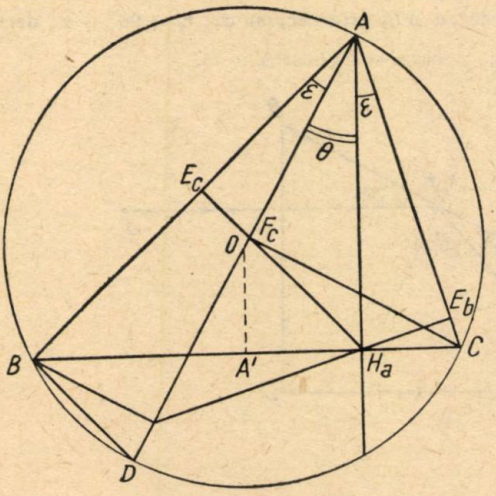
sau

$$E = \frac{\sin 9x \sin 12x}{2 \sin 2x}.$$

Problema 2484

Fie H_a piciorul înălțimii AH_a a triunghiului ABC înscris în cercul de centru O. Să se demonstreze că perpendiculara din H_a pe AB și perpendiculara din C pe AO se întîlnesc într-un punct F de pe AO.

Gh. Buicliu



Soluție. Observînd că în triunghiurile dreptunghice $AH_a\,C$, ABD unghiurile ACB și ADB sînt egale, rezultă că

$$(1)\quad \varepsilon = \sphericalangle CAH_a = \sphericalangle E_c AF = \frac{\pi}{2} - C,$$

F_c fiind intersecția lui AO cu perpendiculara $H_a E_c$ pe AB. Din (1) rezultă

$$(2)\quad \sphericalangle ACB = \sphericalangle AF_cE_c = C,$$

ca suplimente ale unghiului ε. Egalitatea (2) arată că patrulaterul ACH_aF_c este inscriptibil și deci

$$\sphericalangle AH_aC = \sphericalangle AF_cC = \frac{\pi}{2},$$

ceea ce trebuia demonstrat.

La fel se demonstrează că perpendiculara H_aE_b pe AC se întîlnește pe AO cu perpendiculara BF_a pe AO.

Observații. Figura corespunzătoare acestei demonstrații pune în evidență și alte proprietăți elementare. Astfel:

1° Unghiul $\theta = \sphericalangle OAH_a = A - 2\varepsilon = A - \pi + 2\varepsilon = C - B$, relație cunoscută și dată în mai toate culegerile de probleme. Cînd $e < b$, unghiul θ este egal cu $B - C$

2° Din 1° și triunghiul dreptunghic ACF_c rezultă că

$$\sphericalangle ACF_c \sphericalangle AH_aF_c = \frac{\pi}{2} - \theta - \varepsilon = B.$$

La fel se arată că $\sphericalangle ABF_a = C$.

3° Din 2° și triunghiurile $AF_a\,C$, $AF_c\,B$ se obțin relațiile

$$AF_c = b \sin B \text{ și } AF_a = c \sin C.$$

Problema 2486

Se dă o prismă optică al cărui indice de refracție este n avînd drept secțiune dreaptă un triunghi dreptunghic. Din mediul înconjurător, cade, perpendiculară pe planul corespunzător unei catete, o rază de lumină. Să se determine mărimea unghiului diedru opus acestui plan, cunoscînd că raza emergentă care iese prin planul celeilalte catete este paralelă cu planul ipotenuzei. (Caz particular $n = 1, 8$).

Al. I. Voinea, elev Craiovu

Soluție. Fie α mărimea unghiului diedru opus planului BC. Este ușor de observat că $i = 90° - \alpha$ și că $x = 2\alpha$, deci:

$$i_1 = 90° - x; \qquad i_1 = 90° - 2\alpha.$$

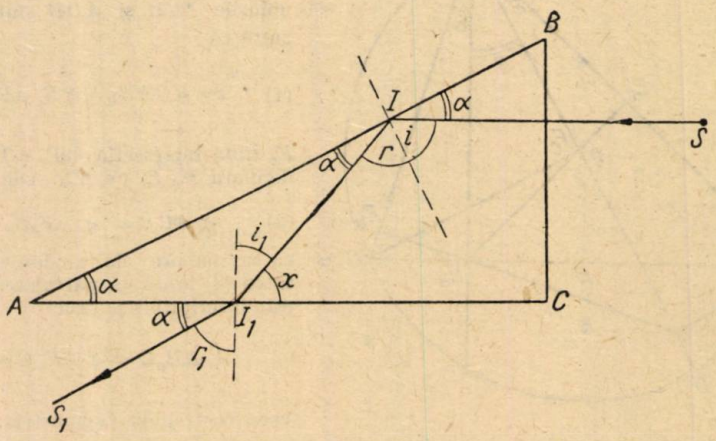
Scriind legea refracției pentru raza II_1 obținem:

$$\frac{\sin i_1}{\sin r_1} = \frac{1}{n}\ ;\quad \frac{\sin (90° - 2\alpha)}{\sin r_1} = \frac{1}{n}\ ;\quad \frac{\cos 2\alpha}{\sin r_1} = \frac{1}{n}\ ;$$

$$\sin r_1 = n \cos 2\alpha.$$

Pentru ca raza emergentă I_1S_1 să fie paralelă cu AB, este necesar ca: $r_1 = 90° - \alpha$; deci:

$$\sin (90° - \alpha) = n \cos 2\alpha\ ; \qquad \cos \alpha = n\,(2 \cos^2 \alpha - 1),$$



de unde ecuația trigonometrică:

$$2n \cos^2 \alpha - \cos \alpha - n = 0,$$

care rezolvată ne dă: $\cos \alpha = \dfrac{1 \pm \sqrt{1 + 8n^2}}{4n}$.

Valoarea lui $\cos \alpha$ pentru care radicalul ar avea semnul minus în față, nu are sens deoarece ar însemna că: $180° < \alpha < 90°$, deci $\cos \alpha = \dfrac{1 + \sqrt{1 + 8n^2}}{4n}$.

care ne dă, numai în funcție de n, mărimea unghiului diedru opus planului ce conține cateta BC.

Pentru cazul că prisma ar fi de sticlă, $n = 1{,}8$; obținem:

$$\cos \alpha = \frac{1 + \sqrt{1 + 8 \cdot 3{,}24}}{4 \cdot 1{,}8} = \frac{1 + \sqrt{26{,}92}}{7{,}2},$$

$$\cos \alpha = \frac{6{,}18}{7{,}20}\ ;\ \cos \alpha = 0{,}85833,$$

de unde

$$\alpha = 30°50'.$$

Problema 2497

Să se arate că expresia:

$$E = \sin (b - a) \sin (d - c) + \sin (d - a) \sin (c - b)$$

se poate scrie ca un produs de două sinusuri.

(La Institutul politehnic Iași)

Soluție. Bazîndu-ne pe relația: $\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \cdot \sin \frac{x-y}{2}$ obținem:

$$E = -\frac{1}{2}[\cos(b-a+d-c) - \cos(b-a+c-d)] -$$

$$-\frac{1}{2}[\cos(a+b-c-d) - \cos(b-a+d-c)] =$$

$$= -\frac{1}{2}[\cos(a+b-c-d) - \cos(b-a+c-d)] =$$

$$= \sin(b-d)\sin(a-c).$$

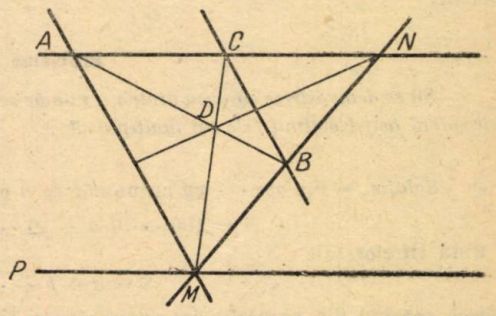
Problema E: 875

Două paralele sînt tăiate de o secantă în M și N. Bisectoarea unui unghi din M taie paralela din N în A, iar o paralelă oarecare la MA taie pe MN în B și pe AN în C. Dreptele AB și MC se taie în D. Să se demonstreze că dreptele DN și AM sînt perpendiculare.

Zamfirescu Tudor, elev București

Soluție. — $\sphericalangle NAM = \sphericalangle AMP = \sphericalangle AMN$. Deci triunghiul AMN este isoscel.

$\sphericalangle NCB = \sphericalangle NAM$; $\sphericalangle CBN = \sphericalangle AMN$. Deci și triunghiul CBN este isoscel.



Tr. ABM = tr. MCA deoarece AM este comună, $\sphericalangle CAM = \sphericalangle AMB$ și $AC = MB$ ca diferențe de segmente egale.

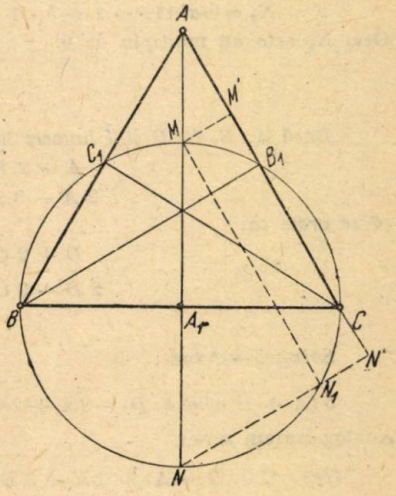
$\sphericalangle ABC = \sphericalangle MCB$ — ca suplimente ale unor sume de unghiuri egale ($\sphericalangle ABM + \sphericalangle CBN = \sphericalangle MCA + \sphericalangle BCN$). Deci triunghiul BCD este isoscel.

Tr. CDN = tr. BDN — avînd toate aturile respectiv egale și deci $\sphericalangle CND = \sphericalangle DNB$, adică ND este bisectoare în triunghiul isoscel ANM, tot ND este înălțimea în triunghiul ANM. Rezultă că ND și AM sînt perpendiculare.

Problema E: 881

Înălțimea AA_1 a unui triunghi echilateral ABC intersectează cercul descris pe BC ca diametru în punctele M și N. Să se arate că proiecția segmentului MN pe una din laturile AB sau AC este egală cu înălțimea AA_1.

Teodor Gh. Cocea



Soluție. — Fie M' și N' proiecțiile punctelor M și N pe AC; N_1 intersecția lui NN' cu cercul descris pe BC ca diametru și în fine B_1 și C_1 intersecțiile lui AC și AB cu același cerc. B_1 și C_1 sînt picioarele înălțimilor vîrfurilor B și C din triunghiul ABC. Triunghiul MN_1N este dreptunghic în N_1 fiind înscris într-un semicerc. Deci, cateta MN_1 este paralelă și egală cu $M'N'$. Arcul MB_1 este egal cu arcul N_1C. Rezultă că arcul N_1C este egal cu arcul MC_1, deoarece C_1 este simetricul lui B_1 față de AA_1 și deci și arcele $MN_1 = C_1C$.

În consecință, $M'N' = MN_1 = AA_1$.

Problema E: 892

La data trecerii fostelor păduri țărănești în administrarea Sfaturilor populare, cele 3 *cătune ale unei comune aveau: primul* 80 ha *de pădure și* 400 ha *de teren arabil, al doilea* 140 ha *de pădure și* 560 ha *de teren arabil, iar al treilea* 250 ha *de pădure și* 450 ha *de teren arabil. Pentru aprovizionarea țăranilor cu lemne, sfatul popular a exploatat* 1538,500 m^3 *lemne. Ce cantitate de lemne vor primi fiecare cătun din aceste lemne dacă ele sînt distribuite direct proporțional cu suprafața de pădure avută și invers proporțional cu suprafața arabilă?*

I. N. Munteanu

Soluție. — Notăm cu x cantitatea de lemne cuvenită primului cătun. Notăm cu y cantitatea de lemne cuvenită celui de-al II-lea cătun și cu z cea cuvenită celui de-al III-lea cătun.

$$\frac{x}{\frac{80}{400}} = \frac{y}{\frac{140}{560}} = \frac{z}{\frac{250}{450}} \quad \text{sau} \quad \frac{x}{\frac{1}{5}} = \frac{y}{\frac{1}{4}} = \frac{z}{\frac{5}{9}} = \frac{x+y+z}{\frac{36}{180}+\frac{45}{180}+\frac{100}{180}} = \frac{1538,5 \times 180}{181}.$$

De unde: $x = \dfrac{36 \times 1538,5}{181} = 306$ m³ lemne, $y = \dfrac{45 \times 1538,5}{181} = 382,5$ m³ și $z = 850$ m³ lemne.

Problema E: 894

Să se demonstreze că dacă dintr-un număr scădem suma cifrelor sale luate ca simple unități, numărul astfel obținut este un multiplu de 9.

I. Marin, elev, Pitești

Soluție. — Fie $abc \cdots xy$ un număr de n cifre.

$$N = 100 \cdots 0\ a + 10 \cdots 0\ b \cdots + 10x + y.$$

S uma cifrelor sale

$$S = a + b + \cdots + x + y.$$

Deci, scăzînd din numărul dat suma cifrelor sale obținem:

$$N_1 = 100 \cdots 0\ a + 10 \cdots 0\ b \cdots + 10x + y - a - b \cdots - x - y,$$
$$N_1 = a(100 \cdots 0 - 1) + b(10 \cdots 0 - 1) \cdots + x(10 - 1),$$
$$N_1 = a \cdot 99 \cdots 9 + b \cdot 9 \cdots 9 \cdots + 9x,$$
$$N_1 = 9(a \cdot 11 \cdots 1 + b \cdot 1 \cdots 1 + x).$$

Deci N_1 este un multiplu de 9.

Problema E: 896

Dacă A, B, C, D sînt numere întregi care satisfac relațiile:

$$A + 2B + 3C + 4D = M \cdot 5 \quad \text{și}$$
$$2A - 3B + 4C - 5D = M \cdot 7,$$

să se arate că:

$$D + 2C + 3B + 4A = M \cdot 5 \quad \text{și}$$
$$2D - 3C + 4B - 5A = M \cdot 7.$$

Ion Mateescu, Giurgiu

Soluție. — Avem:

$$5(A + B + C + D) - (A + 2B + 3C + 4D) = D + 2C + 3B + 4A = M \cdot 5.$$

Analog putem scrie:

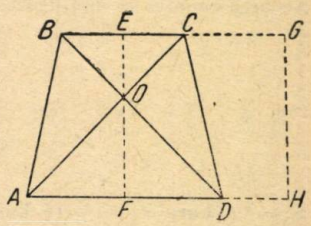
$$7(D - C + B - A) + 2A - 3B + 4C - 5D = 2D - 3C + 4B - 5A = M \cdot 7.$$

Problema E: 908

Să se demonstreze că suprafața unui trapez isoscel care are diagonalele perpendiculare este echivalentă cu aceea a patratului cu latura cît înălțimea trapezului.

* * *

Soluție. — Ducem înălțimea EF a trapezului $ABCD$ prin punctul O de intersecție a diagonalelor. Fiind un trapez isoscel ale cărui diagonale se taie sub un unghi de 90° înseamnă că triunghiurile BOC și AOD sînt dretunghice isoscele. Urmează că E și F sînt mijloacele laturilor BC respectiv AD, deoarece înălțimile corespunzătoare bazelor sînt medianele lor.



Dar $EO = \frac{BC}{2}$, ca mediană dusă din vîrful unghiului drept. În mod analog arătăm că $FO = \frac{AD}{2}$. Deci $EO + OF = \frac{BC}{2} + \frac{AD}{2}$; $EF = \frac{BC + AD}{2}$.

Suprafața trapezului isoscel $ABCD$ este:

$$S = \frac{BC + AD}{2} \cdot EF = \frac{BC + AD}{2} \cdot \frac{BC + AB}{2} = \left(\frac{BC + AD}{2}\right)^2$$

care este suprafața patratului $EFGH$.

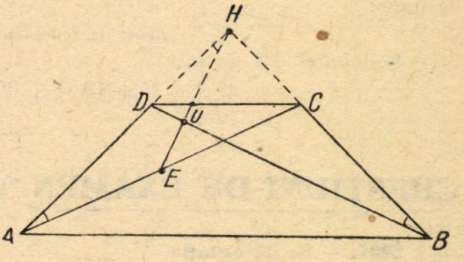
Problema E: 910

In trapezul isoscel $ABCD$ ($A = B = 45^0$) fie E mijlocul diagonalei AC și EM perpendiculara coborîtă din punctul E pe diagonala BD. Se cere locul geometric al punctului M cînd CD se deplasează paralel cu AB.

Gh. Dobrotescu, Predeal

Soluție. — Laturile neparalele AD și BC se taie prin prelungire în punctul H ce rămîne fix în timp ce baza mică CD se deplasează. Unim mijlocul E cu punctul H și urmărind figura avem:

$$\sphericalangle EAH = \sphericalangle EHD = \sphericalangle DBH.$$



Rezultă că EH rămîne perpendicular pe diagonala BD, în punctul M.

Cum punctele B și H sînt fixe, locul geometric al punctului M este cercul de diametru BH.

Observare. — În cazul cînd CD se deplasează dincolo de punctul H, segmentele AH și BH cevin diagonală în trapezul $ABCD$.

— Cînd CD se deplasează dincolo de baza AB, atunci $\sphericalangle A = \sphericalangle B = 135^0$.

Soluție bună am mai primit dele **Alex. Necșoiu,** cl 7. Sm 1. București.

Problema E: 912

Distanța dintre două localități A și B este de 60 km. *Din localitatea A pleacă simultan doi bicicliști. Știind că primul merge cu o viteză medie care întrece viteza celuilalt cu* 3 km *și ajunge în localitatea B cu o oră înainte celui de-al doilea biciclist, se cer vitezele celor doi bicicliști.*

Soluție. — Fie $x + 3$ și 3 vitezele celor doi bicicliști. Conform enunțului avem:

$$\frac{60}{x} - \frac{60}{x+3} = 1$$

sau

$$x^2 + 3x - 180 = 0.$$

Această ecuație se mai poate scrie:

$$\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{729}{4}$$

sau

$$x + \frac{3}{2} = \pm \frac{27}{2},$$

$x_1 = 12$ km; $x_3 = -15$ km.

Soluția — 15 km nu convine. Prin urmare, vitezele celor doi bicicliști sînt respecitv 15 și 12 km.

Problema E: 957

Să se determine p astfel ca polinomul

$$x^4 + 6x^3 + 19x^2 + 30x + p = 0$$

să fie un patrat perfect.

Eugen Iacob

Soluție. Putem scrie:

$$x^4 + 6x^3 + 19x^2 + 30x + p = (x^2 + mx + n)^2.$$

Dezvoltînd partea a doua avem:

$$x^4 + 2mx^3 + (m^2 + 2n)x^2 = 2mn + n^2.$$

Identiticînd coeficienții găsim:

$$2m = 6;\ m^2 + 2n = 19;\ 2m \cdot n = 30;\ n^2 = p,$$

de unde:

$$m = 3;\ n = 5; \quad \text{și deci} \quad p = 25.$$

Polinomul dat devine:

$$x^4 + 6x^3 + 19x^2 + 30x + 25 = (x^2 + 3x + 5)^2$$

CHESTIUNI DE EXAMEN *)

2907. — Se dă ecuația

(1) $$x^2 + px + q = 0,$$

ale cărei rădăcini sînt x' și x''. Se cere

1) să se formeze ecuația

(2) $$y^2 + Py + Q = 0$$

ale cărei rădăcini sînt

$$y' = \frac{\lambda}{x' - 1},\ y'' = \frac{\lambda}{x'' - 1};$$

---

*) La chestiunile de examen propuse în acest număr se primesc soluții pînă la 1 mai 1958.

2) Să se stabilească condiţia ca ecuaţia (2) să aibă rădăcini reale;

3) să se determine condiţia ca ecuaţia (2) să aibă rădăcinile egale;

4) Să se determine condiţiile ca rădăcinile ecuaţiei (2) să fie egale cu inversele rădăcinilor ecuaţiei (1).

(La admiterea în Facultatea de matematică şi fizică. Bucureşti 1957)

2908. — Să se determine arcul x pentru care avem inegalitatea

$$\frac{1 - \sin x}{1 - 2\sin x} < \frac{\sin x}{1 - 4\sin^2 x}$$

(La admiterea în Facultatea de matematică şi fizică, Bucureşti 1057)

2909. — Se consideră un tetraedru $SABC$ ale cărui muchii SA, SB, SC sînt două cîte două perpendiculare între ele. Se cere:

1) să se calculeze lungimea muchiile SA, SB, SC în funcţie de laturile a, b, c, ale triunghiului ABC;

2) Să se arate că proiecţia P a vîrfului S pe planul ABC coincide cu punctul de intersecţie al înălţimilor triunghiului ABC;

3) să se arate că aria triunghiului SBC este medie proporţională între ariile triunghiurilor PBC şi ABC;

4) să se calculeze volumul tetraedrului $SABC$ în funcţie de a, b, c;

5) să se calculeze lungimea segmentului SP în funcţie de a, b, c,;

6) să se calculeze raza sferei circumscrise tetraedrului $SABC$.

(La admiterea în Facultatea de matematică şi fizică, Bucureşti 1957)

2910. — Se dă $f(x) = \dfrac{x^3 - mx + 1}{x^3 + mx - 1}$. Se cere să se arate că $f(3 + \sqrt{2}) = f(3 - \sqrt{2})$

(Examen de bursă la Inst. Petrol şi Gaze Bucureşti 1957)

2911. — Într-un trapez isoscel se dă baza mică $AB = b$ şi baza mare $CD = B$; $h =$ înălţimea.

Să se afle aria trapezului $ABMN$ unde M şi N sînt proiecţiile vîrfurilor A şi B respectiv pe diagonalele BD şi AC.

(Examenul de bursă la Inst. Petrol şi Gaze Bucureşti 1957)

2912. — Se dă o piramidă triunghiulară $SABC$ avînd faţa SBC perpendiculară pe planul bazei şi $SC = SB = a$. Unghiurile plane de la vîrf sînt egale cu 60°. Să se calculeze volumul piramidei.

(Examenul de bursă la Inst. Petrol şi Gaze Bucureşti 1957)

2913. — Se dă triunghiul ABC dreptunghic în A şi mediana AM. Perpendicularele duse din C pe AM taie pe AM în D şi pe AB în E. Dreapta ME taie pe CA în F. Se cere:

a) Să se arate că triunghiurile ADC şi ABC sînt asemenea.

b) Să se calculeze aria triunghiului AEM.

c) Să se calculeze lungimea segmentului AF.

(Examenul de bursă la Inst. Petrol şi Gaze Bucureşti 1957)

2914. — Să se rezolve şi să se discute sistemul

$$x + y - z = a;\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} - \frac{1}{z} = b;\ \ xz + yz = 0.$$

Să se calculeze valorile numerice ale soluţiilor, x, y, z în cazul cînd $a = 1$, $b = \dfrac{7}{12}$, $c = 20$.

(Examenul de bursă la Inst. Petrol şi Gaze Bucureşti, 1957)

2915. — Se dă un cerc de raza R și un triunghi înscris având unghiurile la centru opuse laturilor în progresie aritmetică. Se cere:

1) Să se calculeze aria S a acestui triunghi.

2) Să se calculeze perimetrul L al acestui triunghi.

3) Între ce limite trebuie să varieze raportul $x = \frac{S}{RL}$ pentru ca problema să admită soluție.

(Examenul de bursă la Inst. Petrol și Gaze București, 1957)

2916. — Să se rezolve și să se discute ecuația

$$(m - 1)\cos^2 x + (2m^2 - 5m + 4)\sin x - 3m + 4 = 0$$

m fiind un parametru real.

(Examenul de bursă la Inst. Petrol și Gaze București, 1957)

2917. — Ce devine expresia $E = \frac{1}{4}x^2 + \frac{b}{x^2}$, pentru $x = \sqrt{a + \sqrt{b}} - \sqrt{a - \sqrt{b}}$.

Să se afle valorile lui x pentru care $E = a$.

(La concursul de burse Inst. Politehnic, București 1957)

2918. — Să se rezolve ecuația $\sin 4x + \operatorname{tg} 2x + \sin 2x + \operatorname{tg} x = 0$.

(La concursul de burse Inst. Politehnic, București 1957)

2919. — Să se rezolve în raport cu x și y sistemul

$$x \sin a + y \sin 2a = \sin 3a$$
$$x \sin 2a + y \sin 4a = \sin 6a.$$

1) Să se scrie rădăcinile sub forma cea mai simplă.

2) Să se discute în raport cu valorile parametrului a.

(La concursul de burse Inst. Politehnic București, 1957)

2920. — Fie un trapez $ABCD$ înscris în cercul O de raza a, cu bazele AB, CD respectiv egale cu latura exagonului și triunghiului echilateral înscris în cercul O și așezate de o parte și de alta a centrului O. Se cere:

1) Să se arate că laturile neparalele ale trapezului sînt egale cu latura pătratului înscris în cercul O.

2) Să se arate că patrulaterul obținut unind mijloacele laturilor trapezului este un pătrat.

3) Să se calculeze aria trapezului $ABCD$ și lungimea diagonalelor.

(La concursul de burse Inst. Politehnic București, 1957)

2921. — Se dă un cerc cu centrul în punctul O și raza R și un punct A exterior cercului astfel ca $OA = m$. Diametrul cercului care trece prin punctul A taie cercul în punctele B și C. Din punctul A se duce tangenta la cerc și din punctul ei de contact T se duce perpendiculara TI pe OA (I este punctul de intersecție dintre TI și OA). Această perpendiculară taie cercul într-un al doilea punct S.

1) Să se arate că $OI \cdot OA = R^2$ și să se calculeze AT în funcție de R și m.

2) Să se arate că dreptele care trec prin punctele C și T respectiv B și T sînt bisectoarele formate de dreptele TI și TA.

3) Prin punctul B se duce o paralelă la TC care taie TS în punctul D și TA în punctul E.

Să se arate că triunghiul TED este isoscel și că

$$\frac{IC}{IB} = \frac{AC}{AB}.$$

(La concursul de admitere în Inst. Politehnic București, 1957)

2922. — Într-o sferă cu centrul O și raza R se consideră pe raza OA punctele B și C astfel încît $OB = BC = CA$. Planele duse prin B și C perpendiculare pe OA taie sfera după două cercuri.

1) Să se afle volumul trunchiului de con care are ca bază aceste cercuri.

2) Să se afle aria laterală a aceluiași trunchi de con.

(La concursul de admitere în Inst. Politehnic București, 1957)

2923. — Să se rezolve sistemul:

$$x^4 + y^4 + 8(x^2 + y^2) - 2 = 0$$
$$xy = -3.$$

(La admiterea în Inst. Politehnic București, 1957)

2924. — Se dă expresia

$$\frac{\operatorname{tg}(a+b) - \operatorname{tg} a - \operatorname{tg} b}{\operatorname{tg}(a-b) - \operatorname{tg} a + \operatorname{tg} b}$$

1) Să se simplifice E.

2) Să se calculeze valoarea expresiei E pentru

$$a = \frac{\pi}{8}, \qquad b = \frac{\pi}{24}.$$

3) Să se rezolve ecuația

$$\operatorname{tg} x = E_1,$$

unde E_1 este valoarea expresiei E pentru

$$a = \frac{5\pi}{24}, \qquad b = \frac{-\pi}{24}$$

(La admiterea în Inst. Politehnic București 1957)

2925. — Se dă ecuația

$$x^2 + px + q = 0$$

ale cărei rădăcini sînt

$$x_1 = \operatorname{tg}\frac{a}{2}, \qquad x_2 = \operatorname{tg}\frac{b}{2}.$$

1) Să se determine p, q pentru $a = \frac{\pi}{6}$; $b = \frac{5\pi}{6}$.

2) Să se afle relația dintre p și q dacă $a + b = \frac{\pi}{2}$.

3) Să se exprime în funcție de p și q coeficienții ecuației care are ca rădăcini $\cos a$ și $\cos b$.

(La admiterea în Inst. Politehnic, București, 1957)

2926. — Se dă un triunghi oarecare ABC căruia i se prelungește latura BC în ambele sensuri su segmentele $BM = AB$ și $CN = AC$. Notînd laturile $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$ să se demonstreze că:

1) $b \cdot AM^2 + c \cdot AN^2 = 4\ pbc$, știind că $a + b + c = 2p$;

2) $AM^2 = 4\frac{c}{a}p(p-b)$; $\quad AN^2 = 4\frac{b}{a}p(p-c)$.

3) Perpendicularele din B și C respectiv pe AM și AN se întîlnesc în E. Să se calculeze segmentul AE și să se arate că are ca valoare

$$AE = \sqrt{\frac{pbc}{p-a}}$$

(La admiterea în Inst. Politehnic București, 1957)

2927. — Cercurile O_1 și O_2 sînt tangente interior în T. Două secante duse prin T taie cele două cercuri respectiv în A, B și D C. Dreptele AC și BD se taie în I, iar dreapta TI taie pe AD în M și pe BC în N. Se cere:

1) Să se arate că patrulaterul $ABCD$ este un trapez.

2) Să se arate că paralela dusă din I la OM trece prin centrul cercului CPS, unde P și S sînt intersecțiile paralelei dusă prin I la dreapta BC cu TB și TC.

3) Să se afle locul geometric al punctului N cînd secantele TAB și TDC variază, iar unghiul BTC rămîne constant.

(La admiterea în Inst. Politehnic, București, 1957)

PROBLEME PROPUSE *)

2928. — Să se afle capacitatea a doi condensatori care fiind legați la o tensiune alternativă de frecvență $f = 100$ Hz, au pentru montajul în serie o reactanță capacitivă de 185,77 ohmi, iar pentru montajul în paralel o reactanță capacitivă de 45,45 ohmi.

Tiberiu V. Colibaba. student București

2929. — Ce intensitate are cîmpul magnetic în care introducînd paralel cu liniile de forță o bucată de fier moale, obținem o intensitate de magnetizare de 3 582,8 unități CGS? Permeabilitatea $\mu = 3\,000$.

* * *

2930. — În triunghiul oarecare ABC cu înălțimea AD, fie t_a tangenta comună a cercurilor descrise pe segmentele BD și CD ca diametre. Fie t_b și t_c segmentele analoage. Să se demonstreze relația:

$$\frac{1}{t_a^2} + \frac{1}{t_b^2} + \frac{1}{t_c^2} = \frac{1}{2R^2 \cos A \cos B \cos C}$$

Radu Stroe, student București

2931. — La căderea unui curent de apă pe suprafața plană a apei se observă sfere mici care plutesc. Să se arate că la temperatura de 20°C diametrul lor trece de 4,38 mm. Se dă $g = 981$ cm/s^2.

V. Dorobanțu, absolvent Slatina

2932. — Se dă ecuația $ax^2 + bx + c = 0$ cu rădăcinile x_1 și x_2. Să se formeze ecuația de gradul trei care admite ca rădăcini $X_1 = x_1 + x_2$; $X_2 = x_1 - x_2$; $X_3 = x_2 - x_1$.

Fl. Dorel, absolvent Slatina

2933. — Un încălzitor electric ridică de la 20°C la 80°C temperatura a 5,3 kg apă în timp de 10,5 minute. Știind că tensiunea electrică este de 120 volți, se cere:

a) intensitatea curentului ce trece prin rezistența încălzitorului;

b) în cît timp va începe să fiarbă apa?

Se consideră ca nu sînt pierderi de energie.

(*Teorie.* — Reflecția și refracția luminii și explicarea lor prin teoria ondulatorie.)

(La Facultatea de matematică și fizică București)

---

*) La problemele propuse în acest număr se primesc soluții pînă la 1 mai 1958.

2934. — Într-un litru soluție 0,5 molară H_2SO_4 se introduc 50 g granule de zinc. Să se arate: 1) Care este reacția și volumul gazului degajat în condiții normale; 2) Care este volumul de gaz degajat, dacă în soluție se introduce înaintea zincului 20 g de $BaCl_2$; 3) Care sînt reacțiile și cantitățile de produse rezultate exprimate în grame, dacă în loc de $BaCl_2$ se introduce înaintea zincului 10 g de SO_3Cu anhidru; 4) Care este cantitatea de zinc neutilitată în reacțiile de la punctul 3) (Greutați atomice: Zn = 65, Ba = 137, Cl = 35,5 Cu = 63, S = 32, O = 16).

Teorie: Combinații anorganice cu sulf. Compuși organici cu azot.

(Nu se trimit chestiunile de teorie).

(Admiterea în Facultatea de chimie industrială București 1957)

2935. — Pentru care valori ale lui x cuprinse între 0° și 180° avem: $\cos 2x < \sin x$.

C. Ionescu — Țiu

2936. — Pentru care valori ale lui x cuprinse între 0° și 450° avem: $\sin x < \sin 2x$.

C. Ionescu — Țiu

2937. — Pe cercul (O) fie date punctele A și M. Dacă B este simetricul lui O față de A și C este simetricul lui A față de M, să se afle locul geometric intersecției dreptelor BM și OC cînd A este fix, iar M este mobil.

V. Baltac, Ploești

2938. — Să se arate că pentru n întreg și pozitiv avem:

$$N = 2^{8n+4} + 18^{4n+2}$$

este divizibil cu 17.

Ioachim Alexandru, elev București

2939. — Un calorimetru conține un amestec de 100 l apă și 500 g gheață la 0°C. Amestecul se încălzește cu o rezistență de 50 ohmi care este pusă la o tensiune de 250 volți. Să se determine:

1) în cît timp temperatura amestecului din calorimetru devine de 80°C.

2) la ce temperatură este amestecul, dacă după topirea gheții s-a introdus în calorimetru o bucată de aramă de 130°C,

3) după cît timp se va vaporiza 200 g apă din amestecul conținut în calorimetru. Se neglijează masa calorimetrului.

M. Chișcaru, elev Tecuci

2940. — Se cunosc laturile unui triunghi oarecare ABC. Cu cît să prelungim laturile în același sens cu un segment m, astfel ca triunghiul $A_1B_1C_1$ obținut să aibă aria de 2 ori mai mare decît aria triunghiului dat.

I. Stepan, Cobadin

2941. — Să se rezolve ecuația:

$$12^x + 9^x = 16^x.$$

O. Mocanu, Trușești

2942. — Să se demonstreze că picioarele perpendicularelor duse din mijlocul laturii unui triunghi pe laturile triunghiului ortic sînt coliniare și că această dreaptă este perpendiculară pe latura din al cărei mijloc am dus perpendicularele.

E. Lerner, elev București

2943. — O soluție apoasă de 5% alcool etilic are punctul de congelare -2,01° Știind că analiza procentuală a alcoolului etilic este: 52,18% C; 13, 04% H și 34,78% 0 se cere să se deducă formula moleculară a alcoolului etilic.

Const. Neeșoiu,

2944. — Să se arate că:

$$\sqrt[3]{9+4\sqrt{5}}+\sqrt[3]{9-4\sqrt{5}}=3$$

Ion Corbu, București

2945. — Bisectoarea interioară și cea exterioară a unghiului A al triunghiului ABC întîlnește cercul O circumscris acestui triunghi, respectiv în D și D'. Fie A_1 diametral opus lui A față de O. Dreapta A_1D întîlnește laturile AC, AB în B', C' iar A_1D' întîlnește aceleași laturi față de B'', C''. Să se demonstreze că cercurile $AB'C'$, $AB''C''$ se întîlnesc a doua oară într-un punct M de pe cercul O.

Gh. Buicliu

2946. — Se consideră triunghiul BAC. Din vîrful A se duc dreptele AM și AN care împart unghiul A în trei părți egale. Se notează $BM = p$, $MN = q$, $NC = r$. Să se demonstreze relația:

$$tg^2\frac{A}{3}=\frac{3pr-qa}{(a-p)(a-r)}$$

C. V. Costăchescu

2947. — Se consideră două cercuri egale (O) și (O') secante în A și B. Un punct P descrie cercul (O), iar M și N sînt două puncte diametral opuse în (O'). Fie M' și N' respectiv proiecțiile lui M și N pe AB, iar M'' și N'' mijloacele segmentelor PM și PN.

Să se demonstreze că dreptele $M'M''$ și $N'N''$ sînt perpendiculare între ele.

Mihail I. Popescu, student București

2948. — Să se calculeze suma:

$$S=1+3x^2+5x^4+7x^2+\ldots+(2n-1)\,x^{2n-2}$$

Simion St. Petre

2949. — În patrulaterul inscriptibil $ABCD$, fie i_a, i_b, i_c, i_d centrele cercurilor înscrise triunghiurilor BCA, BCD, ADC, ADB. Să se arate că patrulaterul $i_a\,i_b\,i_c\,i_d$ este un dreptunghi.

I. Hodîrcă, profesor Breaza

2950. — Un cub are comun cu un plan numai un vîrf al său. Să se constate că suma patratelor proiecțiilor muchiilor cubului pe plan este constantă.

Dacă cubul are comun cu planul numai o muchie a lui, atunci să se afle valoarea maximă a sumei proiecțiilor muchiilor cubului pe plan.

Stelian Gh. Mărculescu, O. Stalin

2951. — Să se rezolve ecuația:

$$\frac{\sin 3x + 2 \sin 5x + \sin 7x}{\sin 3x + \sin 5x} = 1$$

Mihai Cuconea, elev București

2952. — Să se demonstreze că între laturile unui triunghi oarecare există inegalitatea:

$$ab\,(a+b) + bc\,(b+c) + ac\,(a+c) + 3abc\,(a+b+c) \geqslant 15\,abc.$$

V. Lăscuțoiu, Ghelar

2953. — Să se rezolve ecuațiile:

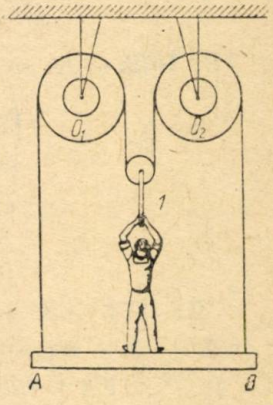
$$\frac{b^2-c^2}{a+x} + \frac{c^2-a^2}{b+x} + \frac{a^2-b^2}{c+x} = 0$$

$$\frac{b-c}{a^2+x} + \frac{c-a}{b^2+x} + \frac{a-b}{c^2+x} = 0.$$

Să se scrie soluțiile sub forma cea mai simplă.

C. Coșniță

2954. — O cutie de formă paralelipipedică dreptunghiulară are dimensiunile date a, b, c. Cutia fiind așezată cu fundul $ABCD$ pe un plan orizontal se ridică de la un capăt rotindu-se în jurul unei muchii AD pînă ce muchia BC ajunge la o înălțime h față de planul orizontal.



1) Să se exprime volumul maxim de lichid ce poate lua cutia în funcție de înălțimea h. Se va considerea diferite cazuri:

2) Să se exprime același volum V cu ajutorul unghiului cu care s-a roti planul bazei.

3) Dacă cutia este un cub se cere unghiul de rotire pentru ca să cuprindă o treime din volumul ei.

I. Teodorescu, Galați

2955. — Cu ce forță trebuie să tragă lucrătorul de firul 1 pentru a se ridica în sus odată cu platforma AB ?

Se vor lua: G=greutatea lucrătorului, P=greutatea platformei AB, Q = greutatea scripetelui central, r și R raza mică și raza mare a celor două trolii O_1 și O_2.

Discuția. Se neglijează frecările.

Alexandru Stoenescu,

Notăm $x_1 + x_2 = p$; avem $p^2 + 2p + 2 - \frac{m^2+1}{m^2} = 0$

sau:

$$p^2m^2 + 2m^2p + m^2 - 1 = 0,$$

de unde:

$$p = \frac{-m^2 \pm \sqrt{m^4 - m^2(m^2-1)}}{m^2}.$$

Deci

$$p_1 = \frac{-m^2-m}{m^2} = \frac{-(m+1)}{m} \quad ; \quad p_2 = \frac{-m^2+m}{m^2} = \frac{-(m-1)}{m}.$$

Adică:

$$x_1 + x_2 = -\frac{(m+1)}{m} \quad ; \quad x_1 + x_2 = -\frac{m-1}{m}.$$

Ţinînd seama de relaţia (1) avem:

$$x_1 x_2 = -1 + \frac{m+1}{m} = \frac{1}{m},$$

sau

$$x_1 x_2 = -1 + \frac{m-1}{m} = -\frac{1}{m}.$$

Ecuaţiile care satisfac enunţul sînt:

$$\frac{m+1}{m}x + \frac{1}{m} = 0 \quad \text{sau} \quad mx^2 + (m+1)x + 1 = 0 \text{ şi}$$

$$x^2 + \frac{m-1}{m}x - \frac{1}{m} = 0 \quad \text{sau} \quad mx^2 + (m-1)x - 1 = 0.$$

Problema 2384

Să se arate că, dacă $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, *avem*: $-\sqrt{3} \leqslant x + y + z \leqslant \sqrt{3}$.

Soluţie. — Se cunoaşte identitatea:

Simion Şt. Petre

$$(x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2 + (x+y+z)^2 = 3(x^2 + y^2 + z^2),$$

dedusă din identitate lui Lagrange.

Dacă suprimăm primii trei termeni obţinem evident:

$$(x+y+z)^2 \leqslant 3(x^2 + y^2 + z^2).$$

Ţinînd seama că $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, avem $(x+y+z)^2 \leqslant 3$ sau

$$-\sqrt{3} \leqslant x + y + z \leqslant \sqrt{3}.$$

Problema 2391

Dacă, $a_1, a_2, \ldots, a_n$ *sînt numere pozitive, avem:*

$$\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\cdots+\frac{1}{a_n}\geqslant\frac{n^2}{a_1+a_2+\ldots+a_n}.$$

Gh. I. Bercea, Timişoara

Soluţia I-a. Înmulţim ambii mebri ai înegalităţii din enunţ cu $a_1+a_2+a_3+\ldots+a_n$ şi obţinem:

$$n+\left[\left(\frac{a_2}{a_1}+\frac{a_1}{a_2}\right)+\left(\frac{a_3}{a_1}+\frac{a_1}{a_3}\right)+\cdots+\left(\frac{a_n}{a_1}+\frac{a_1}{a_n}\right)\right]+$$
$$+\left[\left(\frac{a_3}{a_2}+\frac{a_2}{a_3}\right)+\left(\frac{a_4}{a_2}+\frac{a_2}{a_4}\right)+\cdots+\left(\frac{a_n}{a_2}+\frac{a_2}{a_n}\right)\right]+$$
$$+\left[\left(\frac{a_4}{a_3}+\frac{a_3}{a_4}\right)+\left(\frac{a_5}{a_3}+\frac{a_3}{a_5}\right)+\cdots+\left(\frac{a_n}{a_3}+\frac{a_3}{a_n}\right)\right]+$$
$$+\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\vdots$$
$$+\left[\left(\frac{a_n}{a_{n-1}}+\frac{a_{n-1}}{a_n}\right)\right]\geqslant n^2.$$

Se vede uşor dece am grupat membrul întîi al inegalităţii astfel; pentru că fiecare paranteză mică e mai mare decît 2, deci întreg membrul întîi este mai mare sau egal cu

$$n+2(n-1)+2(n-2)+\cdots+2\cdot 1=n+2\frac{(n-1)n}{2}=n^2.$$

Semnul $=$ are loc cînd $a_1=a_2=\cdots=a_n$.

Soluţia a II-a Se ştie că între mediile aritmetice, geometrice şi armonice a n numere pozitive există relaţiile:

$$\sqrt[n]{a_1a_2\cdots a_n}\leqslant\frac{a_1+a_2+\cdots+a_n}{n}$$

şi

$$\frac{n}{\frac{1}{a}+\frac{1}{a_2}+\cdots+\frac{1}{a}}\leqslant\sqrt[n]{a_1a_2\cdots a_n}.$$

Cu atît mai mult rezultă că

$$\frac{n}{\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\cdots+\frac{1}{a_n}}\leqslant\frac{a_1+a_2+\cdots+a_n}{n}$$

sau

$$\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\cdots+\frac{1}{p_n}\geqslant\frac{n^2}{a_1+a_2+\cdots+a_n},$$

adică relaţia din enunţ.

Problema 2503

Prin punctul de intersecție E al diagonalelor unui patrulater inscriptibil se duce o dreaptă ce taie laturile sale AB și DC respectiv în M și N. Să se arate că picioarele perpendicularelor coborîte din M și N pe diagonalele patrulaterului sînt vîrfuri ale unui trapez. În ce caz acest trapez este isoscel?

Ioana Ciorănescu, cl. VIII București

Soluție. În patrulaterul $ABCD$, înscris în cercul I, ducem diagonalele AC și BD ce se taie în E. După ce am obținut punctele M și N după indicațiile problemei, coborîm din aceste puncte perpendiculare pe diagonale; fie ele MA_1, MB_1, NC_1 și ND_1. Vom demonstra că patrulaterul $A_1B_1C_1D_1$ este un trapez. Observăm formarea a două patrulatere $MA'EB'$ și NC_1ED_1 ce sînt inscriptibile avînd unghiurile opuse drepte. Știind că într-un patrulater inscriptibil orice latură este văzută din extremitățile ei sub unghiuri egale, avem $\sphericalangle B_1ME = \sphericalangle B_1A_1E$ iar $\sphericalangle D'NE = \sphericalangle D'C_1E$.

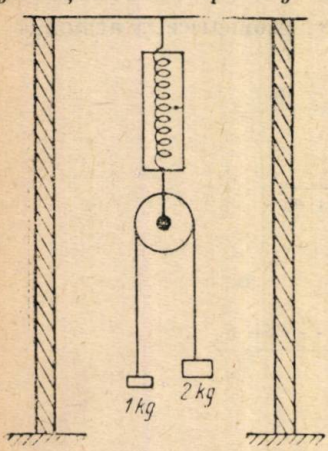
Vom arăta că $\sphericalangle B'ME = \sphericalangle D'NE$. În patrulaterul MA_1EB_1 unghiul $B'ME$ este complementar cu unghiul $B'EM$. În patrulaterul $NC'ED'$ unghiul $D'NE$ este complementar cu unghiul $D'EC$, unghiurile $B'EM$ și $D'EC$ fiind egale ca opuse la vîrf, rezultă că unghiul $B'ME$ este egal cu unghiul $D'NE$ avînd același complement. Deci și unghiul $B'A'E$ = unghiul $D'C'E$.

Dreptele $A'B'$ și $D'C'$ sînt paralele, deoarece tăiate de o secantă AC formează unghiuri alterne interne egale. Deci $A'B'C'D'$ este un trapez.

Pentru ca acest trapez să fie isoscel, ar trebui să fie inscriptibil, deci unghiul $B'A'E$ ar trebui să fie egal cu ungh. $B'D'C$. Unghiul $B'A'E$ este egal însă cu ungh. $D'C'E$; acesta la rîndul lui este egal cu ungh. $D'NE$, iar ungh. $B'D'C'$ = ungh. $C'NE$. Deci condiția pentru care trapezul $A'B'C'D'$ ar fi isoscel este egalitatea unghiurilor $D'NE$ și $C'NE$; rezultă că în acest caz, dreapta MN ar trebui să fie bisectoarea unghiului $D'NC'$, deci și a unghiului format de intersecția diagonalelor patrulaterului $ABCD$.

Problema 2504

Pe un scripete fix este trecută o sfoară la ale cărei capete sînt legate două greutăți. La un capăt o greutate de 1 kgf, iar la celălalt capăt o greutate de 2 kgf



Scripetele este prins de un dinamometru care atîrnă de o grindă așezată orizontal pe două coloane de zidărie.

Ce greutate va arăta dinamometrul?

Simion Pamfil

Soluția autorului. — Greutatea de 2 kgf se va mișca în jos dar cu o accelerație mai mică decît accelerația gravității g — în cazul căderii libere a corpurilor. *Forța* care pune în mișcare corpul este de 2—1 = 1 kgf. *Masa corpurilor* puse în mișcare este 1 +2=3 *kg*. *Accelerația a* a corpului care se deplasează va fi de 3 ori mai mică, adică $a = \frac{1}{3}g$.

Cunoscînd accelerația de mișcare a corpului și masa lui, putem determina

$$F = m \cdot a = m \cdot \frac{1}{3}g = m \cdot g \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{3}P \quad (P = \text{greutatea corpului}).$$

Greutatea corpului de 2 kgf coboară sub acțiunea unei forțe de $\frac{2}{3}$ kgf.

Cauza care face ca greutatea să fie împinsă în jos nu de întreaga greutate a corpului de 2 kgf, ci numai de $\frac{2}{3}$ kgf, se datorește faptului că greutatea este trasă în sus cu o forță egală cu $2 - \frac{2}{3}$, adică cu $\frac{4}{3}$ kgf care reprezintă tensiunea sforii.

Din cele spuse mai sus rezultă că fiecare porțiune de sfoară ce trece pe scripete, suportă o tensiune de $\frac{4}{3}$ kgf și cum la scripete avem cazul acțiuni a două forțe paralele de același sens, fiecare a $\frac{4}{3}$ kgf, rezultanta lor va fi:

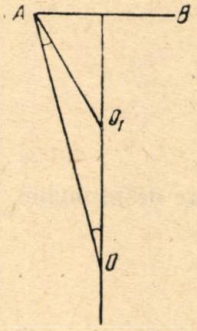
$$\frac{4}{3} + \frac{4}{3} = \frac{8}{3} \text{ kgf.}$$

Deci, dinamometrul va arăta 2,66 kgf.

Problema 2505

Cunoscînd lungimea $AB = a$, să se construiască cercul în care AB este latura dodecagonului regulat înscris.

Gh. Buicliu



Soluția. Fie O centrul cercului căutat în OC apotema dodecagonului regulat înscris de latură AB. În triunghiul isoscel AOB avem:

$$\sphericalangle AOB = 30°, \quad \sphericalangle CAO = 75° \text{ și } \sphericalangle COA = 15°.$$

Dacă se construește triunghiul echilateral AO_1B cu vîrful O_1 pe OC, atunci din relațiile precedente și din triunghiurile AO_1B, AO_1O se vede că:

$$\sphericalangle CAO_1 = 60°, \quad \sphericalangle O_1AC = 15°,$$

deci triunghiul OO_1A este isoscel cu $OO_1 = O_1A = a$, de unde urmează construcția; se construește triunghiul echilateral AO_1B și se ia pe înălțimea CO_1 a acestuia lungimea $O_1O = AB$.

Notă. Problema se mai poate rezolva și ținînd seamă de relația

$$l_{12} = \frac{R}{2}(\sqrt{6} - \sqrt{2}).$$

Problema 2507

Produsul proiecțiilor pe diametrul AD al laturilor AB și AC ale unui triunghi ABC înscris într-un cerc (O) este egal cu produsul dintre latura AB și proiecția înălțimii AE pe această latură.

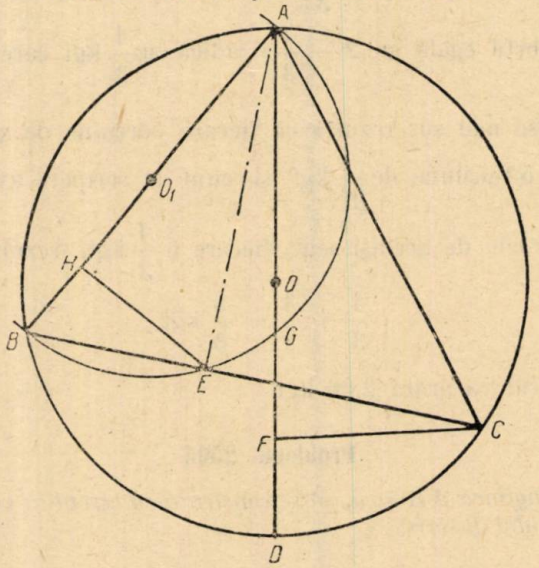
Theodor Schein, elev București

Soluție. — În triunghiul ABC avem:

$$AB \cdot AC = AE \cdot AD \text{ sau } AB^2 \cdot AC^2 = AE^2 \cdot AD^2. \quad (1)$$

Notînd cu G și F proiecțiile punctelor B și C pe diametrul AD avem:

$$AB^2 = AD \cdot AG \text{ și } AC^2 = AD \cdot AF. \quad (2)$$



Introducem în (1) valorile de la (2) și obținem:

$$AD \cdot AG \cdot AD \cdot AF = AE^2 \cdot AD^2$$

sau

$$AG \cdot AF = AE^2.$$

Dreptele HE și AB fiind perpendiculare, triunghiul AEB este dreptunghic, deci $AE^2 = AB \cdot AH$, de unde deducem:

$$AG \cdot AF = AB \cdot AH.$$

Problema 2509

Care sînt bazele x și y ale sistemelor de numerație în care $425_x - 221_y = 455_7$ *știind că* $x + y = 12$.

I.I. Mastan, elev Zalău

Soluție. — Relația din enunț se mai poate scrie:

$$(4x^2 + 2x + 5) - (2y^2 + 2y + 1) = 4 \cdot 7^2 + 5 \cdot 7 + 5,$$

dar $y = 12 - x$. Substituind avem:

$$4x^2 + 2x + 5 - [2\ (12 - x)^2 + (12 - x) + 1] = 236.$$

Efectuînd în continuare ajungem la ecuația:

$$2x^2 + 52x - 544 = 0 \text{ sau}$$
$$x^2 + 26x - 272 = 0.$$

Rezolvînd ecuația obținem

$$x_{1,2} = -13 \pm \sqrt{169 + 272};\ x_1 = 8,\ x_2 = -34.$$

Deoarece nu avem baze negative rămîne valabilă numai prima soluție; deci, $x = 8$ și $y = 4$.

Problema 2510

Să se elimine y între relațiile:

$$xy^2 \sin(\log_x y) = 1,$$
$$x^2 y \cos(\log_x y) = 1.$$

N. C. Ciomu

Soluție. — Împărțind parte cu parte cele două egalități, avem:

$$tg(\log_x y) = \frac{x}{y},$$

care ne dă:

$$\sin(\log_x y) = \frac{x}{\pm\sqrt{x^2 + y^2}}. \tag{3}$$

Însă din prima relație dată avem:

$$\sin(\log_x y) = \frac{1}{xy^2}. \tag{4}$$

Comparînd ultimele două egalități obținute, găsim:

$$x^4 \cdot y^4 = x^2 + y^2, \tag{5}$$

de unde, ținînd seama că y este real și pozitiv, avem:

$$y = + \sqrt{\frac{1 + \sqrt{1 + 4x^6}}{2x^4}}. \tag{6}$$

Însă din (1) mai avem:

$$\log_x y = \text{arc sin}\,\frac{1}{xy^2}. \tag{7}$$

Ținînd seamă de (6), (7) devine:

$$\log_x \sqrt{\frac{1 + \sqrt{1 + 4x^6}}{2x^4}} = \text{arc sin}\,\frac{2x^3}{1 + \sqrt{1 + 4x^6}},$$

sau

$$\log_x \sqrt{\frac{1 + \sqrt{1 + 4x^6}}{2x^4}} = \text{arc sin}\,\frac{\sqrt{1 + 4x^4} - 1}{2x^3}.$$

Relațiile se pot generaliza punînd

$$xy^2 \sin(\log_x y) = a,$$

$$x^2 y \cos(\log_x y) = b.$$

Avem din relația: $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$:

$$\frac{a^2}{x^2 y^4} + \frac{b^2}{x^4 y^2} = 1,$$

de unde:

$$y^2 = \frac{b^2 + \sqrt{b^4 + 4a^2 x^6}}{2x^4}.$$

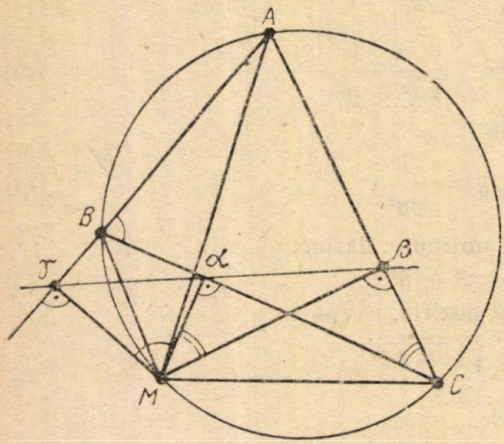
Și cum: $\sin(\log_x y) = \frac{a}{yx^2}$, înlocuind pe y prin valoarea dată de expresia de mai sus, avem:

$$\log_x \sqrt{\frac{b^2 + \sqrt{b^4 + a^2x^6}}{2x^4}} = \arcsin \frac{2a\,x^3}{b^2 + \sqrt{b^4 + 4a^4\,x^6}}.$$

Problema 2513

Fie un triunghi ABC și M un punct pe cercul circumscris lui, anume pe arcul BC. Dacă α,β,γ sînt proiecțiile lui M pe laturile BC, CA, AB să se arate că

$$\frac{a}{M\alpha} = \frac{b}{M\beta} + \frac{c}{M\gamma}$$



Gh. I. Berecea

Soluția I. Deoarece $\sphericalangle\alpha\beta M = \sphericalangle\alpha CM = \sphericalangle BAM$ și $\sphericalangle\alpha M\beta = \sphericalangle ACB = \sphericalangle AMB$ rezultă că triunghiurile $M\alpha\beta$ și MBA sînt asemenea, de unde:

$$\frac{M\alpha}{MB} = \frac{M\beta}{MA}.$$

Așadar,

$$M\alpha \cdot MA = M\beta \cdot MB = M\gamma \cdot MC \qquad (1)$$

Din patrulaterul inscriptibil $ABMC$ deducem:

$$a \cdot AM = b \cdot BM + c \cdot CM. \qquad (2)$$

Dar din (1):

$$BM = \frac{MA \cdot M\alpha}{M\beta} \quad \text{și} \quad MC = \frac{MA \cdot M\alpha}{M\gamma}$$

așa că (2) ne dă:

$$a \cdot AM = b\,\frac{MA \cdot M\alpha}{M\beta} + c\,\frac{MA \cdot M\alpha}{M\gamma}$$

sau

$$\frac{a}{M\alpha} = \frac{b}{M\beta} + \frac{c}{M\gamma} \qquad (3)$$

Soluția II. — Conform teoremei lui *Simson*, punctele α,β,γ sînt coliniare așa că putem scrie:

$$\text{aria}\,(M\gamma\alpha) + \text{aria}\,(M\alpha\beta) = \text{aria}\,(M\gamma\beta)$$

sau:

$$M\alpha \cdot M\gamma \sin B + M\alpha \cdot M\beta \cdot \sin C = M\gamma \cdot M\beta \sin A.$$

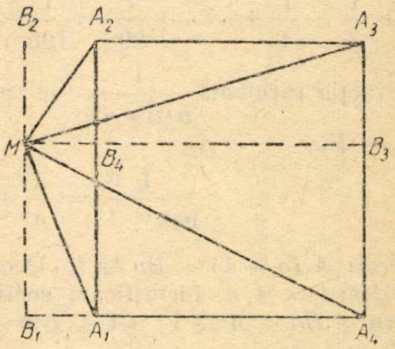
Multiplicînd această relație cu $\dfrac{2R}{M\alpha \cdot M\beta \cdot M\gamma}$ și ținînd seama că $a = 2R\sin A$ obținem relația (3)

Problema 2515

Se consideră patratul $A_1A_2A_3A_4$ și un punct M în planul său
Să se stabilească relația: $MA_1^2 + MA_3^2 = MA_2^2 + MA_4^2$.

* * *

Soluție. — 1. Considerăm punctul M exterior patratului și-l proiectăm ortogonal pe laturile patratului. Fie B_1, B_2, B_3, B_4 proiecțiile sale. Evident: $A_1B_1 = A_2B_2$; $A_3B_3 = A_2B_4$; $B_3A_4 = A_1B_4$.



Folosind relația lui Pitagora pentru triunghiurile MA_1A_4, MA_1A_2 MA_2A_3, MA_3A_4 obținem respectiv:

$$MA_1^2 = MA_4^2 + A_1A_4^2 - 2A_1A_4 \cdot B_1A_4$$

$$MA_1^2 = MA_2^2 + A_1A_2^2 - 2A_1A_2 \cdot A_2B_4$$

$$MA_3^2 = MA_2^2 + A_2A_3^2 + 2A_2A_3 \cdot A_2B_2$$

$$MA_3^2 = MA_4^2 + A_3A_4^2 - 2A_3A_4 \cdot B_3A_4$$

Adunînd relațiile obținute și ținînd seamă că

$$A_1A_2 = A_2A_3 = A_3A_4 = A_4A_1 \quad \text{și} \quad B_1A_4 = B_1A_1 + A_1A_4$$

prin simplificare se obține relația din enunț.

La fel pentru cazul punctului interior.

Problema 2518

Să se verifice identitatea:

$$\frac{\sin(a+b) + \sin(a+b)}{\sin(a+b) - \sin(a-b)} + \frac{\cos(a-b) + \cos(a+b)}{\cos(a-b) - \cos(a+b)} = \frac{2}{\sin 2a \operatorname{tg} b}$$

* * *

Soluție. — Ne bazăm pe formulele:

$$\sin x \pm \sin y = 2\sin\frac{x \pm y}{2}\cos\frac{x \mp y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$$

$$\cos x - \cos y = -2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$$

Primul membru al identității devine:

$$\frac{2\sin a\cos b}{2\cos a\sin b} = \frac{2\cos a\cos b}{2\sin a\sin b} = \frac{\cos b(\sin^2 a + \cos^2 a)}{\sin a\cos a\sin b} = \frac{2\cos b}{\sin 2a\sin b} = \frac{2}{\sin 2a\operatorname{tg} b}$$

Problema 2519

Să se găsească suma:

$$\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\cdots+\frac{1}{99\cdot 100}$$

(Olimpiada matematică 1956, Ordjonikidze)

Soluție. — Observăm că termenul general al șirului $\frac{1}{1\cdot 2}, \frac{1}{2\cdot 3}, \frac{1}{3\cdot 4}, \ldots,$ $\frac{1}{99\cdot 100}$ este $\frac{1}{n(n+1)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$. Suma devine: $\frac{1}{1}-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+$ $+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{99}-\frac{1}{100}=1-\frac{1}{100}=\frac{99}{100}$.

Fracția rațională $\frac{1}{n(n+1)}$ se poate descompune în fracții simple astfel:

Fie

$$\frac{1}{n(n+1)}=\frac{A}{n}+\frac{B}{n+1}=\frac{A(n+1)+Bn}{n(n+1)},$$

deci: $A(n+1)+Bn\equiv 1$, Deoarece această identitate trebuie să aibă loc oricare ar fi n, identificăm coeficienții, astfel
$An+Bn+A\equiv 1$; $(A+B)n+A=1$, adică $A+B=0$ și $A=1$, deci $B=-1$.

Problema 2523

Pentru ce valori p și q rădăcinile ecuației $x^2+px+q=0$ vor verifica sistemul de ecuații $x_1-2x_2=2; 2x_1-3x_2=5$.

(Olimpiada de matematică, etapa II, 1956, Ordjonokidze)

Soluție. — Conform relațiilor între rădăcini și coeficienți avem:

$$x_1+x_2=-p \text{ și } x_1x_2=q$$

Formăm sistemul:

$$x_1-2x_2=2 \quad ; \quad 2x_1-3x_2=5 \quad ; \quad x_2+x_2=-p \quad ; \quad x_1x_2=p.$$

Deducem:

$$x_1=2+2x_2$$

sau

$$4+4x_2-3x_2=5,$$

de unde

$$x_2=1,\ x_1=4;\quad p=-(x_1+x_2)=-5;\quad q=x_1x_2=4.$$

Problema 2524

Care este tensiunea rețelei, dacă o bobină fără miez conectată la ea consumă o putere de 867 wați? Rezistența bobinei este de 12 ohmi, iar factorul de putere este 0,85.

Tiberiu V Colibaba, student București

Soluție. — Puterea este dată de formula:

$$P_j = I_{ef}^2 \cdot R.$$

Înlocuim pe $I_{ef} = \frac{U_{ef} \cos \varphi}{R}$, avem:

$$P_j = \left(\frac{U_{ef} \cos \varphi}{R}\right)^2 R,$$

de unde

$$U_{ef} = \frac{\sqrt{P_j R}}{\cos \varphi} = \frac{\sqrt{867 \cdot 12}}{0{,}85} = 120 \ V.$$

Problema 2537

La ce frecvență un condensator de capacitate 9 000 cm are o reactanță capacitivă de 160 ohmi. Dielectricul condensatorului este aerul.

Tiberiu Colibaba, student București

Soluție. — Reactanța capacitivă este dată de $X_c = \frac{1}{\omega C}$,

unde

$$\omega = 2\pi f \text{ și } C(F) = \frac{C(m)}{0{,}9 \cdot 1012} = \frac{9 \cdot 10^3}{0{,}9 \cdot 10^{12}} = 10^{-8} F.$$

Înlocuind

$$\frac{1}{2\pi f \cdot 10^{-8}} = 160,$$

avem:

$$f = \frac{10^8}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 160} = \frac{10^7}{100{,}48} \approx 10^5 Hz = 100 \ kHz.$$

Problema 2543

Un balon de sticlă, închis ermetic, conține aer saturat cu vapori de apă la 20°C, *presiunea interioară fiind* 750 *mm. Se întreabă:*

a) *care este densitatea acestui aer?*

b) *care va fi presiunea interioară dacă balonul se răcește la* 10°?

În ambele cazuri se va considera că vaporii de apă se comportă ca un gaz perfect. Se dau tensiunile de vapori ale apei: la 20°, 17,54 *mm; la* 10°, 9,21 *mm.*

* * *

Soluție. — a) Presiunea parțială a vaporilor este 17,54 mm, deci presiunea parțială a aerului este

$$750 - 157{,}54 = 732{,}46 \text{ mm}.$$

Să considerăm 1 litru aer saturat. Masa acestui litru se compune din:

1°. — Masa $m_1 p_1$ a unui litru de aer la 20° și 732,46 mm. Cum masa unui litru de aer în condiții normale este 1,293 g, rezultă că

$$m_1 = 1{,}293 \frac{732{,}46}{760} \cdot \frac{273}{293} = 1{,}161 \text{ g}.$$

2°. Masa m_2 a vaporilor. Întrucît 22,4 l vapori de apă cîntăresc 18 g, rezultă că 1 l vapori de apă cîntăreşte în condiţii normale:

$$\frac{18}{22,4}\ \text{g}$$

şi deci, în condiţiile din balon,

$$m_2 = \frac{18}{22,4} \cdot \frac{17,54}{760} \cdot \frac{273}{293} = 0,017\ \text{g}.$$

În total

$$m = m_1 + m_2 = 1,178\ \text{g}.$$

Densitatea aerului din balon este:

$$\rho = 1,178\ \text{g/l};$$

raportat la 1 litru de aer în condiţii normale avem:

$$d = \frac{1,178}{1,293} = 0,911.$$

b) Prin răcire de la 20° la 10° au loc următoarele fenomene:

1° Aerul se contractă la volum constant, independent de prezenţa vaporilor de apă. Presiunea sa iniţială fiind 732,46 mm, presiunea finală este:

$$p_1 = 232,46 \cdot \frac{283}{293} = 707,46\text{mm}.$$

2° O parte din vaporii de apă se condensează, iar presiunea parţială finală a vaporilor de apă este:

$$p_2 = 9,21\ \text{mm}.$$

Presiunea finală în balon este deci:

$$p = p_1 + p_2 = 716,67\ \text{mm}.$$

Problema 2545

Se dă cercul O şi diametri AOB şi COD perpendiculari între ei. In planul acestui cerc se mişcă cercul O_1 de rază variabilă, astfel încît punctele A, B, C,D rămîn exterioare lui. Din aceste puncte se duc tangentele la cercul O_1.

1) *Să se constate că aceste tangente limitate la punctele lor de contact sînt tot timpul laturile unui patrulater inscriptibil.*

2) *Să se considere şi cazul cînd cercul O_1 trece tot timpul prin D, punctele A, B, C rămînînd exterioare lui.*

Stelian Mărculescu, Oraşul Stalin

Soluţie. — Notăm cu R şi r razele cercurilor O şi O_1.

În triunghiul dreptunghic AM_1O_1: $AM_1^2 = AO_1^2 - MO_1^2 = AO_1^2 - r^2$

În triunghiul dreptunghic BM_2O_1: $BM_2^2 = BO_1^2 - r^2$

Adunăm membru cu membru: $AM_1^2 + BM_2^2 = MO_1^2 + BO_1^2 - 2r^2$ (1)

În triunghiul dreptunghic CM_3O_1: $CM_3^2 = CO_1^2 - M_3O_1^2 = CO_1^2 - r^2$

În triunghiul dreptunghic DM_4O: $DM_4^2 = DO_1^2 - r^2$

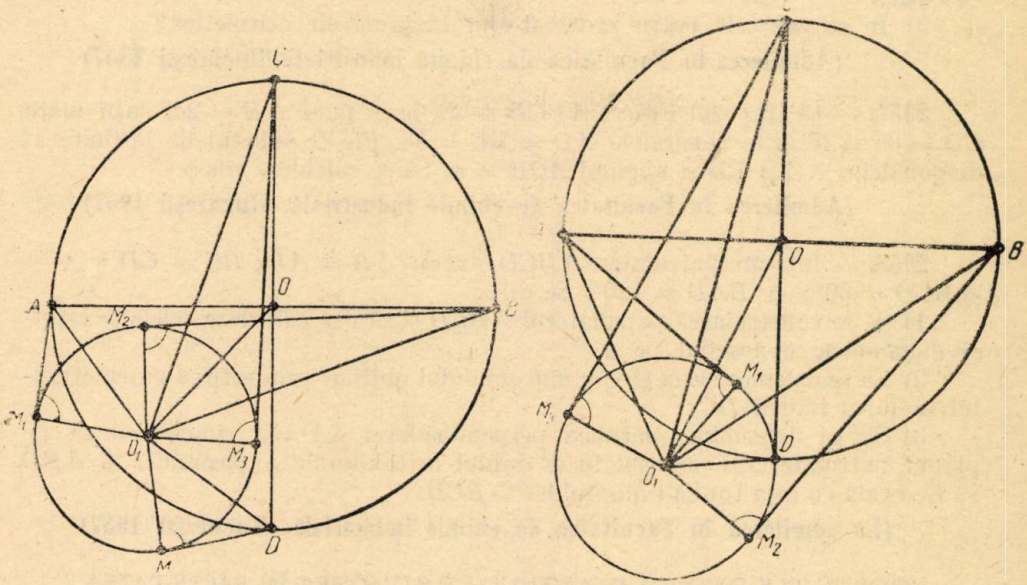
Adunăm ultimele două egalităţi: $CM_3^2 + DM_4^2 = CO_1^2 + DO_1^2 - 2r^2$ (2)

În triunghiul AO_1B, OO_1 este mediană deci:

$$OO_1^2 = \frac{AO_1^2 + BO_1^2}{2} - \left(\frac{AB}{2}\right)^2 = \frac{AO_1^2 + BO_1^2}{2} - R^2; \text{ deci:}$$

$$AO_1^2 + BO_1^2 = 2.OO_1^2 + 2R^2$$

și vom înlocui în relația (1).



În triunghiul CO_1D, OO_1 este mediană deci:

$$OO_1^2 = \frac{CO_1^2 + DO_1^2}{2} - \left(\frac{AB}{2}\right)^2 = \frac{CO_1^2 + DC_1^2}{2} - R^2, \text{ deci:}$$

$$CO_1^2 + DO_1^2 = 2.OO_1^2 + 2R^2$$

și vom înlocui în relația (2).

Relațiile (1) și (2) devin atunci:

$$AM_1^2 + BM_2^2 = 2.OO_1^2 + 2R^2 - 2r^2; \; CM_3^2 + DM_4^2 = 2.OO_1^2 + 2R^2 - 2r^2$$

deci:

$$AM_1^2 + BM_2^2 = CM_3^2 + DM_4^2, \qquad (3)$$

care este relația între laturile unui patrulater ce ar avea două unghiuri opuse egale fiecare cu un unghi drept; deci, patrulaterul cu laturile AM_1, BM_2, CM_3, DM_3 este un patrulater inscriptibil.

2. Dacă $DM_4 = 0$ atunci egalitatea (3) devine: $AM_1^2 + BM_2^2 = CM_2^2$ care arată că tangentele AM_1, BM_2, CM sînt laturile unui triunghi dreptunghic.

CHESTIUNI DE EXAMEN*

2956. —Se consideră ecuația

$$(a^2 - 1)\, x^4 - 2\,(a^2 + 3a + 5)x^2 + a^2 + 6a + 11 = 0.$$

1) Care sînt valorile lui a pentru care ecuația are toate rădăcinile reale.

2) Să se rezolve ecuația și să se așeze rădăcinile în ordine crescătoare Discuție.

3) În ce caz cele patru rădăcini sînt în progresie aritmetică?

(Admiterea în Facultatea de chimie industrială București 1957)

2957. — În trapezul isoscel $ABCD$ se dă baza mică $AB = 2a$, baza mare $CD = 8a$ și laturile neparalele $AD = BC = 5a$. Fie O punctul de întîlnire al diagonalelor AC și BD și unghiul $AOB = \varphi$. Să se calculeze $\sin \varphi$.

(Admiterea în Facultatea de chimie industrială, București 1957)

2958. — Într-un patrulater $ABCD$ avem: $AB = AD$; $BC = CD = a$ și $\sphericalangle BCD = 60°$; $\sphericalangle BAD = 120°$. Se cere:

1) Să se construiască patrulaterul $ABCD$ și să i-se calculeze celelalte latur și diagonalele cunoscînd pe a.

2) Să se calculeze aria și volumul solidului obținut prin rotirea patrulaterului în jurul laturii DC.

3) Sa se determine mărimea perpendicularei $SA = x$ ridicată în A pe planul patrulaterului, așa fel încît dublul ariei laterale a piramidei $S \cdot ABD$ să fie egală cu aria totală a piramidei $S \cdot BCD$.

(La admiterea în Facultatea de chimie industrială, București 1957)

PROBLEMELE DATE LA EXAMENUL DE ADMITERE ÎN FACULTATEA DE MECANIZAREA AGRICULTURII DIN CRAIOVA, ÎN SESIUNEA SEPTEMBRIE 1957

2959. — Într-un cerc se consideră o coardă AB, care subîntinde un arc $AB = 240°$. Se notează cu P mijlocul arcului AB și cu M un punct oarecare pe acest arc. Se cere:

1°. I fiind centrul arcului înscris în triunghiul AMB, să se calculeze unghiul AIB.

2°. Să se găsească locul geometric al punctului I cînd M descrie arcul AB.

3. Să se demonstreze că avem: $AP + PB > AM + MB$.

2960. — Se consideră un triunghi dreptunghi isoscel ABC, cu $AB = AC = a$. În vîrful B se ridică o perpendiculară pe planul triunghiului pe care se ia lungimea $BV = a$ și se formează piramida triunghiulară cu vîrful în V și baza ABC. Pe muchia BC se ia $BM = \frac{BC}{3}$, iar pe muchia AV se ia $AN = \frac{AV}{3}$ și se cere:

1. Să se calculeze lungimile muchiilor piramidei.
2. Să se demonstreze că MN este perpendiculară și pe BC și pe AV.
3. Să se calculeze lungimea lui MN.

---

*) La problemele date la examen propuse în acest număr, se primesc soluții pînă la 1 iunie 1958.

2961. Să se calculeze:

$$\left(\frac{(1-x^2)^{-\frac{1}{2}}+1}{2}\right)^{-\frac{1}{2}}+\left(\frac{(1-x^2)^{-\frac{1}{2}}-1}{2}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

știind că:

$$x=\frac{2\sqrt{a}}{1+a}.$$

2962. — Să dă ecuația:

$$x^2+px+q=0$$

care are rădăcinile x' și x''. Să se formeze ecuația care are rădăcinile

$$x_1=x'-\frac{x''}{x'} \quad ; \quad x_2=x''-\frac{x'}{x''}.$$

Să se afle relația între realizanții celor două ecuații.

2963. — Să se rezolve ecuația:

$$\cos^2 x+3\sin^2 x+2\sqrt{3}\sin x\cdot\cos x=1.$$

2964. — Să se rezolve:

$$a\left(2+\frac{1}{x^2}\right)-2\left(1-\frac{1}{x^2}\right)=\frac{3}{x}(a+1)$$

apoi să se afle valorile lui a așa fel ca o rădăcină a ecuației să fie mai mare ca $\frac{1}{2}$

2965. — Se dă $\operatorname{tg}\alpha=\frac{1}{m-1}$ și $\operatorname{tg}\beta=\frac{1}{m-2}$. Se cere să se determine m în așa fel, încît $\alpha+\beta=\frac{\pi}{4}$

2966. — Printr-un punct P de pe latura BC a triunghiului oarecare ABC se duce o paralelă la mediana AD. Această paralelă la AB taie latura AB în M și prelungirea laturei AC în N. Să se arate că:

$$1)\ \frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}. \qquad 2)\ PM+PN=2\,AD.$$

2967. — În dreptunghiul $ABCD$, $AB=2\,AD$. Pe latura DC se ia punctul M și pe latura AD punctul N astfel ca $AN=2\,DM$. Se cere:

1° Să se arate că AM și BN sînt perpendiculare între ele.

2° Să se găsească locul geometric al punctului de intersecție dintre dreptele AM și AN, cînd M descrie latura DC.

PROBLEME DATE LA EXAMENUL DE MATURITATE, CRAIOVA

Sesiunea septembrie 1957

2968. — Se consideră o piramidă cu baza un dreptunghi $ABCD$ și vîrful în punctul S. Să se afle aria laterală și volumul piramidei cunoscînd: $\sphericalangle SAB=\alpha$, $\sphericalangle SAD=\beta$, $SA=SB=SC=SD=a$.

2969. — Se consideră polinomul: $P(x)=x^4+mx^3+nx^2+5x+p$. Să se determine m,n,p astfel ca polinomul $P(x)$ să fie divizibil cu x^3-2x^2-x+2, apoi să se rezolve ecuația $P(x)=0$.

2970. — Să se simplifice fracția: $\frac{\sin^2 7x - \sin^2 4x}{\cos^2 5x - \cos^2 6x}$

2971. — Pe semicercul de diametru $AB = 2R$ se consideră arcul $Am\ C = 120°$. Dreapta AC taie tangenta în B la semicerc în punctul D. Triunghiul ABD se rotește în jurul dreptei AD. Să se arate că raportul ariilor celor două conuri astfel obținute este $\frac{1}{\sqrt{3}}$, iar raportul volumelor, este $\frac{1}{3}$. Figura limitată de arcul AmC și coarda AC se rotește în jurul diametrului AB. Să se calculeze volumul corpului obținut.

2972. — Se consideră ecuația $x^2 - 2(m+1)x + 2(m-1) = 0$ în care m este un parametru real. Se cere: *a)* Să se arate că rădăcinile acestei ecuații sînt reale oricare ar fi valorile lui m; *b)* Să se determine m astfel, încît între rădăcini să existe relația $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} < \frac{1}{2}$.

2973. — Se consideră polinomul $P(x) = x^4 - x^3 \cos\alpha + (1 + \cos 2\alpha)x^2 + (3 - \sin^2\alpha)x + (\cos^2\alpha + 4)$. Să se determine toate valorile lui α așa ca polinomul să se dividă cu $x + 1$.

PROBLEME PROPUSE

2974. Într-un laborator de biologie s-a determinat tensiunea superficială a glicerinei prin metoda picăturilor, în modul următor:

S-a lăsat să se scurgă pe rînd dintr-o pipetă, același volum V centimetri cubi de apă și de glicerină. Apa scursă a format $n = 89$ picături, iar glicerina a format $n' = 126$ picături. Cunoscînd densitatea glicerinei $d' = 1{,}26$ și tensiunea superficială a apei $\sigma = 73{,}5$ dyn/cm, să se calculeze tensiunea superficială σ' a glicerinei.

C. Necșoiu

2975. Să se afle valoarea numerică a expresiei

$$\frac{\sqrt{1+x}\,(6x - 3\sqrt{3}) - 3\sqrt{3}\,(2x+1) + 3(2x+3)}{\sqrt{1-x}\,(2x - \sqrt{3}) - 2x(\sqrt{3}+1) + 3 + \sqrt{3}}$$

pentru $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Marica Ștefan

2976. În ce privește construcția de termocentrale se pune sarcina construirii de puternice centrale dispunînd de agregate de: 100 000 kW și 200 000 kW spune tov. N. A. Bulganin în „Directivele Congresului al XX-lea al P.C.U.S."

Să se determine ce cantitate de cărbuni ar fi necesară în 24 ore pentru a fi arsă în cuptoarele acestor agregate, știind că randamentul este 25%, iar cărbunii produc prin ardere 7 000 kcal/kg.

D. M. Bătinețu, Giurgiu

2977. Se dă un triunghi ABC și o axă xy în același plan care trece prin vîrful B fără a traversa triunghiul. Să se arate că volumul

născut prin rotirea triunghiului ABC în jurul axei xy este egal cu produsul dintre aria născută prin rotirea laturii AC și o treime din înălțimea din B a triunghiului ABC.

N. N. Anițescu

2978. Să se arate că între unghiurile unui triunghi avem relația:

$$\operatorname{tg}^2 A + (\operatorname{tg} A + \operatorname{tg} B + \operatorname{tg} C)\ (\operatorname{ctg} A + \operatorname{ctg} B + \operatorname{ctg} C) = \operatorname{tg} B \operatorname{tg} C \sec^2 A.$$

Baltac Vasile, student Timișoara

2979. Fie Q, P, S puncte arbitrare, respectiv pe laturile BC, AC, AB în triunghiul oarecare ABC. Paralele la o direcție (Δ), duse prin vîrfurile A, B, C taie respectiv cercurile (APS), (BSQ), (GQP) în puncte situate pe o dreaptă ce trece prin punctul de intersecție α a celor trei cercuri. (În legătură cu problema 2719).

I. Hodîrcă, Breaza

2980. Într-un triunghi ABC se duc înălțimile AA', BB', CC' și medianele AA_1, BB_1, CC_1 și se notează $I' \equiv (B'C_1,\ C'B_1)$, $I'' \equiv (A'C_1,\ A_1C')$, $I''' \equiv (A'B_1,\ A_1B')$. Să se arate că punctele I', I'', I''' sînt coliniare.

* * *

2981. Să se stabilească inegalitățile

$$n^n \leqslant [n!]^3 \leqslant n^n \left[\frac{n+1}{3}\right]^{n-1},\ n \text{ fiind întreg pozitiv}$$

Ilie Bichir, student București

2982. Să se arate că dacă x, y, z sînt numere reale și pozitive, avem:

$$(x+y)\ (x^2+y^2+2x^2y^2) + \\ + (1+xy\ \sqrt{1+x^2}.\ \sqrt{1+y^2}).\ (x\ \sqrt{1+y^2}+y\ \sqrt{1+x^2}) \geqslant \\ \geqslant 6xy\ (x+y)\ \sqrt{1+x^2}.\ \sqrt{1+y^2}.$$

C. Ionescu-Țiu

2983. Un trunchi de copac în greutate de 100 kgf, este lăsat să alunece pe o pantă înclinată de 30°. Să se calculeze lucrul mecanic produs cînd trunchiul alunecă pe pantă pe distanța de 10 m, coeficientul de frecare între copac și pantă fiind 0,3.

— Gruparea elementelor galvanice.

(Admiterea în inst. construcții, secția f.f. București, 1957)

2984. Un obiect se găsește la 90 cm distanță de un ecran. Între obiect și ecran se așază o lentilă. Sînt două poziții ale lentilei, depărtate între ele cu 30 cm, care produc o imagine clară a obiectului pe ecran. Să se calculeze distanța focală a lentilei și cele două poziții ale ei față de obiect.

(Admiterea în inst. construcții, secția f.f. București, 1957)

2985. Un vas plutitor de lemn (densitatea lemnului $= 0{,}8$ g/cm^3) este alcătuit din 400 kg scînduri. Cîte kg de fier (densitatea $= 7{,}8$ g/cm^3) se pot folosi la armătura vasului fără ca acesta să se scufunde?

(Admiterea în inst de construcții, secția f.f. București, 1957)

2986. În 720 g apă la 20°C este scufundată o spirală prin care trece un curent de 4 A și 120 V. În cît timp va fi adusă apa la fierbere dacă pierderile constituie 20% ?

(Admiterea în inst. construcții, secția f.f. București, 1957)

2987. Un glonte de 10 g avînd o viteză de 800 m/s, străpunge o scîndură groasă de 5 cm. Care este forța de rezistență a scîndurii exprimată în kgf, dacă la ieșirea din scîndură glontele a pierdut 3/4 din viteza lui inițială ?

(Admiterea în inst. construcții (burse) București, 1957)

2988. Să se construiască un triunghi cunoscînd ortocentrul, piciorul unei înălțimi și una din intersecțiile dreptei lui Euler cu cercul circumscris.

Tudor Zamfirescu, elev București

2989. Să se rezolve în numere întregi ecuația

$$x^3 - x^2y + xy^2 - 1 = 0.$$

Aurel Cristea, Iași

2990. În patrulaterul inscriptibil $ABCD$, fie H_a, H_b, H_c, H_d ortocentrele triunghiurilor BCD, CDA, DAB, ABC și R raza cercului $ABCD$. Să se arate că:

$$AH_a^2 + BH_b^2 + CH_c^2 + DH_d^2 = 16\,R^2.$$

Gh. I. Bercea

2991. Să se arate ca:

$$P(x) = x\,(x^{n-1}+1) + 3x^2\,(x^{n-3}+1) + 4x^3\,(x^{n-5} + x^{n-6} + x^{n-7} + \\ + \ldots + x + 1)$$

se divide prin $(x+1)^2$ și să se afle apoi cîtul.

Nicolescu A. Basarab, elev Ploești

2992. Se consideră polinomul:

$$P(x) = (b-c)\,x^5 + (a+c)\,x^4 - x^3 - 5ax^2 - 2\,(a+b)\,x + a + b.$$

1) Să se determine a, b, c, astfel ca $P(x)$ să fie divizibil cu x^3-5.
2) Fie $Q(x)$ cîtul diviziunii lui $P(x)$ prin $x^3 - 5$; să se determine p și q astfel, încît ecuațiile $Q(x) = 0$ și $Q\left(\frac{x+p}{x+q}\right) = 0$ să aibă aceleași rădăcini.

V. Băghină. Breaza

2993. Să se rezolve ecuația:

$$\sqrt{x + a^2b^2} + \sqrt{x + a^2c^2} = a^2$$

Să se interpreteze geometric soluția acestei ecuații, presupunînd că a, b, c sînt laturile unui triunghi. Să se verifice în acest caz, soluția utilizînd relațiile trigonometrice în triunghi.

C. Coșniță

2994. Un motor de 100 kW putere lucrează cu randamentul util de 25%, restul căldurii consumate trece în apa de răcire care are 35°C la intrare și 95°C la ieșire. Se va calcula cantitatea de apă pe oră, necesară răcirii motorului.

(Admiterea în Inst. Politehnic Iași, 1957)

2995. Să se rezolve ecuația

$$\frac{2x+6}{2x+5}=\frac{x+2}{x+1}+\frac{x+a}{3x+b}$$

știind că admite ca rădăcini —2 și —4.

C. Ionescu-Țiu

2996. Cîte minute și secunde grăbește la pol un orologiu cu pendul care la ecuator merge regulat, știind că valoarea lui g la Polul Nord este 9,84 m/s², iar la Ecuator 9,78 m/s²?

(Admiterea la Facultatea de chimie Iași, 1957)

2997. Un observator de 1,75 m înălțime, avînd ochiul la 1,60 m deasupra podelei unei camere, privește într-o oglindă dreptunghiulară așezată pe unul din pereții camerii. Care trebuie să fie înălțimea minimă a oglinzii și la ce distanță de podea trebuie așezată latura ei inferioară, pentru ca observatorul să se vadă în întregime în oglindă?

(Admiterea la Fac. matematică și fizică Iași, 1957)

2998. Se ia în ordine pe o dreaptă, punctele M, P, N. Să se determine pe dreaptă punctul Q_n, astfel ca sa avem

$$\frac{MQ_n}{NQ_n}=\left(\frac{MP}{NP}\right)^{2^n},$$

unde n este un întreg pozitiv.
(generalizare a problemei 2758).

* * *

2999. Să se calculeze:

$$\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt[m]{x^m+ax^{m-1}+\ldots+l}-\sqrt[n]{x^n+\alpha x^{n-1}+\ldots+\lambda}\right)$$

Tib. Zorapapel

3000. Pe cercul circumscris triunghiului ABC se consideră un punct variabil P. Dacă H', H'', H''' sînt ortocentrele triunghiurilor PAB, PBC, PAC să se afle locul geometric al ortocentrului triunghiului $H'H''H'''$.

* * *

3001. Se dă ecuația $x^3+px^2+qx+r=0$. Să se formeze ecuația de gradul al treilea ale cărei rădăcini să fie

$$y_1=\frac{x_2+x_3}{x_2x_3};\quad y_2=\frac{x_1+x_3}{x_1x_3};\quad y_3=\frac{x_1+x_2}{x_1x_2}$$

unde x_1, x_2, x_3 sînt rădăcinile ecuației date.

P. Mecea, student Cluj

3002. Un dinam cu excitația în serie, alimentează cîteva lămpi cu un curent de 15 A. Tensiunea fiind de 450 V, iar rezistența inductorului și rezistența rotorului de 5 ohmi, se cere f.e.m. și randamentul electric al dinamului.

C. D. Rădulescu

3003. Un bec electric de 60 waţi funcţionează sub o tensiune de 120 volţi. Rezistenţa filamentului la 0°C este de 20 ohmi. Să se calculeze temperatura la care se încălzeşte filamentul în timp ce becul luminează ştiind că, coeficientul de temperatură al rezistenţei filamentului este de $(5 \cdot 10^{-3})°C$.

(Concursul de burse, inst. construcţii Bucureşti 1957)

3004. a) Cîţi moli de acid fosforic se află în 14,3 kg soluţie 38,8%?

b) Un gaz perfect ocupă un volum de 1 000 l la 0°C sub presiune de 2 At. Care va fi volumul ocupat de aceiaşi cantitate de gaz, la temperatura de 100°C, cînd presiunea se dublează?

(Admiterea în facultatea de chimie, Cluj 1957)

3005. Două oglinzi sferice concave sînt aşezate cu feţele concave faţă în faţă în aşa fel, încît axele lor să coincidă. Distanţa dintre oglinzi este de 50 cm, iar distanţele focale sînt 6 cm şi 9 cm. Se cere să se calculeze unde trebuie aşezat pe axa comună a oglinzilor, un punct luminos pentru ca imaginile reale să se facă în acelaşi punct al axei?

(Admiterea în facultatea de chimie, Cluj 1957)

EXERCIŢII ŞI PROBLEME PROPUSE PENTRU ŞCOALA DE 7 ANI

E: 1081 · La aprozar, pentru 3 kg pere şi 2 kg caise, s-a plătit 13,20 lei. Altădată s-a plătit pentru 5 kg pere şi 3 kg caise cu 6,06 lei mai mult decît prima dată; preţul perelor fiind acum scăzut cu 10%, iar la caise cu 5%. Să se afle preţul unui kg de pere şi al unui kg de caise înainte de scăderea preţurilor.

B. I. Baieră

E: 1082. În 1950 numărul s.m.t-urilor din ţară era egal cu 104. În iulie 1957 valoarea raportului dintre staţiunile care au luat naştere după 1950 şi cele existente atunci era egal cu 1, (307692). Să se afle cîte s.m.t-uri erau în iulie 1957 în ţară.

Şerban I. Popescu

E: 1083. Să se construiască triunghiul ABC cunoscînd latura BC mediana AA_1 şi unghiul pe care-l face mediana AA_1 cu mediatoarea laturii BC.

D. Bătineţu

E: 1084. Un ţăran cu gospodărie individuală a contractat cu statul de două ori, grîu şi porumb.

Prima dată a contractat 250 kg grîu şi 118 kg porumb, pentru care i s-a calculat 485,98 lei, iar a doua oară 320 kg grîu şi 354 kg porumb, pentru care i s-a calculat 847,34 lei. Cu cît i s-a plătit kg de grîu şi kg de porumb?

Şerban I. Popescu

E: 1085 Fie două cercuri egale care se intersectează în A şi B. Se duce o secantă variabilă prin A care taie cele două cercuri în E şi F. Notăm cu M mijlocul lui EF şi cu N mijlocul lui AB. Să se arate că $MN = \frac{AB}{2}$.

* * *

E: 1086. O gospodărie colectivă a vîndut 3 000 chintale cereale și anume: orz, secară și grîu, primind pentru orz 140 000 lei, pentru secară 120 000 lei și pentru grîu 84 000 lei. Știind că 6 chintale orz costă cît 5 chintale secară și 7 chintale secară costă cît 6 chintale grîu, se cere să se afle cantitatea în chintale și costul unui chintal pentru fiecare fel de cereale.

(La admiterea în cl. VIII, Iași 1957)

E: 1087. Să se efectueze:

$$\frac{(20\,001 - 9{,}986)\left[\left(7{,}625 + 11\right) - \left(9\,\frac{48}{125} + 3{,}116\right)\right]}{0{,}3675 : \frac{7}{50} - 1{,}7 + 0{,}15 \cdot 4\,\frac{2}{3}}$$

(La admiterea în cl. VIII, 1957, Iași)

E: 1088. Se amestecă o anumită cantitate de minereu de calitatea I-a care conține 70% fier cu altă cantitate de minereu de calitatea II-a cu 60% procente fier și se obține un amestec de 64% fier.

Dacă s-ar adăuga 20 tone la primul minereu și s-ar scădea 20 tone la cel de-al doilea minereu, s-ar obține un amestec cu 65% fier. Să se afle cîte tone s-a luat din fiecare fel de minereu.

(La admiterea în cl. VIII Iași, 1957)

E: 1089. Să se efectueze:

$$4\,\frac{3}{10}\left[\frac{5\,\frac{1}{60}\cdot\frac{1+\frac{1}{4}}{3\,\frac{7}{12}}}{5\,\frac{9}{40} - 3\,\frac{5}{6} - \frac{5}{9}} - \frac{3\,\frac{13}{15} : \frac{14}{15} + \left(6\,\frac{53}{56} - 2{,}375\right)}{8\,\frac{3}{7}\cdot 0{,}25 + 2{,}25}\right]$$

(La admiterea în cl. VIII Iași, 1957)

E: 1090. Să se rezolve ecuația

$$2(x-1)^3 - 6(x-5)^3 + 4(x-7)^3 = 0.$$

C. I. Ț.

E: 1091. Să se verifice identitatea

$$\frac{(a+b-2c)^3}{(a-c)(b-c)} + \frac{(a-2b-c)^3}{(a-b)(c-b)} + \frac{(-2a+b+c)^3}{(b-a)(c-a)} = 0$$

* * *

E: 1092. Să se rezolve ecuația

$$\frac{x-1}{9} + \frac{x-2}{8} + \frac{x-3}{7} + \frac{x-4}{6} = 4.$$

C. I. Ț.

E: 1093. Suma a trei numere este 30. Suma primului număr cu dublul celui de-al doilea întrece cu 2 suma celui de-al doilea cu triplul celui de-al treilea. Care sînt numerele, dacă primul este media aritmetică a celorlalte două (soluție aritmetică).

I. Șt. Mușat

CONSFĂTUIREA CU CITITORII G.M.F.—B ORGANIZATĂ DE FILIALA S.S.M.F. BUCUREȘTI

Duminică 19 ianuarie 1958 a avut loc în amfiteatrul „Spiru Haret" al Universității „C. I. Parhon" din București, o consfătuire cu cititorii — elevi și profesori — din București.

Cu această ocazie s-a făcut o analiză a materialelor apărute în „Gazetă" în anul 1957.

Ședința a fost condusă de tov. conf. univ. *N. Mihăilă*, delegat al Filialei S.S.M.F. București ; din partea redacției revistei au participat tov. conf. univ. *O. Sacter*, redactor responsabil și tov. prof. *V. Atanasiu*, redactor pentru fizică.

Tov. *N. Mihăilă* a deschis ședința printr-un cuvînt introductiv în care a arătat că redacția Gazetei așteaptă din partea cititorilor ei, aprecieri cu privire la tematica Gazetei și a materialului publicat în cursul anului 1957, sesizări în ce privește lipsurile constatate și propuneri, pentru ca din toate acestea să se tragă învățăminte pentru îmbunătățirea muncii și deci, pentru ridicarea calitativă a publicației.

La discuții au luat parte numeroși elevi și profesori care au arătat prin observațiile lor, atît părțile pozitive, cît și pe cele negative ale materialelor publicate, și au exprimat punctul lor de vedere cu privire la tematică. au făcut diferite propuneri și sugestii rezultate din necesitățile constatate.

Vom reda mai jos, în ordinea înscrierii la cuvînt, esențialul discuțiilor purtate.

Eleva *Ciorănescu Ioana*, cl. X s.m. 22, arată că încă din cl. V-a, „Gazeta matematică și fizică" i-a fost un real sprijin în pregătirea sa școlară. Eleva își exprimă dorința ca în diferite numere ale Gazetei să se facă recomandări de cărți și broșuri care pot fi citite de elevi, ținîndu-se seama de nivelul lor, în scopul unei mai bune pregătiri la matematică și fizică ; cu această ocazie crede necesar să se facă și cîte o scurtă prezentare a lucrărilor recomandate.

Elevul Popescu Liviu, cl. IX ș.m. 7 apreciază conținutul bogat al Gazetei și sesizează faptul privitor la apariția neregulată și cu întîziere a Gazetei fapt care constituie o greutate în ce privește procurarea ei.

Tov. profesor de matematici *Spiridon Ghițescu*, vorbind despre articolele publicate în Gazetă, subliniază că articolele redacționale scrise cu ocazia diferitelor evenimente de importanță națională i-au servit ca material de prelucrare cu elevii pentru alcătuirea Gazetei de perete. Tov. profesor apreciază în mod pozitiv inițiativa publicării de articole privind istoria matematicii și citează în acest sens, articolele „Din istoria calculelor elementare" de conf. univ. *A. Toth*, „Din istoria trigonometriei" de prof. *I. Olivotto*. De asemenea apreciază inițiativa de a se scrie articole privind corelația dintre diferite discipline matematice, dînd ca exemplu de acest fel articolul „Cîteva corelații în matematici elementare" de prof. *C. Ionescu-Țiu*, în care se tratează relațiile algebrice care folosesc geometria și trigonometria. În legătură cu aceasta, tov. profesor sugerează necesitatea de a se mai scrie și alte articole de acest fel. Se menționează de asemenea, ca o preocupare serioasă a conducerii Gazetei, publicarea unor materiale elaborate de marii noștri matematicieni, citînd în acest sens „Două articole de matematici elementare" ale lui *Traian Lalescu*. Se sugerează ca și în viitor să existe o astfel de preocupare „Caleidoscopul matematic" prin materialul interesant și variat pe care-l conține este considerat folositor pentru activitatea în cercurile de matematici.

În ce privește lipsurile, tov. prof. *S. Ghițescu* subliniază apariția neregulată a Gazetei și existența unor greșeli de tipar. Tov. profesor este de părere ca problemele să fie repartizate pe clase și totodată, acestea, precum și articolele să urmeze aproximativ desfășurarea cursurilor, adică să existe o concordanță între capitolele predate cu materialul publicat în Gazetă. Se recomandă ca fiind necesare elaborări de articole și exerciții în legătură cu rigla și compasul, și de asemenea articole privind politehnizarea, de exemplu, calcule cu aproximație, nivelare etc.

Tov. profesor de matematici *Spiridon Zverca*, arată că rezolvările date unor probleme sînt greoaie. În legătură cu aceasta tov. profesor sugerează publicarea unor „note" privind extinderea rezolvărilor la anumite probleme. Se arată apoi necesitatea reeditării unor broșuri ale S.S.M.F., precum și necesitatea editării unor broșuri mici de circa 20—30 pagini, în legătură cu difuzarea unor materiale de importanță deosebită, dar care nu pot fi publicate în Gazetă din cauza lipsei de spațiu.

De asemenea consideră necesar ca S.S.M.F. să ia inițiativa editării unor tratate accesibile elevilor, care să aprofundeze și să lărgească cunoștințele matematice căpătate din manuale.

Elevul Dragomirescu Mihai, s.m. 12, arată că materialul publicat în Gazetă l-a ajutat mult în pregătirea sa, relevă însă greutățile în procurarea revistei. El consideră că ar trebui să se tipărească mai multe exemplare. În privința articolelor de matematică arată că acestea depășesc adesea nivelul elevilor și dă ca exemplu articolul „Asupra rezolvării ecuațiilor algebrice iraționale" de *G. G. Constantinescu*. El cere ca articolele să fie scrise mai ales pentru elevi.

Eleva *Chirilă Rodica*, cl. IX s.m. 22, remarcă lipsa unor articole destinate elevilor claselor V—VII. Sugerează totodată, înființarea unei rubrici destinată problemelor celebre.

Tov. profesoară de fizică *Olimpia Bilă* arată că articolele de fizică sînt interesante și în general accesibile elevilor, dar că ar trebui să fie și mai accesibile. În privința problemelor d-sa arată că s-a cam neglijat cl. VIII-a, pentru care s-au publicat puține probleme în raport cu clasele IX—X care beneficiază de un număr mai mare de probleme. Tov. profesoară este de asemenea de părere ca problemele și articolele să fie eșalonate în concordanță cu programa școlară și desfășurarea ei. Recomandă să se publice mai multe probleme de fizică date la examenele de admitere în institute și facultăți.

Tov. profesoară subliniază și lipsa problemelor de fizică pentru clasele VI—VII precum și a unor articole destinate elevilor acestor clase. Se sugerează elaborarea de articole privind istoria fizicii.

Tov. profesor de fizică *Nicolae Stănescu* face constatarea că G.M.F.—B a ajuns în ce privește conținutul, la o formă mulțumitoare, se poate spune chiar bună, avînd rubrici variate și interesante cum sînt de pildă acelea ale „Construcțiilor de aparate", „Noutăți din știință și tehnică", „Caleidoscopul fizic" etc., rubrici care folosind un spațiu relativ mic prezintă un material bogat și bine ales.

Articolele pe cît este posibil se referă la diferite capitole ale fizicii, dar cum este și firesc, ele nu pot să acopere toate domeniile fizicii, în decursul unui an, acest lucru putînd fi realizat doar-într-o etapă mai mare. Din acest punct de vedere, arată tov. profesor, o revistă nu poate fi apreciată decît prin întreaga ei colecție. Se arată apoi, că pe ici pe colo se mai strecoară și unele greșeli și dă ca exemplu chiar cazul unui articol al său în care datorită omiterii unui „nu" într-o frază, a rezultat o afirmație greșită. Tov. profesor recomandă cu această ocazie, necesitatea unor corectări foarte atente, pentru ca să nu se strecoare nici o greșeală și aceasta mai ales pentru că revista se adresează elevilor și aceștia ar putea să să colaboreze la Gazetă.

Referitor la concordanța dintre materialul publicat și desfășurarea programei școlare — fapt susținut de unii antevorbitori — tov. prof. N. Stănescu demonstrează că nu poate fi de aceiași părere, deoarece acest lucru este imposibil, diferitele clase studiind în aceleași intervale de timp diferite capitole ale fizicii. Pentru a se realiza o astfel de concordanță articolul ar trebui să se adreseze doar unei anumite clase, ceea ce nu este just.

Eleva *Bădeliță Luminița*, cl. V s.m. 4, cere ca Gazeta să stimuleze activitatea cercurilor prin organizarea unor concursuri.

Tov. profesoară *Alice Motaș* semnalează faptul că unii elevi nu au posibilitatea să colaboreze la Gazetă.

Eleva *Barcan Mariana*, s.m. 4, cere ca articolele să fie scrise într-un limbaj accesibil elevilor.

În numele redacției răspunde tov. conf. univ. *O. Sacter*, mulțumind tuturor participanților pentru interesul pe care-l poartă publicației și pentru sprijinul pe care l-au adus colectivului de redacție prin critica, propunerile și sugestiile pe care le-au făcut. D-sa arată că datorită unor măsuri pe linie de tipografie, Gazeta va apare cu mai multă regularitate. În ce privește concordanța între articolele și problemele publicate, cu stadiul desfășurării programei școlare, deci a cursurilor, arată că — așa cum a susținut și tov. prof. *N. Stănescu* — acest lucru nu este posibil de realizat din motivele menționate. Repartizarea problemelor pentru clasele IX—XI de asemenea consideră că nu este posibilă, deoarece autorii lor le prezintă în general cu un conținut complex care se referă la mai multe domenii ale disciplinei respective — și nici nu este necesară această operație, deoarece elevii pe baza cunoștințelor lor și pentru faptul că sînt elevi fruntași pot să abordeze probleme care nu sînt strict legate de programa clasei lor.

Referitor la nivelul articolelor consideră că nu este just ca el să fie mai scăzut, deoarece rolul Gazetei este să adîncească cunoștințele căpătate în școală, să țină în curent pe cititori cu noile cuceriri ale științei și tehnicii, să contribuie la lărgirea orizontului

științific al elevilor, ori pentru realzarea acestor deziderate se impune și o elaborare corespunzătoare a materialelor publicate.

Asupra celorlalte probleme ridicate cum sînt:

— articole privind politehnizarea, istoria matematicii și fizicii
— articole pentru clasele V—VII
— articole și exerciții în legătură cu rigla și compasul
— probleme de fizică date la examenele de admitere în facultăți
— note privind extinderi la rezolvări de probleme
— probleme de fizică pentru clasele VI, VII
— editarea de către S.S.M.F. de broșuri mici și tratate, — toate aceste propuneri sînt considerate de redacție juste și în măsura posibilităților se va strădui pentru traducerea lor în fapt.

Tov. profesor *Virgil Atanasiu*, redactor pentru fizică, face un apel către profesori și colaboratori îndemnîndu-i să contribuie după posibilitățile lor la elaborarea problemelor de fizică și chiar a unor mici articole destinate elevilor, făgăduindu-le în acest sens, tot sprijinul de care vor avea nevoie atît în alegerea temelor, a bibliografiei cît și în redactarea lor.

Tov. conf. univ. *N. Mihăilă* închizînd ședința, subliniază dubla însemnătate pe care o are Gazeta matematică și fizică, seria B pe de-o parte sprijinind procesul de învățămînt, pe de altă parte ajutînd în pregătirea lor pe elevi la disciplinele respective. Faptul că materialul prezentat în paginile G.M.F.—B este la un nivel mai ridicat nu poate fi decît spre folosul elevilor fruntași, care au astfel posibilitatea să-și lărgească orizontul cunoștințelor în domeniile matematicii și fizicii, discipline despre al căror rol în știința și tehnica actuală nu este nevoie să se insiste.

RUBRICA REZOLVITORILOR DE PROBLEME

EVIDENȚIAȚI

Pînă la 1 noiembrie 1957 s-au mai evidențiat următorii rezolvitori de probleme:

Enescu Cornelia (absolventă București), *Iftimie Viorel* (student matematici București), *Soare D. Ștefan* (cl. 9 s. m. 12 București), *Rotar Constantin* (student Inst. Politehnic Iași), *Stan C. Dumitru* (student ATM București), *Staicu N. Ștefan* (absolvent Craiova), *Brînzei P. Dan* (cl. 10 s. m. 3 Iași). *Stoicescu Cristian* (cl. 8 s. m. 11 București, *Teodorescu Nicolae* (student matematici București), *Baștureseu I. Mugurel* (cl. 9 Caracal), *Hopulele Traian* (cl. 8 liceul militar Cîmpulung Mold.), *Ilioi C. Constantin* (cl. 10 Roman), *Anghel Constantin* (student matematici București), *Popescu G. Adina* (cl. 8 Giurgiu), *Manea Sabina* (studentă matematici București), *Popescu V. Radu* (cl. 8 Giurgiu), *Motoargă Dumitru* (cl. 10 liceul militar Breaza), *Popa Mircea* (student fizico-matematici București), *Sipoș Maria* (absolventă Arad), *Anițescu N. Nicolae* (cl. 10 s. m. 2 Tîrgu Jiu), *Zamfirescu I. Tudor* (cl. 7 s. m. 22 București), *Grecu Anton* (cl. 10 Roșiorii de Vede), *Bergthaler Cristian* (cl. 10 Petroșani), *Rusu Constantin* (absolvent Tr. Severin), *Gherlan Vasile* (maistru minier Sărmașag), *Hotăranu Dumitru* (lăcătuș, Turnu Severin).

Pînă la 1 noiembrie 1957, s-au primit cîte cel puțin zece soluții bune la problemele propuse sau la chestiunile de examen propuse în ultimele numere apărute 6, 7, 8, 9 ale „Gazetei matematice și fizice" seria B, de la următorii rezolvitori de probleme:

ALEXANDRIA. Abs. Nicolae M. Ioan (2693, 750, 11, 28, 31, 33, 34, 46, 47, 59, 78, 79, 90, 91, 94, 96, 99, 801—04, 06),

ARAD. Abs. *Sipoș Maria* (2618, 33, 35, 39—42, 44, 45, 49, 50, 56, 64—69, 72, 75, 77, 78, 80, 84, 86, 87, 93, 95, 97. 700—03). Cl. VII. Ciurea Sorin (E: 985, 87, 90, 94, 1001, 13,20), Santa Florica (E: 985, 86, 87, 89, 90, 1003, 04, 06, 08). Cl. X. Beștea Gh. Cătălin (2706—08, 13, 16, 20, 24, 28, 31—35), Demșoreanu Brutus (2705—07, 09, 10, 12, 28, 31, 33, 35, 36).

BACĂU. S. m. 1. Cl. X. Sîrbu Mihai (2686, 87, 05, 97, 98, 701—03, 06, 08, 13, 15, 16, 19—22, 25, 28, 39, 31, 33—36, P), Vigder Armand (2687, 722, 28, 31, 32, 34, 36, 72, 98, 99, 803, 04, 06, E: 984, 86, 88, 1004, 15, 18, 19, 20).

PĂUNEȘTI-Adjud. *Ș. de 7 anii.* Cl. VI. Ignat Gheorghe (E: 949—52, 58, 62, 65—68, 73), Marinov Costică (E: 949, 51, 52, 57, 58, 62, 65—68), Novac Felicia (2674, E: 954, 67. 71, 79, 85—87, 89, 90, 97, 99, 1013, 14, 17, 22, 24), Ștefan Felicia (2774, E: 967, 84—87, 89, 90, 97, 1015, 24), Vaideș Gheorghe (E: 949, 51, 58, 62, 65—68, 71 73). Cl. VII. Bahu Florica (E: 952, 60, 61, 64, 67, 68, 71, 73, 76, 80, 81), Chiriac Gh. Valeriu (2674, 76, 77, E: 962, 64—68. 71, 73, 76, 80), Marin I. Agela (2674, E: 952, 54—56, 64. 71—73, 76, 78, 80, 84, 85, 87, 89, 90, 97, 1014, 15(, Roman G. Simion (E: 649, 50, 58, 60, 62, 65—68, 73, 79), Teodorescu Mariana (E: 960, 62, 64—68, 72, 73, 78, 79), Vasilache Zarafina (2757, E: 978, 84—90, 93—95 97, 99, 1003, 04, 13, 15, 17, 21, 24).

BAIA DE ARIES (Cluj). Cl. VIII. Totolici Gabriel (E: 987, 97, 1000, 02, 06, 08, 09, 13, 15, 17, 19, 21, 24).

BISTRIȚA (Cluj. Verveagă Titus (2687, 90, 93, 95—97, 99, 700, 01, 02, 04).

BRĂILA. S. m. 1. Cl. VIII. Moraru Margareta (E: 984—87, 89, 90, 1013, 17, 21, 24). Abs. Mihalcea C. Lucian (2634, 35, 37, 49, 70, 87, 93, 94, 700, 04, 07, 28, 31, 34—36, 72).

BREAZA (Ploești). Cl. X. Motoargă Dumitru (2686, 87, 89, 91, 95, 97—01, 04—09, 13, 15—17, 19—22, 26, 28, 29, 31—36).

BUCUREȘTI. Studenți: *Anghel Constantin* (fac. mat-fiz) (2886, 87, 91, 96, 97, 700, 01, 04, 15, 16, 19, 20, 22, 28, 29—31, 34—36, 41—43, 46, 40, 55, 57, 59, 61, 65, 68, P), Bogza C. Mihai (fac. Mihai (fac. mat-fiz) (2708, 11, 13—16, 20, 28, 29, 31, 32, 34—36, 46, 49, 58, 59, 68, 94—98, 801—04, 06), Cîrstoiu C. Barbu (fac, mat-fiz) (2686, 87, 705, 08, 13, 15, 19—21, 25, 30—33), Demayo Adriana (fac, mat-fiz) (2701, 03—06, 08, 11, 13, 19, 21, 28, 31, 34, 36, 39, 46, 61, 65, 95, 98, 99, 800), *Iftimie Viorel* (fac. mat-fiz) (2705—09, 11—17. 19—26, 29—36. 38—44. 46. 47. 49. 50, 52. 54—57. 59—68. 70, 71). Lojniță Gh. Constantin (fac. utilaj) (2722, 31. 33—35, 79, 81, 96, 802, 06. P), *Manea Sabina* (fac. mat-fiz) (2693, 700, 01. 02, 04, 13, 17. 20. 21. 22, 25, 33. 35, 38, 46, 61, 62, 66, 68, 72. 90. 91. 94—02. 04. 06, P), Marzin Traian (fac. mat-fiz) (2707, 16. 31, 34. 46, 98, 99, 801. 04, 06. P). *Popa Mircea* (fac. mat-fiz) (2713, 16. 28, 31—36, 42. 45, 46, 55. 57, 59, 62, 64, 66, 72. 79, 81, 90, 91. 94—96, 98, 801, 02, 04), *Stan C. Dumitru* (ASM) (2705, 07, 09, 12, 16. 17. 19—22, 25. 29, 32—36, 38, 39, 46, 47, 49, 55, 57, 58, 59. 61, 62, 64—66, 68, 72, 74. 76, 78—80, 83, 90, 91. 94—96. 98—04, 06), *Teodorescu Nicolae* (2707, 08, 10, 15, 16, 20, 28, 31, 34—36, 39—41, 43—46, 47, 54, 55, 56, 62. 66—68, 78, 83, 90, 91. 95, 96, 98, 802. 03, 06, P).

Absolvenți: Alexe C. Dan (2706, 07, 11, 13, 16, 19, 22, 28, 30, 31, 33—36, P), Diaconu Gheorghe (2554, 665, 708, 13—15, 20, 28, 31—36), *Enescu Cornelia* (2633, 58, 68, 69, 72, 75, 86—91, 593, 95, 97, 98, 700—02, 04—06, 12—15, 20, 22, 28, 29, 31, 32, 34—36, 39, 46, 54, 57, 59, 64, 66, 68, 72, 74, 79, 90, 91, 94—02, 04, 06), Gîrboveanu Constantin (2728, 31, 34, 35, 46, 68, 72, 94, 98, 99, 801—804, 06), Harmata L. Mihai (2707, 16, 20, 28, 31, 33—36, 46, 47, 59, 78, 91, 94—96, 98—04, 06), Marinaș Marina (2706, 07, 11, 16, 19, 28, 31,, 34, 36, 42, 46, 47, 59, 78, 90, 91, 94—96, 801, 02, 04, 06, P), Popa C. Nestor (2728, 31, 34, 35, 78, 90, 92, 94, 95—98, 801, 04, 06).

S. m. 1 „N. Bălcescu". Cl. 7 Cristea Nicolae (E: 983, 85—87, 89—90, 94, 95, 1001, 03, 06, 07). Cl. 9 Dascălu Dan (2686, 87, 97, 702, 19, 22, 24, 31, 32, 36), Răşcanu Radu (2686, 90, 97, 98, 706, 13, 59, 62, 70, 79). Cl. 10. Isbăşescu Mihai (2686—89, 93, 97—03), Lupan Mircea (2633—37, 39, 41, 45, 47, 53, 55—58, 60, 64, 66, 72, 79).

S. m. 4. „Aurel Vlaicu". Cl. 10. Dumitrescu Elisabeta (2649, 55, 56, 66, 69, 73, 93, 715, 20, 31, 34), Nicolau G. V. Cornel (2687, 91, 706, 17, 22, 28, 32, 35, 39, 46, 57, 68, P).

S. m. 7 „I. L. Caragiale". Cl. 8. Grofşoreanu T. Gelu (2733, 59, 64, 66, 68, 69, 72, E: 965, 72—74, 76, 80, 81). Absolventă Buşilă A. Ioana (2746, 78, 81, 83, 94-04, 06).

S. m. 10. „Zoia Cosmodemianskaia". Cl. 10 Nicolau Smaranda (2568, 78, 79, 613, 35, 58, 59, 72, 706, 13, 31, 59, 61, 98, 802), Repciuc Rodica (2740, 43, 46, 47, 52, 55, 57, 62, 63, 66). Kim — ing — Za (2861, 63, 64, 65, 67, 71, 72, 73, 75, 79, 80).

S. m. 11 „D. Cantemir". Cl. 8. Stoiceacu Cristian (2706, 13, 31, 33, 35, 42, 46, 57, 59, 64, 65, 70, 79, 90, 91, E: 984—90, 92—97, 1000, 02—04, 06—09, 11—14, 20). Cl. 10, Antoniu I. Sorin (2713, 15, 20, 32, 33, 42, 46, 59, 91, 95).

S. m. 12. Cl. VIII. Mihăescu St. Cristian (2757, 917, E: 984—90, 92—94, 96). Cl. IX. Onu Ştefan (2697, 98, 700, 01, 06, 07, 09, 13, 22, 26, 28, 31, 34, 35), *Soare D. Ştefan* (2705, 06, 08, 10, 13, 15—17, 19, 22, 28, 30—36, 39, 41, 47, 55—59, 61—66, 68.

79, 81—83, 88, 90, 94, 96—99, 801, 04, 06). Cl. X. Moldoveanu Alecu (2735, 46, 68, 72, 94, 98, 99, 801—04, 06), Pavlu Mircea (2656, 75, 97, 701, 12, 26, 31, 49, 59, 79, 90, 91). Soare Gabriel (2707, 13, 16, 20, 28, 31, 34, 35, 46, 58, 59, 68, 72, 78, 79, 98, 99, 802, 06).

S. m. 13. Cl. IX . Popescu I. Ovidiu (2555, 89, 607, 11, 31, 33, 36, 37, 52, 68).

S. m. 17 „Matei Basarab". Cl. VII. Dincescu Vasile (E: 976, 78, 80). Cl. VIII Olteanu S. Victor (2779, 90, 91, 95, 801, 04, E: 1013—15, 17—24). Cl. X. Paşa Florin (2698, 702, 03, 13, 28, 31—35, 57, 59, 64, 70, P).

S. m. 18 „Mihail Eminescu". Cl. VII. Stan Ştefan (E: 974, 76, 78, 80, 83, 85—87, 89—90, 93—95, 1006, 07). Cl. VIII. Arsene Al. Cătălin (2757, 59 E: 975, 81, 82, 85, 87 90, 93—95, 1003, 04, 09), Cl. VIII. Mira I. Eugen (2702, 04, 06, 08, 13, 19, 20, 31, 33, 35, 36, 46, 47, 57, 59, 61, 68, 70). Cl. X. Eftimie Radu (2687, 739, 41, 46, 52, 55, 59, 62. 64, 66, 68), Necşoiu Dan (2686, 87, 97, 700, 02, 05, 19, 28, 31, 34—36).

S. m. 20 „Gheorghe Şincai". Cl. X Nicolau Mihai (2706, 12, 13, 28, 34, 36).

S. m. 22 „Gheorghe Lazăr" Cl. VI. Barbu M. Cornel (E: 985—97, 89, 90, 1002, 08, 13, 22, 24). Cl. VII. Boiangiu Ana (E: 984—97, 98, 90, 1003, 04, 13, 17, 24), Niţă Georgeta (E: 985—87, 89, 90, 95, 1000, 02, 03, 08, 13, 15, 17, 19, 21), *Zamfirescu I. Tudor* (26098, E: 974—78, 80, 82, 84—97, 1000, 02, 08, P). Cl. X Petcu Nicolaie (2706, 28, 31, 35, 68, 78, 94, 98, 801, 02, 04).

S, m. 23. Cl. IX. Cociu Margareta (2745, 46, 59, 90, 91, 93—96, 98, 801—04, 06). Cl. X. Reviu S. Eugen (2700, 01, 05, 07, 09, 12, 15, 16, 19, 20, 22, 26, 28, 29, 31, 34—36, 47, 55, 59, 66, 68), Stcenescu T. Gh. (2701, 05, 07, 16, 19, 20, 22, 31, 34—36, 46, 67).

Şc. de 7 ani nr, 145. Ghencea. Cl. VI. Alexandroaia Marcela (E: 975, 76, 78, 80, 82, 85—87, 89, 90, 94, 97), Mitu Florica (E: 974—76, 78, 80, 82, 84—87, 89, 90).

BUZĂU. *Absolvenţi:* Grigorescu Gabriel (2687, 90, 91, 93, 97, 98, 700—04), Ichim Ilie (2708, 19, 28, 43, 46—50, 54, 56—58, 61, 73, 75), Toma C. Nicolae (2708, 93, 93, 700, 01, 16, 28, 31, 33—36, 46, 55, 66).

CALAFAT. Cl. X. *Mititelu Ştefan* (2686, 87, 93, 95, 98, 700—02, 06, 08, 13—15, 20, 21, 25, 29, 31—33, 35, 36, 39, 44, 46, 56—59, 62, 65, 68, 70, P). Absolvent Ciureşu C. Radu (2713, 28, 31—34, 36, 42, 46, 57, 65, 72, 79, 80, 91, 94, 98, 99, 101—04, 06, P).

CARACAL. *s. m. l.* Cl. IX. *Başturescu G. Mugurel* (2699, 706, 08—10, 13, 915 19—22, 25, 26, 28, 30—35, 39. 41—43, 46, 47, 49, 55, 57—59, 61, 62, 64, 65, 68, P).

CARANSEBEŞ. *S. m. 2.* Cl. X. Preis Wilhelm (2713, 35, 46, 59, 68, 79, 90, 91, 96, 802, P).

CÎMPINA (Ploeşti). S. de 7 ani Bănesti. Cl. VI. Săndulescu Mihaela E: 933, 34, 40, 49, 64, 67, 68, 72, 73, 80).

CÎMPIA TURZII. Cl. VIII. Onescu Elena (2713, 17, 28, 31—34, 42, 45, 59, 64, 68).

CORNU (Ploeşti). Cl. VII. Dinu Virgil (E: 984—87, 89, 90, 97, 1003, 04, 09).

CÎMPULUNG MOLDOVENESC. *Liceul militar.* Cl. VIII. *Hopulele Traian* (2687, 97, 700, 02, 42, 59, 64, E: 974—78, 80—87, 89, 90, 92—97, 1002—04, 06—09, 11). Absolvent Romaşcu Nicolae (2728, 31, 34, 36, 38, 64, 68, 94, 96, 98, 801, 02, 04, 06).

CÎMPULUNG MUSCEL. *S. m. l.* Cl. X. Vasilescu V. Mihail (2706, 20, 31, 32, 35, 48, 58, 66, 68, 98, 806).

CLUJ. *Studenţi:* Bîrsan Romanel (fac. mec.) (2715, 21, 34, 36, 38, 40, 56, 57, 59, 61, 72, 74, 76, 78, 80, 82, 83, 94—96, 98, 99, 802, 03, 06), Popa I. Emil (fac. mat. fiz.) (2701, 04, 07, 13, 16, 28, 29, 31, 34, 35, 42, 68, 78, 90, 91, 94, 98—804, 06).

Inst. pedagogic nr. 2. Anul III. Baciu Mihai (E: 985, 87, 89, 90, 97, 1002, 08, 22, 24, 1113), Grindean Maria (E: 976, 78, 80, 86, 87, 89, 90, 93, 94, 1024), Neagoş Stela (E: 978, 80, 85—87, 89, 90 1013, 22, 24), Roşca Valer (E: 985, 87, 89, 97, 1003, 13, 17, 19, 21, 22, 24), Vaiş Septimiu (E: 987. 89, 90, 97, 1009, 13, 17, 19, 21, 22).

S. m. 4. Cl. X. Babeş Victor (2697—700, 14—16, 20, 28, 31, 33—36), Chisăliţă Adrian (2708, 15, 16, 20, 28, 31, 34, 36, 46, 59, 62, 66, 68), Niculescu Vasile (2706, 07, 13—16, 19—21, 28—36).

Absolvent Cădaru Mircea (2705—08, 13, 28, 31—34, 39, 57, 95, 99).

CONSTANŢA. *S. m. 1 „Mircea cel Bătrîn".* Cl. X. Mărăcine O. Pompiliu (2722, 57, 59, E: 996).

S. m. 3. Cl. VI. Georgescu Dumitru (E: 978, 85, 87, 89, 90, 97, 1013, 14, 17, 22—24). Cl. VII. Beride M. Virginia (2765, E: 975, 78, 80, 85—87, 90, 93—95, 1002), Creţu P. Laurenţia (E: 975, 78, 80, 82, 85—87, 90, 93, 94, 97, 1002), Leu V. Mioara (2765, E: 975, 78, 80, 85, 86, 89, 90, 95, 97, 1002), Soceanu Aurora (E: 975, 78, 80, 82, 85—87, 93, 94, 97, 1002), Teodorescu Adriana (2765, E: 975, 78, 80, 85—87, 93, 95, 97, 1002). Cl. VIII. Şerbu Lucia (E: 975, 78, 80, 82, 85—87, 93—95, 97, 1002, 13).

CORABIA. Cl. X. Truică Marin (2686, 87, 97, 700 01, 06, 20—22, 28, 32, 42, 59).

CRAIOVA. *S. m. 3.* Cl. VIII. Cetăţeanu Rodica (2731, E: 977, 78, 80, 84—88, 90, 94, 96, 98, 99, 801, 04, 06).

S. m. 2 „Fraţii Buzeşti". Absolvenţi: Bratcovici Marin (2728, 31, 34, 35, 94, 99—01, 04, 06), Codreş Iulian (2707, 11, 12, 16, 28. 31—36), Dumitru T. Dionis (2706—09, 12, 16, 28—31, 33—35), *Staicu N. Ştefan* (2642, 47, 51, 58, 60, 61, 65—67, 72. 76, 78, 80, 91, 83, 84, 86, 87, 91, 97, 700, 01, 04, 11, 13, 19, 21. 28, 34—36, 42, 46, 49, 57—59, 61, 68, 72, 79, 90—93), Stancu D. Doru (2730, 31, 35, 41, 61, 72, 78, 79, 90—92, 94 804, 06), Truţă Coriolan (2686—04).

DOROHOI. *Absolvent.* Ciofec D. Mihai (2713, 17 28, 31, 33—35, 42—46, 57, 59, 68, 90, 91, 95, 96, 99, 802, 03, 06).

FĂGĂRAŞ. Cl. X. Săbăduş Mihai (2755, 62, 66, 72, 78, 95, 98, 99, 802, 06). *Absolvent.* Chichevnea Virgil (2779, 81, 90, 91, 93—95, 98—800, 04, 06).

FOCŞANI. Cl. VIII. Popa Nicolae (2693, 94, 96, 98, 700, 01, 03, 20, 31, 33, 35, E: 975, 77, 81, 83).

GIURGIU. *S. m. l.* Cl. VIII. Popescu G. Adina (E: 984—87, 89, 90, 94, 96, 98—1004, 08, 09, 12—19. 21—24), *Popescu O. Radu* (E: 984—90, 93—96, 99—1004, 08, 12, 13, 15, 17—19, 21, 22, 24, 31, 57, 59). Cl. X. Vişinescu Mihai (2554, 724, 61, 65, 72, 79, 90, 93, 95, 802, 04, 06).

HUŞI. (Iaşi). *Abs.* Dolteanu Temistocle (2693, 94, 700, 01, 06, 08, 13, 14, 17, 25, 28, 31—35).

IANCA. (Galaţi). *Abs. Bănică Radu* (2686—88, 90, 92, 93, 97—706, 03, 09, 11, 12, 14, 16, 17, 20—22, 25, 28—36).

IAŞI. *S. m. 1 „Mihail Sadoveanu".* Cl. VIII. Vieru Rodica (989, 92, 1000, 01, 03. 04, 13, 15, 19, 21. 22, 24).

S. m. 3 „ Costache Negruzzi". Cl. X. *Brînzei P. Dan* (2607, 14, 16, 17, 706, 08, 28, 40, 41, 43, 46, 47, 55—59, 61, 63, 65, 68, 70, 72, 79, 80, 83, 86, 88, 90, 91, 93—98, 800—04. 06), Ce-Chang-Heu (2728, 31, 3', 35, 46, 72, 90, 94, 95, 98, 802, 06).

S. m. 4. Cl. VIII. Perju Natalia (E: 984—87, 89, 90, 94, 95, 97, 1002, 08.

S. m. 5. Cl. VIII. Dragoslav Iulian (2731, E: 975—78, 80, 84—87, 89, 90, 95, 96, 1002, 03).

Student Rotar Constantin (Inst. politehn.) (2649, 52—61, 63—73, 75—77, 82, 86—91, 93—98, 700—04).

LUGOJ. *S. m. 1* „Coriolan Brediceanu". Cl. VIII. Popa Doina (E: 984, 86, 90, 94, 96, 98, 1000, 02, 04). Cl. X. Sufană Constantin (2700. 13, 15, 20, 29, 31, 33, 52, 55, 57, 59).

MORENI (Ploeşti). Cl. VIII. Badea Constantin (E: 984, 86, 87, 89, 90, 97, 1000, 02, 08, 09, 13, 21, 24).

ORADEA. *S. m. 2.* Cl. VIII. Bărbulescu Aurelia (E: 984, 85, 96, 99, 1000, 08, 09, 13, 15—17, 19, 22, 23), Nestorescu Rodica (E: 1002, 03, 13, 15—19, 21, 22, 24!.

PIATRA NEAMŢ. *S. m. 2.* Cl. IX. Alupului Mariana (2708, 13, 15, 22, 24 31—33, 35, 99), Borcea Laurenţiu (2708, 13, 15, 20, 22, 24, 31—33, 35), Călin Maria (2708, 13, 15, 20, 22, 24, 31—33, 35), David Matilda (2708, 13, 15, 20, 22, 24, 31—33 35, 99), Petrescu Clementina (2708, 13, 15, 20, 22, 24, 31—33, 35, 99), Petrescu Mariana (2708, 13, 15, 20, 22, 24, 31—33, 99), Sardino Giovanina (2713, 15, 20, 22, 24, 31—33, 35). Cl. IX. Stefanor Constantin (2708, 13, 15, 20, 22, 24, 31—33, 35), Tofan Carmen, (2713, 15, 20, 22, 24, 31—33, 35), Trifon Ioana (2708, 13, 15, 20, 22, 24, 31—33, 35, 99), Ursache Rodica (2708, 13, 15, 20, 22, 24, 31—33, 35, 99), Ungureanu Veturia (2708, 13, 15, 20, 22, 24, 31—33, 35).

PETROŞANI. *S. m. 1.* Cl. VIII. Albu Toma (2759, 985, 87, 89, 90, 91, 94, 96, 1004, 06, 08). Cl. X. *Bergthaler Cristian* (2686—89, 91, 92, 95—700, 02, 04, 05, 07, 08, 13—15, 19, 20, 22, 24, 25, 28, 34—36).

PITEŞTI. *Absolvent* Duţă Doru (2728, 33—35, 42, 65, 68, 72, 94, 98, 802, 04. 06).

PLOEŞTI. *Ş. m. 1 „I. L. Caragiale".* Cl. VIII. Negrea P. Ştefan (2705, 33. 59, 64, E: 984—90, 95, 97, 1004, 07, 09). Cl. X. Canteş Leonid (2719, 39, 46, 47, 57, 59, 79, 801, 04), Ciochină Constantin (2699, 701, 06, 16, 22, 28, 31—34), Ciortan Vasile (2686, 87, 89, 90, 23, 97, 99, 700, 01, 03, 04), Constantinopol Alexandru (2686, 87, 89, 97, 98, 700,—04. 06, 09, 12, 15, 17, 20, 28, 31, 35), Dumitrescu Stelian (2697, 701, 02, 31, 33, 39, 42, 47, 59, 64, 90, 91, 98, 802), Mignea Claudiu (2717, 20, 22, 25, 31, 32, 36, 39, 47, 59, 64, 76, 802), Tudor C. Nicolae (2715, 17, 22, 29, 31, 32, 39).

Ş. m. 2 „A. Toma". Cl. VIII. Cirtan Stanca (2698, 702, E: 974—83).

Ş. m. 3 Cl. VIII. Angelescu Mihai (E: 984—87, 89, 90, 97, 1002—04, 07, 09), Bălan Doinel (E: 984—87, 89, 90, 1003, 09, 13, 17, 19). Lefter Elena (E: 985, 89, 90,

95, 1003, 13, 16), Manolache Daniela (E: 985—89, 96, 97, 99, 1003, 04, 07, 09, 24); Pampu M. Virginia (2766, 74, E: 984—86, 89, 90, 95, 1002—04, 12, 13, 15—17, 21), Popescu D. Mihai (E: 984—87, 89, 90, 97, 1002, 03, 07, 09, 17, 19—21), Tomescu Alex. (2733, 59, 64, E: 985—90, 97, 99, 1004, 07, 09), Vasilescu Petre (2705, 08, 331, 55, 59, 62, 64, 66, E: 984—91, 97, 99, 1003, 13). Dl. X. Ştefănescu Doina (2708, 13, 17, 20, 28, 29, 31, 32, 34,36), Filipascu Emilia (2708, 13, 17, 20, 28, 29, 31, 32, 34, 36). *Absolventă* Dobrişan Marina (2706, 08, 13, 15, 20, 22, 28, 32—36, 46, 52, 59, 64, 72, 90—93).

RĂDĂUŢI. *Ş. m. 1.* Cl. VII. Hîncu Adrian (984—87, 89, 90, 93, 94, 97, 1002, 03, 08). Cl. VIII. Onciulescu Ioan E: 984—87, 89, 90, 1013, 15, 19, 21). Absolvent Alexiu Dan (2728, 29, 31, 34, 90, 91, 95, 96, 98, 99, 801—04).

RIMNICU VILCEA. Ş. m. 2. Cl. VIII. Bulucea D. Dumitru (E: 985, 87, 89, 99, 1003, 04, 08, 09, 13, 15, 19, 21).

ROMAN. Cl. X. *Ilioi C. Constantin* (2686—91, 93—98, 700—03, 06—08, 13—16, 20, 28—36). Absolvent Mayersohn Bruno (2707, 13, 16, 22, 28, 31, 32, 34, 36, 72, 98, 802).

ROŞIORII DE VEDE. Cl. VIII. Iosif Nelu (2610, 24, E: 949, 80, 84—87, 89, 90, 1004, 09, 13, 17, 19, 20, 21, 24, P). Cl. X. *Grecu Anton* (2591, 620, 32, 56, 77, 99, 700, 02, 03, 04, 06—08, 13, 15, 16, 19, 20, 24, 25, 28, 31, 33—35, 43, 44, 59, 64, 70, N, P).

SARMASAG (Simlăul Silvaniei). *Maistru minier Gherlan I, Vasile* (2700—02, 04, 06—09, 11, 11, 13—17, 19—22, 24, 25, 28—36, P, N).

SATu MARE. Absolvent Pop Ioan (2708, 19, 22, 28, 31, 33—36).

SIBIU. *S. m. 1. „Gheorghe Lazăr".* Cl. VI. Carp Dan (E: 985—87, 89, 90, 96, 1002, 06, 08), Şcurtu Ionel (E: 987, 89, 90, 94).

S. tehn. tipografie, An I. Grigore Al. Gheorghe (2693, 701, 28, 31, 34, 42, 46, 66, 96, 802). Absolvent Golescu Alexandru (2747, 57, 61, 72, 76, 79—81, 83(.

SLATINA. Cl. VII. *Florea Doina* (2720, 31, 62, E: 977, 80, 81, 84—90, 92—97, 1000—04, 09). *Absolvent* Dorobanţu N. Valeriu (2707, 42, 46, 49, 57, 59, 62, 68, 72, 78, 79, 83, 90, 94, 95, 98—800, 02, 04, 06).

TECUCI. *Ş. m. 2.* Cl. VIII. Belcescu Mihai (2762, E: 984, 86, 87, 90, 93, 94, 1003, 04, 08, 12, 13, 15, 19, 21), Groma Petre (E: 985—87, 89, 90, 93, 94, 97, 1003, 04, 08, 09, 15, 19, 21), Mitrofan Costică (E: 985, 86, 87, 89, 90, 93, 94, 97, 1003, 04, 08, 09, 15, 19, 21), Moscovici Henri (2859, E: 976, 80, 81, 84—87, 89, 90, 93, 94, 1013, 17, 19, 21—34), Popescu D. Constanţa (E: 974, 84—87, 89, 90, 93, 99), Tătaru Petre (E: 985, 87, 89, 90, 93, 97, 99, 1002, 08, 09, 13, 22, 24), Cl. X. Sulugiuc Silvia (3725, 36, 39, 44, 61, 63, 70, 74, 79, 81), Vidraşcu Traian (2554, 683, 713, 22, 31, 46, 59, 64, 66, 67, 71, P). Absolvent Catană C. Costică (2706, 28, 31, 34—36, 49. 96, 801—03, 07).

TIMIŞOARA. *Ş. m. 3.* Cl. VII. Netedu Violeta (E: 974, 76, 78, 20, 85—87, 89, 90, 972, 1008). *Absolvenţi* Bena I. Iosif (2705, 06, 08, 09, 12, 13, 15—17, 19, 21, 22, 25, 26, 28—35), Tuhu Teofil (2713, 28, 31, 32, 34—36, 68, 94, 98, 800, 01, 04, 06). Student Bretan V. Dan (fac. mec) (2746, 79, 81, 94, 96, 98, 801, 02, 04, 06).

TURDA. *Absolvent.* Sîmpăleanu I. Baul (2705, 06, 11, 13, 19, 28, 31—35).

TÎRGU-JIU. *Ş. m. 2 „Tudor Vladimirescu".* Cl. VIII. Vîlceanu Sabin (2731, F: 973—81, P). Cl. IX. Berca Eugen (2706, 14, 32, 33, 57, 90, P), Popescu V. Ioan (2708, 13, 31, 33, 46, 49, 59, 62, 79, 90). Cl. X. *Aniţescu N. Nicolae* (2688—90, 98, 97, 700, 01, 04, 06, 07, 09, 12, 14, 16, 17, 19, 20, 22, 26, 30, 42, 46, 47, 57, 59, 64, 68, 99, 802), Bozdog V. Ioan (2697, 700, 01, 02, 06, 09, 11—14, 16, 20, 26, 28, 31, 33, 34, 46, 57, 59, 64), Pupăzescu Gh. (2706, 12—14, 16, 28, 31, 33—35, 46, 68). Absolvent Mărgineanu Gr. Const. (2554, 665, 706—08, 11, 13, 14, 16, 22, 25, 28, 31—36).

TÎRGOVIŞTE. *Ş. m. 3.* Cl. IX. Brezeanu I. Florin (2708, 11, 13—15, 20, 22, 24, 31—33, 35, 62, 66).

TULCEA. Grădinaru Pimen (2566, 67, 69, 70, 93, 728, 31, 34, 72, 75).

TURNU SEVERIN. Ş. m. 1. Cl. VIII. Ciortan Gabriela (E: 984—87, 89, 90, 91, 93—96, 99, 1000, 04). *Absolvent. Rusu Const.* (2706—08, 11, 13, 17, 28, 29, 31, 32, 34—36, 38—40, 46, 59, 64, 68, 72, 95—04, 06), Stoianovici Cornel (2687, 93, 94, 700, 01, 03, 04, 28, 39, 41, 33, 35, 36).

Ş. prof. ucenici. An II. *Lăcătuş. Hotăranu Dumitru* (2764, E: 984—90, 92, 95—97, 99, 1002, 13, 15, 17, 19, 21, 22, 24, P).

ERATĂ: — La pag. 659 din decembrie 1957, după rîndul 4 de jos se va adăogă: „24, 39, 76, *Ioachim Alex.* (2539, 42, 49, 52, 54, 60, 65, 67, 74, 79, 80, 85, 88".

— La problema 2848 în loc de $\geqslant$ se va scrie $>$.

— La problema 2948 în loc de $7x^2$ se scrie $7x^6$.

REDACTAREA SOLUȚIILOR

— Rezolvarea fiecărei probleme trebuie făcută *separat*, cu toate calculele necesare, iar figurile să fie desenate cu îngrijire. Nu se vor trimite soluțiile mai multor probleme *pe aceiași foaie*. Fiecare soluție să fie precedată de numărul de *ordine* al problemei, enunțul *complet* și numele propunătorului. După soluționarea fiecărei probleme scrieți citeț *numele, clasa* și *școala* unde urmați sau ocupația și adresa, și apoi trimiteți problemele așezate în *ordinea lor numerică*, iar pe adresă să menționați: *Redacției G.M.F. — seria B.*

— Se primesc soluții numai la problemele și exercițiile din ultimele *trei numere apărute*.

— Rezolvitorii pot trimite într-un plic, *francat* după greutate, toate rezolvările făcute timp de una sau două luni și redactate cu îngrijire, așa cum recomandă „Redactarea soluțiilor".

— Soluțiile ce se vor anunța la rubrica rezolvitorilor în tot cursul anului 1958 se vor socoti la *premierea colaboratorilor* pe anul 1958.

— Pentru anul 1958, G.M.F. seria B publică numele evidențiaților premiați și lista cărților ce se dau ca premii și mențiuni.

— Nu se iau în seamă soluțiile exercițiilor și problemelor propuse pentru școala de 7 ani, trimise de elevii claselor a IX-a și a X-a sau de către studenți și nici soluțiile trimise în număr mai mic de *zece* sau necorect redactate.

— Problemele ce se propun de către colaboratorii revistei, să fie clar compuse, însoțite de *soluții*, să fie personale și nu luate din cărți sau reviste, iar trimiterea lor se poate face odată cu trimiterea soluțiilor problemelor. Elevii sînt sfătuiți să înceapă să propună probleme numai după ce au soluționat un număr *destul de mare* de exerciții și probleme. Problemele propuse necorespunzătoare nu se pot publica. Dacă un corespondent constată că unele probleme propuse mai există publicate în cărți sau reviste este rugat să ne arate precis, *volumul* și *pagina* unde s-a mai publicat enunțul sau soluția problemei respective.

— În redactarea unei soluții trebuie alese notații potrivite, subliniate părțile principale, iar calculele numerice să fie făcute cu mare îngrijire. *Figurile* trebuie făcute corect, clar, cu linii pline și punctate. De multe ori aceste reguli împlinite conduc la soluția problemei. Adesea dintr-o problemă simplă pot ieși *chestiuni interesante*. Soluțiile mai dificile se obțin uneori, prin încercări succesive și studiind chestiuni în legătură cu problema de rezolvat.

— La rezolvarea problemelor vom da numele rezolvitorilor ale căror soluții distinse au fost scrise cu îngrijire și bine redactate, sau dacă au prezentat mai multe *soluții diferite* pentru aceiași problemă sau au dat generalizări și observații interesante sub *formă de note*.

— Tovarășii colaboratori elevi sînt rugați să ne trimită date asupra activității lor extrașcolare la matematică și la fizică, asupra cercurilor de matematică și de fizică la care iau parte și asupra modului de desfășurare a *„Olimpiadelor de matematică și de fizică"* pentru ca apoi, prin revistă, să se poată realiza cu succes, un schimb de experiență.

— Redacția *nu face abonamente*, nici expediții de reviste; de aceea reclamațiile și sugestiile în legătură cu tirajul sau *întîrzierea apariției* revistei se vor face la Direcția generală de difuzare a presei, București, strada Piața Scînteii nr. 1.

— Fiecare cititor al G.M.F. seria B mai este rugat să facă cunoscută revista și altora; să ne trimită propuneri și sugestii care să fie de folos în munca noastră redacțională.

— Abonamentele se pot face *individual*, prin factorii poștali sau la oficiile poștale și încep cu numărul care urmează după luna în care a primit chitanță de plata abonamentului respectiv. Costul unui exemplar 1,50 lei.

În depozitul Editurii Tehnice, București, str. Beldiman nr. 2, se găsesc următoarele numere din Gazeta matematică și fizică, seria B: anul 1954 (nr. 5, 11, 12); 1955 (nr. 12); 1956 (nr. 6—12); 1957 (nr. 1—6).

Doritorii le pot procura contra cost prin mandat poștal la cont. 038065, Editura poștal la cont. 038065, Editura Tehnică, B.R.P.R. DOB București.

INFORMAȚIE

ETAPA LOCALĂ A „OLIMPIADELOR DE MATEMATICĂ ȘI FIZICĂ" VA AVEA LOC ÎN ZIUA DE 9 MARTIE 1958 ȘI ANUME: LA ORA 8 LA MATEMATICĂ, LA ORA 15 LA FIZICĂ.

„OLIMPIADA MATEMATICĂ ŞI FIZICĂ" 1958

În atenţia tineretului din şcoli

Societatea de ştiinţe matematice şi fizice din R.P.R. organizează «*Olimpiadele de matematică şi fizică* 1958» la care pot participa elevii şcolilor medii de zi şi serale, ai şcolilor pedagogice, profesionale şi tehnice de maiştri.

Olimpiadele se vor desfăşura în trei etape:

— *etapa locală* (raională în Bucureşti), va avea loc pentru matematică la 9 martie ora 8 şi pentru fizică la 9 martie ora 15

— *etapa regională* va avea loc pentru matematică şi pentru fizică la 30—31 martie 1958;

— *etapa finală* va avea loc în Bucureşti, elevii admişi se pot prezenta la matematică şi la fizică. Probele scrise (eliminatorii) şi orale au loc între 3 şi 6 mai 1958.

Elevii evidenţiaţi la ultimele două etape vor primi diplome, premii în cărţi etc.

„OLIMPIADA MICILOR MATEMATICIENI ŞI FIZICIENI 1957 — 1958"

La «Olimpiada micilor matematicieni şi fizicieni» (OMMF) pot participa elevii claselor a V-a, a VI-a şi a VII-a ale învăţământului elementar.

Olimpiada se va desfăşura în trei etape:

— *Etapa pregătitoare* (prin corespondenţă) are loc în primul şi al doilea trimestru al anului şcolar. În acest timp participanţii la OMMF vor răspunde la întrebările puse şi vor rezolva problemele publicate în «Gazeta matematică şi fizică» seria B sau în «Matematikai és fizikai lapók».

— *Etapa locală* se va desfăşura duminică 23 martie 1958 între orele 9 — 12, în fiecare oraş regional, raion sau pe centre de comune.

— *Etapa regională* se va desfăşura la 11 mai, în fiecare reşedinţă de regiune.

Elevii evidenţiaţi în ultima etapă vor primi diplome şi premii.

C. 11886 — Atelierul Poligrafic Editura Tehnică

Preţul Lei 1,50 exemplarul

E 1426

SOCIETATEA DE ŞTIINŢE
MATEMATICE ŞI FIZICE DIN R. P. R.

Institut. de Documentare Tehnică
BUCUREŞTI
ОБМЕН - C[illegible]E
VYMENA - WYMIANA
TAUSCH - CMEHA

GAZETA MATEMATICĂ ŞI FIZICĂ

SERIA B

PUBLICAŢIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Országos Műszaki Könyvtár TULAJDONA

Anul IX — martie 1958

3

EDITURA TEHNICĂ

GAZETA MATEMATICĂ ŞI FIZICĂ

(SERIA B)

Anul IX — Nr. 3 — martie 1958

SUMARUL:

	Pag.
1. *Pe urmele electronului de Nicolae Hangea* .	121
2. *Metoda celor mai mici pătrate de C. Borş şi Gh. Mareş*	129
3. *Note matematice: de L. Panaitopol; N. Teodorescu; C. V. Costăchescu*	140
4. *Premiile în cărţi acordate de G.M.F.-B, pe anul 1957*	144
5. *Din viaţa Societăţii de matematică şi fizică* . .	146
6. *Probleme rezolvate (2430; 2433; 2435; 2438; 2446; 2447; 2451; 2453; 2465; 2466; 2467; 2472; 2473; 2474; 2478; 2548; 2580; 2584; E: 930; 931; 932; 934)* . . .	147
7. *Chestiuni de examen (3006—3029)*	158
8. *Probleme propuse (3030—3060)*	162
9. *Exerciţii şi probleme propuse pentru şcoala de 7 ani (E: 1094—E: 1108)*	166
10. *Poşta redacţiei*	168
11. *Rubrica rezolvitorilor de probleme*	169

ANUL IX 3 MARTIE

COMITETUL DE REDACŢIE

Atanasiu V., lector, redactor pentru fizică; **Boiangiu A.**, asistentă univ., **Ionescu Bujor C.**, prof. univ.; **Ionescu-Ţiu C.**, profesor, redactor pentru matematică; **Muşat I.**, profesor; **Negulescu A.**, profesoară; **Petrovanu A.**, profesor; **Pop Alex.**, profesor; **Rădulescu N.**, profesor; **Sacter O.**, conf. univ., redactor responsabil; **Simionescu D. Gh.**, conf. univ.

REDACŢIA: Str. Academiei, 14 — Tel. 4.46.53 — Bucureşti I

Articolele, notele, recenziile, problemele propuse sau rezolvate, corespondenţa privitoare la activitatea matematică şi fizică a şcolilor, precum şi orice material informativ care ar putea interesa redacţia noastră se vor trimite pe adresa de mai sus.

MŰSZAKI KÖNYVTÁR OROSZLÁNY 1823

GAZETA
MATEMATICA ȘI FIZICA (SERIA B)
PUBLICAȚIE LUNARĂ PENTRU TINERET
Anul IX, Nr. 3 martie 1958

PE URMELE ELECTRONULUI

Conf. univ. NICOLAE HANGEA

ELECTRONUL este cea mai mică particulă care intră în constituția materiei. Îl găsim pretutindeni în Univers, gravitînd în jurul nucleelor atomice, mișcîndu-se dezordonat printre ionii rețelei cristaline ai conductorilor solizi, oscilînd în cîmpurile electromagnetice.

Electronul este atît de mic încît un miliard de miliarde de miliarde de electroni (adică 10^{27} electroni) cîntăresc abia un gram. Și totuși această minusculă particulă, în neastîmpărata ei agitație, produce cele mai uimitoare fenomene:

— însușirea chihlimbarului, cînd este frecat cu o țesătură de lînă, de a atrage obiecte ușoare: fulgi, măduvă de soc, bucățele de hîrtie etc., se datorește trecerii unui număr de electroni de pe țesătura de lînă pe bucata de chihlimbar;

— scînteia de descărcare a unui condensator, ca și fulgerul sau trăsnetul prin care se descarcă norii încărcați cu electricitate, nu sînt altceva decît electroni care efectuează salturi explozive;

— curentul electric este de asemenea o deplasare a electronilor liberi din conductori. Ei pun în mișcare motoarele electrice ale uzinelor, topesc tone de metale în cuptoarele electrice, transformă energia mecanică a căderilor de apă în energie electrică și tot ei o transportă apoi la distanțe de sute de kilometri prin cabluri de secțiune mică, numai de cîțiva centimetri pătrați.

— oscilațiile electronului produc întreaga gamă de unde electromagnetice, de la cele hertziene — cu lungime de undă de cîțiva kilometri — pînă la razele cosmice — cu lungime de undă de o miime de angström (1 Å = 10^{-7} mm).

Deși fenomenele electrostatice erau destul de bine cunoscute experimental, încă din sec. al XVII-lea, iar cele electrodinamice au fost descoperite la începutul sec. al XIX-lea, existența electronului a fost semnalată abia în anul 1874 de către fizicianul Stoney. Acesta a arătat că legile electrolizei descoperite de Faraday în anul 1833, duc la concluzia că electricitatea are o structură granulară. Plecînd de la aceste legi, el reuși să calculeze chiar sarcina electrică a unui ion monovalent, pe care l-a considerat drept unitatea naturală de cantitate de electricitate.

Într-adevăr, prin legile electrolizei se stabilește că, pentru depunerea pe electrod a unui echivalent gram din orice substanță se consumă o cantitate de electricitate de 96 500 coulombi. Dar un atom gram dintr-un element conține $6{,}02.10^{23}$ atomi ($6{,}02.10^{23}$ este numărul lui Avogadro). Deci un echivalent gram

dintr-o soluție diluată de electrolit (complet disociată) cuprinde $\frac{6{,}02 \cdot 10^{23}}{n}$ ioni pozitivi și tot atîția ioni negativi (n este numărul valenței).

Conform legilor electrolizei, $\frac{6{,}02 \cdot 10^{23}}{n}$ ioni transportă 96 500 C sau $96\,500 \cdot 3 \cdot 10^9$ ues de sarcini electrice. De aici rezultă că fiecare ion este purtătorul unei sarcini electrice egală cu

$$q = \frac{96500 \cdot 3 \cdot 10^9}{\frac{6{,}02 \cdot 10^{23}}{n}} = 4{,}8 \cdot 10^{-10} n \text{ u.e.s. de sarcină electrică.}$$

Pentru că n este valența ionului, adică un număr întreg cuprins între 1 și 7, rezultă că fiecare ion nu poate conține decît un multiplu întreg al unei cantități elementare de cantitate de electricitate, după cum o moleculă nu poate fi formată decît dintr-un număr întreg de atomi.

Acest grăunte indivizibil de electricitate este deci cantitatea de electricitate pe care o conține un ion monovalent. Stoney a calculat sarcina electrică a ionului monovalent din legile electrolizei, găsind valoarea de $0{,}3 \cdot 10^{-10}$ ues, destul de apropiată de valoarea determinată astăzi cu mult mai multă exactitate.

Denumirea de *electron* a fost propusă de către Stoney în anul 1891 la Congresul Internațional de Măsuri și Greutăți, pentru a exprima sarcina elementară de electricitate a ionului monovalent, care este unitatea naturală de cantitate de electricitate.

Între timp, Geissler realiză primele descărcări în gaze la presiuni reduse (1855), iar Crookes a reușit să construiască tuburi de descărcare în vid înaintat (0,001 mm Hg) și a descoperit razele catodice (1869), care s-au dovedit a fi electricitate liberă, care pleacă de la catod cu mare viteză.

În anul 1897 Jean Perrin dovedește experimental că razele catodice sînt purtătoare de sarcini electrice negative. Pentru experimentare Perrin a întrebuințat un tub Crookes, în interiorul căruia un fascicul îngust de raze catodice era proiectat într-un cilindru Faraday, pus în legătură cu un electroscop exterior (fig. 1). Cilindrul Faraday era ecranat de un cilindru metalic legat la pămînt pentru a împiedica trecerea altor sarcini electrice pe cilindrul Faraday în afară de acelea transportate de razele catodice. Cînd tubul funcționează, razele catodice încarcă cilindrul Faraday cu electricitate, iar acesta determină devierea foițelor electroscopului. Se constată ușor că electroscopul se încarcă negativ. Prin această experiență s-a stabilit în mod cert, că razele catodice sînt formate din particule de electricitate negativă, adică din electroni liberi. Electronul începe astfel să se contureze ca o particulă elementară de electricitate negativă.

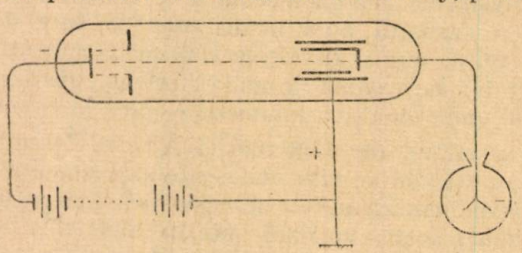


Fig. 1

Faptul că electronii care formează razele catodice sînt deviați în cîmpul magnetic și în cîmpul electric înseamnă că ei au pe lîngă sarcină electrică și inerție, deci au masă. Din această cauză electronii în mișcare trebuie să aibă

energie cinetică. Lucrul acesta poate fi verificat experimental. Pentru aceasta în interiorul unui tub catodic se montează o foiță de platină, pe care sînt concentrate razele catodice; se observă că sub acțiunea bombardamentului electronilor, foița de platină se înroșește. Energia cinetică a electronilor s-a transformat deci în energie calorică.

Dacă în interiorul tubului catodic se montează o morișcă ușoară, cu aripioare de mică, ea începe să se rotească, cînd aripile ei sînt lovite de razele catodice. Acest lucru este încă o dovadă că electronii au energie cinetică: ea s-a transformat în lucru mecanic.

Așadar, prin faptele experimentale descrise s-a stabilit că electricitatea are o structură granulară, fiind formată din electroni, că electronii au sarcină electrică negativă și masă.

Pentru ca noțiunea de electron să fie bine precizată era însă nevoie să i se determine în mod individual, sarcina electrică și masa.

Printr-o experiență rămasă celebră fizicianul Millikan determină în anul 1911, cu mare exactitate, sarcina electrică a unui electron, printr-o metodă directă.

Între plăcile unui condensator se pulverizează picături fine de ulei. Luminate dintr-o parte, picăturile pot fi prinse în cîmpul unui microscop prevăzut cu două fire reticulare orizontale, care delimitează în cîmp o distanță bine determinată. Picăturile în cădere se freacă de straturile de aer și se încarcă cu cantități foarte mici de electricitate, sau se electrizează la iradiere cu raze X.

Încărcînd condensatorul, se poate observa în cîmpul microscopului cum diferitele picături de ulei își schimbă brusc direcția: unele cad, altele se urcă, întotdeauna însă cu viteză constantă. Potrivind încărcarea condensatorului se poate prinde în cîmpul microscopului o picătură de ulei în echilibru (fig. 2). În acest caz greutatea picăturii $G=mg$, este anulată de forța electrică F_E a cîmpului electric. Se neglijează apăsarea arhimedică, exercitată de jos în sus asupra picăturii, deoarece este foarte mică.

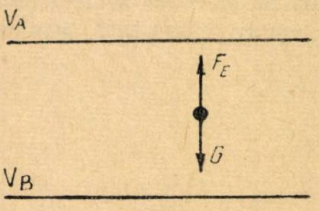


Fig. 2

Forța electrică F_E care acționează asupra unei sarcini electrice aflată în cîmpul electric este dată de relația:

$$F_E = qE = q\frac{V_A - V_B}{d},$$

în care E este intensitatea cîmpului electric creat de diferența de potențial $V_A - V_B$ dintre armăturile condensatorului, iar d este distanța dintre armături. Deci în cazul echilibrului picăturii se poate scrie:

$$F_E = mg,$$

sau, ținînd seama că masa picăturii sferice de densitate ρ, este $\frac{4}{3}\pi r^3 \rho$, se obține relația:

$$q\frac{V_A - V_B}{d} = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho g,$$

de unde se poate deduce valoarea sarcinii electrice q a picăturii de ulei

$$q = \frac{4\pi r^3 \rho\, d}{3(V_A - V_B)}.$$

Se observă că singura mărime necunoscută din membrul al 2-lea este raza picăturii, care însă se poate determina măsurînd viteza de cădere a picăturii, cînd condensatorul nu este încărcat.

Din cauza frecării de straturile de aer, picăturile cad cu o mișcare uniformă. Forța de frecare este dată de legea lui Stokes:

$$F = 6\pi\eta rv,$$

în care η este coeficientul de vîscozitate al aerului, r — raza picăturii, iar v — viteza constantă de cădere. Egalînd greutatea picăturii cu forța de frecare, se obține:

$$\frac{4}{3}\pi r^3 \rho g = 6\pi\eta rv,$$

de unde:

$$r^2 = \frac{9\eta v}{2\rho g}$$

Cu ajutorul acestei metode Millikan a stabilit că picăturile microscopice de ulei captează întotdeauna sarcini electrice egale cu multiplii întregi ai unei cantități elementare constante, de electricitate, deci:

$$\frac{q_1}{1} = \frac{q_2}{2} = \frac{q_3}{3} = \ldots = \frac{q_n}{n} = e,$$

unde e este sarcina electrică elementară, adică însăși sarcina electrică a electronului.

În felul acesta electronul a putut fi identificat în mod individual, și nu numai ca o valoare statistică dedusă din legile elctrolizei. Millikan a găsit pentru sarcina electrică a electronului valoarea $4{,}77 \cdot 10^{-10}$ ues. Efectuînd determinări de mare exactitate prin această metodă, savantul sovietic Joffe — care a

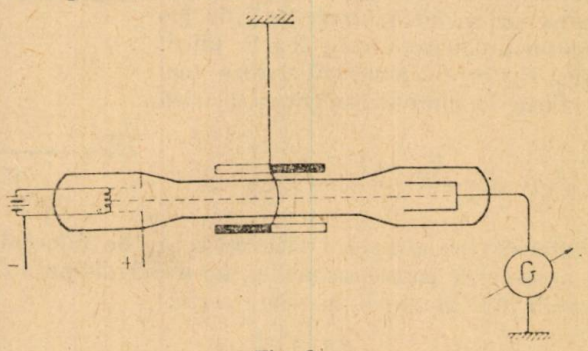


Fig. 3

utilizat în locul picăturilor de ulei pulbere fină de nichel — a stabilit că sarcina electrică a electronului este:

$$e = 4{,}8 \cdot 10^{-10} \text{ CGS es},$$

valoare considerată actualmente cea mai exactă.

Analogia dintre deplasarea liberă a electronilor în tuburile catodice și curentul electric din conductori a fost demonstrată de asemenea de Joffe. El a suspendat un sistem de ace astatice de-a lungul unui tub Crookes, prin care trecea un fascicul de raze catodice (fig. 3). Sistemul astatic a deviat,

dovedind că în jurul fasciculului de electroni liberi, care se deplasau cu viteză mare în tub, se naşte un cîmp magnetic, perpendicular pe traiectoria fasciculului, exact ca şi în cazul trecerii curentului electric prin conductoare. Masa electronului de asemenea a putut fi determinată.

S-a văzut că electronii care formează razele catodice sînt deviaţi în cîmpul magnetic, după cum este deviat şi un conductor prin care trece un curent electric, cînd se găseşte într-un cîmp magnetic (fig. 4). Se ştie că în acest caz, forţa electromagnetică de respingere F, acţionează pe direcţia perpendiculară pe planul determinat de conductorul l şi de intensitatea cîmpului magnetic H; sensul deviaţiei poate fi stabilit prin regula lui Fleming (regula mîinii stîngi).

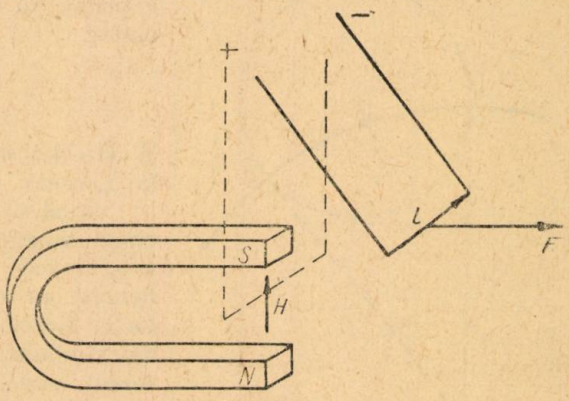


Fig. 4

Forţa electromagnetică ce acţionează asupra conductorului de lungime l, prin care trece un curent de intensitate I, a fost determinată experimental şi exprimată prin relaţia:

$$F = KHI\, l \sin \alpha,$$

în care α este unghiul pe care-l face conductorul cu liniile de forţă ale cîmpului magnetic. Valoarea constantei K depinde de unităţile în care se exprimă mărimile din această formulă.

Un electron care se mişcă într-un cîmp magnetic este de asemenea deviat, şi anume perpendicular pe planul care cuprinde direcţia de deplasare a electronului şi direcţia intensităţii cîmpului magnetic (fig. 5). Putem folosi formula forţei electromagnetice

$$F = KHI\, l \sin \alpha,$$

ţinînd seama că în acest caz intensitatea I reprezintă chiar debitul de electroni, adică:

$$\mathrm{I} = \frac{q}{t} = \frac{ne}{t},$$

în care n este numărul de electroni, iar e — sarcina sa electrică. Deci

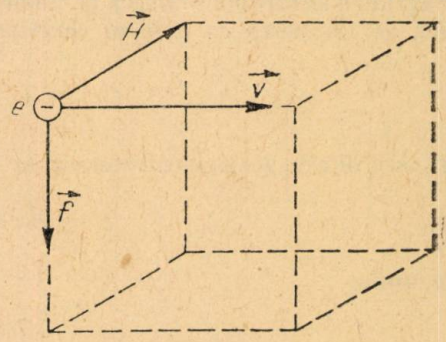


Fig. 5

$$F = KHne\frac{l}{t}\sin \alpha.$$

Pentru un singur electron forţa de deviere este $f = \frac{F}{n}$; ţinînd seama de faptul că $\frac{l}{t}$ este chiar viteza de deplasare a electronului, se obţine:

$$f = KHev \sin \alpha.$$

Deoarece H se exprimă de obicei în oerstezi, adică în unităţi CGSem de intensitate, în timp ce sarcina e a electronului se exprimă în unităţi electrostatice CGS, constanta K capătă valoarea $\frac{1}{c}$, în care c este viteza luminii în vid.

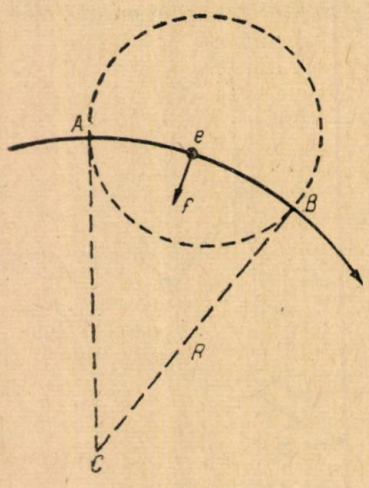


Fig. 6

Bineînţeles că toate celelalte mărimi se exprimă în unităţi CGS. Formula devine astfel:

$$f = \frac{1}{c} He \, v \sin \alpha$$

şi este cunoscută sub denumirea de formula lui Lorentz.

Dacă se aşază un tub catodic într-un cîmp magnetic uniform, perpendicular pe tub, razele catodice, adică electronii, sînt deviaţi în cîmpul magnetic sub acţiunea forţei Lorentz. Astfel, dacă liniile de forţă ale cîmpului magnetic limitat în fig. 6 de cercul punctat, înţeapă hîrtia, electronul, sub acţiunea forţei electromagnetice f, se mişcă pe arcul de cerc AB de rază R. Deoarece viteza electronului este perpendiculară pe direcţia liniilor de forţă, înseamnă că $\alpha = 90°$, iar $\sin \alpha = 1$. Deci forţa de deviere în acest caz este dată de formula

$$f = \frac{1}{c} H \, e \, v.$$

Faptul că electronul se mişcă pe un arc de cerc, dovedeşte că forţa electromagnetică se comportă ca o forţă centripetă, adică:

$$f = \frac{m v^2}{R},$$

în care m este masa electronului, iar R — raza de curbură, deci se poate scrie:

$$\frac{1}{c} H e v = \frac{m v^2}{R},$$

de unde:

$$\frac{e}{m} = \frac{c v}{H R}.$$

Raportul $\frac{e}{m}$ se numeşte *sarcină specifică a electronului* şi poate fi determinat, dacă se cunoaşte intensitatea cîmpului magnetic exterior, raza de curbură a electronilor în cîmp şi viteza electronilor. În timp ce H şi R sînt direct măsurabile, viteza v se deduce din valoarea diferenţei de potenţial dintre cei doi electrozi ai tubului catodic.

Thomson găseşte încă o metodă prin care înlătură necesitatea determinării vitezei electronilor. El utilizează un tub catodic, în interiorul căruia se găseşte

un condensator plan. Spotul de electroni este produs de un filament de tungsten, adus la incandescență cu ajutorul unui curent electric de joasă tensiune. Între filamentul legat la catod, și anod se aplică o diferență de potențial de cîteva mii de volți; electronii emiși de filamentul incandenscent sînt puternic accelerați și, trecînd printr-o fantă, formează un fascicul îngust de electroni. Peretele opus al tubului catodic este acoperit cu o substanță fluorescentă. Astfel, spotul de electroni poate fi ușor observat sub forma unui punct luminos.

Un cîmp magnetic exterior, perpendicular pe tub (cercul punctat) (fig. 7), determină deviația spotului de electroni. Se încarcă condensatorul astfel, încît să provoace o deviație în sens contrar. Se potrivește tensiunea la armăturile condensatorului în așa fel, încît cîmpul electric să anuleze deviația provocată de cîmpul magnetic. În acest caz, asupra electronului acționează cîmpul electric, de intensitate E, cu o forță:

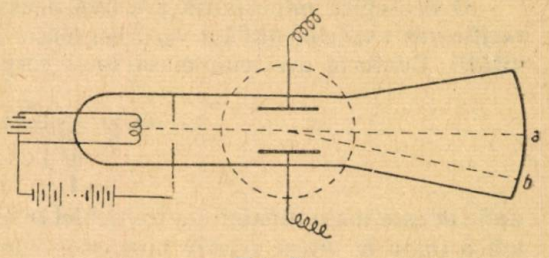


Fig. 7

$$f = eE,$$

egală și de sens contrar forței cu care acționează asupra lui cîmpul magnetic, adică:

$$f = \frac{1}{c} Hev.$$

Deci:

$$\frac{1}{c} Hev = eE,$$

de unde:

$$v = \frac{cE}{H}.$$

Se descarcă apoi condensatorul. Cîmpul magnetic, care acum acționează singur, determină deviația electronilor pe un arc de cerc de rază R, iar punctul luminos de pe ecran se mută din a în b. Măsurînd deviația ab se poate determina ușor raza de curbură R. În acest caz:

$$\frac{e}{m} = \frac{cv}{HR}.$$

Înlocuind în această formulă valoarea lui v, obținem:

$$\frac{e}{m} = \frac{c^2 E}{H^2 R},$$

în care mărimile din membrul al 2-lea sînt măsurabile direct.

Cu ajutorul acestei metode s-a putut determina cu multă exactitate, valoarea raportului e/m găsindu-se

$$\frac{e}{m} = 5{,}27 \cdot 10^{17} \; ues/g$$

Ţinînd seama de faptul că $e = 4{,}8 \cdot 10^{-10}$ ues, se obţine:

$$m = \frac{4{,}8 \cdot 10^{-10}}{5{,}27 \cdot 10^{17}} = 0{,}9 \cdot 10^{-27}\, g,$$

adică masa electronului este ceva mai mică decît a miliarda parte din a miliarda parte, din a miliarda parte dintr-un gram.

O deosebită importanţă prezintă această metodă prin faptul că a permis verificarea experimentală a variaţiei masei cu viteza, stabilită prin teoria relativităţii. Conform acesteia, masa unui corp creşte cu viteza, adică:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

unde m este masa dinamică a particulei (masa la viteza v), m_0 —masa de repaus, adică masa la viteze relativ mici, v — viteza particulei, iar c — viteza luminii în vid.

Imprimînd electronilor viteze foarte mari, comparabile cu viteza luminii, se constată că valoarea raportului e/m scade, cînd viteza electronului creşte, exact după relaţia relativistă:

$$\frac{e}{m} = \frac{e}{m_0}\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}},$$

şi tinde spre zero, cînd viteza electronilor tinde spre viteza luminii, ceea ce înseamnă că masa electronilor creşte, cînd viteza lor se măreşte şi tinde spre infinit, cînd viteza lor tinde spre viteza luminii.

Pentru a ne da mai bine seama de mărimile ce caracterizează electronul, să acem cîteva aplicaţii numerice. Astfel, să calculăm numărul de electroni pe care-i conţine un corp încărcat cu o unitate electrostatică de electricitate negativă.

Dacă un electron conţine $4{,}8 \cdot 10^{-10}$ ues, o unitate CGS de cantitate de electricitate negativă va cuprinde:

$$\frac{1}{4{,}8 \cdot 10^{-10}} \cong 2 \cdot 10^9 \text{ electroni},$$

adică cca două miliarde de electroni.

Bineînţeles, dacă un corp este încărcat cu o unitate CGS es de electricitate pozitivă, înseamnă că de pe el au plecat două miliarde de electroni.

Considerăm o sferă conductoare, cu raza de un metru, care se găseşte la un potenţial negativ de şase miiioane de volţi. Ea se încarcă în acest caz cu o cantitate de electricitate:

$$q = CV = 10^2 \frac{6 \cdot 10^6}{3 \cdot 10^2} = 2 \cdot 10^6 \text{ ues},$$

adică pe această sferă s-au îngrămadit:

$$2 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 10^9 = 4 \cdot 10^{15} \text{ electroni}$$

şi masa sferei a crescut cu:

$$4 \cdot 10^{15} \cdot 0.9 \cdot 10^{-27} = 3{,}6 \cdot 10^{-12}\, g = 3{,}6 \cdot 10^{-9} \text{ mg},$$

adică numai cu 3,6 miliardimi de miligram.

Dacă această sferă se atinge cu o sferă identică, încărcată la fel, între ele se naşte o forţă de respingere.

$$F = \frac{q_1 q_2}{r^2} = \frac{(6 \cdot 10^6)^2}{(2 \cdot 10^2)^2} = 9 \cdot 10^8 \text{ dyne} = 9 \cdot 10^5 \, N \cong 9 \cdot 10^4 \text{ kgf},$$

adică cu fantastica forţă de 90 de mii de kil1grame-forţă.

Tot aşa putem calcula numărul de electroni care trec prin secţiunea unui conductor, cînd prin el circulă un curent de un amper.

Un asemenea curent corespunde unui debit de electroni de 1 C/s. Deci, prin secţiunea conductorului trec în fiecare secundă:

$$3 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^9 = 6 \cdot 10^{18} \text{ electroni},$$

adică şase miliarde de miliarde de electroni. Dacă cineva ar strînge aceşti electroni şi s-ar încumeta să-i numere, numărînd fără întrerupere ziua şi noaptea cîte trei electroni pe secundă, ar reuşi să numere într-un an:

$$3 \cdot 3600 \cdot 24 \cdot 365 \cong 95 \cdot 10^6 \text{ electroni}.$$

Aceasta înseamnă că $6 \cdot 10^{18}$ electroni, care trec într-o secundă prin secţiunea unui conductor şi produc un curent de 1 amper, pot fi număraţi numai în

$$\frac{6 \cdot 10^{18}}{95 \cdot 10^6} \cong 63 \cdot 10^9 \text{ ani},$$

adică în 63 miliarde de ani.

Numai din aceste exemple ne putem da seama de micimea acestei particule elementare şi de extraordinarele efecte pe care le produce.

În ce priveşte forma electronului, ni-l putem imagina ca o minusculă particulă cu raza de $3 \cdot 10^{-13}$ cm. Totuşi electronul nu este o particulă sferică în sensul mecanic al cuvîntului, deoarece el se manifestă şi prin cîmpul său, care se întinde pînă departe (teoretic, pînă la infinit). Putem spune cel mult, că electronul este mai concentrat într-un domeniu cu raza de $3 \cdot 10^{-13}$ cm.

Observăm deci, că fenomene aparent disparate, cercetate şi analizate cu grijă, au permis oamenilor de ştiinţă să pătrundă adînc în microcosmosul materiei. Ingeniozitatea minţii omeneşti a reuşit să identifice şi să măsoare cu mare exactitate, cea mai fină particulă care intră în constituţia materiei: *electronul*.

METODA CELOR MAI MICI PĂTRATE

C. BORŞ şi GH. MAREŞ, Piatra Neamţ

În multe probleme practice de fizică, cum ar fi stabilirea empirică a dependenţei dintre dimensiunile unui corp şi temperatura acestuia, în problemele de astronomie ca: determinarea punctului vernal, determinarea oblicităţii eeliptice, în problemele de topografie care intervin în triangulaţii la determinarea laturilor şi unghiurilor, la ridicările efectuate cu diferite instrumente — în toate aceste probleme, mărimile ce trebuie aflate sînt funcţii liniare *) de coeficienţi care se determină printr-o serie de măsurători.

*) Problema este rezolvată şi în cazul ecuaţiilor neliniare.

Cum numărul măsurătorilor este mai mare decît al necunoscutelor (al mărimilor ce trebuie determinate) sistemul liniar obținut conține mai multe ecuații decît necunoscute și este incompatibil datorită erorilor pe care le introduc determinările.

Astfel, pentru determinarea densității aluminiului se fac două cîntăriri care dau pentru greutatea g' și g'' în aer și pentru greutățile g_1' și g_1'' ale aluminiului scufundat în apă, valorile:

$$g' = 79{,}8 \text{ g}, \qquad g'' = 79{,}6 \text{ g},$$

$$g_1' = 50 \text{ g}, \qquad g_1'' = 50{,}2 \text{ g}.$$

Densitatea d a aluminiului trebuie să satisfacă *) relațiile corespunzătoare celor două determinări:

$$(g' - g_1')\, d = g',$$

$$(g'' - g_1'')\, d = g''.$$

Înlocuind cu valorile obținute prin cele două serii de cîntăriri se obține sistemul de două ecuații cu două necunoscute:

$$\begin{cases} 149\ d = 399, \\ 147\ d = 398, \end{cases} \tag{1}$$

incompatibil datorită erorilor pe care le introduc cîntăririle.

Valoarea cea mai bună (cea mai probabilă) a lui d se obține prin metoda celor mai mici pătrate datorită matematicianului Gauss.

Scopul notei de față este de a face accesibilă elevilor din școlile medii această metodă, prin introducerea unor noțiuni elementare de algebră vectorială.

În fizică intervin mărimi care spre deosebire de mărimile scalare sînt caracterizate prin direcție, sens și mărime și se numesc mărimi vectoriale.

Prin vector **) se înțelege mulțimea segmentelor echipolente, adică a segmentelor orientate, care au aceiași mărime, direcție și sens. Viteza, accelerația, forța, momentul unei forțe sînt mărimi vectoriale.

Vectorii a căror mărime scalară este egală cu unitatea se numesc versori sau vectori unitari. Dacă $\vec{u_1}$ este versorul unui vector $\vec{r_1}$ și r_1 mărimea lui scalară, vectorul se scrie:

$$\vec{r_1} = r_1 \vec{u_1}, \tag{2}$$

relație care arată că versorul unui vector este egal cu vectorul împărțit prin mărimea sa scalară.

$$\vec{u_1} = \frac{\vec{r_1}}{r_1}. \tag{2'}$$

*) Manualul de fizică pentru cl. VIII — M.I.

**) Pentru mai multe detalii despre vectori, v. articolul din Gazeta matematică și fizică seria B, octombrie, noiembrie 1954.

Relaţiile (2) şi (2′) permit să arătăm că: condiţia necesară şi suficientă ca doi vectori $\vec{r_i} = r_i \vec{u_i}$ $(i = 1, 2)$ să fie coliniari este:

$$\vec{r_1} = k\vec{r_2}. \tag{2″}$$

Condiţia este necesară.

Într-adevăr, dacă vectorii $\vec{r_i}$ sînt coliniari, între versorii lor $\vec{u_i} = \vec{r_i} : r$ există una din relaţiile:

$$\vec{u_1} = \pm \vec{u_2}.$$

Înlocuind versorii prin valorile lor (2′) se obţine

$$\vec{r_1} = \pm \frac{r_1}{r_2} \vec{r_2},$$

adică

$$\vec{r_1} = k\vec{r_2}$$

în care am pus

$$k = \pm \frac{r_1}{r_2}.$$

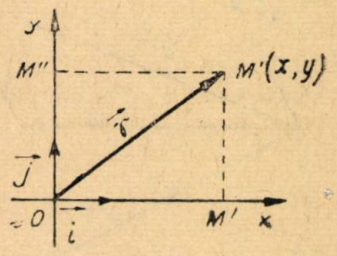


Fig. 1

Înmulţirea unui vector cu un scalar arată că condiţia (2″) este şi suficientă.

Dacă $M\ (x, y)$ este un punct în planul referit la un sistem rectangular de axe xoy, vectorul $\vec{r} = \vec{OM}$ se numeşte vectorul de poziţie al punctului M (fig. 1). Proiecţiile vectorului de poziţie după direcţiile axelor de coordonate sînt respectiv x şi y. Descompunînd vectorul de poziţie după direcţiile axelor de coordonate avem:

$$\vec{OM} = \vec{OM'} + \vec{OM''}.$$

Dacă $\vec{i}$ şi $\vec{j}$ sînt versorii axelor de coordonate Ox şi Oy rezultă:

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j}, \tag{3}$$

în care x şi y sînt coordonatele punctului M.

În afară de adunarea şi scăderea vectorilor (efectuate prin regula paralelogramului şi triunghiului), unele noţiuni de fizică, lucrul mecanic, momentul unei forţe, conduc la produsul de vectori.

Lucrul mecanic efectuat de o forţă $\vec{F}$, constantă ca mărime şi direcţie, pentru deplasarea unui corp pe o direcţie $\vec{a}$ care face cu forţa un unghi α este dat de expresia

$$L = Fa\cos\alpha,$$

în care F şi a sînt mărimile scalare ale vectorilor ce reprezintă forţa şi deplasarea.

Se numeşte produs scalar $\vec{a}\,\vec{b}$ a doi vectori $\vec{a}$ şi $\vec{b}$, mărimea scalară egală cu produsul mărimilor celor doi vectori *) prin cosinusul unghiului dintre ei:

$$\vec{a}\,\vec{b} = ab\cos(\vec{a}, \vec{b}). \tag{4}$$

*) Din definiţie rezultă că produsul scalar este comutativ

$$\vec{a}\,\vec{b} = ab\cos(\vec{a}, \vec{b}) = ba\cos(\vec{b}, \vec{a}) = \vec{b}\,\vec{a}.$$

Pentru că mărimea proiecției vectorului $\vec{b}$ pe $\vec{a}$ este

$$pr_{\vec{a}}\vec{b} = b\cos(\vec{a}, \vec{b})$$

și mărimea proiecției vectorului $\vec{a}$ pe $\vec{b}$ este

$$pr_{\vec{b}}\vec{a} = a\cos(\vec{a}, \vec{b}),$$

relația (4) care definește produsul scalar se poate scrie:

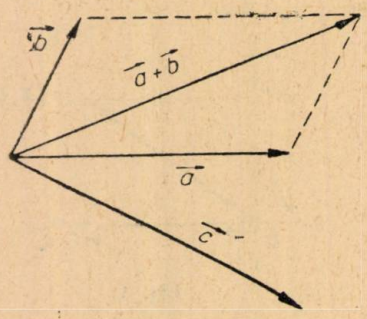


Fig. 2

$$\vec{a}\,\vec{b} = a\,pr_{\vec{a}}\vec{b} = b\,pr_{\vec{b}}\vec{a}. \qquad (4')$$

Cu ajutorul acestei relații se poate demonstra distributivitatea produsului scalar față de adunare:

$$\vec{c}\,(\vec{a} + \vec{b}) = \vec{c}\,\vec{a} + \vec{c}\,\vec{b}.$$

În adevăr, după (4')

$$\vec{a}\,\vec{c} = c\,pr_{\vec{c}}\vec{a},$$

$$\vec{b}\,\vec{c} = c\,pr_{\vec{c}}\vec{b}.$$

Adunînd aceste două relații avem:

$$\vec{a}\,\vec{c} + \vec{b}\,\vec{c} + c(pr_{\vec{c}}\vec{a} + pr_{\vec{c}}\vec{b}).$$

Înlocuind

$$pr_{\vec{c}}\vec{a} + pr_{\vec{c}}\vec{b} = pr_{\vec{c}}(\vec{a} + \vec{b}),$$

se obține:

$$\vec{a}\,\vec{c} + \vec{b}\,\vec{c} = c\,pr_{\vec{c}}(\vec{a} + \vec{b}),$$

adică după (4')

$$\vec{a}\,\vec{c} + \vec{b}\,\vec{c} = \vec{c}\,(\vec{a} + \vec{b}).$$

Definiția (4) a produsului scalar conduce la consecințe importante:

1° Unghiul dintre doi vectori a și b este dat de

$$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a}\,\vec{b}}{ab},$$

care dă condiția ca doi vectori $\vec{a}$ și $\vec{b}$ să fie perpendiculari

$$\vec{a}\,\vec{b} = 0. \qquad (5)$$

2° Produsul scalar al unui vector prin el însuși este egal cu patratul mărimii scalare a vectorului. Făcînd $\vec{b} = \vec{a}$ în (4) obținem:

$$\vec{a} \cdot \vec{a} = \vec{a}^2, \quad \vec{a}^2 = a^2. \qquad (6)$$

Expresiile analitice ale produsului scalar (4) și ale expresiilor (5) și (6)se obțin folosind pentru vectorii $\vec{a}$ și $\vec{b}$ formula (3):

$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j},$$
$$\vec{b} = b_x \vec{i} + b_y \vec{j},$$

în care a_x, a_y; b_x, b_y sînt respectiv mărimile proiecțiilor vectorilor $\vec{a}$, $\vec{b}$ pe axele de coordonate ale căror versori sînt $\vec{i}$ și $\vec{j}$.

Înlocuind în (4) pe $\vec{a}$ și $\vec{b}$ cu aceste valori și ținînd seamă de distributivitatea produsului scalar și de faptul că produsul scalar pentru versori dă:

$$\vec{i} \cdot \vec{i} = \vec{i}^2 = 1,$$
$$\vec{j} \cdot \vec{j} = \vec{j}^2 = 1,$$
$$\vec{i} \cdot \vec{j} = \vec{j} \cdot \vec{i} = 0,$$

obținem:

$$\vec{a}\vec{b} = (a_x \vec{i} + a_y \vec{j})\ (b_x \vec{i} + b_y \vec{j}),$$

$$\vec{a}\vec{b} = a_x b_x + a_y b_y, \qquad (4')$$

care este expresia analitică a produsului scalar a doi vectori. Dacă $b = a$ obținem pentru mărimea unui vector, după (6),

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}. \qquad (6')$$

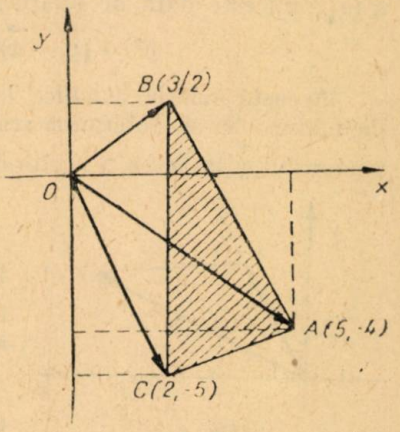


Fig. 3

Condiția (5) de ortogonalitate are ca expresie analitică

$$a_x b_x + a_y b_y = 0, \qquad (5')$$

iar cosinusul unghiului a doi vectori este dat de relația

$$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{a_x b_x + a_y b_y}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2} \cdot \sqrt{b_x^2 + b_y^2}}.$$

Exercițiu. Să se verifice că triunghiul cu vîrfurile $A\ (5\vec{i} - 4\vec{j})$; $B\ (3\vec{i} + 2\vec{j})$; $C\ (2\vec{i} - 5\vec{j})$ este un triunghi dreptunghic. (*O. N. Tuberbiller*, Probleme și exerciții de geometrie analitică).

Soluție.

$$\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA},$$
$$\vec{AB} = 3\vec{i} + 2\vec{j} - 5\vec{i} + 4\vec{j},$$
$$\vec{AB} = -2\vec{i} + 6\vec{j}.$$

În același fel se obține:

$$\vec{BC} = -\vec{i} - 7\vec{j},$$
$$\vec{CA} = 3\vec{i} + \vec{j}.$$

Putem arăta că triunghiul ABC este dreptunghic fie calculînd cu (6′) mărimile laturilor și arătînd că ele satisfac teorema lui Pitagora

$$\overline{AB}^2 = 4 + 36 = 40; \quad \overline{BC}^2 = 1 + 49 = 50; \quad \overline{CA}^2 = 9 + 1 = 10,$$

fie calculînd unghiul A:

$$\cos(\vec{AB}, \vec{CA}) = \frac{-2 \cdot 3 + 6 \cdot 1}{\sqrt{40} \cdot \sqrt{10}} = 0,$$

deci

$$A = 90°.$$

Observație. Mai general, distanța de la un vector $\vec{y}\,(y_1, y_2)$ la un vector $\vec{x}\,(x_1, x_2)$ este dată de relația:

$$\delta^2 = (\vec{y} - \vec{x})^2 = (y_1 - x_1)^2 + (y_2 - x_2)^2. \tag{7}$$

Această relație conduce la rezolvarea simplă a următoarelor probleme de minim: Să se determine scalarul k așa fel ca distanța de la extremitatea vectorului $\vec{y}$ la aceea a vectorului $k\vec{x}$ să fie cea mai mică.

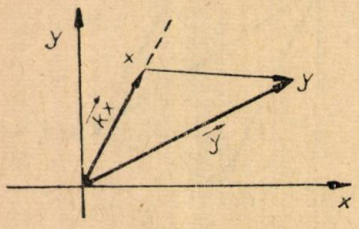


Fig. 4

Distanța este dată de formula (7)

$$\delta^2 = (\vec{y} - k\vec{x})^2. \tag{7′}$$

Distanța δ are cea mai mică valoare cînd vectorii $\vec{y} - k\vec{x}$ și $k\vec{x}$ sînt perpendiculari, adică atunci cînd produsul lor scalar este nul:

$$(\vec{y} - k\vec{x})\, k\vec{x} = 0,$$

care dă pentru k

$$k\vec{x}^2 = \vec{x}\,\vec{y}$$

sau după proiecțiile vectorilor $\vec{x}$ și $\vec{y}$,

$$k(x_1^2 + x_2^2) = x_1 y_1 + x_2 y_2, \tag{7″}$$

de unde

$$k = \frac{x_1 y_1 + x_2 y_2}{x_1^2 + x_2^2}$$

în care se notează (după Gauss):

$$[x\,y] = x_1 y_1 + x_2 y_2,$$
$$[x\,x] = x_1^2 + x_2^2.$$

Conform acestei notații valoarea lui k se scrie:

$$k = \frac{[x\,y]}{[x\,x]}. \tag{7‴}$$

Cu aceste noțiuni elementare de algebră vectorială putem afla soluția cea mai bună (cea mai probabilă) a sistemelor de forma *) (1):

$$x_1 k = y_1, \tag{1′}$$
$$x_2 k = y_2.$$

*) Incompatibil, adică $\frac{x_1}{y_1} \neq \frac{x_2}{y_2}$ sau vectorial $\vec{x}\,(x_1, x_2)$, $\vec{y}\,(y_1, y_2)$ nu sînt coliniari.

A afla cea mai bună (cea mai probabilă) soluție a sistemului (1′) înseamnă a afla acea valoare a lui k pentru care valorile membrilor din partea stîngă diferă cel mai puțin de valorile membrilor din partea dreaptă.

Dacă e_1 și e_2 sînt erorile făcute prin alegerea lui k, drept cea mai bună soluție

$$\begin{aligned} x_1 k - y_1 &= e_1, \\ x_2 k - y_2 &= e_2, \end{aligned} \qquad (1'')$$

se ia drept măsură a erorilor abaterea pătratică a membrilor din partea stîngă a ecuațiilor (1″).

$$\delta^2 = e_x^2 + e_y^2 = (x_1 k - y_1)^2 + (x_2 k - y_2)^2, \qquad (9)$$

care trebuie să aibă valoarea minimă, dacă valoarea aleasă pentru k este cea mai bună. În adevăr, pentru valorile lui k, care ar verifica (1″) erorile e_1 și e_2 sînt nule; *cu cît abaterea patratică* δ^2 *este mai mică, cu atît erorile* e_1 *și* e_2 *vor fi mai mici* *) *și deci cu atît mai bună valoarea lui* k.

Deci valoarea cea mai bună a lui k este aceea pentru care abaterea pătratică δ^2 este cea mai mică (minimă).

Fie acum vectorii $\vec{x}\,(x_1, x_2)$; $\vec{y}\,(y_1, y_2)$; $\vec{e}\,(e_1, e_2)$), x_i, y_i, z_i fiind proiecțiile lor pe axele de coordonate.

Abaterea patratică δ^2 *reprezintă tocmai distanța* (7′) *între vectorii* $\vec{y}$ și $\vec{kx}$ (necoliniari datorită incompatibilității sistemului de ecuații (1′) și deci problema aflării celei mai bune soluții k este echivalentă cu determinarea valorii lui k așa fel ca distanța (7′) să fie cea mai mică.

Această valoare este dată de ecuația (7″) care se numește *ecuația normală a sistemului* (1′) **) și care în notația lui Gauss are forma (7‴).

Putem găsi acum cea mai bună valoare a lui d dată de ecuațiile (1). Aplicînd metoda celor mai mici pătrate obținem ecuația normală a acestui sistem:

$$(149^2 + 147^2)\, d = 399 \times 149 + 398 \times 147,$$

care rezolvată dă pentru valoarea densității aluminiului (pe baza celor două serii de determinări) valoarea:

$$d = \frac{399 \times 149 + 398 \times 147}{149^3 + 147^2} \approx 2{,}678.$$

Observație. Este interesant de comparat cu media aritmetică a celor două determinări care dă valoarea mai puțin probabilă 2,703 pentru determinarea aluminiului.

Mărirea numărului determinărilor (măsurătorilor) conduce la o valoare mai exactă a densității.

Demonstrația dată pentru metoda celor mai mici pătrate în cazul particular al unui sistem de două ecuații cu o necunoscută se generalizează cu ușurință folosind noțiunea de spațiu cu mai multe dimensiuni.

Fie ecuația vectorială

$$k\vec{a} = \vec{b}$$

*) Fapt care justifică — după expresia lui δ^2, denumirea de metoda «celor mai mici pătrate».

**) Practic (7‴) arată că ecuația normală a sistemului se obține înmulțind ecuațiile sistemului cu coeficienții necunoscutelor și apoi adunîndu-le.

în spațiul tridimensional care condensează expresia sistemului de trei ecuații cu o singură necunoscută

$$a_x k = b_x,$$
$$a_y k = b_y,$$
$$a_z k = b_z.$$

Soluția cea mai probabilă a acestui sistem este aceea care face ca abaterea pătratică (9) să fie minimă, adică vectorii $k\vec{a}$ și $\vec{b}$ să fie perpendiculari

$$(\vec{b} - k\vec{a}) \cdot x\vec{a} = 0$$

sau

$$k(\vec{a}\,\vec{b}) - x^2(\vec{a}\,\vec{a}) = 0,$$

după simplificare

$$(\vec{a}\,\vec{a})\, k = \vec{a}\,\vec{b}$$

(ecuația normală) de unde k ia forma:

$$k = \frac{a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z}{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = \frac{[\vec{a}\,\vec{b}]}{[\vec{a}\,\vec{a}]}.$$

În general soluția cea mai probabilă a sistemului

$$\vec{a_i} k = \vec{b_i} \qquad (i = 1, 2, \ldots, n)$$

este dată de:

$$k = \frac{[\vec{a_i}\,\vec{b_i}]}{[\vec{a_i}\,\vec{a_i}]}.$$

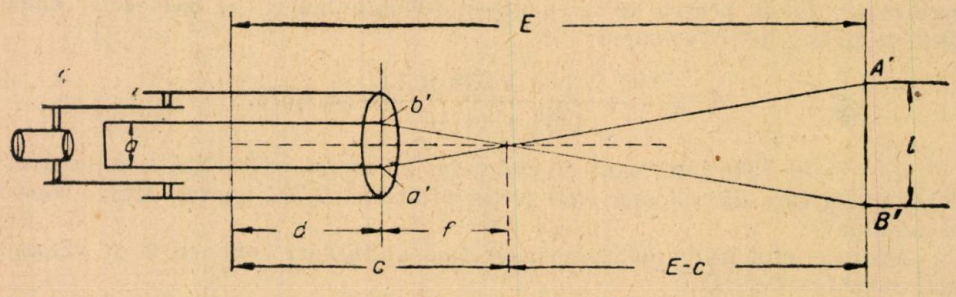


Fig. 5. Luneta stadimetrică

E = distanța între axul de rotație și mira AB, d = distanța obiectivului la ax, f = distanța focală a ocularului, a = distanța dintre cele două fire stadimetrice, $c = d + f$ cutia de adițiune, $k = \frac{f}{a}$ puterea de mărire a lunetei ce urmează a fi determinată.

Aplicația 1°. O lunetă stadimetrică *) are distanța obiectivului la axa de rotație $d = 11$ cm și distanța focală a obiectivului $f = 21$ cm. Să se

*) Luneta stadimetrică (a unui teodolit) este un ocular stadimetric care măsoară distanțele cu ajutorul unui unghi fix determinat pe reticulul lunetei de două fire stadimetrice.

determine puterea de mărire k a lunetei pe baza a patru măsurători directe $E_i (i = 1, 2, 3, 4)$ ale unei distanțe.

$E_1 = 38{,}88\ m$; $E_2 = 40{,}35\ m$; $E_3 = 42{,}46\ m$; $E_4 = 44{,}33\ m$ și citirile corespunzătoare pe miră: $l_1 = 0{,}386\ m$; $l_2 = 0{,}400\ m$; $l_3 = 0{,}420\ m$; $l_4 = 0{,}439\ m$.

Soluție. Puterea de mărire a lunetei va fi dată de soluția sistemului

$$e_i\ k = E_i - c\ (i = 1, 2, 3, 4)\ c = d + f = 0{,}32 \text{ cm}.$$

Din asemănarea triunghiurilor $fa'b'$ și $fA'B'$ se deduce:

$\frac{f}{E - c} = \frac{a}{l}$ în care $a = a'b'$; $l = A'B'$ (citirea corespunzătoare pe miră)

Însemnînd $\frac{f}{a} = k$ (puterea de mărire a lunetei) se obține:

$$l_k = E - c.$$

$$0{,}386\ k = 38{,}56,$$

$$0{,}400\ k = 40{,}03,$$

$$0{,}420\ k = 42{,}14.$$

$$0{,}439\ k = 44{,}01,$$

Aplicînd metoda celor mai mici pătrate, valoarea cea mai probabilă a puterii de mărire a lunetei stadimetrice este

$$k = \frac{38{,}56 \times 0{,}386 + 40{,}03 \times 0{,}4 + 42{,}14 \times 0{,}420 + 44{,}01 \times 0{,}439.}{0{,}386^2 + 0{,}4^2 + 0{,}420^2 + 0{,}439^2}$$

Efectuînd calculele se obține:

$$k = \frac{67{,}91535}{0{,}67897} \approx 100{,}15.$$

Aplicația 2. Să se determine umiditatea relativă *) a aerului dintr-un magazin prin trei măsurători a temperaturii interioare (termometrul) și a punctelor de condensare (hygrometrul) corespunzătoare temperaturilor respective.

Se stabilesc următoarele rezultate:

La temperatura de 15° punctul de condensare este 5°,

La temperatura de 16° punctul de condensare este 6°,

La temperatura de 17° punctul de condensare este de 7°.

Indicație. Din tabelă se vor citi presiunile vaporilor pe care îi conține aerul la temperaturile date și presiunile vaporilor saturați corespunzătoare punctelor de condensare.

*)

Temp. în grade C	Presiunea în mm mercur	Temperatura în grade C	Presiunea în mm mercur
0°	4,58	9°	8,60
1°	4,90	10°	9,20
2°	5,30	11°	9,80
3°	5,70	12°	10,50
3°	5,70	12°	10,50
4°	6,10	13°	11,20
5°	6,50	14°	12,00
6°	7,00	15°	12,80
7°	7,50	16°	13,60
8°	8,00	17°	14,50

Însemnînd valoarea umidității cu a, presiunea vaporilor la o anumită temperatură cu P și presiunea vaporilor care saturează în aceleași condiții aerul cu p, avem relația

$$a = \frac{p}{P} \cdot \quad **)$$

Din cele trei măsurători.avem următoarele date:

$$p_1 = 6{,}5, \qquad P_1 = 12{,}8,$$
$$p_2 = 7{,}0, \qquad P_2 = 13{,}6,$$
$$p_3 = 7{,}5, \qquad P_3 = 14{,}5.$$

Obținem sistemul:

$$128\ a = 65,$$
$$136\ a = 70,$$
$$145\ a = 75.$$

Aplicînd metoda celor mai mici pătrate obținem:

$$a = \frac{65 \cdot 128 + 70 \cdot 136 + 75 \cdot 145}{128^3 + 136^3 + 145^3} \approx 0{,}511 \text{ g.}$$

Un sistem de trei ecuații cu două necunoscute

$$\begin{aligned} e_{1x}\, x_1 + e_{2x}\, x_2 &= a_x, \\ e_{1y}\, x_1 + e_{2y}\, x_2 &= a_y, \\ e_{1z}\, x_1 + e_{2z}\, x_2 &= a_z \end{aligned} \qquad (10)$$

se poate scrie vectorial

$$\vec{e}_1\, x_1 + \vec{e}_2\, x_2 = \vec{a}. \qquad (10')$$

Proiecțiile vectorilor $\vec{e}_i$ și $\vec{a}_0$ pe axele de coordonate Ox, Oy, Oz fiind respectiv

$$e_{ix},\ e_{iy},\ e_{iz},$$
$$a_{0x},\ a_{0y},\ a_{0z}.$$

*) și **) Elemente de fizică *P. M. Cronemberg*, pg. 196—197.

Cea mai probabilă soluție a sistemului (10) este aceia pentru care **abaterea** pătratică

$$\sum (e_{1x}\, x_1 + e_{2x}\, x_2 - a_x)^2 \qquad (11)$$

are cea mai mică valoare. Relația (11) scrisă vectorial

$$(\vec{e}_1\, x_1 + \vec{e}_2\, x_2 - \vec{a})^2 = (\vec{a}_0 - \vec{a})^2 \qquad (11')$$

reprezintă distanța dintre vectorii $\vec{a}$ și $\vec{a}_0 = \vec{e}_1\, x_1 + \vec{e}_2\, x_2$. Condiția ca **abaterea** pătratică să fie minimă este echivalentă cu aflarea lui x_1 și x_2 așa fel **ca distanța** de la vectorul $\vec{a}$ la vectorul $\vec{a}_0$ să fie minimă, adică (după teorema celor **două** perpendiculare) să fie perpendiculară pe vectorii $\vec{e}_1$ și $\vec{e}_2$.

$$(\vec{a} - \vec{a}_0,\ \vec{e}_1) = 0,$$

$$(\vec{a} - \vec{a}_0,\ \vec{e}_2) = 0,$$

adică

$$\vec{a}_0\, \vec{e}_1 = \vec{a}\, \vec{e}_1,$$

$$\vec{a}_0\, \vec{e}_2 = \vec{a}\, \vec{e}_2.$$

Înlocuind pe a_0 cu valoarea sa din (10′) se obține

$$(\vec{e}_1\, \vec{e}_1)\, x_1 + (\vec{e}_1\, \vec{e}_2)\, x_2 = \vec{a}\, \vec{e}_1,$$

$$(\vec{e}_2\, \vec{e}_1)\, x_1 + (\vec{e}_2\, \vec{e}_2)\, x_2 = \vec{a}\, \vec{e}_2,$$

care este un sistem normal al sistemului (10) și în care

$$(\vec{e}_1\, \vec{e}_1) = e_{1x}^2 + e_{1y}^2 + e_{1z}^2; \quad (\vec{e}_2\, \vec{e}_2) = e_{2z}^2 + e_{2y}^2 + e_{2z}^2,$$

$$(\vec{e}_1\, \vec{e}_2) = (\vec{e}_2\, \vec{e}_1) = e_{1x}\, e_{2y} + e_{1y}\, e_{2y} + e_{1z}\, e_{2z},$$

$$\vec{a}\, \vec{e}_1 = a_x\, e_{1x} + a_y\, e_{1y} + a_z\, e_{1z},$$

$$\vec{a}\, \vec{e}_2 = a_x\, e_{2x} + a_y\, e_{2y} + a_z\, e_{2z}.$$

Sistemul normal al sistemului (10) se obține deci înmulțind **ecuațiile cu** e_{1x}, e_{1y}, e_{1z} respectiv cu e_{2x}, e_{2y}, e_{2z} și adunîndu-le parte cu parte.

Soluția sistemului normal (10″) este soluția cea **mai probabilă a** sistemului (10).

Aplicație. Din graficul care leagă înălțimea F a tatălui, de **înălțimea** *S* a fiului exprimată în țoli s-au obținut următoarele date:

S :	65,7	66,8	67,2	69,3	69,8	70,5	70,9
F :	62,0	64,0	65,0	69,0	70,0	71,0	72,0

Să se găsească după metoda celor mai mici pătrate coeficienţii a şi b care exprimă înălţimea fiului în funcţie de înălţimea tatălui, cu ajutorul următoarei formule empirice:

$$S = a + bF.$$

Soluţie. Sistemul de ecuaţii corespunzătoare celor 7 determinări este:

$a + 62\ b = 65{,}7$	$62^2 = 3844,$	$65{,}7 \times 62 = 4073{,}4$
$a + 64\ b = 66{,}8$	$64^2 = 4096,$	$66{,}8 \times 64 = 4275{,}2$
$a + 65\ b = 67{,}2$	$65^2 = 4225,$	$67{,}2 \times 65 = 4365$
$a + 69\ b = 69{,}3$	$69^2 = 4761,$	$69{,}3 \times 69 = 4781{,}7$
$a + 70\ b = 69{,}8$	$70^2 = 4900,$	$69{,}8 \times 70 = 4886$
$a + 71\ b = 70{,}5$	$71^2 = 5041,$	$70{,}5 \times 71 = 5005{,}5$
$a + 72\ b = 70{,}9$	$72^2 = 5184,$	$70{,}9 \times 72 = 5104{,}8$
	32051	32494,6

Sistemul normal este:

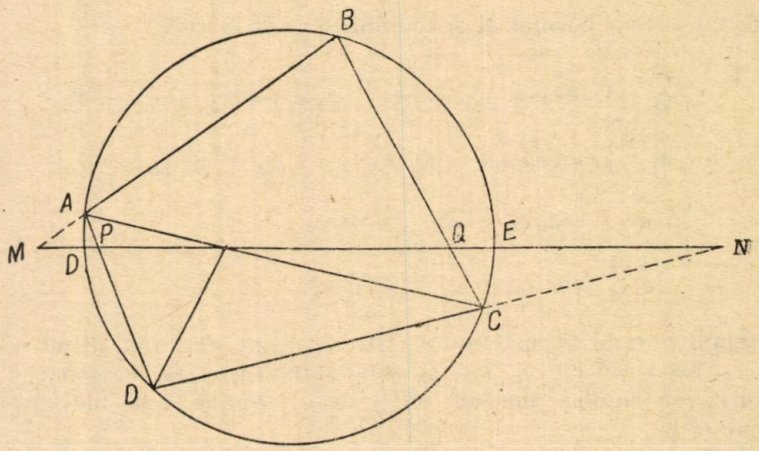
$$7a + 473b = 480{,}2,$$
$$473a + 32051b = 32494b,$$

care rezolvat dă soluţiile: $a \approx 1896$; $b \approx 28$.

NOTE MATEMATICE

Asupra problemei 2221

În nr. 9/1957 al revistei G.M.F. seria B (pag. 483) a apărut soluţia şi o generalizare a problemei 2221 cu următorul enunţ:



Să considerăm un patrulater ABCD înscris într-un cerc. Prin intersecţia O a diagonalelor să ducem o secantă oarecare, care taie laturile AB, CD, AD şi BC în respectiv M, N, P, Q, iar cercul în D şi E.

Conform generalizării acestei probleme avem:

$$\frac{1}{OD}+\frac{1}{OQ}=\frac{1}{OE}+\frac{1}{OP}\cdot$$

O relaţie analoagă este:

$$\frac{1}{OE}+\frac{1}{OM}=\frac{1}{OD}+\frac{1}{ON}\cdot$$ Prin adunare

obţinem:

$$\frac{1}{OQ}+\frac{1}{OM}=\frac{1}{OP}+\frac{1}{ON}\cdot$$

relaţie în care nu intervine cercul circumscris patrulaterului inscriptibil.

Se generalizează această problemă, fiind *adevărată pentru un patrulater oarecare.*

Altă soluţie. Considerăm notaţiile din figura precedentă. Dreptele AB şi CD se întîlnesc în E. Aplicînd teorema lui Menelaus în triunghiul DON tăiat de transversalele CQB şi EMB avem:

$$\frac{CD}{CN}\cdot\frac{QN}{OQ}\cdot\frac{BO}{BD}=1 \qquad (1)$$

$$\frac{MO}{MN}\cdot\frac{BD}{BO}\cdot\frac{EN}{ED}=1 \qquad (2)$$

Aplicînd teorema lui Menelaus în triunghiul NPD tăiat de transversalele AOC şi AME, avem:

$$\frac{CN}{CD}\cdot\frac{OP}{ON}\cdot\frac{AD}{AP}=1, \text{ şi} \qquad (3)$$

$$\frac{MN}{MP}\cdot\frac{AP}{AD}\cdot\frac{ED}{EN}=1 \qquad (4)$$

Înmulţind (1) cu (2) cu (3) şi cu (4) obţinem:

$$\frac{QN}{OQ\cdot ON}=\frac{MP}{OP\cdot OM} \qquad (5).$$

Dar ţinînd seamă că $QN=ON-OQ$ şi $MP=OM-OP$, obţinem:

$$\frac{ON-OQ}{OQ\cdot ON}=\frac{OM-OP}{OP\cdot OM} \text{ de unde } \frac{1}{OQ}+\frac{1}{OM}=\frac{1}{OP}+\frac{1}{ON}\cdot$$

Soluţia II. Fascicolele $B\,(EDCN)$ şi $A\,(EDCN)$ au acelaşi raport anarmonic. Avem deci $B\,(EDCN)=B\,(MOQN)$ şi $A\,(EDCN)$. Rezultă $(MOQN)=(MPON)$ adică:

$$\frac{OM}{OQ}:\frac{MN}{NQ}=\frac{PM}{OP}:\frac{MN}{ON}$$

sau

$$\frac{QN}{OQ\cdot ON}=\frac{MP}{OP\cdot OM}$$

de unde rezultă relaţia cerută.

Observație. Dacă ducem secanta ce trece prin O astfel, încît punctele M și N să fie de aceiași parte a dreptei AD, atunci observăm că $QN = ON + OQ$, $MP = OM - OP$, iar relația (5) devine:

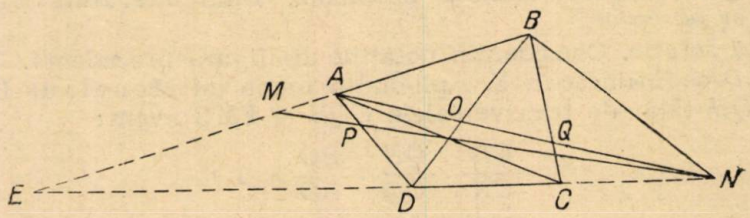
$$\frac{ON+OQ}{OQ \cdot ON} = \frac{OM-OP}{OP \cdot OM}$$

sau

$$\frac{1}{OQ} + \frac{1}{OM} = \frac{1}{OP} - \frac{1}{ON},$$

deci, în general

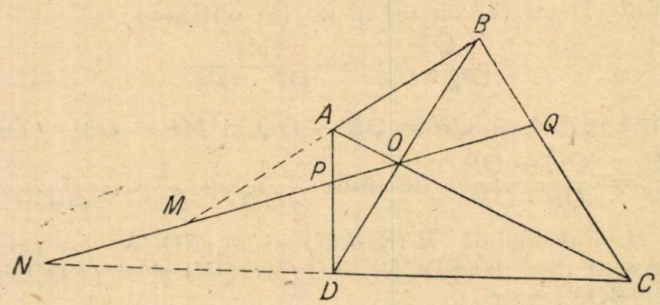
$$\frac{1}{OQ} + \frac{1}{OM} = \frac{1}{OP} \pm \frac{1}{ON}.$$



Cazuri particulare. În cazul cînd $OP = OQ$, $OM = ON$. Dacă secanta trece prin intersecția E a laturilor AB, CD, atunci $M \equiv N \equiv E$. Relația devine:

$$\frac{1}{OQ} + \frac{1}{OE} = \frac{1}{OP} - \frac{1}{OE}$$

$$\frac{OE+OQ}{OQ} = \frac{OE-OP}{OP}$$



adică, $\frac{EQ}{OQ} = \frac{EP}{OP}$ sau $\frac{OP}{OQ} = \frac{EP}{EQ}$, adică relația cunoscută că într-un patrulater complet diagonalele se taie în puncte conjugate armonic.

Panaitopol Laurențiu și Teodorescu Nicolae
studenți Anul I matematici București

Generalizarea problemei 2699

Presupunem două mobile A şi B care se mişcă uniform pe direcţiile AAa, BBb. Distanţa între cele 2 mobile este d_1. După un timp t_1 distanţa este d_2, iar după încă un timp t_2, distanta este d_3. Se cere:

a) viteza mobilelor,

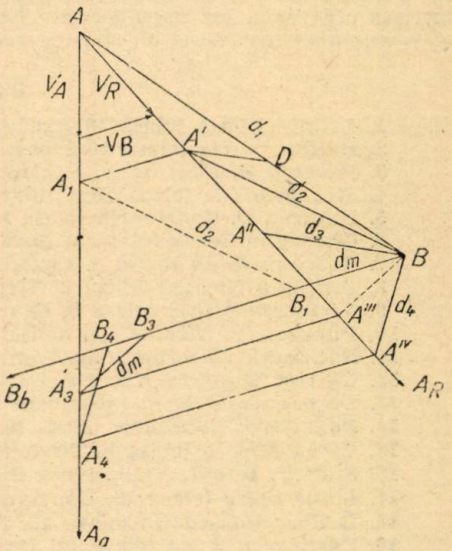
b) poziţia mobilelor cind se află la distanţă minimă,

c) poziţia mobilelor cînd se află la distanţa d_4.

Soluţie geometrică. Presupunem problema rezolvată. Aplicăm celor doi vectori $\overline{V}_A$ şi $\overline{V}_B$ cîte un vector egal cu $-\overline{V}_B$. Astfel B devine fix, iar A se mişcă faţă de B cu viteza relativă $\overline{V}_R = \overline{V}_A + (-\overline{V}_B)$ pe dreapta AA_R, numită indicatoarea vitezei relative.

În cazul cînd A se află în A' pentru a determina poziţiile reale ale celor două mobile, din A' se duce o paralelă la direcţia de mişcare a mobilului B (BB_b) pînă întîlneşte direcţia de mişcare a mobilului A. Se obţine punctul A_1. Din A_1 se duce o paralelă la BA', se obţine punctul B_1 iar A_1 şi B_1 sînt poziţiile reale ale celor două mobile.

Se observă următoarea proprietate importantă, *Poziţiile reale ale celor două mobile, punctul corespunzător de pe indicatoarea vitezei relative şi punctul B (considerat fix) formează un paralelogram.*



După timpul t_1, A se află în A', iar după timpul t_2, A se află în A''.

$BA' = d_2$, $BA'' = d_3$, $AA' = V_R \cdot t_1$, $A'A'' = V_R \cdot t_2$.

Din A' ducem o paralelă la BA'', obţinem punctul D. Triunghiurile $AA'D$ şi $AA''D$ sînt asemenea

$$\frac{A'D}{d_3} = \frac{AD}{AB} = \frac{AD}{d_1} = \frac{AA'}{AA''} = \frac{V_R \cdot t_1}{V_R (t_1 + t_2)} = \frac{t_1}{t_1 + t_2}$$

Rezultă:

$$A'D = \frac{d_3 \cdot t_1}{t_1 + t_2}, \quad AD = \frac{a_1 \cdot t_1}{t_1 + t_2}, \quad BD = d_1 - AD.$$

Triunghiul BDA' se poate construi deoarece sînt determinate laturile BD, $A'D$, BA'.

Punctul A' fiind cunoscut se uneşte A cu A' şi s-a obţinut indicatoarea vitezei relative.

Se construieşte paralelogramul şi se obţin punctele A_1 şi B_1. Se observă:

$$AA_1 = V_A \cdot t_1, \quad BB_1 = A'A_1 = V_B \cdot t_1.$$

Din aceste relaţii se pot determina vitezele celor două mobile A şi B.

Pentru a afla distanța minimă dintre cele două mobile, din B se coboară o perpendiculară pe AA_R. Se obține punctul A''', BA''' este distanța minimă. Construim paralelogramul și obținem pozițiile reale ale celor două mobile B_3, A_3.

Pentru a determina pozițiile mobilelor cînd se află la distanța d_4 din B ca centru cu raza d_4 se trasează un arc de cerc care intersectează dreapta AA_R în A'''. Construind paralelogramul se obțin pozițiile reale ale mobilelor A_4, B_4.

Problema admite 0, 1 sau 2 soluții.

C. V. Costăchescu, Constanța

PREMIILE ÎN CĂRȚI ACORDATE DE „GAZETA MATEMATICĂ ȘI FIZICĂ" Seria B pe anul 1957

Pentru activitatea deosebită, desfășurată de unii corespondenți evidențiați pe anul 1957 în cuprinsul volumului VIII din „Gazeta matematică și fizică, seria B, se acordă premii și mențiuni. Cărțile ce se dau ca premii și mențiuni sînt notate în lista alăturată, iar după numele fiecărui corespondent este trecut între paranteze, numărul de ordine al cărților acordate.

Premii

1. *Iftimie Viorel* (clasa 10 Rădăuți) (1, 2, 3, 4, 8, 11, 12, 13, 23, 24, 39).
2. *Baltag Vasile* (clasa 10 Ploești) (2, 3, 4, 6, 8, 11, 13, 23, 24, 35).
3. *Popescu R. Paul* (Fac. electronică București) (1, 6, 7, 8, 11, 13, 14, 24, 38)
4. *Strătescu Ion* (clasa 10, Călărași) (2, 6, 7, 8, 11, 13, 23, 24, 33).
5. *Bulucea D. Constantin* (clasa 10, Rîmnicu Vîlcea) (2, 6, 7, 8, 11, 13, 23, 24, 32).
6. *Gheorghe Cezar* (clasa 8, Buzău) (1, 9, 11, 20, 23, 24, 31, 38, 39).
7. *Răşcanu Radu* (clasa 8, s.m.l., București) (2, 6, 9, 11, 20, 23, 24, 31, 38).
8. *Aniţescu Nicolae* (clasa 9, Tîrgu-Jiu) (2, 6, 9, 11, 20, 23, 24, 31, 39).
9. *Vişinescu Mihai* (clasa 9, Giurgiu) (2, 6, 9, 11, 12, 23, 24, 30, 38).
10. *Pupăzan V. Nicolae* (șc. artilerie, Sibiu) (2, 6, 7, 10, 11, 23, 24, 30, 38).
11. *Bătireanu Gheorghe* (absolvent Buzău) (5, 7, 10, 11, 22, 24, 30, 37).
12. *Chiriac Dumitru* (clasa 8, Bacău) (2, 10, 15, 17, 18, 23, 24, 30, 37).
13. *Dorobanţu Valeriu* (absolvent Sibiu) (2, 7, 17, 18, 23, 24, 30, 37).
14. *Panaitopol Laurenţiu* (clasa 10, Giurgiu) (2, 6, 7, 16, 23, 54, 29, 37).
15. *Cîrnu Mircea* (clasa 9, Tîrgoviște) (5, 10, 17, 18, 23, 24, 29, 37).
16. *Stan N. Dumitru* (absolvent Pucioasa) (11, 16, 17, 23, 24, 29, 37, 39).
17. *Ianuș Stere* (clasa 10, Constanța) (11, 16, 17, 23, 29, 34, 37).
18. *Delibaș Constaniin* (clasa 10, Ploești) (2, 12, 17, 23, 29, 34, 37).
19. *Costinescu Anca* (clasa 10, Iași) (2, 12, 17, 23, 29, 34, 37).
20. *Rădescu Eugen* (clasa 9, Focșani) (2, 17, 18, 23, 26, 27, 28, 39).

Menţiuni

1. *Rădulescu D. Constantin* (clasa 10, S.m. 4 Buc.) (11, 17, 17, 23, 29, 34, 37).
2. *Stepan Ionel* (absolvent, Constanța) (3, 4, 19, 23, 24, 27, 28, 39).
3. *Bergthaler Christian* (clasa 9, Petroșani) (5, 17, 19, 23, 27, 28, 34, 39).
4. *Nicolescu A. Basarab* (clasa 8, Ploești) (2, 17, 19, 23, 27, 28, 34, 39).
5. *Grecu Anton* (clasa 9, Roșiorii de Vede) (5, 17, 19, 27, 28, 34, 39).
6. *Glasberg Vladimir* (clasa 9, București) (11, 18, 19, 27, 28, 34, 39).
7. *Niculescu Stelian* (clasa 10, Caracal) (10, 19, 20, 24, 27, 28, 39).
8. *Dinuţ Teodor* (absolvent, Craiova) (6, 7, 19, 24, 27, 28, 39).
9. *Teodorescu Nicolae* (clasa 10 s.m. 2 București) (2, 12, 16, 24, 26, 27, 28).
10. *Florea Dorel* (clasa 10, Slatina) (7, 19, 20, 26, 27, 28, 34).

11. *Piţigoi I. Gheorghe* (clasa 10, Rîmnicu Vîlcea) (11, 16, 20, 25, 27, 28, 36).
12. *Klekner V. Adrian* (clasa 10, s.m. 1 Bucureşti) (11, 19, 20, 25, 27, 28, 39).
13. *Jilăveanu Gheorghe* (absolvent, Mediaş) (11, 19, 20, 25, 27, 28, 39).
14. *Isbăşescu Mihai* (clasa 9, s.m. 1 Bucureşti) (11, 19, 25, 27, 28, 34, 39).
15. *Tudor Traian* (clasa 10, Tecuci) (21, 23, 25, 27, 28, 34, 39),
16. *Ancuţoiu Gheorghe* (clasa 10, Rîmnicu Vîlcea) (21, 23, 25, 27, 28, 34, 39).
17. *Lăscuţoiu Virgil* (absolvent, Gherla-Hunedoara) (21, 23, 25, 27, 28, 34, 39)
18. *Bănică Radu* (absolvent, Ianca-Galaţi) (21, 23, 25, 27, 28, 34, 38).
19. *Lupaş Laurenţiu* (clasa 8, s.m. 1 Bucureşti) (21, 23, 25, 27, 28, 34, 39).
20. *Matei V. Aurel* (absolvent, Tîrgu Mureş) (12, 23, 25, 27, 28, 39).

Premianţii şi menţionaţii sînt rugaţi să ne trimită printr-o *carte poştală* (nu plic), adresa unde urmează să li se expedieze cărţile acordate; iar după primirea lor să ne confirme aceasta.

Lista cărţilor

1. *Caius Iacob* — Curs de matematici superioare; 2. *Isaac Newton* — Principiile matematice ale filozofiei naturale; 3. *Friş* şi *Timoreva* — Curs de fizică generală (vol. II); 4. *Friş* şi *Timoreva* — Curs de fizică generală (vol. III); 5. *S. Novoselov* — Curs special de trigonometrie; 6. *O. Ţino, El. Murgulescu, V. Bănărescu* — Exerciţii şi probleme pentru cursul de geometrie analitică în şcolile tehnice superioare; 7. *I. M. Rajiki, Gradestein* — Tabele de integrale, sume, serii de produse; 8. *A. Hincin* — Curs scurt de analiză matematică; 9. *A. Stan, M. Grumăzescu* — Culegere de probleme de mecanică tehnică; 10. *A. N. Krîlov* — Lecţii de calcule prin aproximaţie; 11. *Gh. Buicliu* — Probleme de construcţii geometrice cu rigla şi compasul; 12. *A. Ghelfond* — Calculul cu diferenţe finite; 13. *Miron Nicolescu* — Analiză matematică (vol. I); 14. *I. Jerebţev* — Radiotehnica; 15. *S. V. Vonsovski* — Teoria modernă a magnetismului; 16. *Gh. Ţiţeica* — Geometria diferenţială proiectivă a reţelelor; 17. *V. Krasilnikov* — Unde sonore; 18. *D. V. Ionescu* — Cuadraturi numerice; 19. *N. F. Cetveruhin* — Geometrie proiectivă; 20. *N. N. Lebedev* — Funcţii speciale şi aplicaţiile lor; 21. *V. Sergiescu* — Introducere în fizica solidului; 22. *I. F. Suvorov* — Curs de matematici superioare; 23. *I. N. Vinogradov* — Bazele teoriei numerelor; 24. *N. Kilcevski* — Elemente de calcul tensorial şi aplicaţiile lui în mecanică; 25. *N. P. Efremov* — Culegere de probleme de mecanică tehnică; 26. *C. Borş* — Noţiuni de geometrie proiectivă; 27. *H. Bodnărăscu* — Culegere de probleme de geometrie descriptivă, Vol. II; 28. *H. Bodnărăscu* — Culegere de probleme de geometrie descriptivă, Vol. I; 29. *I. Agîrbiceanu* — Lumina polarizată; 30. *A. Kahane* — Elemente din teoria congruenţelor de drepte; 31. *T. Ganea* — Serii trigonometrice; 32. *C.G. Bedreag* — Bibliografia fizicii romîneşti; 33. *Lascu Bal* şi *Fr. Rado* — Lecţii de nomografie; 34. *G. N. Bergman* — Cicloida; 35. *N. Pentkovski* — Nomograme; 36. *N I. Grinskova* — Rezistenţa materialelor; 37. *Kudriavţev* — Experienţe simple cu ultrasunete; 38. *Gemesi Iosif* — Microscopul cu ultrasunete; 39. *O. Kreindler* — Elemente de calcul vectorial.

PREMIILE ACORDATE ŞCOLILOR MEDII LA ÎNTRECEREA ÎNTRE CERCURILE DE MATEMATICĂ PE ANUL 1957

Rezultatul întrecerilor între cercurile de elevi, de matematică şi de fizică din şcolile medii din toată ţara, pe anul 1957, a fost publicat în Gazeta matematică şi fizică seria B, nr. 1, din anul 1958.

Şcolile fruntaşe care au participat la întrecere au primit premii în cărţi pentru biblioteca şcolii. În paranteze sînt trecute numerele de ordine al cărţilor acordate conform listei cărţilor de mai sus.

1. Primul loc îl ocupă, şcoala medie nr. 1 *„I. L. Caragiale" din Ploeşti*, formată din 13 clase de învăţămînt mediu, (2, 5, 7, 11, 14, 15, 23, 26, 29, 31, 32, 33, 34, 39);

2. Al doilea loc în clasificare îl ocupă şcoala medie nr. 2 *„Tudor Vladimirescu" din Tîrgu Jiu*, cu 7 clase de învăţămînt mediu (2, 6, 11, 14, 15, 23, 26, 29, 31, 35, 39);

3. Al treilea loc a revenit şcolii medii nr. 1 din *Giurgiu*, cu 8 clase de învăţămînt mediu (2, 11, 12, 23, 26, 26, 33, 34, 35, 38, 39);

4. Al patrulea loc a fost ocupat de şcoala medie nr. 1 *„Nicolae Bălcescu" din Bucureşti,* care a avut un număr de 14 clase de învăţământ mediu (2, 11, 19, 23, 26, 29, 33, 34, 35, 38, 39) ;

5. Al cincilea loc l-a avut şcoala medie nr. 2 din *Bîrlad,* care a fost formată din numai 4 clase de învăţământ mediu (2, 11, 13, 26, 29, 34, 35, 38).

Mai invităm pe această cale, toate şcolile medii cu activitate la G.M.F. seria B să participe în anul 1958 la întrecerea între cercurile de matematică şi fizică pe ţară. Punctajul la aceste întreceri precum şi regulamentul lor, a fost publicat în G.M.F.-B *nr. 1 din ianuarie 1958.*

Şcolile care vor fi distinse la această întrecere vor primi premii în cărţi de matematică şi de fizică pentru biblioteca respectivă, iar rezultatele se vor publica în G.M.F. seria B.

Redacţia G.M.F.-B solicită profesorii de matematică şi de fizică din învăţământul mediu şi pe responsabilii de cercuri, să popularizeze această acţiune în şcolile lor şi să determine participarea activă a cercurilor respective *).

DIN VIAŢA SOCIETĂŢII

Concursul de matematică şi fizică pentru studenţi, 1957

Societatea de ştiinţe matematice şi fizice din R.P.R., (S.S.M.F.) în colaborare cu Uniunea asociaţiilor studenţilor din R.P.R., (U.A.S.R.) a organizat în anul 1957, un concurs de matematică şi fizică pentru studenţi, în două etape : prima etapă, prin corespondenţă, s-a încheiat la 25 octombrie; studenţii admişi la etapa finală pe ţară, au dat probe scrise şi orale în zilele de 22 şi 23 noiembrie 1957, iar în ziua de 24 noiembrie au fost premiaţi şi menţionaţi, după cum urmează :

Premiul I. — 1. *Harnic Victor,* student anul II fizică, Bucureşti ; 2. *Cosma Octavian,* student anul IV electronică, Bucureşti.

Premiul II — 1. *Vasu Gheorghe,* student anul IV fizică, Bucureşti, 2. *Handel Petre,* sudent anul IV fizică, Bucureşti.

Premiul III 1. *Buzuloiu Vasile,* student anul IV electronică Bucureşti; 2. *Gaspar Toma,* student anul IV Institutul pedagogic Timişoara ; 3. *Tirilman Lucian,* student anul III matematici, Bucureşti.

Menţiuni — 1. *Waldmann Anton,* student anul IV Institutul pedagogic Timişoara ; 2. *Constantinescu Florin,* student anul IV matematici Cluj ; *Guiaşu Silviu,* student anul III matematici Bucureşti ; 4. *Iordache Dan Alexandru,* student anul III fizică Bucureşti.

Menţiuni parţiale — 1. *Sălăjan Radu,* student anul II Institutul minier, Petroşani ; pentru matematică ; 2. *Marcovici Jak,* student anul II Institutul tehnic, Craiova, pentru matematică : 3. *Bocu Mircea,* student anul IV electronică, Bucureşti, pentru fizică ; 4. *Grecu Voicu,* student anul V fizică, Cluj pentru fizică.

Studenţii participanţi la etapa finală au vizitat Institutul de fizică atomică al Acad. R. P. R., muzeul de artă, au vizionat un spectacol la teatrul de operetă.

La şedinţa de închidere a concursului au luat cuvîntul tov. acad. *Gr. C. Moisil,* preşedintele S.S.M.F., prof. univ. *I. Bîrcă-Gălăţeanu,* de la Institutul Politehnic, *I. Teoreanu,* secretar al Consiliului U.A.S.R. şi *O. Cosma,* student premiat.

Studenţii premiaţi şi menţionaţi au primit cărţi, serviete, aparate de fotografiat, ceasornice, truse stilou, truse compas, colecţii de planşe cu reproduceri de tablouri celebre.

*) Pînă la 1 martie 1957 s-a primit înscrierea pe 1958 dela S.m. 1 Bucureşti.

PROBLEME REZOLVATE

Problema 2430

Dacă într-un triunghi pătratele laturilor sînt în progresie aritmetică în ordinea a^2, b^2, c^2 atunci unghiul B poate fi cel mult egal cu $60°$.

N. Gheorghiu, Iaşi

Soluţie. Avem $2b^2 = a^2 + c^2$. De asemenea $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$; $\frac{1}{4}\left(\frac{a^2 + c^2}{ac}\right) = \cos B$.

Trebuie să arătăm că $\cos B \geqslant \cos 60$, sau $\frac{1}{4}\left(\frac{a^2 + c^2}{ac}\right) \geqslant \cos 60°$; $\frac{1}{4}\left(\frac{a^2 + c^2}{ac}\right) \geqslant \frac{1}{2}$ sau $\frac{c^2 + c^2}{2ac} \geqslant 1$; $a^2 + c^2 \geqslant 2ac$; $a^2 - 2ac + c^2 \geqslant 0$; $(a - c)^2 \geqslant 0$; ceea ce este adevărat. $a - c = 0$ cînd $a = c$.

Problema 2433

Imaginea unui obiect într-o oglindă concavă este de 3 ori mai mare decît obiectul. Ştiind că distanţa dintre obiect şi imagină este de 10 cm, să se calculeze raza de curbură a oglinzii.

(Inst. Politehnic, Oraşul Stalin)

Soluţie. I = imaginea, A = obiectul. $\frac{I}{A} = \frac{p'}{p}$; dar $I = 3A$, deci $\frac{3A}{A} = \frac{p'}{p}$, $p' = 3p$.

sau $p' - p = 2p = 10$ cm. $p = 5$ cm. $p' = 3 \cdot 5$ cm $= 15$ cm. Avem:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}; \quad \frac{1}{f} = \frac{2}{R}; \quad \frac{p + p'}{pp'} = \frac{2}{R};$$

$$R = \frac{2pp'}{p + p'} = \frac{2 \cdot 5 \cdot 15}{5 + 15} = \frac{15}{2} = 7{,}5 \text{ cm}.$$

Problema 2435

Să se construiască un triunghi cunoscînd valoarea unui unghi şi lungimile a două din laturile triunghiului ortic.

Gh. Bulciu

Soluţie. Fie $A'B'C'$ triunghiul ortic al unui triunghi ABC. Se ştie că unghiurile triunghiului $A'B'C'$ sînt $180° - 2A$, $180° - 2B$, $180° - 2C$. Dacă se cunoaşte valoarea unuia din unghiurile A, B, C se deduce valoarea unghiului corespunzător în triunghiul $A'B'C'$ care se construeşte astfel imediat, cunoscîndu-i-se un unghi şi două laturi. Bisectoarele exterioare ale triunghiului $A'B'C'$ astfel construit, dau prin intersectare vîrfurile A, B, C ale triunghiului căutat.

Problema este totdeauna posibilă şi are o singură soluţie.

Problema 2438

Un automobil are o viteză iniţială de 10 m/s. Cînd frînează îşi micşorează viteza timp de 3 secunde pînă la viteza de 6 m/s. Să se afle acceleraţia şi distanţa parcursă de automobil în timpul frînării.

G. Văgăunescu

Soluție. Cunoaștem cele două relații care ne dau spațiul și viteza în mișcarea uniform accelerată cu viteză inițială:

$$S = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

$$v = v_0 + at,$$

de unde :

$$a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{6 - 10}{3} = -\frac{4}{3} \text{ m/s}.$$

$$S = 10 \cdot 3 - \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot 9 = 30 - 6 = 24 \text{ m}.$$

Problema 2446

Știind că $\frac{1}{b+c}, \frac{1}{c+a}, \frac{1}{a+b}$ *sînt trei termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice, să se demonstreze că și numerele* a^2, b^2, c^2 *formează o progresie aritmetică.*

(La Fac. Bolyai, Cluj, 1956)

Soluție. Avem: $\frac{2}{a+c} = \frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c}$. Eliminăm numitorii:

$2(a+b)(b+c) = (a+c)(a+c+2b)$; $2ab + 2b^2 + 2ac + 2bc = a^2 + ac + 2ab + ac + c^2 + 2bc$; $2b^2 + 2(ab + ac + bc) = a^2 + c^2 + 2(ab + ac + bc)$, de unde $2b^2 = a^2 + c^2$, ceea ce arată că numerele a^2, b^2, c^2, formează o progresie aritmetică.

Problema 2447

Se dă un triunghi oarecare ABC *și se duce bisectoarea* AD. *Să se demonstreze relația:* $AB.AC = AD^2 + BD.DC$.

(La Fac. Bolyai, Cluj, 1956)

Soluție. Notăm: $AB = c$, $AC = b$, $BC = 2$, $BD = m$, $DB = n$ și $AD = p$. În virtutea relației lui Stewart avem:

$$p^2 \cdot a + m.n.a = b^2 m + c^2 n$$

sau

$$p^2 + m \cdot n = \frac{b^2 m}{a} + \frac{c^2 n}{a}. \qquad (1$$

Deoarece AD este bisectoare, avem conform unei proprietăți cunoscute a rapoartelor:

$$\frac{b}{n} = \frac{c}{m} = \frac{b+c}{m+n} = \frac{b+c}{a},$$

de unde

$$m = \frac{ac}{b+c}, \quad n = \frac{ab}{b+c}$$

pe care introducîndu-le în (1) avem:

$$p^2 + mn = \frac{ac}{b+c} \cdot \frac{b^2}{a} + \frac{ab}{b+c} \cdot \frac{c^2}{a} = \frac{b^2 c + bc^2}{b+c} = bc.$$

Problema 2448

Să se rezolve ecuația: $\sin 3x = 4 \sin x \cos 2x$

(La Fac. Bolyai, Cluj)

Soluție. Avem: $\sin 3x = \sin(2x + x)$ sau $\sin 2x \cos x + \sin x \cos 2x = 4 \sin x \cos 2x$; $3 \sin x \cos 2x - \sin 2x \cos x = 0$.

De unde:

$$3 \sin x \cos^2 x - 3 \sin^3 x - 2 \sin x \cos^2 x = \sin x \cos^2 x - 3 \sin^3 x = 0$$

sau

$$\sin x (\cos^2 x - 3 \sin^2 x) = \sin x (1 - 4 \sin^2 x) = 0.$$

Pentru $\sin x = 0$, de unde $x = k\pi$; $(k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots)$

Pentru $1 - 4 \sin^2 x = 0$ avem:

$$\sin x = \pm \frac{1}{2}, \text{ de unde } x = k\pi \pm \frac{\pi}{6}.$$

Problema 2451

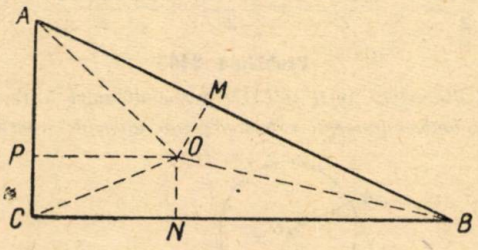
În triunghiul dreptunghic ABC $(C = 90)$ se ia punctul O astfel ca triunghiurile OAB, OBC și OCA să aibă arii egale. Să se arate că $\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 = 5\,\overline{OC}^2$.

(Chestiune de examen)

Soluție. Fie OM, ON și OP înălțimile triunghiurilor: OAB, OBC și OCA.

Aria (OAB) + aria (OBC) + aria (OCA) = aria (ABC) sau

$$AB \cdot OM + BC \cdot ON + CA \cdot OP = BC \cdot AC.$$



Putem scrie $3\,BC \cdot ON = BC \cdot AC$; $ON = \frac{1}{3} AC$ sau $3CA \cdot OP = BC \cdot AC$; $OP = \frac{1}{3} BC$.

Din triunghiurile dreptunghice AOP și BON avem: $OA^2 = AP^2 + PO^2$ și $OB^2 = BN^2 + NO^2$.

Deci $OA^2 + OB^2 = AP^2 + BN^2 + PO^2 + NO^2 = \frac{5}{9}(AC^2 + BC^2)$.

Avem din dreptunghiul $NOPC$ relația $OC^2 = PO^2 + NO^2 = \frac{1}{9}(AC^2 + BC^2)$.

Deci relația $OA^2 + OB^2 = 5\,OC^2$ este demonstrată.

Problema 2453

În triunghiul dreptunghic ABC, înălțimea AD determină pe ipotenuza BC segmentele $BD = 3$ cm și $CD = 12$ cm. Se cere: a) *Să se construiască triunghiul ABC*; 2) *Să se calculeze aria totală a piramidei $VABC$ care are triunghiul ABC ca bază, iar muchia VA perpendiculară pe planul triunghiului ABC și egală cu 8 cm.*

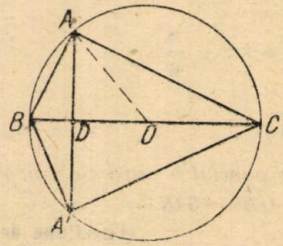
(La Facultatea de matematică și fizică Timișoara)

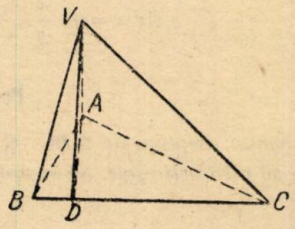
Soluție. 1. Pentru a construi triunghiul ABC, dreptunghic în A, construim cercul de rază $\frac{BD + DC}{2} = \frac{3 + 12}{2} = \frac{15}{2} = 7{,}5$ cm. În punctul D ridicăm o perpendiculară pe diametrul BC care taie cercul în A și A' (2 soluții).

2. Aria totală = aria (VAB) + aria (VAC) + aria (VBC) + aria $(ABC) = \frac{VA \cdot AB}{2} + \frac{VA \cdot AC}{2} + \frac{BC \cdot VD}{2} + \frac{AB \cdot AC}{2}$.

$VD \perp BC$ conform teoremei celor trei perpendiculare.

Din triunghiul ABC avem:





$AD = \sqrt{3 \cdot 12} = 6$ cm; $AB = \sqrt{9 + 36} \approx 3{,}5$ cm.; $AC = \sqrt{144 + 36} \approx 13{,}4$ cm

Din triunghiul VAD avem

$$VD = \sqrt{64 + 36} = 10 \text{ cm}.$$

Aria totală $= \frac{8 \cdot 3\sqrt{5}}{2} + \frac{8 \cdot 6\sqrt{5}}{2} + \frac{15 \cdot 10}{2} + \frac{3\sqrt{5} \cdot 6\sqrt{5}}{2} = (120 + 36\sqrt{5})$ cm^2.

Problema 2465

Se dă cercul O şi diametrii AOB şi COD perpendiculari între ei. Ducem două cercuri egale w_1 şi w_2, variabile, ambele tangente exterioare sau tangente interioare cercului O, punctele

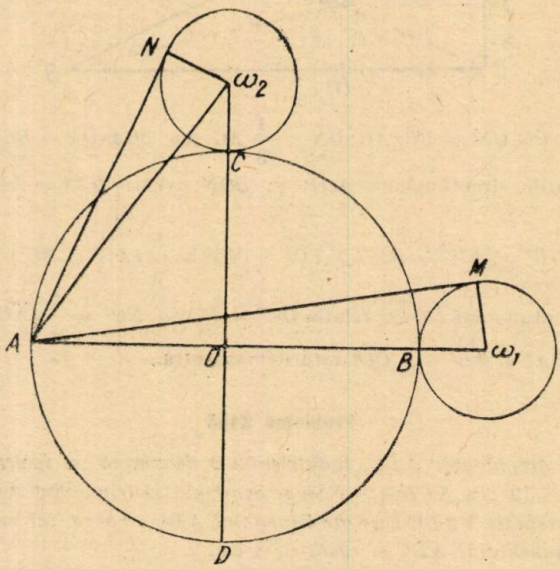


Fig. 1

de contact fiind B, respectiv C. Din punctul A ducem tangente la aceste cercuri variabile w_1 şi w_2. Să se constate că aceste tangente mărginite de punctul A şi de punctul de contact sînt o timpul segmente incomensurabile.

Stelian G. Mărculescu, O. Stalin

Soluția. Notăm cu R raza cercului O și cu d razele cercurilor w_1 și w_2.

Cazul I (fig. 1). $\omega_1 M^2 = (AB + B\omega_1)^2 - \omega_1 M^2 = (2R + d)^2 - d^2 = 4R^2 + 4dR + d^2 - d^2 = 4R(R + d)$; $AN^2 = A\omega_2^2 - \omega_2 N^2$, însă $A\omega_2^2 = OA^2 + (OC + C\omega_2)^2 = R^2 + (R + d)^2 = R^2 + R^2 + 2dR + d^2 = 2R^2 + 2dR + d^2$.

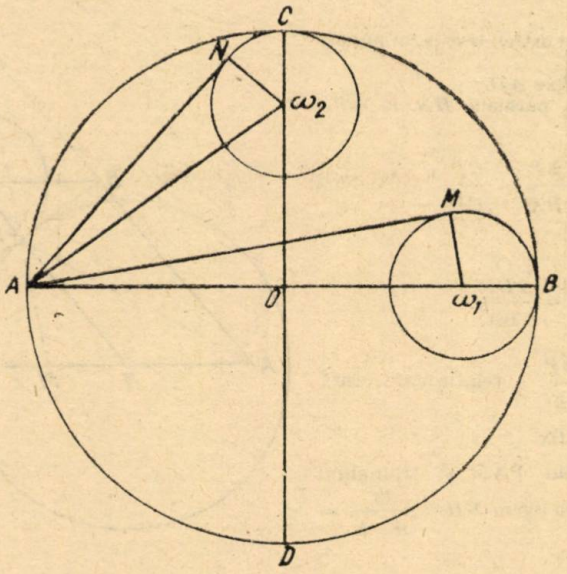


Fig. 2

Deci:

$$AN^2 = 2R^2 + 2dR + d^2 - d^2 = 2R(R + d);$$

$$\frac{\overline{AM^2}}{\overline{AN^2}} = \frac{4R(R + d)}{2R(R + d)} = 2,$$

deci:

$$\frac{AM}{AN} = \sqrt{2}.$$

Raportul segmentelor AM și AN fiind incomensurabil, segmentele însăși sînt incomensurabile.

Cazul II (fig. 2). $AM^2 = (AB - B\omega_1)^2 - \omega_1 M^2 = (2R - d)^2 - d^2 = 4R^2 - 4Rd + d^2 - d^2 = 4R(R - d)$; $AN^2 = A\omega_2^2 - \omega_2 N^2$, însă $A\omega_2^2 = 2R^2 - 2dR + d^2$, deci $AN^2 = 2R^2 - 2dR + d^2 - d^2 = 2R(R - d)$; $\frac{AM^2}{AN^2} = \frac{4R(R - d)}{2R(R - d)} = 2$, deci $AM = AN\sqrt{2}$.

Problema 2466

În trapezul $ABCD$ ($BC \parallel AD$), fie $AD = a$, $BC = b$, $AB = c$ și H punctul de intersecție al diagonalelor AC și BD. Să se afle locul geometric al punctului H atunci cînd trapezul se deformează, una din laturile paralele rămînînd fixă.

Gh. Dobrotescu, Predeal

Soluție. Notăm cu P punctul de intersecție al laturilor neparalele AB și CD. Avem:

$$\frac{AP}{BP} = \frac{AD}{BC} \quad \text{sau} \quad \frac{AP - AB}{AP} = \frac{BC}{AD}$$

din care $AP = \frac{ac}{a - b} = \text{const}$. Considerăm cazul AD fixă.

Segmentul PH taie prin prelungire latura fixă AD în punctul M. Ținînd seamă că

$$\frac{CD}{CP}\cdot\frac{BP}{BA}=1,\ \text{relația lui Ceva}\ \frac{MA}{MD}\cdot\frac{CD}{CP}\cdot\frac{BP}{BA}=-1$$

devine $\frac{MA}{MD}=-1$ și astfel M este un punct fix, mijlocul laturii fixe AD.

Prin H ducem paralela HN la AP. Din relația

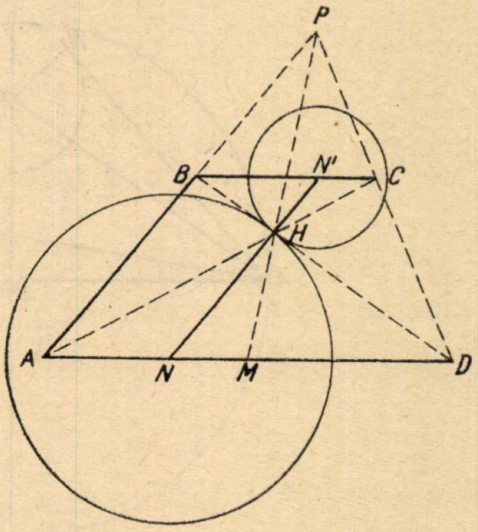
$$\frac{HP}{HM}=\frac{BP}{BA}+\frac{CP}{CD}$$

sau

$$\frac{HP}{HM}=\frac{2BP}{BA}$$

obținem $\frac{NA}{NM}=\frac{2BP}{BA}$, relație care arată că punctul N este fix.

Cum triunghiul PAM și triunghiul HNM, sînt asemenea avem $NH=\frac{ac}{a+b}=$



$=$ const și locul geometric al punctului H este un cerc de centru N și rază $NH=\frac{ac}{a+b}$.

Observare. În cazul cînd latura BC este fixă obținem analog un cerc de centru N' și rază $N'H$. Cercurile (N) și (N') sînt tangente în H.

Problema 2467

Să se rezolve ecuația:

$$\frac{x-7}{x-5}-\frac{x-8}{x-4}+\frac{x-9}{x-3}-\frac{x-10}{x-2}=x-6.$$

V. T. Hulubei, Craiova

Soluție. Efectuînd, obținem o ecuație de gradul V. Cîteva artificii de calcul ne permit să reducem ecuația din enunț la o ecuație de gradul doi. Notăm:

(1) $$y=x-6.$$

Ecuația ia forma

$$\frac{y-1}{y+1}-\frac{y-2}{y+2}+\frac{y-3}{y+3}-\frac{y-4}{y+4}=y$$

sau:

$$\frac{y-1}{y+1}+1-\frac{y-2}{y+2}-1+\frac{y-3}{y+3}+1-\frac{y-4}{y+4}-1=y,$$

$$\frac{2y}{y+1}-\frac{2y}{y+2}+\frac{2y}{y+3}-\frac{2y}{y+4}=y$$

de unde avem $y = 0$,

$$\frac{1}{y+1} - \frac{1}{y+2} + \frac{1}{y+3} - \frac{1}{y+4} = \frac{1}{2},$$

$$\frac{1}{(y+1)(y+2)} + \frac{1}{(y+3)(x+4)} = \frac{1}{2};$$

$$\frac{(y+1)(y+2)+(y+3)(y+4)}{(y+1)(y+2)(y+3)(y+4)} = \frac{1}{2};$$

$$\frac{y^2+5y+7}{(y+1)(y+2)(y+3)(y+4)} = \frac{1}{4},$$

însă mai putem scrie

$$\frac{y^2+5y+7}{(y^2+5y+4)(y^2+5y+6)} = \frac{1}{4}.$$

Notăm $y^2 + 5y + 4 = z$ și obținem

$$\frac{z+3}{z(z+2} = \frac{1}{4},$$

de unde rezultă z și apoi y.

În fine $x = y + 6$ și se obține $x_1 = 6$ și

$$x_{1,2,3,4} = \frac{7 \pm \sqrt{13 \pm 4\sqrt{13}}}{2}.$$

Problema 2472

Să se rezolve ecuația:

$$\sin x + \sin 2x + \sin 3x = \cos x + \cos 2x + \cos 3x.$$

* * *

Soluție. Avem: $2\sin 2x \cos x + \sin 2x = 2 \cos 2x \cos x + \cos 2x$ și $(2 \cos x + 1)(\sin 2x - \cos 2x) = 0$. De unde:

$$\cos x = \frac{-1}{2} \quad \text{deci} \quad x = 2k\pi \pm 2\frac{\pi}{3} \quad \text{și} \quad \operatorname{tg} 2x = 1 \quad \text{deci} \quad x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}.$$

Problema 2473

Să se arate că polinomul:

$$P(x) = 2x^{29} + x^{13} - x^{12} + x^{11} + x^8 + x^6 + 3x^2 + 2$$

se divide exact prin $2(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)$

C. Ionescu-Țiu

Soluție dată de *Ioniță Teodor*, O. Stalin. Scriem polinomul sub altă formă:

$$P(x) = 2x^{24}(x^5 - 1) + 2x^{19}(x^5 - 1) + 2x^{14}(x^5 - 1) + 2x^9(x^5 - 1) + x^{13} - x^{12} + x^{11} + 2x^9 + x^8 + x^6 + 3x^2 + 2$$

sau

$$P(x) = M2(x^5 - 1) + x^8(x^5 - 1) - x^7(x^5 - 1) + x^6(x^5 - 1) + 2x^4(x^5 - 1) + 2x^8 - x^7 + 2x^6 + 2x^4 + 3x^2 + 2.$$

sau

$$P(x) = M2(x^5 - 1) + 2x^3(x^5 - 1) - 2x^2(x^5 - 1) + 2x(x^5 - 1) + 2x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 2x + 2$$

sau

$$P(x) = M2(x^5 - 1) + 2(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)$$

deoarece $x^5 - 1$ se divide prin $x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$ și $P(x)$ se divide cu $2(x^4 + x^4 + x^2 + x + 1)$.

Problema 2474

Printr-un tub capilar se scurg picături mici de apă. Înainte de cădere picăturile formează un gît cu diametrul $d = 0{,}5$ mm. Tensiunea superficială a apei fiind egală cu $\alpha = 73$ dyn/cm, să se afle numărul picăturilor scurse știind că greutatea totală a lor $G = 31{,}4$ g.

C. Necșoiu

Soluție. Dacă n este numărul picăturilor scurse, greutatea unei picături este egală cu g/n, iar forța cu care este atrasă picătura spre pămînt, este egală cu $F = \frac{G \cdot g}{n}$ dyne.

Scriem că forța totală exercitată de tensiunea superficială de-a lungul unei circonferințe de diametru d, este egală cu forța F

$$\pi \cdot d \cdot \alpha = \frac{G \cdot g}{n}.$$

Din această relație rezultă:

$$n = \frac{G \cdot g}{\pi \cdot d \cdot \alpha} = \frac{31{,}4 \times 981}{3{,}1 \cdot 0.05 \cdot 73} = 270 \text{ picături.}$$

Problema 2478

Să se arate că într-un triunghi oarecare există relația

$$\left(1 - \frac{a}{b+c)}\right)\left(1 - \frac{b}{a+c}\right)\left(1 - \frac{c}{a+b}\right) \leqslant \sin\frac{A}{2} \sin\frac{B}{2} \sin\frac{C}{2}$$

Dux Erich, Szolnok

(A matematica tanitasa, Budapest)

Soluție. Știm că $\sin\frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(p-b)(p-c)}{bc}}$ prin permutări succesive avem și $\sin\frac{B}{2}$ și $\sin\frac{C}{2}$

$$\frac{2(p-a)}{b+c} \cdot \frac{2(p-b)}{a+c} \cdot \frac{2(p-c)}{a+b} \leqslant \frac{(p-a)(p-b)(p-c)}{abc}$$

sau:

$$\frac{8}{(a+b)(b+c)(c+a)} \leqslant \frac{1}{abc}$$

De unde:

$$6abc \leqslant a^2b + a^2c + ab^2 + ac^2 + b^2c + bc^2$$

$$6 \leqslant \frac{a}{c} + \frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{b} + \frac{b}{a} + \frac{c}{a} \text{ sau}$$

$$(1) \qquad 6 \leqslant \frac{a^2+c^2}{ac} + \frac{a^2+b^2}{ab} + \frac{b^2+c^2}{bc}$$

știm că: $(a-b)^2 \geqslant 0$; $a^2 + b^2 \geqslant 2ab$; $\frac{a^2+b^2}{ab} \geqslant 2$.

Prin permutări succesive găsim că:

$$\frac{a^2+c^2}{ac} \geqslant 2; \qquad \frac{b^2+c^2}{bc} \geqslant 2.$$

Așa că inegalitatea (1) devine evidentă.

Inegalitatea de studiat devine egalitate cînd triunghiul este echilateral.

Problema 2548

Se dă triunghiul oarecare ABC și un punct D pe BC. Pe AD se consideră trei puncte oarecare M, N și L. Fie: $B_1 = (AC; BM)$, $C_1 = (AB; CM)$; $B_2 = (AC; BN)$, $C_2 = (AB; CN)$; $B_3 = (AC; BL)$ și $C_3 = (AB; CL)$.

a) *Să se demonstreze că dreptele B_1C_1, B_2C_2 și B_3C_3, precum și cele construite în mod anolog, trec printr-un punct fix.*

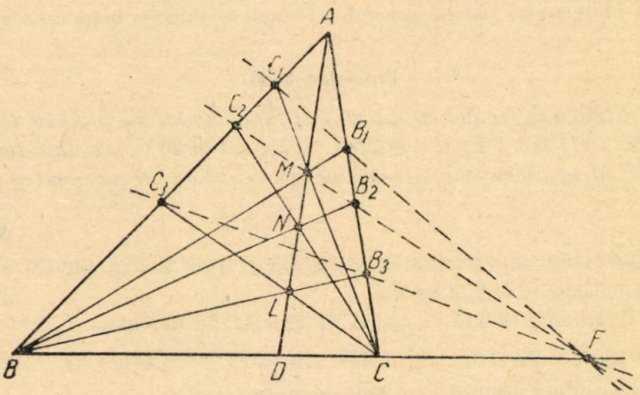
b) *In cazul cînd AD este bisectoarea interioară a unghiului A, să se arate că punctul fix este piciorul bisectoarei exterioare a unghiului A și reciproc.*

Alex. Emanoil, student Bucureşti

Soluție. — 1. Admitem că B_1C_1 intersectează prelungirea laturii BC în punctul F. Să arătăm că punctele C_2, B_2 și F sînt coliniare. Aplicăm teorema lui Ceva dreptelor AD, BB_1 și CC_1 pe de o parte și dreptelor AD, BB_2 și CC_2, pe de altă parte:

$$\frac{C_1B}{C_1B} \cdot \frac{DB}{DC} \cdot \frac{B_1C}{B_1A} = +1 \tag{1}$$

$$\frac{C_2A}{C_2B} \cdot \frac{DB}{DC} \cdot \frac{B_2C}{B_2A} = +1. \tag{2}$$



Teorema lui *Menelaus* aplicată transversalei C_1B_1 ne de relația:

$$\frac{CF}{BF} \cdot \frac{C_1B}{C_1A} \cdot \frac{B_1A}{B_1C} = +1. \tag{3}$$

Comparînd relațiile (1) și (3) se observă că:

$$\frac{FC}{FB} = \frac{DC}{DB}. \tag{4}$$

Din relația (2) avem:

$$\frac{DC}{DB} = \frac{C_2A}{C_2B} \cdot \frac{B_2C}{B_2A}.$$

Relaţia (4) devine:

$$\frac{FB}{FC} \cdot \frac{B_2C}{B_2C} \cdot \frac{C_2A}{C_2B} = +1. \qquad (5)$$

Relaţia (5) este tocmai condiţia necesară ca punctele F, B_2, C_2 să fie coliniare. Ea fiind demonstrată, rezultă că punctele F, B_2, C_2. sînt coliniare.

În mod analog se demonstrează că şi punctele B_3, C_3 şi F_3 sînt coliniare. Cu alte cuvinte, dreptele B_1C_1, B_2C_2, B_3C_3 trec printr-un punct fix.

2. Dacă AD este bisectoare interioară avem:

$$\frac{DC}{DB} = \frac{AC}{AB}.$$

Conform relaţiei (4) de la punctul precedent, avem:

$$\frac{FC}{FB} = \frac{AC}{AB};$$

AF este tocmai bisectoarea exterioară a unghiului A.

În mod analog se poate dovedi reciproca.

Observare. — Triunghiurile ABC şi B_1C_1D fiind omologice faţă de M, intersecţiile (BC, B_1C_1), (AB, B_1D) şi (AC, C_1D) sînt coliniare.

Acelaşi lucru se poate arăta despre triunghiurile ABC şi B_2C_2D sau ABC şi B_3C_3D, omologice respectiv faţă de N şi L.

Se observă că AD este polara punctului F faţă de laturile unghiurile BAC.

Problema 2580

Pentru a determina conţinutul de apă al unei zăpezi umede s-a procedat în felul următor: Într-un vas de fier cîntărind 4 kg şi conţinînd 10 kg apă la 20°C, s-a introdus 1 kg zăpadă umedă şi s-a constatat că temperatura finală este de 14°C. Care este procentul de apă în acea zăpadă umedă?

A. Şaichin

Soluţie. — Să notăm cu x cantitatea de zăpadă propriu zisă în zăpada umedă. Ecuaţia calorimetrică a problemei se obţine astfel:

Cantitatea de căldură cedată de apă şi de găleata de fier este

$$Q = (p_1 c_1 + p_2 c_2)(t_2 - t_1) = (10 + 4.0{,}11)(20 - 14) = 62{,}64 \text{ kcal.}$$

Cantitatea de căldură primită de zăpada umedă a servit:

a) pentru a topi x kg gheaţă; $Q' = 80\,x$;

b) pentru încălzi 1 kg apă (cea aflată iniţial şi cea provenită prin topire) de la 0° la 14° : $Q'' = 14$ kcal.

Rezultă ecuaţia calorimetrică

$$62{,}64 = 14 + 80\,x,$$

de unde

$$x = 0{,}608 \text{ kg.}$$

Avem 60,8 % zăpadă, deci 39,2 % apă în zăpada umedă.

Problema 2584

Dacă A şi B sînt două arce pozitive astfel că $A + B = 150°$, să se arate că maximul lui $\sin A + \cos B$ este $\sqrt{3}$.

C. Ionescu — Ţiu

Soluție. — Avem $\sin A + \cos B = \sin A + \sin (90° - B) =$
$= 2 \sin \frac{A + 90° - B}{2} \cos \frac{A - 90° - B}{2}$, dar $A + B = 150°$ de unde $B = 150° - A$ și avem

$$\sin A + \cos B = 2 \sin \frac{A - 150° + A + 90°}{2} \cos 30° = 2 \sin (A - 30°) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Maximul acestei funcții este dat de maximul sinusului care are loc la $90°$ sau $A - 30° = 90°$, de unde $A = 120°$ $(0 < 120° < 150°)$.

În acest caz avem:

$$\sin A + \cos B = 2 \sin 90 \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}.$$

Problema E: 930

Să se arate că:

$$(a^2 + b^2 + c^2)^2 + 4a\,(b + c)\,(b^2 - bc + c^2) +$$
$$+ 4b\,(c + a)\,(c^2 - ca + a^2) + 4c\,(a + b)\,(a^2 - ab + b^2) +$$
$$+ 4ab\,(ab + c^2) + 4\,bc\,(bc + a^2) + 4\,ca\,(ca + b^2) +$$
$$+ 8\,abc\,(a + b + c) = (a + b + c)^4.$$

Paul R. Popescu, elev București

Soluție. Scăpînd de paranteze și ordonînd convenabil termenii avem:

$$a^4 + b^4 + c^4 + 4\,a^2 b^2 + 4\,b^2 c^2 + 4\,c^2 a^2 +$$
$$+ 2a^2b^2 + 2a^2c^2 + 4a^3b + 4a^3c + 4a^2bc +$$
$$+ 2b^2v^2 + 4ab^3 + 4ab^2c + 4b^3c + 4abc^2 + 4ac^3 +$$
$$+ 4bc^3 + 8a^2bc + 8abc^2 + 8ab^2c =$$
$$= (a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca)^2 = (a + b + c)^4.$$

Problema E: 931

Să se determine aritmetic, numărul $1072xyz$ *pentru ca el să fie în același timp* $M.7$; $M.8$ *și* $M.\ 9$.

Theodor Schein, București

Soluție. Pentru ca numărul căutat să fie în același timp M. 7; M.8; M.9 el trebuie să se împartă prin 7.8.9. = 504.

Presupunem (prin metoda falsei supoziții) numărul 1.072.000. În acest caz avem: 1072000: 504 = 2126 și rest 496.

Pentru ca numărul să se împartă exact trebuie să-i adăugăm diferența între împărțitor și rest, respectiv 504—496 = 8. Numărul căutat este 1072008.

În afară de 1072008 mai putem avea și numărul 1072008 + 504 = 1072512.

Problema E: 932

Să se demonstreze identitatea:

$$(x + y - z)\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) + (y + z - x)\left(\frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) + (z + x - y)\left(\frac{1}{z} + \frac{1}{x}\right) = 6.$$

***

Soluție.

$$\frac{(x+y-z)(x+y)}{xy} = \frac{(x+y)^2 - z(x+y)}{xy}.$$

Partea întîia devine succesiv:

$$\frac{z(x+y)^2 - z^2(x+y) + x(y+z)^2 - x^2(y+z) + y(z+x)^2 - y^2(z+x)}{yxz} =$$

$$\frac{zx^2+2xyz+zy^2-z^2x-z^2y+xy^2+2xyz+2xz^2-x^2y-x^2z+yx^2+2xyz+yx^2-y^2z-y^2x}{xyz} =$$

$$= \frac{6xyz}{xyz} = 6.$$

Problema E: 934

Un elev cumpără în total, 32 cărți de cîte 2 lei și de cîte 5 lei cu suma de 100 lei. Cîte cărți de fiecare fel a cumpărat?

Gh. Dobrotescu, Predeal

Soluția I. Presupunem că cele 32 cărți sînt cumpărate cu 2 lei. Diferența de $100 - 32.2 = 36$ lei provine de la cărțile de 5 lei. Cum acestea sînt cu $5-2 = 3$ lei mai scumpe, urmează că se pot cumpăra $36:2 = 12$ cărți a cîte 5 lei și deci numai $32-12=20$ cărți a cîte 2 lei.

Soluția II. Presupunem că toate cărțile sînt cumpărate cu cîte 5 lei. Costul lor ar fi: $32.5 = 160$ lei, deci cu $160 - 100 = 60$ lei mai mult ca în realitate. Diferența de 60 lei provine din supraevaluarea cu 3 lei mai mult a cărților de cîte 2 lei. Rezultă că se pot cumpăra $60:3 = 20$ cărți a cîte 2 lei și $32 - 20 = 12$ cărți a cîte 5 lei.

Soluția III. Presupunem cărțile cumpărate în părți egale, adică 16 de fiecare fel. Elevul ar fi dat $16.5 + 16.2 = 80 + 32 = 112$ lei, adică $112 - 100 = 12$ lei mai mult decît în realitate. Cum între 5 lei și 2 lei este o diferență de 3 lei rezultă că elevul cumpără:

$16 - 12:3 = 12$ cărți a cîte 5 lei și
$16 + 12:3 = 20$ cărți a cîte 2 lei.

ERATĂ

— La E: 1069 penultimul egal se va scrie plus
— La E: 1070 în loc de $xy99z$ se va scrie $xy991z$
— La pag. 621 din Nr. 12, la rîndul 11 în loc de $>$ se va scrie $\geqslant$
— La pag. 622 rîndul 7 în loc de $\leqslant$ se va scrie $\geqslant$; iar la rîndul 19 în loc de $>$ se va scrie $\geqslant$.

CHESTIUNI DE EXAMEN *)

3006. Să se efectueze expresia:

$$1-1 : \left\{\frac{a^2-b^2}{a^3+b^3}\left[\left(a - \frac{a^2+b^2}{b}\right) : \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)\right]\right\}$$

(La admiterea în Inst. Construcții București, 1957)

*) La problemele propuse (3006—3060) s primesc soluții pînă la 1 august 1958. — Repartizarea pe clase: (VIII: 3006, 12. 16, 17, 26, 27, 31, 39, 59); (IX: 3009, 11, 13, 18, 19,, 21, 24, 3033, 35, 37, 38, 40, 42, 46. 47, 48, 49, 51, 54, 55, 57); (X: 3007, 08, 10, 15, 20, 22, 23, 25, 28. 29, 30, 32, 34,, 36, 41, 43, 44, 45, 50. 52, 53, 56, 58, 60).

3007. Se dă un triunghi dreptunghic ABC în care cunoaștem ipotenuza a și unghiul ascuțit B. Să se calculeze aria S și volumul V născute prin rotirea triunghiului în jurul ipotenuzei.

— Să se determine apoi, unghiul B așa fel ca volumul V să fie egal cu o valoare dată $\frac{11\,k^3}{3}$. În acest caz, să se calculeze și aria D.

Discuție.

(La admiterea în inst. construcții București, 1957)

3008. Un trunchi de con circular drept are diametrele bazelor de $2R$ și R, iar înălțimea $2R$. Pe același plan cu baza mare se reazemă și o sferă de rază R.

La ce distanță de baza mare a trunchiului de con trebuie duse diferite plane paralele cu ea, astfel ca:

1. aria secțunii în trunchiul de con să fie de K ori aria secțiunii din sferă;

2. volumul trunchiului de con detașat de plan spre baza mare, să echivaleze volumul segmentului sferic detașat spre planul de reazim;

3. să se arate că nu există plan real care să detașeze trunchi și segment de arii totale echivalente.

(La admiterea în Inst. construcții București, 1957)

3009. Se dă triunghiul ABC și se duc bisectoarele unghiului A care intersectează latura BC în punctele D, E.

1. Să se arate că pentru a avea $AD = AE$ trebuie ca diferența unghiurilor B, C, ale triunghiului ABC să fie egală cu 90^0.

2. Perpendicularele în B, C pe laturile AB, AC se intersectează în F; să se demonstreze că AF este paralelă cu BC.

3. Dacă presupunem în plus, că triunghiul ABC este și isoscel, să se calculeze unghiurile triunghiului.

(La admiterea în inst, construcții București, 1957)

3010. Se dă un cilindru cu raza R; aria sferei circumscrise cilindrului se află în raportul 13/6 cu aria laterală a cilindrului. Se cere:

1. Să se calculeze înălțimea cilindrului în funcție de R.

2. Raportul dintre volumul sferei circumscrise și volumul cilindrului.

3. Volumul conului circumscris sferei, cercul de contact fiind unul din cercurile de bază ale cilindrului.

(La admiterea în inst. construcții București, 1957)

3011. Să se rezolve ecuația:

$$\log(2x-1) + \log(x+3) - 2\log(x-2) = \log 4.$$

(La inst. construcții, secția fără frecvență, București, 1957)

3012. Fiind dată ecuația $mx^2 - 2(m+1)x + 8 = 0$;

a) să se determine m astfel ca să avem:

$$\frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1 x_2} > x_1 x_2$$

b) Să se construiască ecuația care admite ca soluții pe $x_1+\frac{1}{x_2}$ și $x_2+\frac{1}{x_1}$ știind că x_1 și x_2 sînt rădăcinile ecuației date la punctul *b*).

(La inst. construcții secția f.f. București, 1957)

3013. Să se calculeze valoarea expresiei $E = \operatorname{tg} 4x + 4 \operatorname{tg} 2x + 2a$, știind că $\operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x = a$.

(La inst. construcții, secția f.b. București, 1957)

3014. În triunghiul dreptunghic ABC se duce înălțimea AD pe ipotenuză și se proiectează punctul D în E și F, pe catetele AB și AC. Apoi se proiectează punctele E și F pe ipotenuză în E' și F'.

1. Să se demonstreze că triunghiul $AE'F'$ este isoscel.
2. Să se demonstreze relația $DE \cdot DF \cdot BC = AD^3$.
3. Ce condiție trebuie să îndeplinească triunghiul dreptunghic ABC pentru ca $E'F' = \frac{BC}{2}$.

(La inst. construcții secția f.f. București, 1957)

3015. Se consideră un cerc cu centrul în O și de rază R. Se duce diametrul AB și razele OC, de aceiași parte a diametrului, astfel ca unghiul $AOC = 30°$ și unghiul $COD = 90°$ Coarda CD prelungită, taie diametrul AB prelungit, în punctul E. Se cere:

1. aria corpului născut prin rotirea cu 360° a triunghiului OCE în jurul diametrului AB;
2. volumul aceluiași corp. Nu se vor folosi metode trigonometrice.

(La inst. construcții, secția f.f. București, 1957)

PROBLEME DATE LA CONCURSUL DE BURSE LA INSTITUTUL DE CONSTRUCȚII DIN BUCUREȘTI, 1957

3016. Să se rezolve ecuația

$$\left\{\left[\frac{x^2-2x+4}{x-2} : (x^3+8)\right] + \frac{x-2}{x^3-8} \cdot \frac{x^2-2x+4}{x^3-4}\right\} \cdot (x^2-4) = 1$$

3017. Două automobile pleacă simultan din orașele A și B, mergînd unul spre celălalt. Automobilele se întîlnesc după o oră și fără a se opri își continuă drumul fiecare, cu viteza anterioară. Primul automobil ajunge în orașul B cu 27 minute mai tîrziu decît ajunge al doilea în A. Ce viteze au avut cele două automobile, dacă distanța AB este de 90 km?

3018. Să se rezolve un triunghi oarecare ABC cunoscînd unghiul B, precum și înălțimea și mediana vîrfului A.

3019. Se dă triunghiul ABC. Perpendicularele duse în B, C pe laturile AB, AC intersectează laturile AC, AB în D, E.

1°). Să se arate că triunghiurile ABC, ADE sînt asemenea.

2°). Fie M mijlocul lui DE. Să se arate că dreptele MB, MC sînt tangente la cercul circumscris triunghiului ABC.

3°). Ce condiție trebuie să îndeplinească triunghiul ABC pentru ca $DE = 2\ BC$.

3020. Două sfere au același centru și razele R și r. Un plan oarecare taie cele două sfere după cercurile (C_1), (C_2). Fie S_1, S_2 vîrfurile conurilor circumscrise sferelor în lungul celor două cercuri.

1. Să se arate că aria cuprinsă între cercurile (C_1), (C_2) este totdeauna aceiași, orcare ar fi planul.

2. Există relația $\frac{OS_1}{OS_2} = \frac{R^2}{r^2}$.

3. Să se determine distanța de la centrul O la plan în funcție de cele 2 raze, astfel ca raportul ariilor laterale ale conurilor cu vîrfurile S_1, S_2 și bazele (C_1), (C_2) să fie un număr dat K. Condiția de posibilitate a problemei.

3021. Să se rezolve sistemul de ecuații:

$$x + y = 5$$
$$u + v = 7$$
$$xy = uv$$
$$x^2 + y^2 + u^2 + v^2 = 50$$

3022. Să se rezolve ecuația:

$$\sin (x + 10°) - \sin (x - 50°) + \sin (x + 70°) = 1.$$

3023. Să se calculeze razele bazelor unui trunchi de con cu generatoarea a, știind că aceasta face unghiul x cu planul bazei mari și că aria totală a trunchiului de con este egală cu de k ori aria sferei cu diametrul egal cu generatoarea dată. Discuții.

3024. În cercul de rază R se duc coardele AB, AC egale respectiv cu latura triunghiului echilateral înscris și cu latura pătratului înscris în același cerc. Tangentele la cerc în punctele A, B, C formează triunghiul $A'B'C'$, iar înălțimile AD și BF, ale triunghiului ABC mai taie cercul în punctele D' și E'. Se cere:

1. Să se arate că triunghiul $A'B'C'$ este dreptunghic.
2. Triunghiul BCE' este isoscel.
3. Să se calculeze lungimile segmenților BC, AD și AD' în funcție de R.

3025. Să se rezolve ecuația

$$\cos 7x - \sin 7x = \cos x - \sin x.$$

(Admiterea în facultatea de chimie, Cluj 1957)

3026. Fie $ABCD$ un patrulater inscriptibil. Din vîrful A se deduce o perpendiculară pe diagonala AC, care taie latura BC în punctul C', iar în B se duce o perpendiculară pe diagonala BD care taie latura AD în punctul D'. Să se arae că patrulaterul $ABC'D'$ este inscriptibil și că $C'D'$ este paralelă cu CD.

(Admiterea în facultatea de chimie, Cluj 1957)

3027. Să se arate că ecuația $\frac{x}{x-a^2}+\frac{x}{x-b^2}=c$ are rădăcini reale și pozitive oricare ar fi numerele reale a, b și c.

(Admiterea în facultatea de chimie, Cluj 1957)

3028. Să se rezolve ecuația: $5\cos 2x+\sin x=4\cos x$.

(Admiterea în facultatea de chimie, Cluj 1957)

3029. Un triunghi SAC are $SA=a$, $\sphericalangle A=\sphericalangle S=30°$, se rotește în jurul laturei SC. Să se calculeze aria și volumul solidului astfel format.

(Admiterea în facultatea de chimie, Cluj 1957)

PROBLEME PROPUSE

3030. — Să se calculeze ce lungime de undă trebuie să aibă o radiație, astfel încît căzînd pe o suprafață metalică să scoată din ea electroni cu o viteză de două ori mai mare decît în cazul cînd asupra aceluiași metal ar cădea o radiație cu lungimea de undă de 2 500 Å. Travaliu de extracție esfe de 1,92 eV.

Claudiu Orșivschi, Tecuci

3031. — Perpendicularele duse din virfurile unui triunghi obtuzunghi oarecare ABC pe laturile opuse, întîlnesc cercul circumscris respectiv în A_1, B_1, C_1. Dacă $A>B>C$ să se exprime unghiurile triunghiului $A_1B_1C_1$ în funcție de unghiurile A, B, C.

C. Ionescu-Țiu

3032. — Să se determine valorile lui n și p, pentru care avem egalitatea

$$\frac{2}{C_n^p}=\frac{1}{C_n^{p-1}}=\frac{1}{C_n^{p+1}}$$

Gh. Popescu, Lugoj

3033. — Avem o perpendiculară D și o oblică D_1, față de un plan P, făcînd un unghi θ între ele. Oblica D_1 face un unghi α cu o dreaptă (Δ) ce se rotește uniform în plan, în jurul piciorului perpendicularei. Să se găsească valoarea medie a lui $\cos^2\alpha$.

Anatolie P. Hristev, București

3034. — Să se verifice identitatea trigonometrică

$$\sin x\,[\sin(x-2y)+\sin x]=\sin(x-y)\,[\sin(x-y)+\sin(x+y)].$$

Mihail Șt. Botez

3035. — Se construește diagrama unei mișcări luîndu-se în abcisă timpul și în ordonată spațiul la scara 1 secundă = 2 cm pentru timp și 1 metru = 5 cm pentru spațiu. Tangenta într-un punct M al curbei din diagramă face cu axa timpului un unghi de 60°. Care este viteza corespunzătoare poziției M? Ce scări ar fi trehuit alese pentru ca tangenta în M să facă un unghi de 30° cu axa timpului?

Alexandru Stoenescu

3036. — Fie un cub de latură a avînd ca baze $ABCD$ și $A_1B_1C_1D_1$; muchiile fiind articulate la colțuri, punctul A fix, iar punctul C_1 deplasîndu-se pe direcția diagonalei AC_1 pînă într-un punct C_2:

a) Să se arate că în acest caz diagonalele BD_1. CA_1, DB_1 variază rămînînd egale între ele și să se exprime relația între $AC_1 = d_1$ și $BD_1 = d_2$.

b) Să se arate că fețele devin romburi egale și să se exprime trigonometric valoarea unghiurilor rombului în funcție de deplasarea $C_1C_2 = x$ și latura a a cubului.

C. Ionescu-Țiu

3037. — Se dă un patrulater $ABCD$; se iau arbitrar punctele M, N pe latura CD și P, Q pe latura AB.

Fie $\alpha \equiv (AC; DP)$; $\beta \equiv (AN; DP)$; $\gamma \equiv (AM; DP)$; $\alpha' \equiv (BD; CD)$; $\beta' \equiv (MB; CQ)$; $\gamma' \equiv (NB; CQ)$.

Să se arate că $\alpha\alpha'$, $\beta\beta'$ și $\gamma\gamma'$ sînt concurente într-un punct pe CD.

Eugen Rădescu, elev Focșani

3038. — Să se arate că locul geometric al centrelor dreptunghiurilor circumscrise unui triunghi este format din trei cercuri care au drept centru radical centrul cercului circumscris triunghiului. Un vîrf al triunghiului coincide cu un vîrf al dreptunghiului.

C. Coșniță

3039. — Să se rezolve ecuația

$$x^2 + ax - a^2 + 2a - 1 = 0.$$

Caz particular: $a = 2$.

Fl. Constantinescu

3040. Se dă un triunghi oarecare ABC înscris în cercul (O). Paralela din A la BC taie cercul (O) în A', iar o antiparalelă la BC taie același cerc în B' și C'. Dreptele lui Simson ale punctelor A', B', C' sînt concurente.

Radu Stroe, student București

3041. — Fie OO' o lentilă biconvexă de sticlă ($n = 1{,}5$) de putere optică $\varnothing = 0{,}25$ D. Distanța de la vîrful O al lentilei pînă la primul ei plan principal este de 16 cm și distanța dintre vîrful O' al lentilei și al doilea plan principal al lentilei este de 2 cm. Dacă lentila se găsește în aer, care este grosimea ei și care sînt razele de curbură ale suprafețelor lentilei.

Emil N. Stăncescu. student Politehnică

3042. — Care triunghiuri dreptunghice au aria și perimetrul exprimate prin același număr? Laturile sînt numere întregi.

Ilie Bichir, student București

3043. Să se demonstreze că într-un triunghi există relația

$$\frac{\sin A + \sin B + \sin C}{\cos A + \cos B + \cos C} = \frac{p}{R + r}$$

unde p este perimetrul triunghiului, R raza cercului circumscris, iar r raza cercului înscris triunghiului.

Savu Gabriel, elev București

3044. — Să se demonstreze că numărul $(x\text{-}1)^5$, în baza de numeraţie $x>9$, este numărul de 5 cifre m9n4p în care două cifre sînt totdeauna aceleaşi, iar celelalte trei cifre se cere să fie determinate în funcţie de x.

Gh. Buicliu

3045. — Dacă între laturile unui triunghi ABC avem $a+b+c=1$, să se arate că:

$$\frac{1}{abc} > \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} > \frac{2}{abc}$$

Gh. Dobrotescu, profesor Predeal

3046. — Fiind dat ortocentrul unui triunghi şi picioarele a două mediane, să se construiască triunghiul.

V. Postolache. Tecuci

3047. Să se elimine x şi y între ecuaţiile:

$$\frac{x-y}{x+y} = a; \qquad \frac{x^4+y^4-xy(x^2-xy+y^2)}{x^4+y^4+xy(x^2+xy+y^2)} = b$$

* * *

3048. — Se dă paralelogramul $ABCD$ şi o dreaptă ce trece prin A şi taie diagonala BD în A_1 şi două din laturi în B_1 şi C_1. Să se demonstreze relaţia:

$$\frac{1}{AA_1} = \frac{1}{BB_1} + \frac{1}{CC_1}$$

I. Hodîrcă, Breaza

3049. — Fie O un punct în interiorul triunghiului ABC şi A_1, B_1, C_1 picioarele perpendicularelor coborîte din acest punct pe laturile triunghiului. Dacă se notează: $A_1A_2 = p_a$, $B_1B_2 = p_b$, $C_1C_2 = p_c$ iar A_2, B_2, C_2 sînt picioarele înălţimilor triunghiului ABC, există relaţia:

$$ap_a + bp_b + cp_c = 0$$

Gh. I. Stoian, student

3050. — Să se arate că dacă înălţimea unui con circumscris unei sfere este egal cu de patru ori raza sferei, atunci aria totală a conului este dublul ariei sferei, iar volumul conului este dublul volumului sferei.

Să se calculeze unghiul la centru al sectorului circular obţinut prin desfăşurarea conului pe un plan.

* * *

3051. — Să se calculeze vitezele unghiulare ale acelor (orar şi minutar) ale unui ceasornic şi ora cînd aceste ace sînt în prelungire prima dată după ora 12.

(La admiterea în inst. inst. construcţii Bucureşti 1957)

3052. — Două bile identice cu raza de 1 cm fiecare, sînt atîrnate într-un singur punct prin cîte un fir de mătase lung de 19 cm. Se depărtează cele două bile una de alta, simetric față de verticală pînă ce firele de suspensie fac între ele un unghi de 90°.

a) Se dă drumul în același timp celor două bile. Se constată că prin ciocnirea lor, în fiecare bilă se dezvoltă cîte o cantitate de căldură de $1{,}416 \cdot 10^{-3}$ cal. Știind că materialul din care sînt făcute bilele are o căldură specifică de 0,1 cal/g grad, se cere masa fiecărei bile.

b) Bilele se încarcă cu sarcini egale și de același semn. Cît de mare trebuie să fie sarcina fiecărei bile astfel încît prin respingere reciprocă, bilele să rămînă în poziția în care firele de suspensie fac între ele un unghi de 90°. Să va lua accelerația gravității egală cu 10 m/s^2.

(La admiterea în inst. construcții București, 1957)

3053. — Să se rezolve ecuația:

$$\sin^4 x + \cos^3 x + \operatorname{tg}^2 x + \operatorname{ctg}^2 x + \sec^2 x + \operatorname{cosec}^2 x = 9.$$

C. V. Costăchescu

3054. — Să se stabilească relația:

$$B_1C_1^2 = (AB \cdot AC_1 - AC \cdot AB_1)\left(\frac{1}{AB} \cdot AC_1 - \frac{1}{AC} \cdot AB_1\right) + \frac{BC^2}{AB \cdot AC} \cdot AB_1 \cdot AC_1$$

știind că B_1, C_1 sînt puncte situate pe laturile AC, respectiv AB ale triunghiului ABC.

V. Baltag, Ploiești

3055. — Să se arate că dreapta variabilă

$$(2+3k)x + (1-2k)y - (5+11k) = 0$$

trece printr-un punct fix. Să se afle acest punct.

* * *

3056. — Se dă triunghiul oarecare ABC și $A_1B_1C_1$ triunghiul său ortic. Fie A_2C_2 proiecția laturii A_1C_1 pe latura AC, A_3B_3 proiecția laturii A_1B_1 pe latura AB și B_3C_3 proiecția laturii B_1C_1 pe latura BC. Notînd cu p semiperimetrul triunghiului ortic $A_1B_1C_1$, să se arate că:

$$A_1A_2 \cdot C_1C_2 + A_1A_3 \cdot B_1B_3 + B_1B_2 \cdot C_1C_3 = p^2.$$

Al. Emanoil, elev București

3057. — Să se determine valorile lui m și n astfel ca polinomul

$$P(x) = x^5 + (m-n)x^4 + mx^3 - (m+n)x - 2m + 4n$$

să fie divizibil prin $x^2 + x - 2$.

(Se poate rezolva prin mai multe metode).

Dan Dascălu. elev București

3058. — Se consideră un trapez $ABCD$ dreptunghic în A şi D, avînd $AB = AD = a$ şi $DC = 2a$. Pe perpendiculara în D pe planul trapezului se ia segmentul $DS = a$.

1) Să se arate că cele patru feţe laterale ale piramidei $SABCD$ sînt triunghiuri dreptunghice.

2) Fie E mijlocul lui DC şi I mijlocul lui BC. Să se calculeze lungimea segmentului DI şi să se afle centrul şi raza sferei care trece prin punctele S, B, E, C.

3. Fie M un punct de pe SA astfel ca $SM = b$. Planul CDM taie latura SB în P. Să se determine natura patrulaterului $DMPC$ şi să se calculeze în funcţie de a şi b volumul piramidei $SDMPC$.

(La concursul de admitere în Inst. Politehnic Bucureşti 1957)

3059. — O sanie de masă m porneşte din repaus şi coboară cu frecare neglijabilă pe o pantă de unghi α un timp t, după care parcurge o porţiune orizontală de lungime S pe care alunecă cu frecare şi urcă apoi, fără frecare o pantă de unghi β. Se cere: 1) viteza saniei în momentul intrării în porţiunea orizontală; 2) Viteza saniei la sfîrşitul porţiunii orizontale; 3) Pînă la ce înălţime urcă sania pe panta de unghi β; 4) Ce căldură se dezvoltă prin frecare pe porţiunea orizontală?

(La admiterea în Inst. Politehnic Bucureşti, 1957)

3060. — Un obiect de 2 cm lungime se află la 2 m distanţă de ecranul pe care se formează imaginea sa cu o lentilă convergentă aşezată la 60 cm de obiect.

1) Care este distanţa focală f a lentilei şi mărimea I a imaginii;

2) Care este puterea lentilei;

3) Pentru care altă poziţie a lentilei imaginea se formează din nou pe ecran, dacă ecranul şi obiectul au rămas pe loc?

(La admiterea în Inst. Politehnic Bucureşti, 1957)

EXERCIŢII ŞI PROBLEME PENTRU ŞCOALA DE 7 ANI *)

E. 1094. — Suma a trei numere este 53. Triplul primului număr adunat cu dublul celui de al doilea, fac 31. Care sînt numerele dacă primul şi ultimul număr sînt numere impare consecutive?

B. I. Baieră

E. 1095. — Să se demonstreze identitatea:

$$(1+2a)^3 + (1+2b)^3 + (1-2a-2b)^3 + 24\,(1-a)\,(1-b)\,(1+a+b) = 27.$$

Strătescu Ion, Călăraşi

E. 1096. — Avem la dispoziţie două ceasornice: unul care întîrzie, altul care avansează. Primul marchează într-o oră adevărată, 55 de minute. Al doilea merge aşa încît în timp ce el marchează o oră, un

*) (V: 1094, 1096, 1099; VI: 1097, 1102, 1103; VII: 1095, 1098..1100, 1101, 1104, 1105, 1106, 1107, 1108).

ceas ce merge exact marchează doar 50 de minute. La ora 12 cele două ceasornice se pun exact. Care va fi ora adevărată știind că timarătat de cele două ceasornice diferă cu o oră și 25 minute.

T. Verveagă

E. 1097. Dacă A, B, C, D sînt numere întregi care satisfac relațiile: $5A+6B+7C+8D=M.\ 13$ și $13A-12B+11C-10D=M.\ 23$ să se arate că:

$5D+6C+7B+8A=M.\ 13$ și $13D-12C+11B-10A=M.\ 23.$

I. Mateescu, profesor Giurgiu

E. 1098. — Să se rezolve sistemul:

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{2(a^2+b^2)}{(a^2-b)^2}$$

$$\frac{1}{y}-\frac{1}{x}=\frac{4ab}{(a^2-b^2)^2}$$

$$x-y=2z$$

C. Bulucea, elev R. Vîlcea

E. 1099. — Două brigăzi de țărani colectiviști trebuie să strîngă recolta în 12 zile. După ce au lucrat 9 zile împreună, prima brigadă a primit altă sarcină și brigada a doua a terminat lucrul în 5 zile.

În cît timp ar fi putut strînge recolta fiecare brigadă în parte?

(La admiterea în clasa a 8-a București, 1957)

E. 1100. — Să se simplifice fracția:

$$\frac{x^2+y^2+1-2xy+2x-2y}{x^2-y^2-1+2y}$$

(La admiterea în clasa a 8-a București, 1957)

E. 1101. Să se efectueze

$$\frac{\left(1{,}08-\frac{2}{25}\right):\frac{4}{7}}{\left(6\frac{5}{9}-3\frac{1}{4}\right)\cdot 2\frac{2}{17}}+\left(4{,}5-3\frac{4}{7}\right)\sqrt{44\frac{133}{169}}$$

(La admiterea în clasa a 8-a București, 1957)

E. 1102. — Cineva a cheltuit $\frac{3}{13}$ din suma ce a avut. A doua oară mai cheltuie $\frac{4}{11}$ din ce mai rămăsese, iar a treia oară mai cheltuiește $\frac{4}{7}$ din ce mai avea și constată apoi că i-a mai rămas cu 6 lei mai puțin decît a cheltuit prima dată. Să se arate cît a cheltuit de fiecare dată?

C. I. Ț.

E. 1103. — Într-un camion s-au încărcat în total 1046 de lăzi de cîte 9,5 kg şi de cîte 3,4 kg. Cîte lăzi s-au pus din fiecare fel dacă toată încărcătura a fost de 3840 kg.

C. I. Ţ.

E. 1104. — Fără să se extragă rădăcina patrată, să se rezolve ecuaţia :

$$\frac{\sqrt{8}-\sqrt{0,5}}{5\sqrt{0,5}-\sqrt{0,8}}x-\sqrt{17}=\frac{\sqrt{13,4}+\sqrt{1,5}}{\sqrt{13,5}-\sqrt{1,5}}x$$

D. Tomoiagă, elev Sighet

E. 1105. — Ştiind că $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=\frac{2}{c}$ şi că $c(ay+bx)+ab=$ $=\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{1}{c}$, să se arate că avem :

$$\frac{a}{x}+\frac{b}{y}=\frac{c(z-2)}{z^2+z-1}$$

Ştefan Ionel, Cobadin

E. 1106. — Dacă avem relaţiile $\frac{a}{b}=\frac{c+d}{d+a}$ şi $\frac{c}{d}=\frac{b+d}{a+c}$, să se arate că :

$E_1=\frac{a+b}{c+d}+\frac{c-d}{a-b}=-$ şi $E_2=\frac{a-b}{c-d}-\frac{c+d}{a+b}=1$ nu depinde de a, b, c, d.

* * *

E. 1107. — Să se demonstreze egalitatea :

$$\left[\frac{1}{\frac{a+b+1}{2}-\frac{1}{a+b-1}}+\frac{1}{\frac{a+b-1}{2}-\frac{1}{a+b+1}}\right]\cdot\frac{1-\frac{3}{(a-b)^2+4ab}}{\frac{4}{a+b}}=1.$$

E. 1108. — Să se arate că

$$\frac{(x+\sqrt{2})(x+3+x^2-\sqrt{2}-x\sqrt{2})}{x^4+x^3(1-\sqrt{2})+x^2(1-\sqrt{2})-2x(1-\sqrt{2}-2(3-\sqrt{2})}=\frac{1}{x-\sqrt{2}}$$

Marica Ştefan, T. Severin

POŞTA REDACŢIEI

— *Vîlceanu Sabin,* elev s. m. 3 Tg. Jiu şi alţi corespondenţi. — Modul de redactare a soluţiilor a fost publicat în numerele precedente. Nu mai trimiteţi mai multe soluţii pe aceeaşi foaie.

— *Mai multor elevi corespondenţi.* — Înainte de a trimite probleme propuse trebuie să deveniţi un harnic rezolvitor de probleme. Problemele propuse să nu fie cunoscute şi să fie însoţite de modul cum aţi găsit problema sau soluţia corespunzătoare.

— *A. Popescu, cl. X, Ploeşti,* — Ne întrebaţi dacă subiectele pentru Olimpiade vor fi trimise de la Bucureşti sau se fac la Ploeşti. Lămuririle necesare se găsesc în Regulamentul Olimpiadelor publicat în nr. 12.

Mircea Dumitrescu, Ploeşti. — Pentru întîrzierea apariţiei revistei în oraşul Ploeşti cu mult timp după apariţia ei în Bucureşti, vă puteţi adresa Direcţiei P.T.T.R. difuzarea Presei din Piaţa Scînteii nr. 1 Bucureşti

— *Dan Paulescu, Bucureşti şi altor corespondenţi.* — Probleme propuse de dv. nu se încadrează în programa învăţămîntului mediu.

— *Mihai Maniliuc,* învăţător raionul Fălticeni. — Pentru a putea deveni un bun rezolvitor de probleme, cum doriţi dv., pe lîngă studierea revistei GMF-B puteţi studia cu folos, manualele de matematici noi apărute pentru clasele învăţămîntului mediu şi culegerile de probleme apărute.

— *Ion Vlădoiu,* elev şcoala profcsională auto Craiova. — Elevii şcolilor profesionale şi pedagogice pot trimite rezolvări de probleme şi la problemele şi exerciţiile propuse pentru şcoala de 7 ani.

— *Tov. P., Cîmpina.* — Observările şi notele trimise de dv. sînt interesante; vă rugăm ca pe viitor să le semnaţi, fiind necesar, în vederea publicării lor.

— *Tov. colaboratori* şi cititori ai GMF-B sînt rugaţi să ne ajute la îmbunătăţirea cuprinsului acestei reviste, trimiţîndu-ne în scris, părerea asupra articolelor, notelor sau problemelor apărute în cursul anului 1957. Deasemenea să se indice care rubrici trebuie să fie dezvoltate şi care să fie reduse pentru a putea satisface cit mai mulţi cititori.

— *Fiecare cititor* este rugat să arate GMF-B şi altor cunoscuţi cărora le-ar fi de folos, pentru ca la rîndul lor să devină colaboratori ai revistei, fie ca rezolvitori de probleme, fie ca autori de note, articole, probleme etc.

RUBRICA REZOLVITORILOR DE PROBLEME

EVIDENŢIAŢI

Pînă la 1 decembrie 1957 au mai fost evidenţiaţi următorii rezolvitori de probleme:

Popescu Paul (student electronică Bucureşti). *Tîrtan C. Gabriel* (absolvent Găieşti, Piteşti), *Cîrnu Mircea* (cl. 10 Tîrgovişte), *Ianuş Stere* (absolvent Constanţa), *Gheorghe A. Cezar* (cl. 9, s. m. 1 Bucureşti), *Verveagă T.* (O. C. L. Bistriţa), *Mavromatis Alexandru* (cl. 7 s. m. 17 Bucureşti, *Piţigoi I. Gh.* (absolvent R. Vîlcea), *Tamba Gh.* (absolvent Roman), *Rizescu Ilie* (absolvent Roşiorii de Vede), *Rădescu E. Eugen* (cl. 10 Focşani), *Strătescu Ion* (student construcţii Bucureşti), *Ploeşteanu Ion* (cl. 10 Alexandria), *Baltag Vasile* (student electrotehnică Timişoara), *Popa Nicolae* (cl. 8 Focşani), *Pop Corneliu* (cl. 10 Oradea), *Grigorescu Gabriel* (absolvent Buzău), *Ghenea Anghel* (absolvent Piatra Olt), *Vasiliev Lucia* (absolventă Constanţa), *Manole Corneliu* (cl. 10 s. m. 1 Iaşi) *Petrescu Şt. Ştefan* (cl. 8 Tg. Jiu), *Bărbulescu Marcel* (absolvent Slatina), *Carangioiu Mircea* (student electrotehnică Timişoara), *Grozescu Radu* (cl. 9 Breaza), *Azzola Giovanni* (cl. 8 s. m. 2 Caransebeş), *Nicolaescu C. Elena* (an. I pedagogică Cîmpulung Muscel), *Iordache Gh. Elena* (absolventă Constanţa), *Brînzei P. Dan* (cl. 10 s. m. 3 Iaşi), *Rădulescu C. Răzvan* (cl. 8 Corabia), *Jaliu V. Georgeta* (absolventă Bucureşti), *Gherlan Vasile* (mina Sărmăşag, Oradea).

Pînă la 1 decembrie 1957, s-ar mai primit cel puţin 10 soluţii bune la problemele propuse în G.M.F.-B, după cum urmează:

AIUD. (Cluj). *Şcoala medie Ocna Mureşului.* Clasa 10. Lazăr Dorin (2705, 06, 09, 13, 31, 33, 46, 64, 90, 801, 04).

ALEXANDRIA. Clasa 10. *Ploeşteanu Ion* (2687, 93, 95, 97, 701, 04, 10, 16, 22 28, 31, 34—36, 46, 47, 59, 68, 72, 78, 79, 81, 83, 90, 91, 93, 94, 96, 98—804, 06).

ARAD. *Şcoala medie „Ion Slavici"*. Clasa 7. Ciurea Sorin (E: 993, 95, 1007, 19, 25—28, 31, 32). Clasa 10. Beştea G. Cătălin (2739, 41, 46, 47, 55, 59, 62, 64, 68, 70), Demşoreanu Brutus (2742, 44—46, 48, 49, 54, 59, 61, 64, 68, 94—96, 98—802, 04, 06), Savin V. Virgil (2706, 08, 13, 15, 20, 31, 34, 41, 46, 55, 62, 64, 68).

BACĂU. *Şcoala de 7 ani Păuneşti*. Clasa 5. Vasilache Maria (E: 979, 80, 85—87, 89, 90, 97, 1013, 22, 24). Clasa 6. Ignat G. Gheorghe (2766, E: 985—87, 89, 90, 97, 1001, 13, 22). Marinov Costică (2766, E: 985, 87, 89, 90, 96, 97, 1001, 13, 14. 22). Clasa 7. Chiriac V. Valeriu (E: 974, 75, 78, 79, 83—85, 87, 89, 90, 97, 1015, 24), Teodorescu Mariana E: 984—87, 89, 90, 97, 1013, 14, 22, 24).

Şcoala medie nr. 1. Clasa 10. Grigoraş Vasile (2697, 706, 28, 34, 46, 47, 57—59, 62, 64, 70), Sîrbu Mihai (2726, 40, 42, 43, 46, 47, 49, 56, 59, 64, 65, 68, 70). *Student* fără frecventă. (Borca). Dosoftei Mihai (2863, 90, 93, 97, 700, 94, 95, 98, 99, 800). Şcoala pedagogică. An I. Obreja Petru (E: 985—87, 89, 1003, 08, 13, 17, 19, 21, 22, 24).

BAIA DE ARIEŞ. (Cîmpeni, Cluj). Clasa 8. Totolici Gabriel (2779, 817, E: 982, 88, 94, 95, 1007, 14, 25, 28, 29, 31, 32, P).

BAIA MARE. Racolţă Mihai (2713, 20, 21, 25, 28, 31, 33, 34, 36, 72, 802).

BISTRIŢA. O. C. L. industrial *Verveagă T.* (2584, 88—90, 602. 06, 07, 10, 13, 15, 16, 19—26, 28—32, 706, 08, 13, 17, 20, 21, 25, 28, 29, 31, 32, 34, 35, 39, 46, 59, 64, 66, 68, 72, 94, 95, 98, 802, 04).

BÎRLAD. *Şcoala medie nr. 1*. Clasa 7. Cotoranu Virginia (E: 987, 89, 90, 1001, 06, 13, 17, 22—24). Clasa 8. Krauss Mihail (E: 984—87, 89, 90, 93—97, 1000, 01. 03), Goldştein Iancu (E: 984—87, 89, 90, 94, 95, 97, 1000, 01, 03, 04). Clasa 10. Spulber Dorian (2742, 43, 47, 55, 57, 58, 62, 64, 66, 68, 95, 815, 29, 30).

BOLINTINUL DIN VALE. (Bucureşti), Clasa 8. Dascălu G. Maria (E: 985—87, 89, 90, 92, 99, 1003, 08, 25, 27, 29), Dobre V. Elena (E: 985—87, 89, 90, 99, 1002, 08, 25, 27, 29), Marin Maria (E: 985—87, 89, 90, 92, 99, 1003, 08, 25—27, 29), Marinescu Crişan (E: 985—87, 90, 95, 98, 1002, 08), Năstase Ion (2834. E: 985, 87, 89, 90, 1025, 35), Oprea I. Eugen (E: 986, 89, 1002, 25, 27, 29, 31, 32, 35). Clasa 9. Răduţă Apolodor (2686, 741, 64).

BOTOŞANI. *Student*. Şor B. (2740, 46, 57, 67, 68, 79, 94, 96, 98, 801—04, 06, P).

BRAZI (Ploeşti). Clasa 8. Lungu Anca (E: 984—87, 89, 93, 94, 1004, 13, 15, 19, 21, 22, 24).

BREAZA. Lic. mil. „D. Cantemir". Clasa 8. Babonea Stelian (2762, E; 985—87, 89, 90, 93, 95, 96, 99, 1000, 02, 08, 13, 19, 21, 29, 31, 32), Nicolau I. Nicolae (2762, E: 984—90, 93, 96, 99, 1000, 02—04, 08, 13, 15, 19, 21, 24, 26, 29, 31). Clasa 9. *Grozescu Radu* (2687. 94, 97, 702, 05, 09, 13—15, 20, 22, 31—33, 35, 39, 41, 46, 47, 52, 55, 56, 58, 59, 61, 62, 64—66). Piuaru Gheorghe (2725, 28, 31, 33, 34, 46, 64, 72, 98, 806), Ilie Gheorghe (2725, 28, 29, 31, 33, 34, 41, 46, 59, 64, 72, 98, 806), Moldoveanu Tudor (2721, 25, 28, 31, 33, 34, 41, 47, 59, 62, 66, 68, 72, 98, 806), Munteanu D. Ion (2725, 28, 31, 33, 34, 46, 59, 72, 98, 806), Năstase C. Teodor (2706, 25, 28, 31, 33, 34, 36, 41, 46, 59, 62, 66, 68, 72, 98, 806), Oprică Gheorghe (2625, 28, 31, 33, 34, 36, 41, 46, 59, 62), Predescu I. Paul (2725, 28, 31, 33, 41, 46, 59, 62, 66, 68, 98, 806), Sybeki Gh. (2725, 28, 31, 33, 34, 41, 46, 59, 62, 64, 66, 68, 72, 98, 806), Surucel V. Sergiu (2725, 28, 31, 33, 34, 46, 64, 72, 98, 806), Turburan Ion (2722, 25, 28, 31, 33, 34, 41, 46, 62, 68, 72, 79, 98, 802, 06).

BRĂILA. *Şcoala medie 2 „N. Bălcescu"*. Clasa 8. Andraş Traian (E: 976—78, 81. 84—87, 89, 94, 1001—04, 08, 13, 19, 21, 22, 24). Clasa 9. Mirna A. Mihai (2686, 87, 97, 98, 700, 01, 06, 14, 15, 19, 20, 27, 30—36, 46—48, 62, 65, 66, 70, 76). Clasa 10. Danciu P. Viorel. (2633, 37, 53, 97, 98, 703, 06, 14, 15, 20, 28, 31, 32, 34, 35, 42, 46, 47, 57, 59, 62, 64, 98), Negulescu I. Ion (2706, 28, 31, 34, 46, 48, 57, 59, 62, 64, 66, 98, P). Absolvent Toma P. Ion (2742, 46, 58, 59, 61, 62, 64, 66, 90, 94, 98, 801, 02, 04, 06, 32).

BUCUREŞTI. *Studenţi:* Borza C. Mihai (2686, 87, 89, 91, 94—96, 700, 01, 76, 78), Cîmpu Demetra (an II electronică) (2772, 78, 79, 83, 90, 91, 94—98, 801—04, 06, 08), Donescu Ştefan (Inst. Politehnic) (P, N), Gheorghiţă Mariana (Fac. Matematică) (2714—16, 38, 42, 46, 57, 59, 64, 68, 78, 90, 91, 94—96, 98, 801—03, 06, 07, 09, 11, 31), Ghiţulescu Iulian (Fac. Electronică) (2713, 15, 28, 29, 31, 32, 34, 36, 90, 91, 98, 806), Neguţ Nicolae (Fac. Drumuri-Poduri) („Unele dispozitive optice în geodezie") Pandele Constantin (an III medicină generală) (2706, 13, 14, 19, 28, 31, 34, 35, 41, 59, 68, 71, 72, 76, 94, 97, 801, 02, 06), *Popescu Paul* (Fac. Electronică) (2680, 81, 85, 86, 88, 90—92, 96, 97, 703, 09—11, 19, 29, 30, 33, 38, 39, 41—43, 46—49, 55, 57, 59,

61—64, 66—68, 70, 71, 72, 74, 76, 81, 83, 90, 92—96, 98—804, 06, N, P), *Strătescu Ion* (Fac. Construcţii) (2739—41, 43, 46, 47, 52, 56—63, 65, 66, 68, 72, 74, 76—81, 83, 91, 94—96, 98—804, 06, P.N).

Absolvenţi: Alexe N. Dan (2554, 654, 65, 741, 42, 46, 57, 59, 62, 65, 66, 68, P), Alexe N. Ioan (2772, 90—92, 94—96, 98, 99, 801—04, 06), Alexandru Horia (2772, 79, 90, 94—804, 06), Buşilă A. Ioana (2714, 15, 22, 38, 42, 43, 47, 49, 55—57, 61, 63—66, 72, 75, 79, 80, 82, 90, 91), Căciularu Marcel (2738—43, 46, 47, 49, 55, 57, 58, 65, 67, 68), Diaconu Gheorghe (2739—41, 46. 47, 55, 57—59, 62. 64—66, 68), *Jaliu V. Georgeta* (2740, 46, 47, 55—57, 59, 62, 64, 66, 68, 70, 78, 79, 83, 90, 94—96, 98—800, 02—04, 06, 11, 13, 26, 27), Răduică Nicolae (2777, 78. 90, 91, 94—96, 98, 801—04, 06).

Şcoala medie nr. 1 „N. Bălcescu". Clasa 7. Chimion Teodor (E: 984—88, 90, 92, 93, 95, 97, 99), Crăciunca Gheorghe (E: 83, 84, 88, 89, 92—96, 1004). Clasa 8. Ioanid Grigore (E: 984—87, 89, 90, 94, 95, 97, 1007, 09, 13, 14, 20—22). Clasa 9. Dascălu Dan (2743, 47, 57, 58, 61, 62, 66, 79, 82, 807), Isbăşescu E. Mircea (2686, 87, 702, 13—15, 19, 20, 22, 31—33), Lupaş Laurenţiu (2554, 665, 708, 11, 12, 15, 19, 20, 22, 24, 26, 30, 35, 39, 41, 46, 47, 55, 61, 62, 65, 66, 70, 79, 81, 95, 99). Clasa 10. Klekner I. Adrian (2637, 39, 46, 56, 59, 68, 702, 16, 31, 33, 62, 66).

Şcoala medie nr. 2. Clasa 9. Diţă R. Honoriu (2713, 28, 31, 33—35, 46, 59, 64, 99, 802).

Şcoala medie nr. „Aurel Vlaicu". Clasa 9. Alexe C. Nicolae (2713, 15, 20, 22, 49, 57, 59, 66, 67, 79, 95, 99), Cojocaru Paul (2713, 31, 33—35, 42, 59, 64, 79), Muşat I. Mihai (2706, 08, 15, 20, 24, 31—33, 35. 46, 659, 72, 79, 96, 98, 99). Clasa 10. Cîmpu Gabriel (2715, 20, 31, 33, 59, 78, 79, 82, 90, 91, 801, 02, 04), Cişman Cornel (2706, 15, 20, 31, 41. 46, 59. 66, 70, 79), Dobre Dragomir (2706, 08, 15, 20, 24, 31, 32, 35, 46, 66, 79, 94, 95, 98, 99, 802—04, 06), Rădulescu Marin (2768, 79, 95, 806, 31, 33, 42, 46, 49, 59), Ştefănoiu Viorel (2713, 20, 22, 57, 59, 67, 79, 95, 98, 99, 802, 06), Toader M. Gheorghe)2706, 08, 15, 20, 24, 31—33, 35, 46, 66, 79, 94, 95, 98, 802—04, 06).

Şcoala medie nr. 7 „I. L. Caragiale". Clasa 8. Vlad Valentin (E: 984—90, 93—97, 99, 1001—04. 08, 09, 12).

Şcoala medie nr. 10. Clasa 8. Constantinescu Marina (E: 985, 87, 89, 90, 94, 96—98, 1021, 24. Clasa 10. Mihăilescu Florina (2731, 68, 95, 98, 802, 07, 09, 11, 17, 32).

Şcoala medie nr. 11 „D. Cantemir". Clasa 8. Stoicescu Cristian (2749, 82, 92, 815, 17, 29, E: 999, 1015, 18, 19, 21—29, 31, 35). Clasa 10. Manolescu Anton (2738, 40, 42, 46, 57, 59, 64, 79, 90, 91).

Şcoala medie nr. 13. Clasa 9. Bicu Dan (E: 984, 86, 88, 1001, 13, 21, 25, 27—29, 31, 32, 34, 35). Clasa 10. Bănică Dan (2700, 06, 08, 19, 20, 22, 24, 25, 28, 34, 34), Chiriac laurian (2713, 16, 28, 31, 32, 36, 91, 95, 99, 802),

Şcoala medie nr. 17 „Matei Basarab". Clasa 5. Mavromatis Aurora (E: 985—87, 89, 1001, 13, 17, 22—24, 27, 35). Clasa 7. *Mavromatis Alexandru* (2757, 59, 79, E: 984—97, 99—1004, 06—09, 11—15, 17—19, 21—33, 35). Clasa 8. Mavromatis Euripide (2779, E: 1013—15, 17—79, 21—33, 35).

Şcoala medie nr. 18 „M. Eminescu". Clasa 8. Arsene Cătălina (2764, 65, 79, 81, E: 984, 97, 1014, 15, 19, 21), Bîrşan Liviu (E: 984—87, 89, 90, 96, 1013, 15, 17, 19, 21, 24, 26). Clasa 9. Enişteanu Nicolae (2697, 705, 08, 13, 14, 31, 57, 49, 62, 64—66). Clasa 10. Eftimie Radu (2765, 72, 78, 79, 83, 95, 98, 801—04, 06, P).

Şcoala medie nr. 23. Clasa 10. Bistriceanu Mihai (2706, 16, 28, 31, 34, 35, 46, 66, 68, 802), Stoenescu T. G. (2709, 15, 24, 28, 38, 40, 47, 55, 58, 59, 62, 66, 68, 72, 78, 79, 83, 804, 10—12), Voinescu Alexandru (2738, 43, 55, 62, 66, 67, 72, 78, 79, 83, 94, 95, 802, 04, 06).

Şcoala medie nr. 27. Clasa 8. Marinescu O. Gheorghe (E: 985, 86, 89, 93—95, 1002, 08, 13, 25, 27, 29).

Şcoala de 7 ani nr. 145 — Ghencea. Clasa 6. Bordeianu Mariana (E: 985—87, 89, 90, 93, 94, 97, 1006, 22, 24, 27, 28).

BUFTEA. *Şcoala tehnică cinematografică.* Anul I. Oprea A. Nicolae (2746, 57, 59, 64, 72, 79, 90—93, 96, 98, 817, 26).

BUZĂU. *Absolvenţi Grigorescu Gabriel* (2705—09, 12, 13, 16, 17, 19—22, 25, 26, 28, 31—36, 38—42, 46, 57—59, 61, 64, 66, 68, 70, P), Ichim Ion (2716, 30, 31, 34—36, 38, 66, 76, 77, 82, 83, 95—97, 800—02, 04, 06), Şerbănescu I. G. (2730, 31, 35, 36, 38, 76, 78, 83, 94, 88, 800, 01, 04, 06), Tigău I. Marius (2798, 801, 04).

Şcoala medie nr. 1. Clasa 9. *Gheorghe A. Cezar* (2686, 87, 91—93, 95, 98—706, 08—10, 12—17, 19—22, 24, 25, 28, 29, 31—36, P).

CALAFAT. Clasa 9. Petrescu F. Gheorghe (2687, 95, 97, 700, 01, 13, 15, 20, 25, 31, 33, 44, 46, N, P). Clasa 10. Urziceanu Constantin (2686, 87, 94, 702, 06, 09, 12, 13, 26, 31, 33, 34).

CARACAL. *Şcoala medie nr. 1.* Clasa 10. Modan Constantin (2707, 13, 16, 17, 24, 30, 31, 33, 34), Straian Gheorghe (2705, 06, 21, 22, 31, 32, 34, 35, 46, 59).

CARANSEBEŞ. *Şcoala medie nr. 2.* Clasa 8. *Azzolla Giovanni* (2722, 32, 46, 47, 59, 64, 66, 96, 804, E: 984—92, 95—97, 1004, 0 , 10, 15, 18, 19, 21, 22, 24). Clasa 10. Mitran Ovidiu (2746, 59, 64, 79, 81, 90, 91, 95, 96, 802, 07, 16), Pries Wilhelm (2743, 49, 57, 72, 92, 95, 96, 98, 99, 804, P).

CÎMPIA TURZII. Clasa 10. Cimpion Vasile (2731, 33, 35, 36, 46, 66, 67, 72, 96, 98, 802, 04).

CÎMPINA. *Şcoala medie „Nicolae Grigorescu".* Clasa 10. Drăgănescu Cornel (2710, 15, 16, 19, 20, 22, 28, 31, 34—36, 43). Absolvent Balea Andrei (2730, 41, 46, 75, 66, 68, 76, 78, 98, 99, 801, 02, 04, 05, 07, 11, 16, 17, 21, 27), Buloncea Magda (2712, 17, 19, 22, 28, 31, 34, 35, 68, 90), Mogoş Octavian (2742, 46, 55, 66, 72, 68, 74, 78, 87, 98, 801, 02, 04, 06, 09, 11, 16, 17, 21, 23, 26, 27), Moisin Laurenţiu (2742, 59, 65, 68, 79, 90, 91, 801—04, 06).

CÎMPULUNG MUSCEL. *Şcoala medie nr. 1.* Clasa 7. Sabin Alexandru (2757, 59, 70, 91, E: 991, 1007, 08, 11—15, 17—19, 21—24). *Şcoala pedagogică.* Anul I. *Nicolaescu C. Elena* (2577, 759, 65, E: 974—78, 80, 84—87, 89—901, 94, 96, 97, 1002, 04, 08, 13, 15, 17, 19, 21, 22, 24), *Nicolescu N. Elena-Rodica* (2757, 59, E: 974—78, 80, 84—87, 89, 90, 93, 94, 96, 97, 1002, 08, 13, 15, 17, 19, 21, 22, 24), Stan Gr. Maria (E: 984—87, 89, 90, 93, 97, 1005, 08, 13, 17, 21, 22).

CÎMPULUNG MOLDOVENESC. *Liceul militar „Ştefan cel Mare".* Clasa 10. Marchez Constantin (2742, 46, 59, 64, 65, 72, 74, 79, 90, 91, 95, 98, 99, 806), Vaida C. Carol (2746, 59, 64, 65. 72, 79, 90, 91, 94, 95, 98, 99, 806, P).

CLUJ. *Şcoala medie nr. 4.* Clasa 8. Dragomir Viorel (2779, E: 983, 84, 89, 1003, 04, 13, 17, 19, 24). Clasa 9. Lungu Şerban (2687, 702, 03, 08, 12, 13, 26, 31—33, 39, 41, 49, 59, 64, 66, 70, 7 , 811, 16, 17), Micu Radu (2700, 02, 03, 06, 08, 19, 26, 31—33). Clasa 10. Bunea Mircea (2759, 64, 90, 94, 98, 801, 02, 04, 05), Pamula Adrian (2706, 10, 13, 47, 79, 89, 90, 95, 802),

Şcoala medie nr. 5. Clasa 8. Rocoş Ştefan (3759, 79, E: 985, 89, 93, 94, 1003, 15, 19, 21).

Şcoala medie nr. 6. Clasa 10. Dragoş Eugen (2713, 31, 57, 65, 68, 79, 90, 91, 802, 04, P).

Institutul pedagogic. Anul III. Danciu Florentina (E: 985—87, 89, 90, 97, 1009, 13, 23, 44,). Absolvent Corda L, Ioan (2742, 90—93, 98, 806, 13, P).

Studenţi: Bîrzan Romanel (2776, 78, 80, 96, 97, 800, 01, 08, 09, 11, 16, 26, 27, P), Cosmuţă Ion (2665, 746, 59, 68, 72, 79, 90, 94, 99, 801, 02, 04, 06, 07, 11, 29).

CODLEA. Vlădareanu Cornel (2757, 59, 64, 72, 76, 91—93, 99, 804, 17, 27, P).

CONSTANŢA. *Şcoala medie nr. 2.* Clasa 9. Rădulescu G. Mircea (2700, 31, 33, 49, 55, 57—59, 64, 65, 79, 816, 25, P). Absolvenţi: *Ianuş Stere* (2694, 95, 97, 700—04, 06—08, 10, 15, 16, 19—22, 24, 25, 31—36, 38, 39, 41—43, 46, 47, 55, 57—59, 62—64, 66—68, 70, 72, 78, 79, 83, 91—93, 95, 96, 98—804, 06, N, P, E), *Iordache G. Elena* (2705, 17, 21, 23, 31, 33, 35, 36, 39, 42, 50, 53, 57, 59, 64, 72, 74, 79, 80, 90, 91, 94, 95, 98, 801—04, 06), *Vasiliev E. Lucia* (2706, 08, 11, 13, 14, 22, 23, 25, 28, 29, 31—34, 39, 57, 66, 70, 72, 74, 90, 92—95, 98, 802—04, 06).

CRAIOVA. *Şcoala de 7 ani. Ciochiuţă-Strehaia.* Clasa 5. Balaci Elisabeta (E: 897, 985, 90, 1013, 17, 22, 24), Balaci Mircea (E: 985—87, 89, 90, 1013, 17, 22), Dumitrescu Domnica (E: 985, 87, 89, 90, 1006, 13, 17, 22, 24), Epuran Ion (E: 985—87, 89, 1017, 22, 24), Pena Elena (E: 985, 87, 89, 90, 1006, 17, 22, 24), Răceanu Marieta (E: 985, 87, 89, 90, 1006, 13, 17, 22, 24).

Şcoala de 7 ani nr. 8. Clasa 6. Ghergu Nela (E: 985—87, 89, 90, 96, 97, 1013, 17, 24), Otves Elena (E: 985—87, 89, 90, 91, 96, 97, 1001, 13, 17, 24). *Şcoala de 7 ani nr. 10.* Clasa 7. Motelică Dorina (E: 984—90, 93—95, 1013, 17, 22. 24). *Şcoala de 7 ani nr. 13.* Clasa 6. Prodan Aurelia (E: 971, 80, 83, 85, 92, 1013, 17, 22—24).

Şcoala medie Bălceşti — Olteţu. Clasa 5. Ionilete N. Nicolae (E: 985—87, 89, 90, 91, 96, 97). *Absolvenţi:* Mărgineanu C. (2738—41, 57, 59, 62, 64, 66—68, 70, P), Timotei Dumitru (2721, 27, 38, 40, 42, 45—47, 49, 57, 59, 61, 64). Ionescu N. Marioara (2863—65, 67, 70, 73—79).

CORABIA. Clasa 8. *Rădulescu C. Răzvan* (2759, 64, E: 984—90, 92, 93, 94, 96, 1002, 03, 08, 13, 15, 19, 21, 22). Clasa 10, Truică Marin (2713, 16, 30, 64, 68, 72, 90, 91, 98, 802, 06).

DEJ. *Şcoala medie nr. 2.* Clasa 10. Ciceu Constanţa (2720, 31, 34, 59, 79. 90, 91, 94, 98, 99, 806), Haranguş Ana (2656, 720, 21, 31, 59, 72, 79, 90, 806, 15, 29), Munteanu Lucia (2717, 28, 31, 34, 42, 59. 79, 90, 91, 94, 98, 99, 806), Noveanu Gabriela (2728, 31, 33, 34, 59, 90, 91, 95, 98, 99, 804), Postură Paula (2 06, 08, 17, 28, 31, 59, 79, 90, 91, 94, 98, 806). Pop Eugenia (2633, 717, 31, 24, 59, 79, 91, 94, 98, 99, 804), Pop Tereza (2717, 20, 24, 28, 31, 34, 59, 90, 91, 99, 806), Puşcaşu Ana (2708, 28, 31, 34, 59, 68, 79, 90, 91, 95, 99, 804, 06), Rusu Margareta (2706, 08, 24, 28, 31, 34, 56, 59, 79, 90, 91, 94, 99, 806), Suciu Voichiţa (2717, 24, 28, 31, 34, 56, 59, 79, 90, 91, 98, 99, 806), Văcluş Maria (2708, 20, 28, 31, 34, 59, 68. 79, 90, 91, 94, 95, 99, 806).

DRĂGĂŞANI. *Absolvent* Dumitru I. Mircea (2772, 79. 90, 91, 94, 96, 98, 801, 02, 04, 06, P).

FĂGEŢ. (Timişoara). *Absolvent* Antănaş Petru (2687, 93, 700, 02, 13, 16, 21, 22, 28, 31, 33, 34, 36).

FOCŞANI. *Şcoala medie nr. 1. „Unirea".* Clasa 8. *Popa Nicolae* (2742, 46, 55, 58, 59, 64, 83, 90, 91, 95, 98, 99, 801, 04, 06, E: 984, 88, 92—97, 99, 100, 03, 04, 09, 12, 14, 15, 18, 19, 21). Clasa 9. Giuş I. Viorel (2686, 93, 700, 701, 06, 13, 31, 33), Rădescu Gabriela (2733, 41, 42, 46, 49, 55, 57, 59, 61, 66, 67, 79, 91, 99). Clasa 10. *Rădescu E. Eugen* (2691, 700, 07, 09, 13, 16, 22, 26, 33, 41, 42, 46, 47, 49, 55, 57, 5, 61, 64, 66—68, 72, 79, 90, 91, 94, 95, 98, 99, 01—03, 806). *Absolvent* Croitoru Florica (2774, 76, 79, 81, 82, 85, 86, 90, 91, 92, 94, 95, 97, 98).

GĂEŞTI. Absolvent *Tîrtan C. Gabriel* (2686—92, 94, 96, 700—08, 11, 13, 17, 21, 22, 29, 31—36, 40, 42, 44, 49, 50, 68, 93, 709, 12, 23—27, 37, 45—47, 55—59, 61, 64, 67, 68, 70—72, 76, 79, 90—804, 06, N, P).

GALAŢI. *Liceul militar de marină.* Clasa 8. Apostolache Dumitru (E: 984—87, 89, 1013, 15, 17, 19, 21), Boeru Mihai (E: 984—86, 89, 95, 1004, 05, 13, 15, 17, 19, 22), Iancu Nicolae (2741, 46, 68, 74, 79, 91, 92, 96, 98, 806), Neagu Mihail (E: 985, 86, 89, 90, 97, 98, 1002, 13, 15, 17, 19, 21, 22, 24). Clasa 9. Muscaliuc D. (2741, 46, 49, 68, 74, 79, 91, 92, 98, 99, 817). Clasa 10. Boldeanu Ichim (2741, 46, 49, 74, 90, 91, 92, 95, 98, 99), Buga Constantin (2741, 46, 49, 58, 74, 79, 91, 92, 95, 98, 99, 807, 017).

Şcoala medie nr. 2. Clasa 10. Turcu Ecaterina (2746, 57, 79, 85, 96, 99 802—04, 30).

GIURGIU. *Şcoala medie nr.* 1. Clasa 8. Lăzărescu Ghnorghe (E: 985—87, 89, 90, 95, 96, 99, 1000—02, 04, 12, 13, 21). Clasa 10. Vişinescu V. Mihai (2665, 83, 91, 704, 14, 22, 25, 33, 52, 62, 66, 74, 85, 91, 92, 94, 97, 801, 03).

HOREZU. (Piteşti), Clasa 10. Băluţă D. Dumitru (2693, 95, 97, 721—33, 59, 64, 79, 90), Ispas I. Mihai (2693, 97, 13, 31, 33, 59, 64, 79, 90, 95), Mateescu G. Bebe (2693, 97, 700—02, 13, 31, 33, 59, 64, 68, 82), Rădulescu L. Ioan (2693, 97, 714, 28, 31—33, 46, 59. 64, 72, 79, 96, 98).

HUNEDOARA. Clasa 10. Oberlender Horst (2706, 08, 12, 1, 15, 16, 20, 22, 29, 31—33, 35).

HUŞI. Dolteanu Temistocle (2739, 57, 64, 66, 68, 72, 74, 78, 79, 90, 941 95, 98, 801, 02, 04, 06).

IANCA. (Galaţi). Vlad Gabriel (E: 984—87, 89, 90, 94, 1002, 03, 08).

IAŞI. *Şcoala de 7 ani nr. 1.* Clasa 7. Dragoslav Veronica (E: 1004, 13, 17. 19, 21. 22, 24—29, 35).

Şcoala medie nr. 1. „M. Sadoveanu". Clasa 8. Caciaunov Claudia (E: 984—92, 95, 97). Clasa 10. Burăh Hari (2739, 40, 47, 59, 61—66, 72, 817), Manole Corneliu (2731, 33, 35, 36, 39. 40, 43, 46, 47, 52, 55, 58—66. 68, 72, 74, 91, 803, 06—09, 11, 16, 17, 27, 30).

Şcoala medie nr. 2. Clasa 6. Stoiu Lidia (E: 986, 87,, 89, 1001, 06, 08, 13, 17, 22—24), Văcăreanu Anca (E: 986, 87, 89, 1001, 06, 13, 17, 22—24). Clasa 7. Prisăcaru Rodica (E: 976, 85, 87, 89, 90, 93—95, 97, 1002). Clasa 9. Marinescu Alexandru (2708, 13, 19, 31, 32, 39, 57, 59, 64, 95, 99), Mihăilescu Simona (2708, 13—15, 20, 31, 33, 59, 79, 64).

Şcoala medie nr. 3 „C. Negruzzi". Clasa 9. Caba Mihai (2686, 87, 98, 703, 13, 31—33, 59, 64), Dragomir Dragoş (2687, 97—99, 702, 03, 13, 31—33, 42, 59), Masgroş Vasile (2687, 97—99, 702, 03, 13, 31—33, 59, 64). Clasa 10. *Brînzei P. Dan* (2709, 12, 20, 32, 33, 38, 42, 45, 52, 64, 66, 76, 78, 81, 82, 84, 92, 99, 807, 08, 13, 16—18, 22, 26, 27, 29, 30, 32, 33 P), Nanu G. Octavian (2707, 09, 12, 13, 16, 21, 24, 25, 28, 33, 34).

Şcoala medie nr. 4. Clasa 6. Chiraşcă Mihaela (E: 985—87, 89, 1001, 02, 13, 22, 24), Grindea Rodica (E: 985—87, 89, 1001, 13, 22, 24). Clasa 8. Botezatu Lucia (E: 985—87, 89, 90, 95, 97, 1002, 08, 09), Icleanu Elena (E: 984—87, 89, 90, 95, 97,

1002, 08), Matincu Silvia (E: 984—87, 89, 90, 95, 97, 1004, 08, 09), Stamate Georgeta (E: 985—87, 89, 90, 95, 97, 1002, 08, 09).

Şcoala medie nr. 5. Clasa 8. Dragoslav Iulian (E: 987, 89, 1004, 06, 08, 13, 15, 17, 19, 21—29, 35). Clasa 9. Flondor Dan (2687, 97—999, 703, 13, 31—33, 59, 64). Clasa 10. Anghel Mariana (2713—15, 19, 20, 31, 33, 35, 36, 59. 64, 79, 81, P).

LIPOVA. Secoşan Emilian (P).

LUGOJ. *Şcoala medie nr. 1 „Coriolan Brediceanu".* Clasa 8. Dragu Sanda (E: 984, 85, 93, 95—9, 1003—05, 19, 21, 30), Galiciu Doru (E: 985, 89, 1013—19, 21, 22, 24), Niţoiu Şerban (2757, 59, 62, 86, E: 980, 84, 85, 89, 90, 98, 99, 1013, 19, 21, 24), Pop Marius (E: 984, 1008, 13, 15, 17, 19, 21, 25), Sfetcu Ion (E: 985, 86, 89, 91, 92, 95, 1003, 04, 07, 08, 12, 13, 19, 21, 24), Ţurcan Virgil (E: 984—87, 89, 90, 95, 1002, 08, 09). Clasa 10. Cîrje Trifon (2774, 78, 79, 82, 96, 98, 99, 800, 02, 08), Fonaş Ion (2722, 26, 28, 29, 31—36, 40—43, 46, 47, 55, 59, 61—64, 96—68), Morgenstein Igor (2686, 88, 90, 91, 97, 99, 700—03). Clasa 10. Popescu Tiberiu (2706, 14, 16, 19, 22, 28, 34, 36, 59, 62, 66), Stufană Constantin (2739—41. 58, 66, 68, 72, 79, 81, 99, 806),

MORENI, (Ploeşti). Clasa 8. Coman Dumitru (E: 985—87, 89, 90, 99, 1009, 13, 17, 19, 21, 22, 24).

ORADEA. Miner Sărmăşag. *Gherlan Vasile* (2739—43, 45—47, 55, 57—59, 61, 62, 64, 66—68, 70).

Şcoala medie nr. 1. Clasa 8. Negruţ Ilie (E: 985—87, 89, 90, 92—94, 97, 1009, 12, 15, 19). Clasa 10. Cartiş Dan (2686, 87, 93, 95, 97, 98, 703, 04 08, 16, 19, 28), *Pop Corneliu* (2686, 87, 93, 95, 97, 98, 700, 01, 03, 04, 06—08, 13—16, 19—21, 28, 29, 31=36, 46. 47, 57, 59, 62, 66), Sciop Alexandru (2687, 91, 93, 707, 15, 16, 19, 24, 32, 62. 72, 90. 91, 98, 802, 04, 06, P). Absolvent Taraş B. Dumitru (2772, 90, 91, 94—96, 98, 99, 801, 04, 06).

Şcoala medie nr. 2. Clasa 3. Pop Valeria (E: 985, 86, 92, 94, 96. 99, 1002—04, 16—18, 21, 23).

Şcoala medie nr. 6. Clasa 8. Hurducaş Lucia (2764, E: 984—89, 1013, 18, 19), Machedon Ştefan (E: 984—86, 88, 89, 1002, 03, 15, 17, 19, 21), Popescu Rodica (E: 985—87, 89, 1002, 17, 19, 21, 23, 24).

ORAŞUL STALIN. *Clasa 8, Savu Silvia* (E: 984—86, 1013—15, 17, 19, 21, 24).

Şcoala medie nr. 5. Clasa 10. Cristofor Lucia (2706, 13, 20, 31, 32, 35, 47, 61, 72, 79, 90, 91, 802).

ORAVIŢA. Absolvent Iosif I. Beno (2739, 40, 42, 53, 55, 57, 59, 64—66, 68, 70).

PETROŞANI. *Şcoala medie nr. 1.* Clasa 9. Grozavu Mihai (2732, 13, 31, 32, 57, 59, 66, 79, 90, 801, 04). Curs seral Ionescu N. C. (E: 985, 86, 89, 1002, 03, 13, 14, 15, 17, 19).

PIATRA NEAMŢ. Şcoala medie nr. 2. Clasa 9 Crăcăvanu A. (2708, 13, 15, 24, 22, 24, 31—33, 35). Crişan Ana (2708, 13 15, 20, 22, 24, 31—33, 35), Leibovici Reghine (2713, 15, 20, 21, 24, 31—33, 35, 38), Leizer Corina (2708, 13, 15, 21, 22, 24, 31—33, 35), Popa I. Cornelia (2708, 13 20, 22, 24, 31, 32, 99), Weissmann Felicia (2708, 13, 15, 20, 22, 24, 31—33). Absolvent Rosenberg Hary (2740 42, 45—47, 55, 59, 62, 64, 68).

PIATRA OLT. Absolvent Ghenea Anghel (2716, 21 22. 28, 29, 31—36, 42, 46, 49, 59, 66, 68, 72, 79, 90, 91, 93, 95, 96, 98—804, 06, 07, 11, 13, 20, 34).

PITEŞTI. *Şcoala militară auto.* Elev serg. Hodia Gheorghe (2686, 88, 91, 93—95, 97, 98, 700—04, 78. 79, 81, 90, 91, 94, 96, 801, 02, P).

PLOEŞTI. *Şcoala de 7 ani.* Clasa 7. Gheorghiu A. Nicolai (2759, E: 975, 79, 91, 92, 96, 1000, 01, 08, 13, 22, 24, 25, 27, 28, 32, 35).

Şcoala medie „I. L. Caragiale", Clasa 8. Coşoianu Traian (E: 984—87, 89, 93, 94, 97, 1003, 64), Duţescu Florica (E: 95—87, 89, 91, 92, 99, 1008, 13, 15), Gheorghiu Florin (E: 984, 88, 95, 96, 1012, 18, 19, 21, 30, 21), Oniga Sanda (E: 984—37, 89, 95—97, 99, 1004, 13, 19, 21, 22 24), Oprescu Bujor (E: 985—87, 93, 94, 1013, 15, 18, 19, 21, 24), Pîrîianu I. Radu (E: 986, 89, 91, 93, 1013, 15, 21, 22, 24), Plotogea Mircea (E: 984—86, 89, 93—95, 1003, 08, 19, 21, 24). Vlanga Florin (E: 986, 89, 92 94—96, 99, 1015, 19, 21). Clasa 9. Daşoveanu Dumitru (2687, 90, 702, 13, 31, 90, 97), Dumitrescu D. Vladimir (2686, 87, 90, 98, 708, I4, 19, 31—33), Ene P. Dumitru (2686, 87, 90, 97, 98, 700, 13, 32, 33, 35), Fezi Adrian (2686, 87, 90, 98, 708, 13, 19, 31 33). Clasa 9. Iacomi Mircea (2690, 97, 702 03, 08, 13, 31, 59), Muşat Paul (2687, 90, 97, 98, 702, 03, 08, 13, 90), Nicolescu A. Basarab (2690, 700, 14, 19, 25, 41, 46, 58—60, 62, P), Popescu Gheorghe (2687, 90, 98 99, 702, 03, 13' 19, 33, 35), Radu Ioana (2686 87, 90, 98—700, 13, 14, 20, 31), Ştefănescu V. Rodica (2687, 97, 98, 700, 13, 14, 19—21,

32, 33, 35), Teodorescu Luiza (2687. 90, 98, 99, 700, 13, 14, 20, 31, 35), Tomescu Ion (2686, 87, 90, 702, 09, 13, 19, 31, 32, 35, 79, 90), Verbancu C. Smaranda (2687, 90, 700, 13—15. 19, 20, 31, 32), Clasa 10. Băzăvan Ghiocel (2713, 20, 31. 33, 57, 59, 62. 64—66, 68, 69), Băzăvan Mihail (2706, 13, 25, 31, 37, 39, 47, 62, 91, 802, 06), Catranca Mifai (2726, 31—33, 35, 36, 61, 63, 76, 79, 81, 806), Chirică Mihai b (2687, 715, 19, 31, 47, 57, 59, 64, 98, 99, 802), *Ciochină Constantin* (2708, 13, 15, 20, 21, 24, 25, 35, 36, 39, 40m 41, 46, 47, 59, 62, 64, 66, 68, 83, 95, 98, 99, 802, 06—09, 15, 16, 21, 27, 30), Ciobanu Romeo (2706, 07, 14, 15, 17, 20, 22, 25, 38, 31, 32, 34—36, 46, 59, 62, 66, 68, 74, 79, 98, 802, P), Ciortan Vasile (2706, 10, 13, 15, 20, 21, 25, 28, 29, 31, 32, 34, 36), Costea G. (2731, 32, 39, 59, 64, 72, 79, 98, 802, 06), Constantinescu George (2706, 13, 20, 31, 33, 39, 47, 83, 806), Crăciun G. Nicolae (2708, 13, 15, 20, 31, 89, 40, 43, 46, 47, 55, 57, 62, 66, 68, 78, 79, 83, 95, 802, 06—08), Cucu Valentin (2720, 31, 59, 83, 90. 91, 94, 802, 06), Ghiorghiță Victor (2720, 31, 33, 35, 47, 57, 59. 62, 66, 68, 79, 83, 90), Ianovitz Rudolf (2706—08, 14—17, 20—22, 25, 28, 31—36, 39, 40, 55, 57—59, 62, 64, 66, 68, 70), Irifescu V. Vasile (2713, 20, 31, 36, 39, 47, 62, 83, 802, 06), Năstase N. Victorian (2717, 20, 31, 32, 66, 68, 74, 98, 802), Negoescu Emilian (2706, 20, 31, 33, 35, 36, 39, 47, 57, 59, 62, 64, 66, 68, 90), Negulescu Dumitriu (2706, 13, 20, 31, 33, 35, 36, 57, 63, 68, 75, 78, 79, 81, 83, 99, 802, 06—08, 16, 17, 27, 30), Oprescu Eugen (2713, 20, 31, 33, 57, 59, 62, 64, 83, 90), Radu Constantin (2740, 46, 57—60, 76, 79, 90, 91), Ştefan Florian (2720, 31, 33, 62, 66, 79, 83, 90, 91, 806), Taga Mihai (2706, 14, 17, 20, 25, 28, 31, 33—36, 39, 40, 42, 55, 58, 58, 59, 62, 64, 66, 68, 74, 91), absolvent Căsăndroiu C. Tudor (2743, 46, 47, 57, 59, 61, 62, 64, 66, 72, 76—79, 82, 83, 90, 91, 94—96, 98, 99, 801—04, 06, P).

Şcoala medie nr. 3 „Mihai Viteazu". Clasa 8. Georgescu Daniel (2759, E: 984—90, 1013, 20, 21, 22, 25), Negrea Ştefan (E: 1003, 08, 13—15, 17, 19, 21, 22, 24, 27, 82, 92), Pampu Virginia (2766, 811, E: 985—88, 90, 95, 1002, 03, 13, 16, 17, 31, 32), Vasiliu A. Doria (E: 984—87, 89, 90, 97, 99, 1002, 03, 07, 09, 17, 19—21).

PUCIOASA. Şcoala medie nr. 1 Clasa 10. Bănescu Steliana (2759, 68—80, 90, 91, 94, 98, 802, 11, 16, 17), Biscovsci Cezar (2759, 68, 79, 80, 90, 91, 94, 98, 99, 802), Dragomir Paul (2738, 51, 57, 59, 68, 79, 80, 90, 94, 99, 802, 16, 17), Gheorghe I. Nicolae (2757, 59, 68, 79, 80, 90, 91, 94, 98, 802, 11, 16, 17), Grigorescu Gheorghe (2757, 59, 68, 79, 90, 91, 94, 98, 99, 802, 11, 16, 17), Leontescu Petre (2757, 59, 68, 79, 80, 90, 91, 94, 98, 802, 16, 17), Oproiu Vasile (2757, 59, 68, 72, 79, 80, 90, 91, 94, 95, 98, 802, 04, 07, 11, 15—17, 29), Otioc Florian (2757, 59, 68, 79, 80, 90, 91, 94, 98, 802, 11, 16), Pătulescu Cornelia (2759, 68, 79, 80, 90, 91, 94, 98, 802, 11, 16, 17), Petrescu G. Ion (2757, 59, 68, 68, 80, 90, 91, 94, 98, 802, 807), Pleş Nicolae (2757, 68, 79, 80, 90, 91, 94, 98, 802, P), Rize V. Maria (2759, 68, 79, 80, 90, 91, 94, 98, 802, 07, 11, 16, 17), Şerbănoiu Ion (2759, 68, 79, 90, 91, 94, 98, 802, 11, 16, 17), Şerbănoiu Rozalia (2759, 68, 79, 80, 90, 91, 94, 98, 802, 11, 16, 17), Ştefănescu Virgil (2757, 59, 68, 80, 90, 91, 94, 95, 98, 802, 11, 16), Teodoriu Gh. (2768, 79, 80, 90, 91, 94, 98, 99m 802, 11, 16, 17), Voinea Petre (2757, 59, 68, 79, 80, 90, 91, 94, 98, 99, 802, 11, 16, 17),

RĂDĂUŢI. Clasa 7. Apreotesei Viorel (E: 1028—32). Absolvenţii: Deutsch Herbert (2706, 08, 13, 15, 16, 20, 24, 28, 29, 31, 32, 34—36, 78), Ieşean Dorin (2790, 94—96, 98—804, 06).

REŞIŢA. Clasa 6. Tundrea Doina (E: 985—87, 89, 90, 97, 1001, 06, 13, 14, 22, 24). Clasa 8. Jumanca Rodica (2713, 31, 33, 49, 59, 70, E: 984, 87, 89, 90, 97, 99, 1002, 08).

RÎMNICU-SĂRAT. DClasa 8. Drosu V. Gheorghe (E: 984, 85, 87, 1004, 13, 19, 21, 24, 31, 32),

RÎMNICU-VÎLCEA. *Şcoala medie nr. 2*. Clasa 8. Bulucea D. Dumitru (E: 984, 86, 90, 93—97, 1017, 24, 29, 31, 32). Clasa 9. Costin Valerică (2720, 22, 31, 41, 57, 59, 66, 72, 74, 95, 99, P). Absolvenţi: Diaconescu Corneliu (2687, 700, 39, 42, 45, 46, 55—57, 59, 64, 65, 72, 74, 76, 79, 90, 91, 94, 96, 98, 801, 07, 11, 13, 17), *Piţigoi I. G.* (2701, 06, 08, 11, 13, 14—17, 20, 21, 25, 28, 29, 31, 32, 34—36, 42, 46, 62, 65, 68, 72, 90—96, 98, 99, 801—04, 06, P).

ROMAN. Clasa 7. Segal Akiba (E: 985—87, 89, 90, 94, 1001, 06, 13, 17, 22, 24). Absolvent *Tomba Gheorghe* (2686—93, 95, 99, 700—02, 04—07, 09 11, 13, 14, 16—19, 21, 22, 25, 26, 28—36).

ROŞIORII DE VEDE. *Absolvenţi*: Grecu Anton (2768, 75, P), *Rizescu Ilie* (2538, 72, 708, 11, 13, 16, 17, 28, 34, 35, 39, 42, 45, 49, 50, 54, 66, 69, 72, 76, 77, 90—806, P).

SATU-MARE. *Scoala medie nr. 1 „M. Eminescu"*. Clasa 8. Neuhauser Alexandru (E: 985—87, 89, 90, 1013, 15, 17, 22, 24, 27, 29), Mihălţeanu Doina (E: 984—86,

89, 90(96, 98, 1019, 21, 22), Roşianu Atanasie (E: 985—91, 96, 1013, 19, 24). Clasa 10. Weissler Herwat (2554, 687, 93, 97, 700, 01, 04, 08, 15, 20). *Şcoala tehnică de exploatare c. f. r.* Anul IV. Szasz Carol (2706—08, 13, 14, 16, 17, 20, 25, 28, 34, P).

SIBIU. *Şcoala medie nr. 1.* „*Gheorghe Lazăr*". Clasa 6. Carp D. Cristian (E: 1013, 17, 22—24). Clasa 10. Ciocu G. (2687, 705, 13, 15, 19—21, 25, 32, 33).

SIGHET (Maramureş) *Şcoala medie nr. 1.* „Filimon Sîrbu". Clasa 9. Tomoiagă M. Dorin (P).

SIGHIŞOARA. *Şcoala medie nr. 1.* Clasa 8. Pintea Paula (E: 1013, 15, 24—27 29, 30, 35).

SLATINA. *Absolvenţi: Bărbulescu Marcel* (2739, 43, 47, 55—59, 61—63, 65—68 70, 71. 74—76, 79, 81, 83, 806—09, 11, 16, 18, 21, P), Dorobanţu Valeriu (2739, 65, 66, 74, 84, 91—93, 807—09, 11—13, 16, 17, 19, 27, 29, 30, 34, P).

SUCEAVA. *Liceul militar „Ştefan cel Mare"*. Clasa 9. Socaliuc Gheorghe (2759, 64, E: 984—87, 89, 95, 96, 1004, 08, 13, 17, 19, 21, 24). Clasa 10. Leaţ Mihai (2742, 46, 59, 64, 74, 79, 90, 91, 94, 95, 807, 29), Marghitan Gh. (2549, 71, 75, 94, 98, 608, 31, 86, 87, 89, 95, 706—08, 13, 15, 16, 20, 28, 31—34, 36, 42, 46, 68).

TECUCI. *Şcoala medie nr. 2.* Clasa 7. Arghire Vasilica (E: 985—87, 89, 90, 93, 94, 1003, 13, 17), Bublac Marioara (E: 985, 86 88, 90, 1003, 04, 13, 17, 22, 24), Lehăduş Elena (E: 985—87, 90, 1003, 04, 13, 17, 22, 24). Negrea Iunica (E: 985—87, 89, 90. 93, 94, 99, 1003, 04, 08, 09, 19, 21), Paiu Marîoara (E: 985, 87, 90, 93—95, 1003, 04, 12, 13, 42), Pardea Viorel (E: 984—91, 93—96, 98, 1010), Pavel Emil (E: 915, 84, 86—91, 93, 96—98), Schefler Lazăr (2759, E: 985—37, 89, 90, 1000, 08, 13, 22), Teodor Teodor (02705, 11, E: 985—87, 89, 90, 1009, 13). Clasa 9. Bradea Ioan (2705, 12, 13, 26, 33, 49, 57, 59, 64, 79, 91). Absolvent Catană C. Costică (2738, 39, 42, 46, 55, 57, 59, 61, 64, 66, 68, 72, 78, 79, 83, 90, 91, 93, 95, 98—800, 06, P).

TIMIŞOARA. *Şcoala medie nr. 1.* Clasa 10. Ionescu Alexandru (2689, 91, 714, 16, 17, 28, 36, 59, 68. 72, 77, 79, 90, 91, 94—96, 98—800, 02, 04, 06, P), Stăicoiu Dumitru (2700—02, 04, 06, 16, 20, 28, 31, 36, 46, 57, 79, 91, 95).

Şcoala medie nr. 3. Antonescu Antonina (E: 985—87, 89, 90, 97, 1013, 14, 22, 26), Porumb Maria (E: 985—90, 1011, 13, 22), Absolvenţi: Sulen Teofil (2742, 59, 90, 91, 95—97, 99, 302, 17), Nadgob He.

Studenţi: Baltag Vasile (Fac. electrotehnică) (2772, 74, 76, 78—81, 83, 90, 91, 93, 94, 98, 99, 801—04, 06—09, 11, 13, 16, 18, 26, 27, 30, 31, P), Bretan V. Dan (Fac. mecanică) (2445—48, 51, 52, 55—57, 62, 706, 08, 19, 20, 41, 52. 78, 99, 807, 11), *Carangioiu Mircea* (Fac. electrotehnică) (2739—41, 57—59, 62, 66, 68, 72, 78, 79, 90—92, 94, 98, 99, 801, 02, 04, 07, 09, 11, 13, 16, 17, 27, 30, 31), Sipoş Maria (Inst. Pedagogic) (2706, 07, 13, 15, 19—21, 28, 31, 32, 34—36). Locotenent N. Pupăzan (Gătaia) (2741, 43, 46, 47, 55. 59, 61, 58, 94—96, 98, 801, 02, 04, 06).

TÎRGOVIŞTE. *Şcoala medie nr. 3.* Clasa 10, *Cîrnu Mircea* (2704, 11, 12, 23, 25. 26, 30, 38—41, 43, 45—47, 49, 50, 55—59, 61—66, 68, 70—72, 74, 76, 78, 79, 81—85, 90, 91, 84—96, 98, 800—04, 06).

TÎRGU JIU. *Şcoala medie nr. 2.* Clasa 8. *Petrescu St. Ştefan* (E: 984—97, 99—1002, 04, 08, 12—15, 17—19, 21—24), *Slăvescu M. Mihai* (E: 984-94, 96, 97, 99—1004, 06, 08, 11—13, 15, 17, 18, 21—24). Clasa 9. Mălăescu N. Dumitru (2687, 746, 49, 57—59, 62, 64, 90. 99), Popescu V. Ioan (2687, 741, 42, 57, 58, 61, 64, 76, 99, 886). Şerban V. Viorel (2708, 13, 31, 33, 39, 59, 61, 62, 64, 79), Clasa 11 seral. Nazilu C. C. (2728, 31, 32, 66, 68, 94. 95, 98).

TÎRGU MUREŞ. Şcoala medie „A. Papiu Ilarian". Clasa 8. Brezeanu Vasile (E: 984=87, 89, 90, 92—95, 97—99, 1004, 07, 13, 19, 21). Clasa 9. A. Antoniuc V. Bogdan (2686, 99, 700, 02—04, 26, 31, 33, 64).

TÎRGU NEAMŢ. Clasa 8. Dabu Răsvan (E: 984—87, 89, 90, 94, 95, 97, 1002, 03, 07, 07, 09). Teodoru I. Doina (E: 984—86, 1013, 15, 17—19, 21—24).

TURDA. Absolvent Simpăleanu I. Lucian (2742, 45, 47, 50, 57, 59, 63—65, 68).

TURNU MĂGURELE. *Absolvenţi:* Niculescu M. Bucura (2738, 46, 55, 62, 78, 90, 91, 813, 15, 29, 30), Panaitescu M. Valeria (2706, 07, 11, 14, 15, 17, 20, 22, 28, 31, 34—36).

TURNU SEVERIN *Şcoala medie nr. 1.* Clasa 10. Alexe I. Alexandru (2713, 25, 31, 72, 79, 91, 96, 99, 807, 11, 16). Şcoala prof. ucenici. An II. Lăcătuş. Urdă Sever (E: 984—90, 95—97, 99, 1002, 15, 24, 64).

ZALĂU. Clasa 10. Angelescu Nicolae (2706, 08, 15, 16, 19, 20, 31, 36, 78, 81, 83).

MŰSZAKI KÖNYVTÁR ORSZÁGOS 1953

REDACTAREA SOLUȚIILOR

— Rezolvarea fiecărei probleme trebuie făcută *separat*, cu toate calculele necesare, iar figurile să fie desenate cu îngrijire. Nu se vor trimite soluțiile mai multor probleme *pe aceiași foaie*. Fiecare soluție să fie precedată de numărul de *ordine* al problemei, enunțul *complet* și numele propunătorului. După soluționarea fiecărei probleme scrieți citeț *numele, clasa* și *școala* unde urmați sau ocupația și adresa, și apoi trimiteți problemele așezate în *ordinea lor numerică*, iar pe adresă să menționați: *Redacției G.M.F. — seria B.*

— Se primesc soluții numai la problemele și exercițiile din ultimele *trei numere apărute*.

— Rezolvitorii pot trimite într-un plic, *francat* după greutate, toate rezolvările făcute timp de una sau două luni și redactate cu îngrijire, așa cum recomandă „Redactarea soluțiilor".

— Soluțiile ce se vor anunța la rubrica rezolvitorilor în tot cursul anului 1958 se vor socoti la *premierea colaboratorilor* pe anul 1958.

— Pentru anul 1958, G.M.F. seria B publică numele evidențiaților premiați și lista cărților ce se dau ca premii și mențiuni.

— Nu se iau în seamă soluțiile exercițiilor și problemelor propuse pentru școala de 7 ani, trimise de elevii claselor a IX-a și a X-a sau de către studenți și nici soluțiile trimise în număr mai mic de *zece* sau necorect redactate.

— Problemele ce se propun de către colaboratorii revistei, să fie clar compuse, însoțite de *soluții*, să fie personale și nu luate din cărți sau reviste, iar trimiterea lor se poate face odată cu trimiterea soluțiilor problemelor. Elevii sînt sfătuiți să înceapă să propună probleme numai după ce au soluționat un număr *destul de mare* de exerciții și probleme. Problemele propuse necorespunzătoare nu se pot publica. Dacă un corespondent constată că unele probleme propuse mai există publicate în cărți sau reviste este rugat să ne arate precis, *volumul* și *pagina* unde s-a mai publicat enunțul sau soluția problemei respective.

— În redactarea unei soluții trebuie alese notații potrivite, subliniate părțile principale, iar calculele numerice să fie făcute cu mare îngrijire. *Figurile* trebuie făcute corect, clar, cu linii pline și punctate. De multe ori aceste reguli împlinite conduc la soluția problemei. Adesea dintr-o problemă simplă pot ieși *chestiuni interesante*. Soluțiile mai dificile se obțin uneori, prin încercări succesive și studiind chestiuni în legătură cu problema de rezolvat.

— La rezolvarea problemelor vom da numele rezolvitorilor ale căror soluții distinse au fost scrise cu îngrijire și bine redactate, sau dacă au prezentat mai multe *soluții diferite* pentru aceiași problemă sau au dat generalizări și observații interesante sub *formă de note*.

— Tovarășii colaboratori elevi sînt rugați să ne trimită date asupra activității lor extrașcolare la matematică și la fizică, asupra cercurilor de matematică și de fizică la care iau parte și asupra modului de desfășurare a *„Olimpiadelor de matematică și de fizică"* pentru ca apoi, prin revistă, să se poată realiza cu succes, un schimb de experiență.

— Redacția *nu face abonamente*, nici expediții de reviste; de aceea reclamațiile și sugestiile în legătură cu tirajul sau *întîrzierea apariției* revistei se vor face la Direcția generală de difuzare a presei, București, strada Piața Scînteii nr. 1.

— Fiecare cititor al G.M.F. seria B mai este rugat să facă cunoscută revista și altora; să ne trimită propuneri și sugestii care să fie de folos în munca noastră redacțională.

*

— Abonamentele se pot face prin factorii poștali sau la oficiile poștale și încep cu numărul care urmează după luna în care a primit chitanță de plata abonamentului respectiv.

În depozitul Editurii Tehnice, București, str. Boldiman 2, se găsesc următoarele numere din Gazeta matematică și fizică, seria B: anul 1954 (nr. 5, 11, 12); 1955 (nr. 12); 1956 (nr. 6—12); 1957 (nr. 1—6).

Doritorii le pot procura contra cost prin mandat poștal la cont. 038065, Editura Tehnică, B. R. P. R. DOB București.

BIBLIOTECA SOCIETĂȚII DE ȘTIINȚE MATEMATICE ȘI FIZICE DIN R. P. R.

1.	E. RUSU	**Bazele teoriei numerelor.**
2.	A. I. MARCUȘEVICI	**Șiruri recurente.**
3.	N. N. VOROBIEV	**Numerele lui Fibonacci.**
4.	P. S. ALEXANDROV	**Introducerea în teoria grupurilor.**
5.	I.S. SOMINSKI	**Metoda inducției matematice.**
6.	GH. MIHOC	**Elemente de calculul probabilităților**
7.	H. IONESCU	**Calcule numerice.**
8.	A. I. MARKUȘEVICI	**Arii și logaritmi.**
9.	A. I. GHELFOND	**Rezolvarea ecuațiilor în numere întregi.**
10.	O. SACTER	**Despre conice și alte curbe.**
11.	ION IONESCU	**Maxime și minime geometrice.**
12.	F. I. ZIGHEL	**Cometele.**
13.	S. SKLOVSKI	**Radioastronomia.**
14.	V. ATANASIU	**Structura materiei.**
15.	V. V. SARONOV	**Soarele și observarea lui.**
16.	O. KREINDLER	**Elemente de calcul vectorial.**
17.	B. B. KUDRIAVȚEV	**Experiențe simple cu ultrasunete.**
18.	M. V. PENTKOVSKI	**Nomograme.**
19.	A. KAHANE	**Elemente de teoria congruențelor de drepte.**
20.	GH. ȚIȚEICA	**Culegere de probleme de geometrie, (revăzută și completată de G. D. SIMIONESCU).**
21.	A. HALANAY	**Introducere în teoria calitativă a ecuațiilor diferențiale.**
22.	N. STĂNESCU	**Electronul.**
23.	V. SERGIESCU	**Introducere în fizica solidului.**
24.	G. N. BERMAN	**Cicloida.**
25.	C. BORȘ	**Noțiuni de geometrie proiectivă.**
26.	AL. SANIELEVICI	**Introducere în radioactivitate.**
27.	M. HEROVANU	**Introducere în fizica atmosferei**
28.	C. G. BEDREAG	**Bibliografia fizicii romîne.**
29.	I. S. DUBNOV	**Erori în demonstrațiile geometrice.**

C. 11097 — Atel. poligr. Editura Tehnică

Lei 1,50

E 1426

KAT

SOCIETATEA DE ŞTIINŢE
MATEMATICE ŞI FIZICE DIN R. P. R.

Institut de Documentare Tehnică
BUCUREŞTI
OBMAH - CSIRE
VYMÉNA - WYMIANA
TAUSCH - CMEHA

GAZETA MATEMATICĂ ŞI FIZICĂ

Országos Műszaki Könyvtár TULAJDONA

SERIA B

PUBLICAŢIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Anul IX — aprilie 1958

4

EDITURA TEHNICĂ

GAZETA MATEMATICĂ ŞI FIZICĂ

(SERIA B)

Anul IX — Nr. 4 — aprilie 1958

SUMARUL:

		Pag.
1.	*„1 Mai" 1958*	177
2.	*Şiruri Fibonacci de Cornel Spînu*	179
3.	*Volumul unui tetraedru în funcţie de muchiile lui de E. Vişa*	185
4.	*Rezolvarea unor probleme de mecanică prin reprezentarea grafică a legii conservării energiei de Alexandru Stoenescu*	188
5.	*Tăria sunetului de V. Pavlu*	193
6.	*Probleme şi chestiuni alese de fizică V. Atanasiu*	198
7.	*Note matematice*	203
8.	*Noutăţi din ştiinţă şi tehnică*	205
9.	*Să construim cu mijloace proprii modele şi aparate de fizică*	208
10.	*Probleme rezolvate (2541; 2555; 2557; 2558; 2559; 2564; 2568; 2573; 2577; 2578; 2589; 2591; 2591; 2594; 2601; 2602; 2603; 2546; 2547)*	211
11.	*Probleme propuse (3061—3083)*	226
12.	*Chestiuni de examen (3084—3106)*	229
13.	*Exerciţii şi probleme propuse pentru şcoala de şapte ani (1109—1120)*	233
14.	*Rubrica rezolvitorilor de probleme*	235

ANUL IX 4 APRILIE

COMITETUL DE REDACŢIE

Atanasiu V., lector, redactor pentru fizică; **Boiangiu A.**, asistentă univ., **Ionescu Bujor C.**, prof. univ.; **Ionescu-Ţiu C.**, profesor, redactor pentru matematică; **Muşat I.**, profesor; **Negulescu A.**, profesoară; **Petrovanu A.**, profesor; **Pop Alex.**, profesor; **Rădulescu N.**, profesor; **Sacter O.**, conf. univ., redactor responsabil; **Simionescu D. Gh.**, conf. univ.

REDACŢIA: Str. Academiei, 14 — Tel. 4.46.53 — Bucureşti I

Articolele, notele, recenziile, problemele propuse sau rezolvate, corespondenţa privitoare la activitatea matematică şi fizică a şcolilor, precum şi orice material informativ care ar putea interesa redacţia noastră se vor trimite pe adresa de mai sus.

MŰSZAKI KÖNYVTÁR ORSZÁGOS MÚZEUM 1883

GAZETA
MATEMATICA ȘI FIZICA (SERIA B)
PUBLICAȚIE LUNARĂ PENTRU TINERET
Anul IX, Nr. 4 aprilie 1958

„1 MAI" 1958

SĂRBĂTORIM anul acesta ziua de „1 Mai" în condițiile unor izbînzi ale mișcărilor muncitorești mondiale. Criza generală a capitalismului se agravează, zona stăpînită și controlată de imperialiști se îngustează continuu, se destramă tot mai mult rușinosul sistem colonial. În același timp, cresc și se întăresc forțele mișcării socialiste internaționale, se deschid noi perspective de victorie în fața clasei muncitoare din toate țările. Peste 900 milioane de oameni au pornit pe drumul socialismului și nici o forță din lume nu poate stăvili mersul lor înainte.

Întîmpinăm ziua de „1 Mai" din acest an în condițiile unor succese dobîndite pe tărîmul științific și tehnic, în condițiile superiorității științei și tehnicii din țările lagărului socialist asupra celor din țările capitaliste. Victoria științei și tehnicii sovetice, realizată prin lansarea celor doi sateliți artificiali constituie o verigă din șirul marilor realizări pe care le obține poporul sovietic. În Uniunea Sovietică a fost pusă în funcțiune prima centrală atomoelectrică din lume, a fost construit cel mai puternic accelerator de particule din lume — sincrofazotronul, au fost construite cele mai bune avioane cu reacție pentru pasageri din lume, a fost experimentată cu succes, prima rachetă balistică intercontinentală care poate atinge orice punct de pe suprafața pămîntului. La 5 decembrie 1957 a fost lansat pe apă primul vas spărgător de ghiață atomic din lume „Lenin", de 44000 CP. Toate acestea dovedesc ritmul impetuos de dezvoltare a țărilor socialiste, marile resurse materiale de care dispun aceste țări și care crează cele mai prielnice condiții pentru dezvoltarea științei și tehnicii. Toate acestea sînt o garanție că în întrecerea pașnică dintre capitalism și socialism, socialismul va ieși învingător.

Poporul nostru muncitor întîmpină ziua de „1 Mai" cu noi succese în îndeplinirea sarcinilor stabilite de cel de-al II-lea Congres al Partidului Muncitoresc Romîn. Pe tărîmul științific și tehnic ne putem mîndri cu condițiile de lucru care au fost create datorită punerii în funcțiune a reactorului atomic și al ciclotronului romînesc. Datorită reactorului atomic savanții noștri vor ridica știința românească pe culmi nemaiîntîlnite pînă

acum. Cu ajutorul lui se vor putea face studii asupra alcătuirii nucleului atomic, asupra comportării diferitelor materiale (fier, nichel, cobalt etc), se va studia fizica neutronilor precum și fizica reactorilor, producerea de izotopi radioactivi etc. Ciclotronul romînesc alături de reactorul atomic completează centrul nostru de energie nucleară ca sursă de particule electrizate accelerate, necesare cercetărilor științifice și ca producătoare de izotopi radioactivi care nu pot fi obținuți cu reactorul atomic.

Cu acest prilej — al sărbătoririi zilei de „1 Mai", poporul muncitor din țara noastră își exprimă recunoștința sa față de Uniunea Sovietică care ne-a ajutat să obținem aceste realizări, care luptă pentru a apăra pacea și prietenia între toate popoarele lumii și pentru solidaritatea internațională a oamenilor muncii de pretutindeni.

Sub conducerea înțeleaptă a Partidului Muncitoresc Romîn oamenii muncii din țara noastră înfăptuiesc cu succes sarcinile celui de-al doilea plan cincinal de dezvoltare a economiei naționale. Alături de întregul nostru popor, cadrele didactice întîmpină măreața sărbătoare prin intensificarea muncii de educație morală în spirit comunist a tinerii noastre generații. Ziua de „1 Mai" este un prilej de trecere în revistă și un bilanț al muncii patriotice și de mare răspundere pe care slujitorii școlii o depun cu abnegație pentru pregătirea viitorilor cetățeni ai țării, cărora generația de astăzi le va încredința mîine, destinele patriei noastre socialiste.

Diectivele Congresului al II-lea al Partidului Muncitoresc Romîn și Hotărîrile Comitetului Central P.M.R. și al Consiliului de Miniștri cu privire la reorganizarea învățămîntului au dat un avînt muncii cadrelor didactice care obțin tot mai bune rezultate în pregătirea științifică și practică a elevilor, în educarea lor în spiritul dragostei față de muncă și față de patrie și informarea lor multilaterală.

În cinstea zilei de „1 Mai" tineretul studios al patriei noastre își intensifică efortul în munca sa de instruire pentru a corespunde grijii pe care partidul și guvernul o poartă pentru a i se asigura cele mai bune condiții de viață și de muncă. Alături de tineretul din fabrici și de pe ogoare, tineretul din școli și facultăți consideră ziua de „1 Mai" prilej pentru mobilizarea lor în muncă, în vederea obținerii celor mai bune rezultate cu ocazia încheerii anului școlar, pentru că numai o temeinică pregătire le va da posibilitatea să-și poată aduce în viitor contribuția lor la marea operă de construire a socialismului și comunismului în țara noastră.

Privind cu încredere viitorul, întreg poporul romînesc sărbătorește ziua solidarității iinternaționale a celor ce muncesc, strîns unit cu gloriosul popor sovietic, cu marele popor chinez, cu popoarele tuturor țărilor democrat-populare, cu oamenii muncii din întreaga lume, pentru triumful păcii și împotriva acelora care pregătesc războiul, pentru coexistența pașnică a tuturor popoarelor.

ŞIRURI FIBONACCI

CORNEL SPÎNU, profesor Cîmpulung Moldovenesc

CONSIDERĂM şirul de numere:

$$u_1, u_2, u_3, \ldots, u_n \tag{1}$$

şi presupunem că procesul de determinare succesivă a termenilor să fie dat de relaţia de recurenţă

$$u_n = 2u_{n-1} + u_{n-2}. \tag{2}$$

Este uşor de văzut că relaţia (2) nu este suficientă pentru determinarea univocă a termenilor, deoarece pe baza ei se poate forma un număr arbitrar de şiruri, şi în afară de ea trebuie să mai cunoaştem primii doi termeni ai şirului (1), u_1 şi u_2. Pentru cazul particular $u_1 = 1$ şi $u_2 = 2$ se obţine următorul şir de numere:

$$1, 2, 5, 12, 29, 70, 169, 408, 985, 2378, 5741, 13860, 33461, \ldots \tag{3}$$

Numerele acestui şir (3) se bucură de o serie întreagă de proprietăţi şi aplicaţii importante, unele asemănătoare, altele chiar identice cu proprietăţile numerelor lui *Fibonacci*.

A. Cele mai simple proprietăţi ale numerelor şirului

1. Să calculăm suma S_n a primelor n numere din şir. Vom demonstra că:

$$S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \ldots + u_n = \frac{u_n + u_{n+1} - 1}{2}. \tag{4}$$

Pe baza relaţiei (2) avem:

$$\begin{aligned} u_1 &= u_3 - 2u_2 \\ u_2 &= u_4 - 2u_3 \\ u_3 &= u_5 - 2u_4 \\ &\ldots\ldots\ldots \\ u_{n-1} &= u_{n+1} - 2u_n \\ u_n &= u_{n+2} - 2u_{n+1}. \end{aligned}$$

Adunînd membru cu membru aceste egalităţi, avem:

$$S_n = u_{n+2} - (u_2 + \ldots + u_n) - u_{n+1} - u_2;$$

adăugînd în paranteză $-u_1$ şi în afara ei $-u_1$, se obţine:

$$S_n = u_{n+2} - u_{n+1} + u_1 - u_2 - S_n,$$

din care se scoate uşor:

$$2S_n = u_n + u_{n+1} + u_1 - u_2$$

şi înlocuind $u_1 = 1$ şi $u_2 = 2$ obţinem:

$$S_n = \frac{u_n + u_{n+1} - 1}{2}.$$

2. Suma termenilor de rang impar este:

$$u_1 + u_3 + u_5 + \ldots + u_{2n-1} = \frac{u_{2n}}{2} \tag{5}$$

Demonstrația. În baza relației (2) se poate scrie:

$$2u_1 = 2u_1 = 2$$
$$2u_3 = u_4 - u_2 = u_4 - 2$$
$$2u_5 = u_6 - u_4$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$2u_{2n-1} = u_{2n} - u_{2n-2}$$

și adunînd aceste egalități membru cu membru, făcînd reducerile, se obține:

$$2(u_1 + u_3 + \ldots + u_{2n-1}) = u_{2n}$$

și deci:

$$u_1 + u_3 + \ldots + u_{2n-1} = \frac{u_{2n}}{2}.$$

3. Suma termenilor de rang par este:

$$u_2 + u_4 + \ldots + u_{2n} = \frac{u_{2n+1} - 1}{2}, \tag{6}$$

care se obține scăzînd relația (5) din $S_{2n} = \frac{u_{2n} + u_{2n+1} - 1}{2}$.

4. Scăzînd relația (6) din relația (5) obținem formula sumei termenilor șirului cu semne alternante:

$$u_1 - u_2 + u_3 - \ldots + (-1)^{n+1} u_n = \frac{(-1)^{n+1}(u_{n-1} + u_n) + 1}{2}. \tag{7}$$

5. Se observă că:

$$u_k \cdot u_{k+1} - u_{k-1} \cdot u_k = u_k(u_{k+1} - u_{k-1}) = 2u_k^2.$$

Cu ajutorul acestei relații se poate obține suma pătratelor primelor n numere din șir:

$$u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + \ldots + u_n^2 = \frac{u_n u_{n+1}}{2}.$$

6. Pentru a demonstra relația

$$u_{n+1}^2 = u_n \cdot u_{n+2} + (-1)^n. \tag{8}$$

vom folosi metoda inducției complete:

a) Pentru $n = 1$ avem baza inducției

$$u_2^2 = u_1 \cdot u_3 + (-1)^1;\ 4 = 1 \cdot 5 - 1;\ 4 = 4.$$

b) Pentru a arăta dacă $u_{n+1}^2 = u_n \cdot u_{n+2} + (-1)^n$ este adevărată (ipoteza inducției), relația va fi adevărată și pentru $n + 1$, se va adăuga la ambii membri ai egalității (8) expresia $2u_{n+1} \cdot u_{n+2}$ și obținem:

$$u_{n+1}^2 + 2u_{n+1} \cdot u_{n+2} = u_n \cdot u_{n+2} + 2u_{n+1} \cdot u_{n+2} + (-1)^n$$

sau

$$u_{n+1}(u_{n+1} + 2u_{n+2}) = u_{n+2}(u_n + 2u_{n+1}) + (-1)^n \quad u_{n+1} \cdot u_{n+3} = u_{n+2}^2 + (-1)^n$$

sau

$$u_{n+2}^2 = u_{n+1} \cdot u_{n+3} + (-1)^{n+1},$$

adică relaţia este justă şi pentru $n + 1$ (trecerea inductivă).

7. Tot prin inducţie completă se poate demonstra relaţia:

$$u_{n+m} = u_{n-1} \cdot u_m + u_n \cdot u_{m+1}, \tag{9}$$

unde înlocuind pe m prin n obţinem:

$$u_{2n} = u_{n-1} \cdot u_n + u_n \cdot u_{n+1},$$

sau

$$u_{2n} = u_n (u_{n-1} + u_{n+1}), \tag{10}$$

adică u_n este divizor al lui u_{2n}.

Dacă în relaţia (10) se înlocuieşte

$$u_n = \frac{u_{n+1} - u_{n-1}}{2}$$

se obţine;

$$2u_{2n} = u_{n+1}^2 - u_{n-1}^2,$$

adică diferenţa pătratelor a două numere din şir al căror rang diferă prin 2 este dublul unui număr al şirului.

8. Legătura dintre numerele şirului (3) şi coeficienţii binomiali. Considerăm coeficienţii binomiali cuprinşi în triungiul lui

Pascal:

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1
. . . . . .

Notînd cu $a_{k,i}$ un termen oarecare al triunghiului, k indicînd rîndul, iar i coloana din care face parte, se poate constata relaţia:

$$a_{k,1} + a_{k,2} + 2(a_{k,3} + a_{k,4}) + 2^2(a_{k,5} + a_{k,6}) \ldots = u_k \tag{11}$$

suma făcîndu-se pînă la sfîrşitul rîndului. Cu ajutorul coeficienţilor binomiali se poate scrie

$$u_k = 1 + C_{k-1}^1 + 2(C_{k-1}^2 + C_{k-1}^3) + 2^2(C_{k-1}^4 + C_{k-1}^5) + \ldots$$

Avînd în vedere că

$$C_n^p + C_n^{p+1} = C_{n+1}^{p+1},$$

relaţia se mai poate scrie:

$$u_k = C_k^1 + 2C_k^3 + 2^2 C_k^5 + \ldots$$

indicele de sus mergînd pînă la k sau $k - 1$, după cum k este fără soţ sau cu soţ.

Notînd cu $K_{n,i}$ suma termenelor coloanei de rangul n, făcută pînă la rîndul de rangul i, în baza relaţiei deduse din (11) se poate exprima suma a n termeni din şir:

$$S_n = K_{2,n+1} + 2K_{4,n+1} + 2^2 K_{6,n+1} + \dots \qquad (12)$$

sau, ştiind că avem $K_{2,n+1} = C^2_{n+2} \dots$ rezultă o altă formă a sumei (12),

$$S_n = C^2_{n+1} + 2C^4_{n+1} + 2^2 C^6_{n+1} + \dots\dots .$$

Folosindu-ne de relaţiile (4), (5) etc., se vor putea stabili şi alte identităţi între numerele şirului şi coeficienţii binomiali.

Pentru a deduce o formulă care să ne permită determinarea unui număr din şir ca o funcţie a rangului n, vom considera diferite şiruri care satisfac relaţia de recurenţă (2), pe care le vom numi soluţii ale ecuaţiei (2) şi pe care le vom nota cu V, V_1, $V_2 \dots$. În legătură cu aceste soluţii ne vom servi de următoarele proprietăţi ale lor:

a) Dacă V este o soluţie a ecuaţiei (2), atunci şi $C \cdot V$ va fi o soluţie a ei, C fiind un număr arbitrar.

b) Dacă V' şi V'' sînt soluţii ale ecuaţiei (2), atunci şi $V = V' + V''$ precum şi $V = C_1 V' + C_2 V''$ sînt soluţii ale ecuaţiei (2), C_1 şi C_2 fiind constante arbitrare. Ultima expresie se numeşte soluţie generală a ecuaţiei (2).

Vom căuta acum dacă există o progresie geometrică care să fie o soluţie a ecuaţiei (2). Presupunînd că primul termen este 1, iar raţia q, condiţia va fi:

$$q^n = 2q^{n-1} + q^{n-2}.$$

Simplificînd cu q^{n-2} se obţine:

$$q^2 = 2q + 1,$$

care are rădăcinele $1 + \sqrt{2} = \alpha$ şi $1 - \sqrt{2} = \beta$.

Rezultă că există două progresii geometrice care sînt soluţii ale ecuaţiei (2): una cu primul termen 1 şi raţia $1 + \sqrt{2}$; a doua cu primul termen 1 şi raţia $1 - \sqrt{2}$, deci pentru anumiţi coeficienţi C_1 şi C_2 vom putea obţine cu ajutorul lor şi şirul (3).

Pentru aflarea coeficienţilor C_1 şi C_2 ne vom servi de ecuaţiile

$$C_1 + C_2 = u_1;\ C_1\alpha + C_2\beta = u_2,$$

adică

$$C_1 + C_2 = 1$$
$$C_1(1 + \sqrt{2}) + C_2(1 - \sqrt{2}) = 2.$$

Acest sistem are rădăcinile

$$C_1 = \frac{1 + \sqrt{2}}{2\sqrt{2}},\ C_2 = -\frac{1 - \sqrt{2}}{2\sqrt{2}}.$$

Termenul u_n al şirului (3) va fi deci:

$$u_n = C_1 \alpha^{n-1} + C_2 \beta^{n-1},$$

sau înlocuind:

$$u_n = \frac{1 + \sqrt{2}}{2\sqrt{2}}(1 + \sqrt{2})^{n-1} - \frac{1 - \sqrt{2}}{2\sqrt{2}}(1 - \sqrt{2})^{n-1},$$

adică:

$$u_n = \frac{(1+\sqrt{2})^n - (1-\sqrt{2})^n}{2\sqrt{2}},$$

sau

$$u_n = \frac{\alpha^n - \beta^n}{2\sqrt{2}}. \tag{13}$$

Pentru calcularea prin logaritmi a unui termen al şirului (3) se poate folosi următoarea teoremă:

Termenul u_n al şirului (3) este cel mai apropiat număr întreg de al n-lea termen a_n al progresiei geometrice cu primul termen $\frac{\alpha}{2\sqrt{2}}$ şi cu raţia α.

Pentru a demonstra această teoremă trebuie să arătăm că

$$|u_n - a_n| < \frac{1}{2},$$

ceea ce se face în modul următor:

$$|u_n - a_n| = \left| \frac{\alpha^n - \beta^n}{2\sqrt{2}} - \frac{\alpha^n}{2\sqrt{2}} \right| = \frac{|\beta|^n}{2\sqrt{2}};$$

$\frac{|\beta|^n}{2\sqrt{2}} < \frac{1}{2}$ avînd numărătorul mai mic decît 1, iar numitorul mai mare decît 2.

De exemplu, $a_8 = 407{,}6$ iar cel mai apropiat număr întreg este $u_8 = 408$.

Unele proprietăţi de divizibilitate ale numerelor şirului

1. Dacă n se divide cu m, atunci şi u_n se divide cu u_m.

Demonstraţia se va face prin inducţie completă. Presupunem că $n = km$, deci se divide cu m.

Baza inducţiei: pentru $k = 1$, $n = m$ deci u_n se divide cu u_m.

Ipoteza inducţiei: $u_n = u_{km}$ se divide cu u_m.

Trecerea inductivă: $u_{(k+1)\,m}$ se poate scrie u_{km+m}, sau conform relaţiei (6)

$$u_{km+m} = u_{km-1} \cdot u_m + u_{km} \cdot u_{m+1}.$$

Primul termen din membrul 2 este divizibil cu u_m, iar al doilea termen u_{km} este divizibil conform ipotezei; deci şi suma lor, adică $u_{(k+1)\,m}$ este divizibilă cu u_m.

2. Numerele vecine din şir sînt prime între ele.

Demonstraţia se va face indirect. Presupunem că u_n şi u_{n+1} au un divizor comun $d > 1$, atunci şi expresia $u_{n+1} - 2u_n = u_{n-1}$ este divizibilă cu d.

În continuare se va arăta cu $u_{n-2}, u_{n-3}, \ldots, u_1$ sînt divizibili cu d. Dar $u_1 = 1$ nu poate fi divizibil cu $d > 1$, deci s-a ajuns la o contradicţie astfel că u_n şi u_{n+1} nu pot avea un divizor comun.

3. Cel m.m.c.d. al numerelor u_m şi u_n este termenul al cărui rang este c.m.m.c.d. între m şi n, adică

$$(u_m, u_n) = u_{(m,n)}.$$

Demonstrația aceastei teoreme se poate face cu ajutorul logaritmului lui *Euclid*.

4. Cu ajutorul relațiilor de la nr. 1 și 3 se pot deduce reguli de divizibilitate pentru numerele șirului (3):

a) Un număr din șir este par cînd rangul lui este par,

b) un număr din șir este divizibil cu 5 cînd rangul lui este divizibil cu 3,

c) un număr din șir este divizibil cu 3, 4, 6, 12 cînd rangul lui este divizibil cu 4,

d) un număr din șir este divizibil cu 7, 10 cînd rangul lui este divizibil cu 6,

e) un număr din șir este divizibil cu 13, cînd rangul lui este divizibil cu 7,

f) un număr din șir este divizibil cu 8, cînd rangul lui este divizibil cu 8.

C. Numerele din șir și fracțiile continue

1. Dacă o fracție continuă are n cîturi incomplete fiecare din ele fiind egal cu 2, atunci fracția este egală cu $\frac{u_{n+1}}{u_n}$, iar fracțiile ei reduse sînt $\frac{u_2}{u_1}, \frac{u_3}{u_2}, \ldots, \frac{u_n}{u_{n-1}}, \frac{u_{n+1}}{u_n}$.

Demonstrație. Vom nota cîturile incomplete cu $q_1, q_2 \ldots q_n$, iar fracțiile reduse cu $\frac{P_1}{Q_1}, \frac{P_2}{Q_2}, \ldots, \frac{P_n}{Q_n}$.

Trebuie să arătăm că $\frac{P_n}{Q_n} = \frac{u_{n+1}}{u_n}$.

Avînd în vedere că

$$\frac{P_1}{Q_1} = \frac{2}{1} = \frac{u_2}{u_1} \text{ și } \frac{P_2}{Q_2} = 2 + \frac{1}{2} = \frac{u_3}{u_2}$$

și considerînd relația

$$P_{n+1} = P_n\, q_{n+1} + P_{n-1} \text{ și } P_3 = P_2 \cdot 2 + P_1 = 2\,u_3 + u_2$$

se va obține $P_3 = u_4$ și

$$Q_{n+1} = Q_n\, q_{n+1} + Q_{n-1} \text{ și } Q_3 = Q_2 \cdot 2 + Q_1 = 2\,u_2 + u_1,$$

deducem $Q_3 = u_3$ și contînuînd acest procedeu, vom ajunge la expresia

$$\frac{P_n}{Q_n} = \frac{u_{n+1}}{u_n}.$$

Exemplu, fracția;

$$2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2}}}} = \frac{70}{29} = \frac{u_6}{u_5}$$

are fracțiile reduse $\frac{2}{1}, \frac{5}{2}, \frac{12}{5}, \frac{29}{12}, \frac{70}{29}$.

VOLUMUL UNUI TETRAEDRU ÎN FUNCŢIE DE MUCHIILE LUI

EUGEN VIŞA

FIE un tetraedru oarecare $ABCD$, avînd muchiile cunoscute şi anume

$$BC = a,\ CA = b,\ AB = c,\qquad AD = l,\ BD = m,\ CD = n. \tag{1}$$

Notînd volumul acestui tetraedru prin V, ne propunem să arătăm că

$$\begin{aligned} 144\ V^2 = {} & \\ & = a^2l^2[b^2 + c^2 + m^2 + n^2 - (a^2 + l^2)] \\ & + b^2m^2[c^2 + a^2 + n^2 + l^2 - (b^2 + m^2)] \\ & + c^2n^2[a^2 + b^2 + l^2 + m^2 - (c^2 + n^2)] \\ & - (a^2b^2c^2 + a^2m^2n^2 + b^2n^2l^2 + c^2l^2m^2). \end{aligned} \tag{2}$$

Pentru demonstrare vom considera succesiv cazul cînd o muchie a tetraedrului este perpendiculară pe una din cele două feţe ce nu trec prin ea şi cazul cînd fiecare muchie este oblică faţă de ambele feţe respective.

Cazul I. — Să presupunem, pentru fixarea ideilor, că muchia AD este perpendiculară pe planul feţei ABC (fig. 1).

In această ipoteză, muchia AD fiind implicit perpendiculară pe muchiile AB şi AC, din triunghiurile dreptunghice DAB şi DAC, potrivit teoremei lui *Pitagora* avem:

$$m^2 = l^2 + c^2 \text{ şi } n^2 = l^2 + b^2, \tag{3}$$

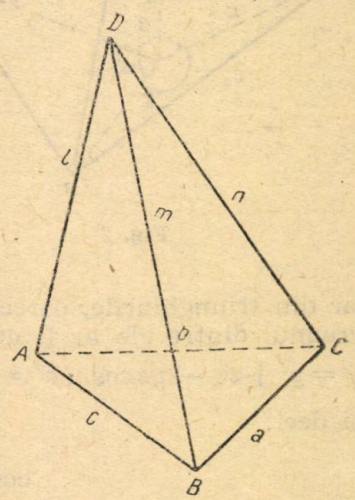


Fig. 1

încît, prin înlocuire în formula (2) şi după efectuarea calculelor respective, găsim destul de uşor că aceasta devine

$$\begin{aligned} 144\ V^2 = {} & l^2[2(a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2) - \\ & - (a^4 + b^4 + c^4)]. \end{aligned} \tag{4}$$

Pe de altă parte, dacă mai notăm aria feţei ABC prin S cunoscuta formulă a lui *Heron*.

$$S = \sqrt{p(p-a)\,p-b)\,(p-c)},$$

în care

$$p = \frac{1}{2}(a + b + c),$$

ne arată la fel de uşor că

$$16\,S^2 = 2\,(a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2) - (a^4 + b^4 + c^4). \tag{5}$$

Ţinînd seama de acest din urmă rezultat, relaţia (4) devine

$$144\ V^2 = 16\,S^2 l^2,$$

adică ceva mai simplu,

$$9\ V^2 = S^2 l^2;\ V = \frac{1}{3} Sl,$$

ceea ce este perfect adevărat şi dovedeşte astfel valabilitatea formulei (2) pentru cazul considerat al perpendicularităţii dintre muchia AD şi planul feţei ABC.

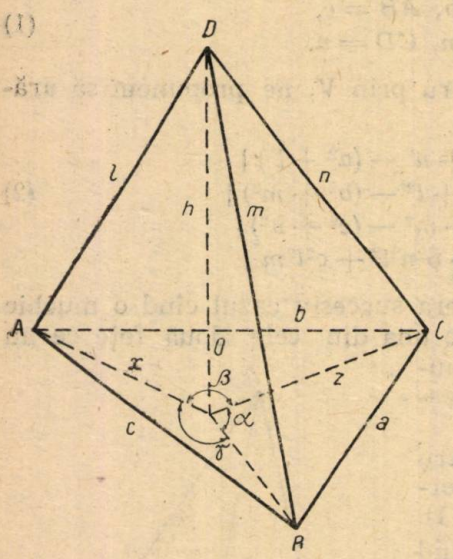


Fig. 2

Cazul II. — În acest al doilea caz, cel mai general de altfel, muchia AD fiind oblică faţă de planul ABC, să ducem înălţimea relativă la această faţă şi fie anume

$$DO = h \tag{6}$$

înălţimea respectivă, (fig. 2).

Fie de asemenea

$$OA = x,\ OB = y,\ OC = z \tag{7}$$

precum şi

$$\sphericalangle BOC = \alpha,\ \sphericalangle COA = \beta,$$
$$\sphericalangle AOB = \gamma. \tag{8}$$

Din triunghiurile dreptunghice AOD, BOD şi COD, avem atunci

$$x^2 = l^2 - h^2;\ y^2 = m^2 - h^2;$$
$$z^2 = n^2 - h^2; \tag{9}$$

iar din triunghiurile, oarecare BOC, COA şi AOB, chiar în cazul cînd vreunul dintre ele ar fi degenerat, avem:

$$a^2 = y^2 + z^2 - 2yz\cos\alpha;\ b^2 = z^2 + x^2 - 2zx\cos\beta;\ c^2 = x^2 + y^2 - 2xy\cos\gamma \tag{10}$$

şi deci:

$$\cos\alpha = \frac{y^2 + z^2 - a^2}{2yz};$$
$$\cos\beta = \frac{z^2 + x^2 - b^2}{2zx}; \tag{11}$$
$$\cos\gamma = \frac{x^2 + y^2 - c^2}{2xy},$$

pentru că x, y, z sînt diferiţi de zero, punctul O fiind distinct de fiecare din vîrfurile A, B, C.

Ţinînd seama acum de relaţia

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma - 2\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma - 1 = 0, \tag{12}$$

care se verifică uşor pentru toate cazurile posibile de poziţie a punctului O, distinct de punctele A, B, C, adică interior triunghiului ABC, ex-

terior acestui triunghi, sau aşezat pe una din laturile lui, respectiv pe una din prelungirile unei laturi, în virtutea expresiilor precedente (11), deducem

$$\frac{(y^2+z^2-a^2)^2}{4y^2z^2}+\frac{(z^2+x^2-b^2)^2}{4z^2x^2}+\frac{(x^2+y^2-c^2)^2}{4x^2y^2}-$$
$$-\frac{(y^2+z^2-a^2)(z^2+x^2-b^2)(x^2+y^2-c^2)}{4x^2y^2z^2}-1=0,$$

ceea ce, după eliminarea numitorilor, se mai scrie:

$$x^2(y^2+z^2-a^2)^2+y^2(z^2+x^2-b^2)^2+z^2(x^2+y^2-c^2)^2-$$
$$-(y^2+z^2-a^2)(z^2+x^2-b^2)(x^2+y^2-c^2)-4x^2y^2z^2=0. \quad (13)$$

Mai departe, ţinînd apoi seama de expresiile (9), precum şi de formula (5) din cazul precedent considerat şi care este evident valabil şi în cazul de faţă, după efectuarea calculelor corespunzătoare, poate cam laborioase ce e drept, găsim că relaţia (13) devine la rîndul său

$$16S^2h^2+l^2(m^2+n^2-a^2)^2+m^2(n^2+l^2-b^2)^2+n^2(l^2+m^2-c^2)^2-$$
$$-(m^2+n^2-a^2)(n^2+l^2-b^2)(l^2+m^2-c^2)-4l^2m^2n^2=0. \quad (14)$$

De aici, ţinînd însă seama că

$$Sh=3V,$$

deducem în sfîrşit relaţia

$$144V^2=(m^2+n^2-a^2)(n^2+l^2-b^2)(l^2+m^2-c^2)+4l^2m^2n^2$$
$$-[l^2(m^2+n^2-a^2)^2+m^2(n^2+l^2-b^2)^2+n^2(l^2+m^2-c^2)^2], \quad (15)$$

care, după transformări identice convenabile, ce necesită însă iarăşi unele calcule cam laborioase, constatăm că se poate aduce chiar la forma constituită de relaţia (2).

In felul acesta valabilitatea respectivei relaţii (2) este stabilită şi pentru al doilea caz considerat, ceea ce arată la rîndul său că această relaţie este absolut generală.

Observaţii. 1. Formula pe care o constituie relaţia (2) se mai poate stabili şi pe altă cale şi anume în felul următor.

Se notează, ca în demonstraţia dată, aria feţei ABC prin S, iar înălţimea relativă la această faţă prin h. Se mai notează încă ariile feţelor DBC, DCA şi DAB respectiv prin S_a S_b şi S_c, iar ariile triunghiurilor BOC, COA şi AOB, respectiv prin S_1, S_2 şi S_3.

In continuare se ţine apoi seamă de relaţia

$$\varepsilon_1 S_1+\varepsilon_2 S_2+\varepsilon_3 S_3=S,\ (\varepsilon_1,\varepsilon_2,\varepsilon_3=\pm 1), \quad (16)$$

uşor de stabilit şi care, în virtutea relaţiilor

$$4S_1^2=4S_a^2-a^2h^2;\ 4S_2^2=4S_b^2-b^2h^2;\ 4S_3^2=4S_c^2-c^2h^2, \quad (17)$$

ce se stabilesc ele însile destul de uşor, devine:

$$\varepsilon_1\sqrt{4S_a^2-a^2h^2}+\varepsilon_2\sqrt{4S_b^2-b^2h^2}+\varepsilon_3\sqrt{4S_c^2-c^2h^2}=2S. \quad (18)$$

De aici, prin raţionalizare şi înlocuirea expresiilor respectiv corespunzătoare ariilor S, S_a, S_b, S_c, în funcţie de a, b, c, l, m, n, sea junge apoi tocmai la relaţia (14) din care în cele din urmă se

deduce, ca și în demonstrația dată, relația (15) și deci, însăși relația (2) echivalentă a acesteia.

2. Dacă introducem notațiile

$$\sphericalangle BDC = \omega_1 ; \sphericalangle CDA = \omega_2 ; \sphericalangle ADB = \omega_3 \tag{19}$$

și ținem în același timp seama de relațiile

$$\begin{aligned} m^2 + n^2 - a^2 &= 2mn \cos \omega_1 ; \\ n^2 + l^2 - b^2 &= 2nl \cos \omega_2 ; \\ l^2 + m^2 - c^2 &= 2lm \cos \omega_3, \end{aligned} \tag{20}$$

formula (4) se transformă în formula cunoscută

$$36 V^2 = l^2 m^2 n^2 [1 + 2 \cos \omega_1 \cos \omega_2 \cos \omega_3 - (\cos^2 \omega_1 + \cos^2 \omega_2 + \cos^2 \omega_3)], \tag{21}$$

cu ajutorul căreia după cum se vede, putem calcula volumul unui tetraedru, cînd se cunosc trei muchii ce pleacă dintr-un același vîrf și unghiurile muchiilor respective luate două cîte două.

PENTRU CERCURILE DE ELEVI

REZOLVAREA UNOR PROBLEME DE MECANICĂ PRIN REPREZENTAREA GRAFICĂ A LEGII CONSERVĂRII ENERGIEI

Prof. univ. **ALEXANDRU STOENESCU**

DESIGUR, o lege importantă a fizicii și a mecanicii este legea conservării energiei: *Într-un sistem în mișcare, în care nu există frecări și rezistența mediului, energia cinetică E a sistemului și energia sa potențială π sînt variabile cu timpul, dar suma lor rămîne constantă,*

$$E + \pi = C = \text{constant}. \tag{1}$$

Să împărțim această relație cu mg (m — masa sistemului, g — accelerația gravității) și să notăm:

$$\frac{E}{mg} = h_c ; \quad \frac{\pi}{mg} = h_p ; \quad \frac{C}{mg} = h_t ;$$

în care h_c, h_p, h_t sînt niște lungimi corespunzătoare respectiv energiei cinetice, energiei potențiale și energiei totale. Relația (1) devine astfel, o relație geometrică:

$$h_c + h_p = h_t \tag{2}$$

care admite reprezentări grafice.

În cazul cînd intervîn și frecări, precum și rezistența mediului, legea conservării energiei se păstrează, dar sub forma

$$E + \pi + W = C = \text{constant} \tag{3}$$

în care W reprezintă diferite energii ce se produc din cauza frecării și rezistenței mediului precum energia calorică, energia luminoasă etc.

Procedînd analog cazului precedent şi notînd cu

$$\frac{W}{mg} = h_w \tag{4}$$

lungimea corespunzătoare energiilor produse prin frecare, obţinem:

$$h_c + h_p + h_w = h_t. \tag{5}$$

Să considerăm cazul simplu al unui corp lăsat liber în M_0 să alunece fără frecare pe linia de cea mai mare pantă a unui plan înclinat cu unghiul α pe orizontală (fig. 1). Să notăm cu H înălţimea

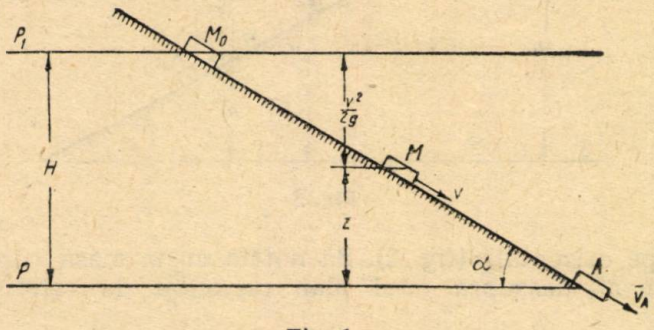


Fig. 1

lui M_0 deasupra planului p considerat ca plan de referinţă, cu m masa corpului, cu v viteza cu care ajunge în M şi cu Z înălţimea lui M referitoare la acelaşi plan p.

Energia cinetică şi potentială în M_0 va fi:

$$E_0 = 0 \; ; \; \pi_0 = mgH,$$

iar în M,

$$E = \frac{1}{2} mv^2 \; ; \; \pi = mgZ.$$

Prin aplicarea legii energiei:

$$E + \pi = \frac{1}{2} mv^2 + mgZ = E_0 + \pi_0 = mgH.$$

Împărţind cu mg rezultă:

$$\frac{v^2}{2g} + Z = H,$$

adică: $h_c + h_p = H$; în care $h_c = \frac{v^2}{2g}$; $h_p = Z$.

Pe fig. 1 este dată construcţia grafică, cota Z reprezentînd energia potenţială, iar distanţa pe verticală de la corpul M la orizontala p, dusă la distanţa H de p, reprezentînd energia cinetică; se observă că pe măsură ce corpul coboară, energia potenţială se transformă în energie cinetică, suma lor rămînînd constantă.

Ajuns în A, energia potenţială a corpului este nulă, iar energia cinetică este reprezentată prin H. Rezultă:

$$\frac{v_A^2}{2g} = H.$$

Şi deci, viteza în A a mobilului este:

$$v_A = \sqrt{2\,gH}.$$

Să considerăm acum cazul cînd azvîrlim din M_0 un corp în sus, cu viteza v_0 pe linia de cea mai mare pantă a unui plan înclinat cu

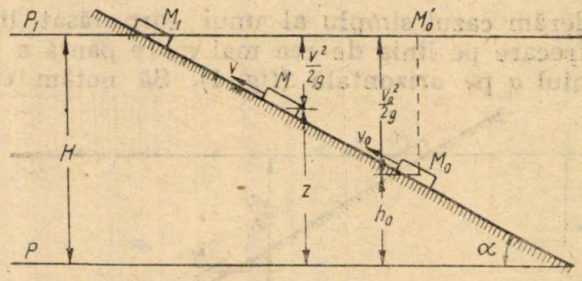


Fig. 2

unghiul α pe orizontală (fig. 2). Să notăm cu m masa corpului, cu h_0 înălţimea în M_0 deasupra unui plan orizontal de referinţă p. Vom avea în M_0:

$$E_0 = \frac{1}{2}mv_0^2\,;\ \pi_0 = mgh_0.$$

Rezultă:

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + mgh_0 = C\,;\ \text{De unde}:\ \frac{v_0^2}{2g} + h_0 + h_t = H.$$

Am obţinut astfel, înălţimea H şi putem deci construi orizontala p_1 şi deci punctul M_1 unde mobilul se opreşte.

Din triunghiul $M_0M_0'M_1$ deducem:

$$M_0M_1 = \frac{v_0^2}{2g\ \sin\ \alpha}.$$

Ulterior, corpul alunecă în jos revenind în M_0, tot cu viteza v_0. Se observă că în timpul mişcării de la M_0 la M_1, energia cinetică se transformă complet în energie potenţială, iar în mişcarea de la M_1 la M_0 energia potenţială se transformă treptat în energie cinetică, care recapătă fără pierdere, valorile iniţiale.

Să studiem cazurile din fig. 1 şi 2, ţinînd seama acum şi de frecarea de alunecare dintre corp şi plan (coeficientul de frecare fiind arătat respectiv în fig. 3 şi 4).

Pentru cazul din fig. 3, în M_0 avem:

$$E_0 = 0\,;\ \pi_0 = mgH.$$

În poziţia M, pe lîngă energia cinetică E şi energia potenţială π date de expresiile:

$$E = \frac{1}{2}mv^2\,;\ \pi = mgZ$$

intervine şi energia W datorită frecării şi care va fi egală cu lucrul mecanic datorit frecării :

$$W = F \cdot M_0M.$$

Dar

$$F = \mu mg \cos \alpha \; ; \; M_0M = \frac{H-Z}{\sin \alpha} \; ;$$

deci : $W = \mu mg \, (H\text{-}Z) \operatorname{ctg} \alpha$

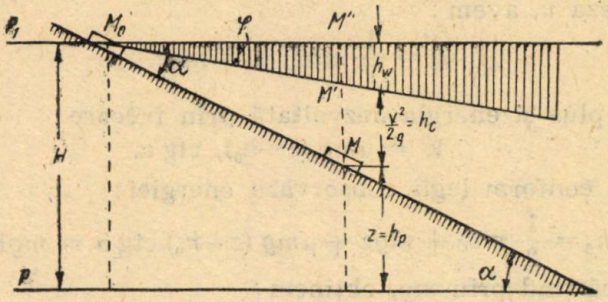


Fig. 3

Aplicînd legea conservării energiei :

$$\frac{1}{2} mv^2 + mgZ + \mu mg \, (H\text{-}Z) \operatorname{ctg} \alpha = mgH.$$

Împărţind prin mg şi notînd :

$$h_c = \frac{v^2}{2g} \; ; \; h_p = Z \; ; \; h_w = \mu \; (H\text{-}Z) \operatorname{ctg} \alpha \; ; \; h_t = H$$

avem :

$$h_t + h_p + h_w = h_c.$$

Rezultă astfel, diagrama din fig. 3, în care partea haşurată reprezintă energia W.

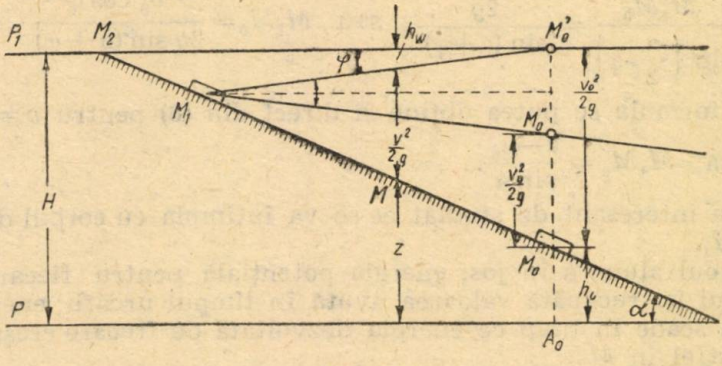


Fig. 4

Este interesant că unghiul φ pe care dreapta M_0M' îl face cu orizontala M_0M'' este chiar unghiul de frecare şi deci, $\operatorname{tg} \varphi = \mu$.

Rezultă din figură, condiția pentru ca mișcarea să fie posibilă și anume viteza v trebuind să fie reală este necesar să avem $\varphi < \alpha$.

În adevăr, în cazul cînd $\varphi \geqslant \alpha$, $\operatorname{tg}\varphi = \mu \geqslant \operatorname{tg}\alpha$ și corpul M_0 rămîne imobil pe planul înclinat.

În cazul figurii 4 avem în M_0:

$$E = \frac{1}{2} m v_0^2 ; \; \pi_0 = mgh_0.$$

Pentru o poziție M, de înălțime z deasupra planului p, cînd mobilul are viteza v, avem:

$$E = \frac{1}{2} m v^2 ; \; \pi = mgz.$$

Intervine în plus și energia dezvoltată prin frecare:

$$W = \mu mg\,(z - h_0),\ \operatorname{ctg}\alpha.$$

Prin urmare, conform legii conservării energiei:

$$\frac{1}{2} m v_0^2 + mgh_0 = \frac{1}{2} m v^2 + mgz + \mu mg\,(z - h_0)\operatorname{ctg}\alpha = mgH = \text{constant},$$

de unde, împărțind prin mg, obținem:

$$\frac{v_0^2}{2g} + h_0 = \frac{v^2}{2g} + z + \mu\,(z - h_0)\operatorname{ctg}\alpha = H \qquad (6)$$

Reprezentarea grafică se obține luînd $A_0M_0 = h_0$, $M_0M_0' = \dfrac{v_0^2}{2g}$ și ducînd din M_0' dreapta $M_0'M_1$ înclinată cu unghiul φ față de orizontala MM_0' (fig. 4); avem astfel în M distanțele $h_p = z$; $h_c = \dfrac{v^2}{2g}$

$$\text{și } h_w = \mu\,(z - h_0)\operatorname{ctg}\alpha : \mu = \operatorname{tg}\varphi.$$

În M_1 viteza corpului fiind nulă, corpul se va opri.

Distanța M_0M_1 de urcare se poate calcula ușor prin simple considerații trigonometrice în triunghiul $M_0M_0'M_1$

$$\frac{M_1M_0}{\operatorname{sln}\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right)} = \frac{\dfrac{v_0^2}{2g}}{\sin(\alpha + \varphi)} ; \text{ sau } M_1M_0 = \frac{v_0^2 \cos\varphi}{2g \sin(\alpha + \varphi)}. \qquad (7)$$

Această formulă se putea obține și direct din (6) pentru $v = 0$, ținînd seamă că $M_1M_0 = \dfrac{z - h_0}{\sin\alpha}$.

Este interesant de studiat ce se va întîmpla cu corpul după oprirea în M_1.

Corpul alunecă în jos; energia potențială pentru fiecare poziție a corpului își recapătă valoarea avută în timpul urcării; energia cinetică însă scade în timp ce energia dezvoltată de frecare crește mereu. Avem astfel în M:

$$E = \frac{1}{2} m v'^2 ; \; \pi = mgz$$

$$W = \mu mg \cos\alpha \cdot 2MM_1 = 2\mu mg \cos\alpha\,(M_0M_1 - MM_0),$$

sau :

$$H = \frac{v'^2}{2g} + z + 2\mu mg \cos\alpha \left[\frac{v_0^2 \cos\varphi}{2g \sin(\alpha+\varphi)} - \frac{z-h_0}{\sin\alpha}\right] = \frac{v_0^2}{2g} + h. \quad (8)$$

Pentru reprezentarea grafică la coborîre se duce dreapta M_1M_0'' înclinată cu unghiul φ, sau cu orizontala ce trece prin M_1; termenul $\frac{v'^2}{2g}$ este ordonata cuprinsă între dreptele M_1M_0 și M_1M_0'' și este mai mic decît $\frac{v^2}{2g}$ de la urcare, reprezentat prin ordonata cuprinsă între dreptele M_1M_0 și M_1M_0'. Rezultă deci, $v' < v$.

Astfel, la reîntoarcerea în M_0, viteza scade de la v_0 la v_0' dat de relația :

$$\frac{v_0'^2}{2g} = \frac{v_0^2}{2g} - \frac{v_2^0 \sin\varphi \cos\alpha}{g \sin(\alpha+\varphi)} = \frac{v_0^2 \sin(\alpha-\varphi)}{2g \sin(\alpha+\varphi)} \quad (9)$$

$$v_0' = v_0 \sqrt{\frac{\sin(\alpha-\varphi)}{\sin(\alpha+\varphi)}} < v_0,$$

relație obținută din (8) pentru $z = h_0$.

Viteza v_0' se poate deduce din figură din triunghiul $M_1M_0M_0''$:

$\frac{\frac{v_0^2}{2g}}{\sin(\alpha-\varphi)} = \frac{M_1M_0}{\cos\varphi}$; de unde, $\frac{v_0'^2}{2g} = M_1M_0 \frac{\sin(\alpha-\varphi)}{\cos\varphi}$ și ținînd seama de (7) regăsim (9).

Pe fig. 4 se observă că pentru fiecare poziție a corpului M, adică pentru o aceiași energie potențială, energia cinetică E scade, transformîndu-se din cauza frecării, în altă energie W.

Studiul oricărei mișcări permite o reprezentare grafică analogă celor menționate mai sus, precum și rolul pe care-l au frecările și rezistențele mediului, de a transforma aceste energii în alte energii greu recuperabile, precum este energia calorică, luminoasă etc.

TĂRIA SUNETULUI

Conf. univ. **VIRGIL PAVLU**

DACĂ este adevărat că văzul este simțul cel mai prețios putem spune și despre auz că are un rol comparabil, deoarece auzul dă posibilitate oamenilor să-și comunice direct gîndirea. Gîndirea la rîndul ei folosește noțiunile concrete și abstracte ce se exprimă prin cuvinte.

Înregistrarea gîndirii este strîns legată de vorbire, iar vorbirea, de anumite condiții de percepere ale sunetului, printre care, un rol hotărîtor îl are tăria sunetului, care nu poate depăși o anumită limită inferioară și alta superioară.

„Cît de nedrepți sînteți față de mine toți acei ce mă acuzați că sînt ursuz, înăsprit și posac. Sînt bolnav de o boală care nu iartă. Din naștere am un temperament activ și arzător, fiind atras de distracțiile societății și totuși a trebuit să mă izolez, căci îmi este peste putință să spun oamenilor să vorbească mai tare, să țipe, căci sînt surd". Aceasta este replica pe care a dat-o Ludwig van Beethoven acelora care îi reproșau sau făceau aluzie la firea sa dificilă. Aceasta ne arată la ce chinuitoare izolare condamnă lipsa acestui prețios simț al infirmului auditiv. Întreaga noastră viață psihică fiind strîns legată de senzații, ea este diminuată de lipsa chiar și numai a uneia din ele.

Nu întotdeauna însă, infirmitatea auditivă este totală. De cele mai multe ori ea este parțială, însă totuși insuficientă pentru asigurarea contactului cu mediul înconjurător auditiv. Tehnica actuală a acusticii și mai ales a electro-acusticii se află la un nivel ridicat. Există o gamă întreagă de proteze auditive, care de fapt sînt dispozitive de amplificare, pornind de la cornetul acustic pe care infirmul auditiv îl îndreaptă către sursa sonoră, pînă la dispozitivele electrice cu etaje de amplificare ce permit celor cu auzul slab să recepționeze un sunet întărit. Deși portative, marea majoritate a infirmilor auditivi le evită însă, căci, cu excepția țărilor anglo-saxone, unde purtarea unei proteze auditive nu este cu nimic mai compromițătoare ca purtarea unor ochelari, milioane și milioane de infirmi auditivi de pe întreg pămîntul acceptă de bună voie să se izoleze temîndu-se de ridicol și socotindu-se incapabili să domine prejudecățile sociale și complexul provocat de ele.

Tehnica înaintată a electro-acusticii face însă ca astăzi această teamă să nu mai existe, căci ea a rezolvat cu succes această problemă.

Pentru a fi mai bine lămuriți în această direcție să ne reamintim mai întîi, că tăria unui sunet este energia mecanică ce vine la organul auditiv perpendicular pe unitatea de suprafață în unitatea de timp. Urmează că în sistemul CGS

$$\text{tăria sunetului} = \text{erg/s cm}^2.$$

În aceste condiții, dacă V este viteza de propagare, ϱ densitatea mediului și $\overline{e}$ media densității energiei în cîmpul undelor, se poate scrie:

$$\overline{U} = \varrho \overline{e} \overline{V},$$

în care $\overline{U}$ este vectorul *Umov* — după numele profesorului *N. A. Umov* de la Universitatea din Moscova. Rezultă că prin înmulțirea acestui vector cu suprafața considerată se obține fluxul de energie sonoră Φ care străbate normal suprafața considerată în unitatea de timp

$$\Phi = \overline{e} V S.$$

Aceasta permite să se măsoare intensitatea sunetului și energia sonoră în unități obiective. Există o strînsă legătură între presiunea sonoră și intensitatea unui sunet. Se știe că într-o undă sonoră longitudinală se produc comprimări și dilatări succesive. Se numește amplitudinea sunetului diferența cea mai mare între presiunea la un moment dat și presiunea mediului în lipsa sunetului. Această amplitudine de presiune este în mod alternativ pozitivă și negativă și variază sinusoidal. Urmează că valoarea

ei mijlocie să fie nulă. Datorită însă efectelor secundare ce se produc pentru sunetele foarte puternice valoarea ei mijlocie este

$$p = \frac{1}{2}\bar{e}'(\gamma - 1)$$

în care γ este raportul căldurilor specifice C_p/C_v, p este presiunea sonoră și $\bar{e}'$ media densității energiei undei staționare ce se formează în preajma obstacolului. Din această relație putem deduce pe $\bar{e}'$ care este legat de $\bar{e}$ prin relația

$$\bar{e} = \frac{1}{2}\bar{e}'.$$

Presiunea sonoră la rîndul ei, se poate determina experimental printr-un dispozitiv alcătuit dintr-un disc (D) echilibrat pe o bară (fig. 1) și suspendat de un fir elastic. Datorită presiunii sonore ia naștere un cuplu care este egalat de reacțiunea elastică de torsiune a firului. O rază de lumină se reflectă pe o mică oglindă (0) fixată de fir și face astfel posibilă măsurarea unghiului de rotație pentru care reacțiunea elastică de torsiune a firului echilibrează momentul forțelor de presiune sonoră asupra discului (D).

Intensitatea sunetului poate fi deci exprimată și în unități de presiune sonoră (în sistemul CGS, bari sau dyne pe cm²). Așa, de exemplu, la un sunet de 110 erg/cm².s corespunde o presiune sonoră medie de 100 barii.

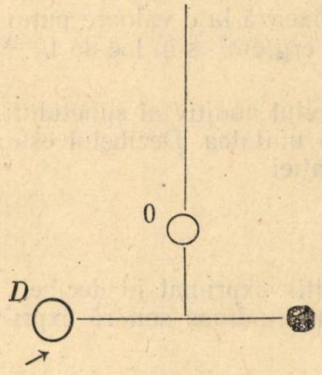


Fig. 1

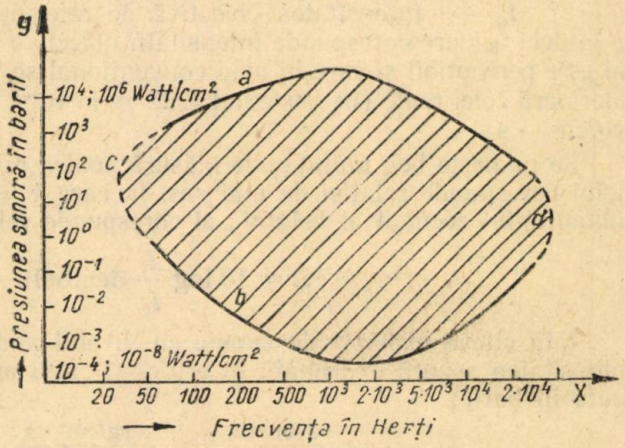


Fig. 2

Pentru ca un sunet să poată fi auzit de o ureche normală mai este necesar ca frecvența lui să fie cuprinsă între limita inferioară de 20 Hz și limita superioară de 15...20 · 10_3Hz. Limita superioară depinde de vîrstă fiind mai mare pentru copii decît pentru adulți. Dacă luăm un sistem de axe rectangulare (fig. 2) și notăm pe axa x în scară logaritmică frecvența exprimată în Hz, și pe axa y presiunea sonoră exprimată în barii sau intensitatea sunetului exprimată de exemplu, în watt/cm² corespunzînd limitei inferioare și superioare de perceptibilitate pentru tăria sunetului, obținem o curbă închisă care delimitează în spațiul diagramei regiunea de

perceptibilitate a sunetului (regiunea haşurată). Deasupra limitei superioare, care depinde de frecvenţă (curba a) sunetul produce o senzaţie dureroasă, tactilă nu sonoră. Sub limita inferioară, care şi ea depinde de frecvenţă (curba *b*) sunetul nu este perceput. Sunetul nu este perceput nici în afară de limitele de frecvenţă mai sus menţionate (*c* şi *d*).

Putem spune, că regiunea ce corespunde perceptibilităţii sunetului se află sub regiunea ultra-sunetelor de tărie, deasupra regiunii infrasunetelor de tărie, în dreapta infra-sunetelor de frecvenţă şi în stînga ultra-sunetelor de frecvenţă. Organul auditiv uman normal are cea mai bună perceptibilitate de frecvenţă pentru 1 000 Hz, cînd pragul senzaţiei dureroase este la 2 000 barii, iar pragul de audibilitate este $2 \cdot 10^{-4}$ barii.

În mod practic însă, nu ne interesează valoarea obiectivă a intensităţii sunetului, ci valoarea lui subiectivă. Legătura dintre valoarea obiectivă şi valoarea subiectivă a intensităţii sunetului este dată de legea Weber-Fechner, care afirmă că schimbarea intensităţii senzaţiei este proporţională cu logaritmul raporturilor energiilor excitatoare sau cu logaritmul raporturilor intensităţilor obiective ale sunetului.

Intensitatea subiectivă a sunetului L va fi deci:

$$L = k \log \frac{I}{I_0},$$

în care: k este coeficient,

I — intensitatea obiectivă a sunetului şi

I_0 — intensitatea obiectivă de referinţă. Termen de comparaţie se ia deci I_0, care corespunde intensităţii obiective minime pentru care sunetul este perceptibil şi care în mod convenţional se fixează la o valoare puţin inferioară celei reale (în sistemul CGS se ia 10^{-9} erg/cm^2 · s în loc de 10^{-8} erg/cm^2 · s).

Se numeşte bel, unitatea de măsură pentru nivelul auditiv al sunetului. Belul corespunde relaţiei de mai sus, în care k = unitatea. Decibelul este submultiplul zecimal al belului; el corespunde relaţiei

$$L = 10 \log \frac{I}{I_0} \text{ decibeli.}$$

Iată cîteva exemple de sunete cu nivelul auditiv exprimat în decibeli, intensitatea sonoră exprimată în erg/cm^2 · s şi amplitudinea sonoră exprimată în barii:

	decibeli	erg/cm^2 · s	barii
şoapte	40	10^{-5}	2.10^{-2}
vorbire	90	1	6,4
strigăt	110	10^2	$6,4 \cdot 10$

Să revenim acum, la felul cum ştiinţa a rezolvat problema infirmităţii auditive parţiale, dînd posibilitatea acestor infirmi să audă normal şi să nu mai fie siliţi să se izoleze de lumea în care trăiesc.

Mai întîi, trebuie să spunem că rolul otologistului (medicul care examinează urechea) este să stabilească cîmpul auditiv pentru urechea bolnavă corespunzător diagramei de mai sus şi pierderile auditive din acest cîmp pentru fiecare bandă de frecvenţă şi în special între 250—450 Hz, frecvenţa folosită în vorbire. Pe baza acestei diagrame specialistul acus-

tician urmează să aleagă sau să confecționeze o proteză auditivă care să corijeze infirmitatea parțială stabilită de otologist. Cel ce nu ține seamă de această singură cale justă pentru adaptarea unei proteze auditive comite aceiași greșală pe care ar comite-o o persoană cu defecte de vedere care și-ar alege singură ochelarii nesocotind avizul oculistului.

Și totuși, multă vreme protezele auditive, deși de bună calitate, au fost folosite în mod empiric, fără un examen prealabil audiometric, făcut de un specialist. Aceasta poate avea drept consecință în afară de tulburările psihice provocate de surditate, tulburări fizice ale organului auditiv în așa măsură, încît folosirea unei proteze auditive să nu mai fie eficace.

În ceea ce privește jena și ridicolul provocat de purtarea unei proteze auditive putem spune că astăzi, datorită tehnicii înaintate, nu mai există. Folosirea transistorilor (semiconductori ce joacă rolul triodelor), care au un randament mai mare, dimensiuni mai mici și durată de funcționare practic nelimitată, reduc mult dimensiunile dispozitivului electro-acustic de amplificare. Folosirea drept sursă de energie a elementelor cu mercur, care pot debita o energie cu mult mai mare decît elementele obișnuite, prezintă de asemenea un aport prețios al electrotehnicii, ele putînd avea în cazul care ne interesează, dimensiunea unei pastile de medicament și o stabilitate mărită. În fig. 3 sînt date in mărime aproape naturală, elementele cu mercur și capacitatea lor exprimată în miliamperi-oră, în comparație cu un element obișnuit Léclanché. Aceasta a făcut posibil ca întreaga proteză (compusă din microfon, sursă, etaje de amplificare, telefon și întrerupător) să fie redusă la dimensiuni atît de mici încît să poată fi așezată într-un braț de ochelar nu mai mare decît acela al ochelarilor de soare fantezie (fig. 3 f). Există realizări în care proteza auditivă este atît de mică încît poate fi camuflată într-o baretă pentru păr sau un pandativ pentru ureche!

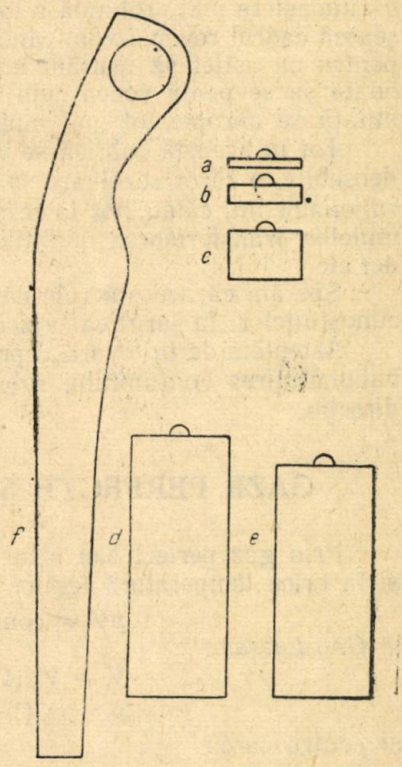


Fig. 3

Această realizare de dimensiune mică dar de importanță mare, a electro-acusticii, redă societății și producției, cu toată capacitatea lor de muncă, oameni care erau condamnați la o izolare chinuitoare și provocătoare de complexe de inferioritate, la care se adaugă și faptul că radiofonia, muzica și teatrul să existe și pentru ei.

IN această rubrică vor fi înserate mici articole privind unele fenomene fizice importante, a căror tratare sumară în manualele şcolare nu permite o cunoaştere mai profundă a lor. Fără a ne ridica la un nivel care să depăşească cadrul revistei vom căuta să adîncim analiza fenomenelor respective, pentru ca astfel să uşurăm înţelegerea legilor care le guvernează şi totodată să se poată vedea cum prin muncă asiudă de cercetare oamenii de ştiinţă se apropie tot mai mult de cunoaşterea adevărului — a realităţii.

Tot în această rubrică se vor prezenta şi unele probleme de fizică mai deosebite, a căror rezolvare să constituie o metodă de urmat în ce priveşte raţionamentul călăuzitor la rezolvarea problemelor în general, folosirea formulelor, transformarea unităţilor, discuţia rezultatelor, generalizarea metodei etc.

Sperăm că această rubrică va contribui la îmbogăţirea şi consolidarea cunoştinţelor, la lărgirea orizontului ştiinţific.

Aşteptăm de la tovarăşii profesori de fizică propuneri şi sugestii pentru îmbunătăţirea conţinutului rubricii şi totodată, colaborarea lor în această direcţie.

GAZE PERFECTE SAU IDEALE ŞI GAZE REALE

Prin gaz perfect sau ideal se înţelege gazul care s-ar supune riguros şi la orice temperatură legilor *Boyle-Mariotte*:

$$pV = \text{const} \qquad (\text{cînd } t = \text{const})$$

şi *Gay-Lussac*:

$$V = V_0(1 + \alpha t)$$
$$p = p_0(1 + \beta t),$$

şi pentru care:

$$\alpha = \beta = \frac{1}{273{,}15}.$$

La un gaz ideal moleculele sînt considerate ca simple puncte geometrice, deci lipsite de volum propriu şi de coeziune.

Pentru a se determina valoarea constantei din legea *Boyle-Mariotte* se folosesc relaţiile care reprezintă legile lui *Gay-Lussac*.

Notînd starea iniţială a gazului ideal prin p_0 şi V_0 la temperatura de zero grade, iar starea finală prin p şi V la temperatura de t grade, obţinem:

I. Dacă presiunea gazului este constantă, dar ridicăm temperatura de la zero grade la t grade, volumul va creşte de la V_0 la

$$V_1 = V_0(1 + \alpha t).$$

II. Dacă menţinem temperatura t constantă şi modificăm presiunea gazului de la p_0 la p, astfel ca volumul lui să ajungă la valoarea finală V, atunci aplicînd legea lui *Boyle-Mariotte* avem:

$$pV = p_0V_1.$$

Înlocuind pe V_1 prin valoarea lui obţinem:

$$pV = p_0V_0(1 + \alpha t). \qquad (1)$$

Dacă am fi efectuat prima transformare sub volum constant, am fi ajuns la relația

$$pV = p_0V_0(1 + \beta t) \qquad (2)$$

Rezultă că pentru gazele ideale: $\alpha = \beta$.

Relațiile (1) sau (2) reprezintă *ecuația gazelor perfecte.*

Dacă trecem de la temperaturile relative la cele absolute, folosim relația:

$$t = T - \frac{1}{\alpha},$$

obținem:

$$pV = p_0V_0\,\alpha\,T$$

sau, considerînd un mol de gaz avem:

$$p_0V_0\,\alpha = R,$$

deci

$$pV = RT \qquad (3)$$

Această relație este cunoscută sub numele de relația lui *Mendeleev-Clapeyron.*

R este constanta gazelor perfecte

$$R = 8{,}312 \cdot 10^7 \text{ erg/grd} = 8{,}312 \text{ J/grd.}$$

Boyle și Mariotte au dedus legea care le poartă numele, experimentînd cu aerul atmosferic. Experiențe de aceiași natură efectuate asupra altor gaze analoge aerului atmosferic au arătat că această lege le este de asemenea aplicabilă. Aceasta a făcut să se creadă la început, după enunțarea legii lui *Boyle* (1662) și *Mariotte* (1676), că toate gazele se supun cu exactitate acestei legi.

Cel dintîi om de știință care a arătat că nu toate gazele se supun acestei legi a fost *Faraday* (1832), care a observat că pentru unele gaze (clor, amoniac etc), volumele devin cu mult mai mici decît arată legea *Boyle-Mariotte,* cînd aceste gaze, datorită presiunii exercitate asupra lor, se apropiau de punctul lor de lichefiere.

Mai tîrziu (1825), Oersted, la Copenhaga, și Despretz, la Paris, au avut ideea să compare compresibilitatea aerului cu aceea a altor gaze. Ei au ajuns la concluzia că gazele ușor lichefiabile (CO_2, NH_3 etc), se comprimă mai mult decît aerul atmosferic, iar hidrogenul care se lichefiază greu, se comprimă mai puțin decît aerul. Urmează apoi experiențele lui *Dulong* și *Arago* (1829), ale lui *Reynault, Siljestrom* (1874), *Mendeleev* (1876), *Cailletet* (1879), *Amagat* (1883), *Reyleigh* (1905) și alții, prin care s-a cercetat compresibilitatea sub presiuni mici sau mari, sub temperaturi diferite.

Concluzia acestor experiențe arată că la temperatura obișnuită toate gazele — afară de hidrogen — sînt mai compresibile decît reiese din legea *Boyle-Mariotte,* cînd presiunea crește, adică valoarea produsului pV scade

cînd presiunea crește, apoi crește din nou după ce a trecut printr-un minim (fig. 1), care corespunde unei compresibilități maxime la o anumită presiune, care depinde de natura gazului și de temperatură.

Gazele reale au deci, proprietăți mai mult sau mai puțin apropiate de proprietățile gazelor ideale. Coeficienții α și β nu coincid pentru unul și același gaz. Pentru diferite gaze diferă întrucîtva atît coeficientul α cît și β. În fine, pentru un gaz dat, valorile α și β sînt întrucîtva diferite în funcție de intervalul de temperatură în care ele sînt determinate.

Abaterile constatate la gazele reale față de legea gazelor perfecte se datoresc în primul rînd, faptului că moleculele nu sînt simple puncte geometrice, iar în al doilea rînd se datoresc existenții interacțiunii dintre molecule. Ambele cauze au fost luate în considerare de către *Van der Waals**). Prima cauză, dimensiunile proprii ale moleculelor (volumul unei molecule este aproximativ $4 \cdot 10^{-24}$ cm^3) se manifestă prin aceea că moleculele aflate într-un vas se mișcă într-un spațiu mai mic decît volumul geometric V al vasului. Bazat pe considerații trase din teoria cinetică a

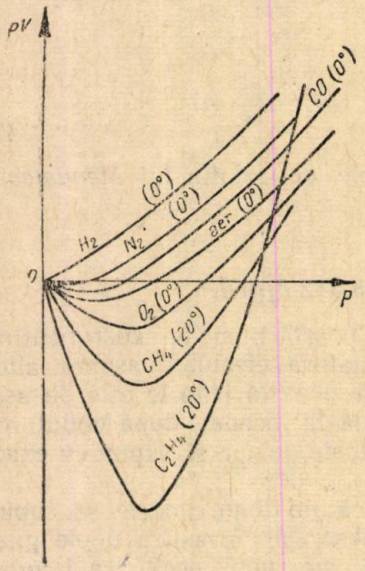


Fig. 1

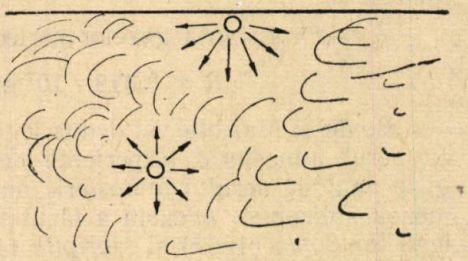


Fig. 2

gazelor, el găsește că trebuie să se scadă din V o cantitate b numită *covolum* egală cu de patru ori volumul propriu al moleculelor, deci formula (3)

$$pV = RT$$

considerată pentru un mol de gaz ideal devine:

$$p(V - b) = RT. \qquad (4)$$

Dacă se ia în considerare formula gazelor perfecte (3) vedem că, dacă presiune $p \to \infty$, volumul $V \to 0$, adică la o compresiune infinită a gazului volumul lui tinde către zero, ceea ce este imposibil. Din contră, dacă se ia în considerare formula modificată de Van der Waalas, cînd $p \to \infty$

*) *Johannes D Van der Waals* (1837—1923), fizician olandez, distins cu Premiul Nobel.

volumul $V \to b$, adică tinde către volumul ocupat de moleculele care intră în componența unui mol de gaz.

A doua cauză, interacțiunea dintre molecule, se manifestă prin aceea că moleculele aflîndu-se la o anumită distanță una față de alta, se atrag reciproc, ceea ce face ca ele să se apropie mai mult, și așa se explică faptul, că la presiuni înalte gazele reale sînt mai compresibile decît arată legea gazelor perfecte. Atracția dintre molecule are rolul unei presiuni suplimentare numită presiune internă p_i, care se adaugă presiunii exterioare p, și formula de stare a gazelor devine:

$$(p + pi)(V - b) = RT. \tag{5}$$

Să vedem de cine depinde, sau mai bine zis, cine cauzează această presiune internă.

S-a vorbit mai sus despre atracția reciprocă a moleculelor. În interiorul gazelor fiecare moleculă este înconjurată de alte molecule și deci, forțele de atracție (fig. 2) se compensează una cu alta. În apropierea peretelui forțele de atracție însă, tind să tragă spre interior moleculele de gaz aflate la periferia gazului. Deoarece atracția descrește rapid cu distanța, se poate considera că asupra moleculelor aflate lîngă perete acționează numai acele molecule din interiorul gazului care se află la distanța r (r — raza moleculei $\simeq 10^{-8}$ cm) față de ele. Numărul moleculelor care exercită această atracție este proporțional cu numărul n_0 al moleculelor din unitatea de volum. Deci acțiunea forțelor de atracție asupra moleculelor de lîngă perete este proporțională cu n_0. Pe de altă parte, numărul moleculelor care sufăr atracția spre interior este de asemenea proporțional cu n_0. În consecință, forța care acționează asupra moleculelor aflate lîngă perete și care este îndreptată către interiorul gazului fiind proporțională cu două cantități (n_0) este proporțională cu produsul lor, adică este proporțională cu n . Această forță fiind raportată la unitatea de suprafață determină chiar presiunea internă p_i, deci

$$pi = Kn_0^2 \tag{6}$$

unde K este o constantă care depinde de felul moleculelor.

Deoarece

$$n_0 = \frac{N}{V},$$

unde N este numărul lui *Avogadro*, iar V volumul unui mol de gaz, expresia (6) devine:

$$pi = K\frac{N^2}{V^2} \tag{7}$$

sau notînd $KN^2 = a$, avem:

$$pi = \frac{a}{V^2}. \tag{8}$$

Substituind această valoare în expresia (5) obținem:

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT \tag{9}$$

Această relație este cunoscută sub numele de *ecuația lui Van der Waals*, și este aplicabilă atît la gaze cît și la lichide. Nici ea nu este absolut pre-

cisă, însă se apropie mai mult de realitatea faptelor experimentale decît formula *Mendeleev-Clapeyron*. Astfel, de exemplu, pentru azot în intervalul de presiune de la 1 la 1 000 atmosfere, abaterea de la formula lui *Van der Waals* nu depășește 2%, pe cînd abaterea de la formula *Mendeleev-Clapeyron* este mai mare de 100%.

Presiunea interioară $\frac{a}{V^2}$ aplicată pe toată suprafața fluidului dă naștere forțelor numite forțele lui *Van der Waals*. Aceste forțe ating valori foarte mari cînd gazul este în apropierea punctului de lichefiere, dar mai ales, cînd gazul a trecut în stare lichidă. La apă de exemplu,

$$a = 5{,}47 \frac{\text{at} \cdot l^2}{\text{mol}'}, \quad V = 18 \text{ cm}^3 = 0{,}018\ l$$

deci,

$$pi = \frac{5{,}47}{0{,}018^2} = 17\,000 \text{ at.}$$

Deoarece în mod obișnuit presiunile pe care le exercităm asupra lichidelor sînt foarte mici, deci aproape neglijabile în raport cu presiunea interioară, lichidele par atît de puțin compresibile.

În afară de formula lui *Van der Waals* s-au propus multe alte formule pentru a reprezenta starea gazelor reale; cele mai cunoscute sînt ale lui *Clausius, Dieterici, Amagat, Onnes* și alții.

Cercetătorii sovietici *N. Bogoliubov, M. Vucalovici, I. Novicov, I. Frenkel* ș.a. au lucrat la completarea ecuației lui *Van der Waals*, lărgind domeniul ei de aplicabilitate.

Aplicație. — Intr-un tub în formă de *U* avînd una din ramuri închise se află o cantitate suficientă de mercur, la același nivel în ambele ramuri. Aerul aflat în ramura închisă ocupă o lungime l la temperatura de 0^0 sub presiunea atmosferică H. Se aduce totul la t^0. Să se determine deplasarea x a nivelului mercurului în ramura închisa.

(Temperatura t poate fi pozitivă sau negativă, iar dilatarea mercurului și a sticlei este neglijabilă).

Rezolvare. — Aerul aflat în ramura închisă se găsește întîi într-o stare caracterizată prin:

volumul $= sl$
presiunea $= H$
temperatura $= 0°$

apoi se găsește într-o altă stare caracterizată prin:

volumul $= s(l + x)$
presiunea $= H + 2x$
temperatura $= t.$

Celor două stări ale aerului aflat în ramura închisă li se poate deci aplica legea gazelor perfecte:

$$pV = p_0 V_0 (1 + \alpha t)$$

adică, înlocuind valorile de mai sus, obținem:

$$(H + 2x)(l + x) = H\, sl\, (1 + \alpha\, t),$$

de unde rezultă ecuația de gradul II:

$$2x^2 + (H + 2l)\, x - l\, H\, \alpha\, t = 0.$$

Discuție. — a) Presupunem t pozitiv. În acest caz ecuația are două rădăcini reale: una negativă pe care o eliminăm, alta pozitivă, și aceasta este acceptabilă în condițiile din enunț.

b) Presupunem t negativ. Mercurul urcă în ramura închisă. În acest caz, produsul rădăcinilor devine pozitiv, iar suma lor negativă. Deci, cele două rădăcini sînt negative. Ele ar conveni dacă am avea:

$$-x > l \quad \text{sau} \quad x > -l.$$

Facem $f(-l)$ în trinomul

$$2x^2 + (H + 2l)\,x - l\,H\,a\,t = 0,$$

avem:

$$f(-l) = 2\,l^2 - l\,H - 2\,l^2 - l\,H\,a\,t = -\,l\,H\,(1 + a\,t).$$

Deci $f(-l)$ este negativ și $-l$ este cuprins între x' și x'', adică avem:

$$x'' > -\,l > x'.$$

Rădăcina x' mai mică decît $-l$ trebuie eliminată.

Virgil Atanasiu

NOTE MATEMATICE

Generalizarea problemei 2513

Fie un poligon $A_1A_2A_3 \ldots A_n$ înscris într-un cerc și M un punct pe arcul A_1A_2. Dacă $d_1, d_2, d_3, \ldots, d_n$ sînt distanțele lui M la laturile $A_1A_2, A_2A_3, A_3A_4, \ldots A_nA_1$ ale căror lungimi sînt respectiv $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$, să se arate că:

$$\frac{a_1}{d_1} = \frac{a_2}{d_2} + \frac{a_3}{d_3} + \ldots + \frac{a_n}{d_n}.$$

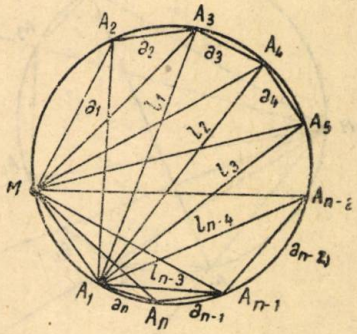


Fig. 1

1° În adevăr, să considerăm un poligon $A_1A_2 \ldots A_n$ înscris în cercul O (fig. 1) și fie $l_1, l_2, \ldots, l_{n-3}$ lungimile diagonalelor $A_1A_3, A_1A_4, \ldots A_1A_{n-1}$ duse din A_1, iar $\delta_1, \delta_2, \ldots, \delta_{n-3}$ distanțele lui M la aceste diagonale.

În cele ce urmează vom ține seamă că *produsul distanțelor unui punct de pe cercul circumscris unui triunghi la o latură și la vîrful opus ei este constant.* (V. de ex. prob. 493 din *Culegere de probleme de* **G. Țițeica**, ed. III-a).

Deci în triunghiul $A_1A_iA_{i+1}$ $(i = 2, 3, \ldots, n-1)$, avem:

$$MA_1 \cdot d_i = MA_i \cdot \delta_{i-1} = MA_{i+1} \cdot \delta_{i-2}. \qquad (1)$$

Aplicînd teorema lui *Ptolomeu* în patrulaterul $MA_1A_{i+1}A_i$ obținem

$$MA_{i+1} \cdot l_{i-2} = MA_1 \cdot a_i + MA_i \cdot l_{i-1}. \qquad (2)$$

Din relațiile (1) și (2) se deduce relația de recurență:

$$\frac{l_{i-2}}{\delta_{i-2}} = \frac{l_{i-1}}{\delta_{i-1}} + \frac{a_i}{d_i} \quad (i = 2, 3, \ldots, n-1). \qquad (3)$$

Putem scrie succesiv:

$$\frac{l_0}{\delta_0} = \frac{l_1}{\delta_1} + \frac{a_2}{d_2}$$

$$\frac{l_1}{\delta_1} = \frac{l_2}{\delta_2} + \frac{a_3}{d_3}$$

. . . . . .

$$\frac{l_{n-3}}{\delta_{n-3}} = \frac{a_n}{d_n} + \frac{a_{n-1}}{d_{n-1}}, \text{ şi } \frac{l_{n-2}}{\delta_{n-2}} = \frac{a_n}{d_n},$$

care adunate ne dau

$$\frac{a_1}{d_1} = \frac{a_2}{d_2} + \frac{a_3}{d_3} + \ldots + \frac{a_n}{d_n}.$$

2°. Demonstraţia relaţiei se poate face şi direct aplicînd teorema lui *Ptolomeu* poligonului $MA_2A_3 \ldots A_nA_1$. *(V. nota 3 GMF—B, nr. 2/1957).*

În adevăr, putem scrie:

$$\frac{a_1}{MA_2 \cdot MA_1} = \frac{a_2}{MA_2 \cdot MA_3} + \frac{a_3}{MA_3 \cdot MA_4} + \ldots + \frac{a_n}{MA_n \cdot MA_1}. \quad (4)$$

Pe prelungirile dreptelor MA_1, MA_2, se iau punctele B_1, B_2 astfel ca în triunghiul MB_1B_2, dreapta A_1A_2 să fie antiparalelă cu B_1B_2.

Dreptele MA_i $(i = 3, 4, \ldots, n)$ intersectează dreapta B_1B_2 în punctele B_i $(i = 3, 4, \ldots, n)$.

Fie h înălţimea triunghiurilor MB_iB_{i+1} $(i = 1, 2, 3, \ldots, n)$ şi evident d_i este înălţimea triunghiului MA_iA_{i+1} $(i = 1, 2, 3, \ldots, n)$.

Din asemănarea triunghiurilor MA_iA_{i+1} şi MB_iB_{i+1} putem scrie:

$$\frac{MA_i}{MB_{i+1}} = \frac{MA_{i+1}}{MB_i} =$$

$$= \frac{d_i}{h} \quad (i = 1, 2, 3, \ldots, n). \quad (5)$$

Din primele două rapoarte deducem:

$$MA_i \cdot MB_i = MA_{i+1} \cdot MB_{i+1} =$$

$$= k \text{ (constant)}$$

şi deci,

$$MB_i = \frac{k}{MA_i}. \quad (6)$$

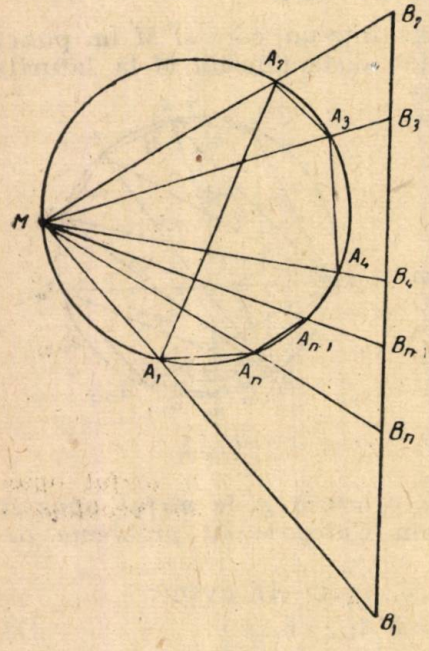


Fig. 2

Din ultimele două rapoarte ale relaţiei (5) deducem, ţinînd seama de relaţia (6):

$$MA_i \cdot MA_{i+1} = \frac{k}{h} d_i; \quad (i=1, 2, 3, \ldots, n) \quad (7)$$

In baza acestei relații, egalitatea (4) devine după simplificare cu $\frac{h}{k}$:

$$\frac{a_1}{d_1} = \frac{a_2}{d_2} + \frac{a_3}{d_3} + \ldots + \frac{a_n}{d_n}.$$

Observații. — a) Din cele de mai sus se deduce ușor o nouă demonstrație — prin recurență — decît cea din nota „O generalizare a teoremei lui Ptolomeu" din GMF—B, nr./1958, p. 82).

b) Cînd poligonul $A_1A_2 \ldots A_n$ este regulat avem:

$$\frac{1}{d_1} = \frac{1}{d_2} + \frac{1}{d_3} + \ldots + \frac{1}{d_n},$$

adică

Într-un poligon regulat $A_1A_2 \ldots A_n$ înscris într-un cerc, suma inverselor distanțelor unui punct de pe cerc la $n-1$ laturi este egală cu inversul distanței la latura care subîntinde arcul pe care se găsește punctul considerat.

c) Pentru $n=3$ obținem problema 2513.

Paul Popescu, student Electronică București

NOUTAȚI DIN ȘTIINȚA ȘI TEHNICA

1. **Radiațiile solare.** — Soarele este capabil să încălzească corpurile la temperaturi înalte, deoarece natura radiațiilor pe care le emite arată că suprafața sa se comportă ca un „corp negru" aflat la o temperatură în jurul a 6 000°C. Totuși trebuie, avînd în vedere depărtarea mare a Soarelui față de Pămînt, să se folosească artificii optice pentru a se obține astfel de rezultate.

Recepționarea directă a radiațiilor solare pe suprafața terestră nu conduce, într-adevăr, la ridicări însemnate de temperatură. Radiația Soarelui este foarte dispersată, 1 kW/m². Pentru a folosi caloriile aduse de la Soare și altfel decît ne oferă natura, va trebui desigur să se provoace local o creștere a temperaturii, astfel încît fenomenele ce dorim să producem să aibă loc cu un randament bun. Vom prezenta cîteva aplicații:

a) *Încălzitor de apă.* Principiul de funcționare a acestui aparat constă în aceea că printr-un colector cu fundul înnegrit (fig. 1) trece un lichid auxiliar, nu apă; acest lichid circulă apoi, prin termosifon într-un serpentin scufundat într-un rezervor izolat termic și cedează caloriile sale apei de încălzit. Acest dispozitiv prezintă două avantaje: pe de o parte colectorul nu trebuie întreținut și poate servi practic, nedefinit și, pe de altă parte, este posibil să se folosească ca fluid transportator de calorii un lichid pe bază de apă, însă care să nu înghețe. Aparatul este în adevăr, așezat pe acoperișul sau terasa caselor și se știe că chiar în regiunile calde se pot obține în timpul nopților cu cer senin, răciri locale intense datorită iradierii în spațiu a căldurii corpurilor izolate termic de pămînt.

Cu o baterie de două încălzitoare solare de apă așezate pe o terasă, avînd o suprafață absorbantă de 2 m² se poate obține o cantitate de apă de cca 200 l pe zi la o temperatură medie de 50°C, și aceasta timp de 9 luni pe an. Astfel de încălzitoare solare de apă se folosesc în Franța, U.R.S.S., India, Anglia, S.U.A., Israel.

b) *Frigidere solare.* Aceste aparate necesită o concentrare a radiațiilor solare, dacă vrem să obținem randamente acceptabile.

Una din realizări (U.R.S.S.) comportă întrebuințarea unei oglinzi parabolice care urmează deplasarea Soarelui; o altă construcție (Franța) folosește oglinzi cilindro-parabolice semi-fixe a căror axă este orientată pe direcția est-vest.

Principiul de funcționare a acestor aparate este bazat pe proprietatea pe care o posedă apa de a putea dizolva mari canități de amoniac gazos, urmînd legea lui Henry: la o temperatură dată, cantitatea de amoniac dizovlată este proporțională cu presiunea parțială a gazului aflat deasupra soluției și, pentru o presiune dată, cantitatea de gaz dizolvat este cu atît mai mică cu cît temperatura este mai ridicată. Se poate deci, încălzind o soluție amoniacală concentrată, să se provoace degajare de amoniac sub presiune; acesta din urmă răcit în mod convenabil, este lichefiat într-o altă parte a aparatului. Evaporarea amoniacului lichid produce frigoriile. Aparatele cu întrerupere sînt ușor adaptabile la încălzitoarele solare. Degajarea amoniacului gazos și lichefierea sa sub presiune se efectuează în timpul perioadei însorite. Noaptea, amoniacul lichid distilă furnizînd frigoriile și soluția amoniacală rece se îmbogățește din nou.

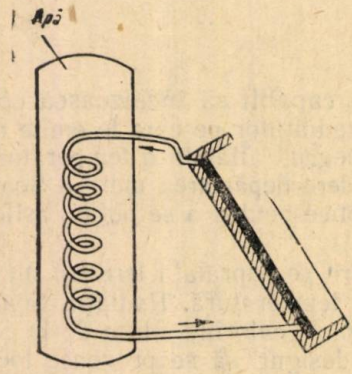


Fig. 1

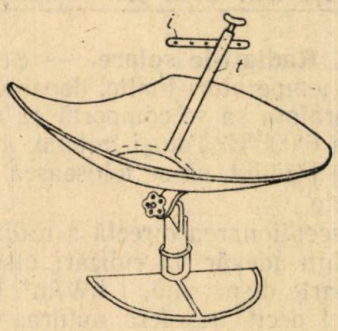


Fig. 2

Aparatul sovietic funcționează din 1952. Caloriile necesare pentru încălzirea soluției amoniacale sînt furnizate prin intermediul vaporilor de apă provenind de la un încălzitor solar. Încălzitorul însuși se găsește în focarul unei oglinzi parabolice cu diametrul de 10 m, alcătuită din mici oglinzi plane lipite pe o formă parabolică. Randamentul este de ordinul a 250 kg gheață pe zi pentru o suprafață expusă razelor solare de cca 80 m^2.

Aparatul francez al cărui sistem de încălzire este, după cum s-a menționat mai sus, constituit dintr-o oglindă cilindro-parabolică, funcționează cu încălzire intermitentă limitată la cîteva ore pe zi.

Diferite aparate construite după acest model, merg de la frigiderul casnic ce furnizează 5—10 kg de gheață, pînă la frigidere mari care dau peste 100 kg gheață pe zi.

c) *Mașini de gătit solare.* Primele încercări în această direcție sînt vechi (1870), dar nu s-au bucurat de mare succes.

Astăzi există diferite tipuri. Astfel, la New Delhi s-a construit un aparat (fig. 2) a cărui oglindă parabolică cu suprafața de un metru patrat este

constituită dintr-o singură piesă de aluminiu lustruit. Oglinda are posibilitatea de a se înclina față de piciorul ei, concentrînd radiațiile solare pe o zonă focală de cîteva zeci de centimetri patrați. Vasul (cratița, tingirea) se așază pe un inel *i*, care este fixat la o tijă *t*, astfel că rămîne totdeauna orizontal. Orientarea în raport cu Soarele, evident este efectuată cu mîna. Concentrațiile necesare fiind mici nu trebuie o supraveghere prea atentă a aparatului; ajunge să-l deplasezi din timp în timp.

Un alt model, mai simplu, este constituit dintr-o cutie de formă trapezoidală, izolată termic. De la fața superioară înclinată, în raport cu orizontala, pleacă în eventai patru oglinzi metalice plane care abat razele solare în interiorul cutiei.

Energia captată servește pentru a topi un produs tampon, dînd astfel o temperatură constantă în interiorul cuptorului situat în partea inferioară a cutiei. Un sertar așezat în partea de jos a aparatului permite punerea în cuptor a hranei care se pregătește.

Unele modele au dat temperaturi de 150°C. Utilizările lor nu necesită decît puțină grijă și reglaje. În fine, un alt avantaj al acestui sistem este că datorită căldurii latente de solidificare a produsului tampon, temperatura rămîne constantă în cuptor timp de o oră după apusul Soarelui.

d) *Motoarele solare.* Dintre toate aplicațiile energiei solare forța motrice este cea mai dificilă de realizat în mod rentabil. Mai mult interes prezintă motoarele solare mici, de cîțiva cai putere, deoarece ele ar putea fi folosite de oameni ce trăiesc izolat, în regiuni lipsite de alte posibilități energetice. Deocamdată, prețul ridicat ce revine pentru unitatea de kilowatt instalat, constituie o piedică în ce privește folosirea largă a motoarelor solare.

*

Cercetările referitoare la aplicațiile radiațiilor solare se efectuează actualmente și în alte domenii. Cu titlu de experiență a fost realizat un aparat constituit dintr-un ansamblu de celule fotoelectrice cu o suprafață activă totală de 0,89 m^2. Prin intermediul unei baterii de 4 volți de cadmiu-nichel servind de acumulator și regulator, acest ansamblu de celule transformă direct energia solară în energie electrică; pentru un flux luminos normal s-a înregistrat o putere de 1,8 watt pe m^2 activ. O aplicație imediată a acestui dispozitiv ar fi la alimentarea telefonică în regiunile unde distribuirea energiei electrice este defectuoasă.

Tot în domeniul fotoelectricității este de remarcat realizarea unui mic post receptor de radio care funcționează cu energie solară. Mai mult, postul este alimentat de curentul electric furnizat instantaneu de propria sa baterie sub influența razelor luminoase provenite de la Soare sau de la o sursă de lumină artificială.

În numeroase laboratoare se experimentează diferite metode pentru descompunerea **apei în oxigen și hidrogen sub influența luminii solare.** În acest scop se adaugă apei anumiți fotocatalizatori sau se expun radiațiilor ultraviolete soluții apoase de perclorat de ceriu și acid percloric etc.

Putem spune că dacă în prezent multe dispozitive pentru folosirea luminii solare sînt încă într-un stadiu de laborator, nu este totuși departe ziua cînd această sursă de energie își va avea locul său în viața de toate zilele.

2. **Lămpi cu gaz radioactiv.** În multe țări se experimentează lămpi care funcționează cu gaz radioactiv, în scopul obținerii unui sistem de

semnalizare mai perfecționat pentru căile ferate. Aceste lămpi n-au nevoie să fie reaprovizionate. Specialiștii apreciază că ele ar putea să funcționeze 10 ani și chiar mai mult, fără reîncărcare. Lumina dată de ele este perfect vizibilă la 450 metri.

3. **Viața pe planeta Marte.** Astronomii sovietici se străduiesc actualmente să pună la punct rezultatele observărilor efectuate în cursul celor din urmă doi ani, cînd Marte s-a găsit la cea mai mare apropiere de Pămînt. La fel ca și colegii lor apuseni, savanții sovietici fac cunoscute condițiile defavorabile în care s-au văzut obligați să lucreze, suprafața lui Marte aflîndu-se tot timpul acoperită de un fel de ceață sau nori de praf. Totuși, cea mai mare parte dintre ei, și în deosebi profesorul Tihov, directorul observatorului de la Alma-Ata, au ajuns la concluzia că există o viață vegetală pe Marte, deși după cum se pare, diferită de cea de la noi. A fost de asemenea posibil să se constate prezența apei sau în tot cazul, a umidității, cum ar fi aceea a precipitațiunilor. Temperaturile maxime variază de la 10 la 25°C, atmosfera este constituită din azot, acid carbonic și o cantitate infimă de oxigen. Nu este totuși exclus, ca straturile inferioare ale atmosferei să conțină într-o proporție sensibil mai mare oxigen decît straturile superioare. Oricum ar fi, după toate probabilitățile, respirația vegetației marțiene este asigurată prin fotosinteză.

În schimb, astronomii n-au reușit să descopere existența faimoaselor „canale".

Ing. Șt. Ionescu

SĂ CONSTRUIM CU MIJLOACE PROPRII MODELE DE APARATE DE FIZICA

MOTOARE ELECTRICE

Ne propunem să construim un motor electric în miniatură, care să funcționeze cu ajutorul unei baterii electrice de buzunar. În fig. 1 se poate vedea acest motor montat pe postamentul respectiv.

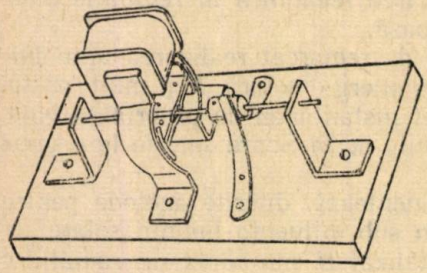


Fig. 1. Motorul montat pe postament

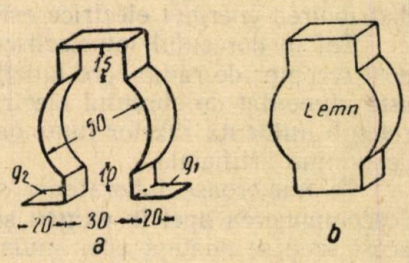


Fig. 2. Construcția inductorului

Începem construcția cu inductorul. Pentru aceasta folosim o fîșie de tablă cu grosimea de 1 mm și lățimea de 20 mm, pe care o îndoim cum se vede în fig. 2 *a*. Pentru ca această operație să reușească trebuie să construim în prealabil un model din lemn (fig. 2 *b*). Dimensiunile sînt cele indicate pe figură.

După ce s-a îndoit fîșia de tablă, găurim cu un burghiu picioarele inductorului în g_1 și g_2 (fig. 2). Urmează bobinarea inductorului; în partea superioară a lui, adică acolo unde va sta bobina, tabla trebuie izolată cu îngrijire. Această operație se face în modul cel mai simplu, învelind acest loc cu hîrtie parafinată.

Tăiem dintr-un carton mai gros, două dreptunghiuri (fig. 3) de 28 · 35 mm, fiecare cu cîte o tăietură largă transversală. Prin aceste tăieturi introducem cîte un picior al inductorului și fixăm cartoanele în partea superioară (fig. 1) cu clei de bună calitate.

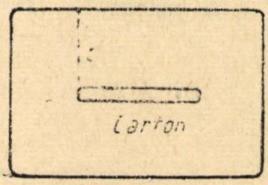


Fig. 3. Tăierea cartonului izolator

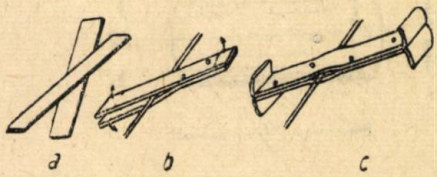


Fig. 4. Construcția indusului

Pentru bobinarea inductorului avem nevoie de 25—30 m de sîrmă de cupru, bine izolată. Grosimea firului să fie de 0,5 mm.

Postamentul va fi construit dintr-o scîndură de lemn moale, cu dimensiunile 10 · 100 · 150 mm. Pe acest postament fixăm inductorul cu ajutorul a două cuie potrivite, de lemn (fig. 1),

Indusul se construește astfel: tăiem două fîșii de tablă de 20 · 70 mm pe care le îndoim după cum se vede în fig. 4. Cele două bucăți se fixează una de alta prin nituire, după ce am trecut axa prin mijlocul ei. Ca axă ne servește o bucată de sîrmă oarecare, dreaptă și groasă, de circa 100 mm lungime.

Bobinarea indusului necesită 15—20 m de sîrmă dublu izolată de 0,2 ... 0,3 mm. Procedăm ca și la inductor: întîi izolăm indusul cu hîrtie parafinată, apoi bobinăm sîrma în modul cunoscut.

Capetele bobinei se leagă de colector. Acesta se compune dintr-o bucată rotundă de lemn (fig. 5 *b*) de 20 mm lungime și 10 mm lățime. În mijloc o găurim cu un burghiu, de 1 ...2 mm, aceasta putînd varia după grosimea axei.

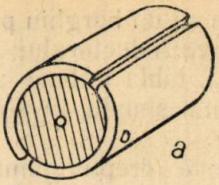
Pe acest lemn fixăm o bucată de alamă de aceiași lungime și lățime, cu clei și cu două șuruburi dintre cele mai mici. Șuruburile nu trebuie să atingă axa, căci s-ar produce scurt circuit și motorul nu ar merge.

Acestea fiind făcute, practicăm în tub două tăieturi adînci de vreo 2 mm (fig. 5 *a*) și cu aceasta colectorul este gata și-l putem fixa pe axă (v. fig. 1 și 6).

Capetele bobinei de pe indus trebuie legate de cîte o lamelă a colectorului. Aceasta se poate face strîngînd capetele bobinei cu cele două șuruburi sau lipindu-le de ele cu cositor. Procedeul din urmă este mult mai bun deoarece asigură un contact perfect între colector și sîrmă (fig. 6).

Lagărele vor fi construite din tablă mai groasă (1 ... 2 mm) de alamă. Forma și dimensiunile sînt arătate în fig. 7.

După ce le-am găurit în g_1 și g_2 le fixăm de postament cu două șuruburi de lemn (v. fig. 1).



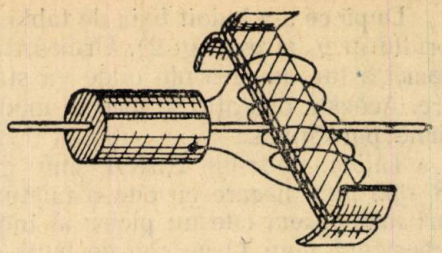
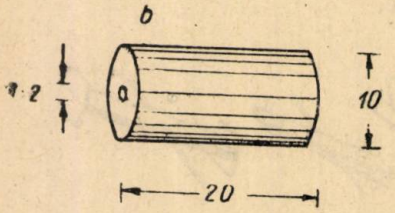


Fig. 6. Bobinarea indusului și legarea de colector



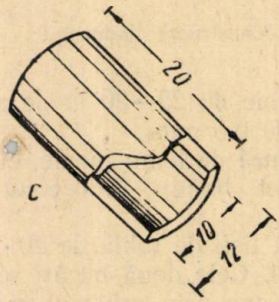


Fig. 5. Colectorul și părțile componente

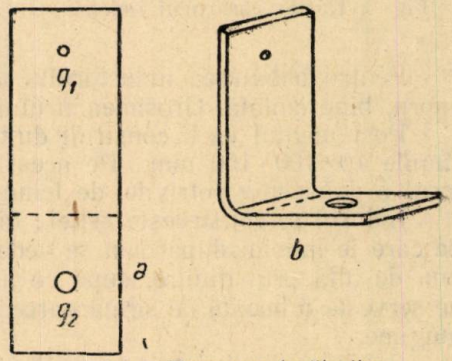


Fig. 7. Formarea legăturilor

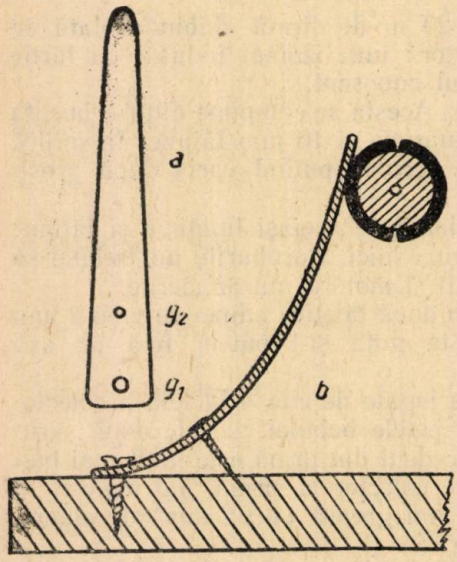


Fig. 8. Periile colectoare și fixarea lor de postament

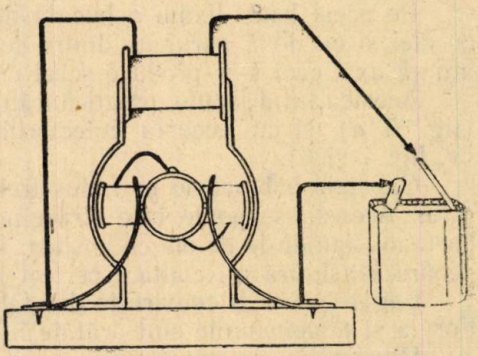


Fig. 9. Schema legăturilor

Trecem acum și axa prin cele două lagăre și ne încredințăm de precizia cu care am lucrat.

Dacă toate părțile au fost construite cu îngrijire, conform indicațiilor, indusul trebuie să se învîrtească ușor, iar distanța dintre polii inductorului și ai indusului să fie între 0,5 și 1 mm.

Indusul și colectorul să nu fie descentrate. Un indus descentrat are ca urmare proasta funcționare a motorului, iar a doua greșală (colectorul descentrat) este cauza scînteilor neplăcute în tot timpul mersului.

Trecem acum la construcția periilor colectoare. Pe acestea le tăiem dintr-o tablă cît mai subțire, de alamă sau cupru și le găurim în două locuri (fig. 8).

Prin primele găuri, g_1, vom trece cîte un șurub cu care fixăm periile colectoare pe postament, iar prin g_2 alte două șuruburi cu ajutorul cărora vom putea regla poziția periilor.

Legăturile le facem după schema de conexiuni (fig. 9). După cum se vede un capăt al bobinei de pe inductor se leagă de una din periile colectoare, celălalt capăt urmînd să fie pus în legătură cu polul negativ al bateriei, care ne servește drept sursă de curent; cealaltă perie colectoare se leagă de polul pozitiv.

Dacă motorul a fost construit cu îngrijire, el poate fi pus în funcțiune cu o simplă baterie de buzunar, în caz contrar vom fi siliți să întrebuințăm două baterii legate în serie.

A. Marinescu

PROBLEME REZOLVATE

Problema 2541

Se consideră cercurile de centru O, unul înscris și celălalt circumscris patratului ABCD și un punct M situat în coroana formată de aceste cercuri. Perpendiculara ridicată în M pe OM intersectează cercul circumscris în punctele T_2 și T_2', iar tangentele în aceste puncte se intersectează în M'.

Coarda ce unește punctele de tangență T_1 și T_1' ale tangentelor duse din M la cercul înscris intersectează pe OM în punctul M''.

1) Să se arate că $OM' = 2\,OM''$.

2) Să se studieze și cazurile cînd M este situat în interiorul sau exteriorul cercurilor O.

Theodor Gh. Cocea

Soluție. — Fie R_1 raza cercului înscris în pătratul *ABCD* și R_2 raza cercului circumscris lui (fig. 1), M' este polul dreptei $T_2 T_2'$ în raport cu cercul circumscris patratului *ABCD*.

Avem deci, relația $OM \cdot OM' = R_2^2$. (1)

Pe de altă parte, M este polul dreptei $T_1 T_1'$ în raport cu cercul înscris pătratului *ABCD* și avem deci relația

$$OM \cdot OM'' = R_1^2 \qquad (2)$$

Intre R_1 şi R_2 avem relaţia $R_2 = R_1\sqrt{2}$ de oarece R_1 este egală cu jumătatea laturii patratului $ABCD$, iar R_2 este egală cu jumătatea diagonalei sale.

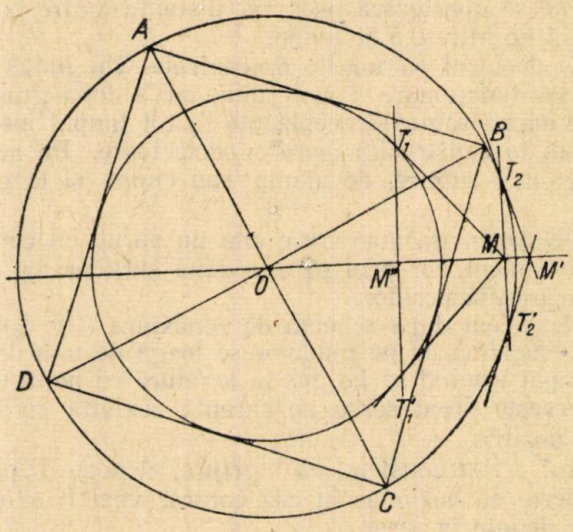


Fig. 1

Inlocuind în (1) valoarea lui R_2 în funcţie de R_1 avem:

$$OM \cdot OM' = 2\,R_1^2 \qquad \text{sau} \qquad OM = 2\,\frac{R_1^2}{OM'}\cdot$$

Introducînd această valoare în (2) avem:

$$\frac{2R_1^2}{OM'}\cdot OM'' = R_1^2 \quad \text{sau} \quad OM' = 2\,OM''.$$

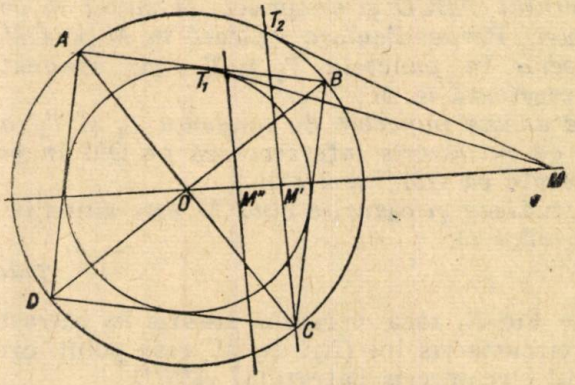


Fig. 2

2) Pentru cazul cînd M este exterior cercurilor O se arată că polarele lui M faţă de cele 2 cercuri intersectează pe OM în punctele M' şi M'' care de asemenea satisfac relaţia $OM' = 2\,OM''$ (fig. 2).

In fine, dacă M este interior cercurilor O, se arată că dacă se construieşte polul M' al dreptei dusă prin M perpendicular pe OM în

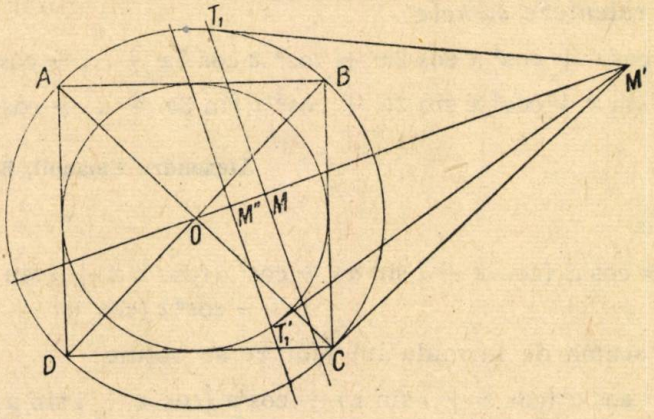


Fig. 3

raport cu cercul circumscris patratului $ABCD$ şi dacă se construieşte polara lui M' în raport cu cercul înscris, punctul de intersecţie M'' al acestei polare cu dreapta OM este la mijlocul lui OM (fig. 3).

Problema 2555

Fie ABC un triunghi în care $A = 60°$ şi fie AM bisectoarea unghiului A. Cercul ce trece prin M şi B şi este tangent cercului circumscris triunghiului ABC taie pe AM în N. Să se demonstreze că BN şi AC sînt perpendiculare.

Onofraş Eugen, Huşi

Soluţie. — Fie ABC triunghiul dat, cele două cercuri din problemă şi BT tangenta lor comună în B. Deoarece $\sphericalangle PBT = \sphericalangle ABT$ rezultă că arcele PUB, AVB au acelaşi număr de grade şi deci $\sphericalangle PMB = \sphericalangle ACB$.

Aceasta demonstrează că MP şi AC sînt paralele.

Dacă notăm: $\sphericalangle NBP = \beta$, $\sphericalangle MPB = \alpha$, $\sphericalangle MAC = y$, $\sphericalangle MAB = x$, rezultă

$$x = \alpha - \beta, \quad x + y = \alpha.$$

Acestea două dau $\alpha = 60°$, $\beta = 30°$ şi deci în triunghiul BSP rezultă $\sphericalangle BSP = 90°$ sau $BS \perp MP$ şi cum $MP \parallel AC$ rezultă că BN şi AC sînt perpendiculare.

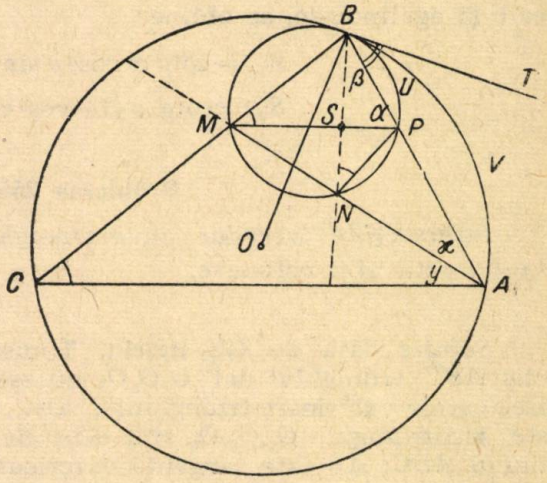


Fig. 1

Problema 2557

Să se calculeze sumele:

$$S_1 = \cos x \cos x + \cos^2 x \cos 2x + \cos^3 x \cos 3x + \ldots + \cos^n x \cos nx,$$

$$S_2 = \cos x \sin x + \cos^2 x \sin 2x + \cos^3 x \sin 3x + \ldots + \cos^n x \sin nx.$$

Alexandru Emanoil, Bucureşti

Soluţie.

$$S_1 + i S_2 = \cos x (\cos x + i \sin x) + \cos^2 x (\cos 2x + i \sin 2x) + \ldots + \cos^n x (\cos nx + i \sin nx).$$

Ţinîndu-se seama de formula lui *Moivre* se obţine:

$$S_1 + i S_2 = \cos x (\cos x + i \sin x) + \cos^2 x (\cos x + i \sin x)^2 + \ldots + \cos^n x (\cos x + i \sin x)^n,$$

de unde

$$S_1 + iS_2 = \frac{\cos^{n+1} x (\cos x + i \sin x)^{n+1} - \cos x (\cos x + i \sin x)}{\cos x (\cos x + i \sin x - 1)}$$

sau

$$S_1 + iS_2 = \frac{\cos x (\cos x + i \sin x) [\cos^n x (\cos x + i \sin x)^n - 1]}{-\sin x (\sin x - i \cos x)}.$$

Amplificăm cu i:

$$S_1 + iS_2 = \frac{i \cos x (\cos x + i \sin x) [\cos^n x (\cos x + i \sin x)^n - 1]}{-\sin x (\cos x + i \sin x)}$$

Deci, ţinînd seama din nou de formula lui *Moivre*, grupînd părţile reale şi egalîndu-le, se obţine:

$$S_1 = \operatorname{cotg} x \cos^n x \sin nx,$$

$$S_2 = \operatorname{cotg} x (1 - \cos^n x \cos nx).$$

Problema 2558

Intersecţiile laturilor unui triunghi oarecare cu laturile triunghiului ortic sînt coliniare.

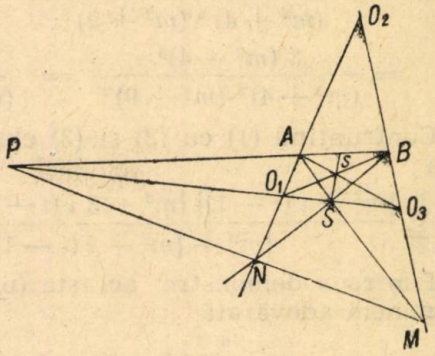
* * *

Soluţie dată de **Gh. Belcin**, Timişoara. Considerînd triunghiul ortic ABC triunghiul dat $O_1O_2O_3$ nu este decît triunghiul format cu bisectoarele exterioare triunghiului ABC. Cazul cînd triunghiul $O_1O_2O_3$ este ascuţitunghi, O_1, O_2, O_3 sînt centrele cercurilor exînscrise triunghiului ABC; AB este tangentă exterioară cercurilor O_1 şi O_2 iar AC tangenta interioară acelorași cercuri. Deci $(PC_1\ O_1O_3) = -1$.

La fel obținem $(NA\ O_1O_2) = -1$ și $(MB\ O_3O_2) = -1$.

Scriem rapoartele armonice și înmulțind membru cu membru obținem:

$$\frac{PO_3}{PO_1} \cdot \frac{MO_2}{MO_3} \cdot \frac{NO_1}{NO_2} = \frac{AO_1}{AO_2} \cdot \frac{BO_2}{BO_3} \cdot \frac{CO_3}{CO_1}$$



Deoarece O_1B, AO_3, CO_2 sînt înălțimile triunghiului $O_1O_2O_3$ și bisectoarele interioare triunghiului ortic le putem considera cevienele triunghiului $O_1O_2O_3$, membrul al doilea al relației de mai sus fiind -1.

Atunci, $\frac{PO_3}{PO_1} \cdot \frac{MO_2}{MO_3} \cdot \frac{NO_1}{NO_2} = 1$ este relația lui Menelaus aplicată triunghiului $O_1O_2O_3$ și transversalei MNP. Demonstrația nu diferă dacă triunghiul $O_1O_2O_3$ este obtuzunghic.

Problema 2559

Să se arate că:

$$\frac{n^4}{(n^2+n^4)^2} + \frac{(n^2+2\cdot 1)\,(n^2-3.2.1)-2.1}{[n^2+(n^2+2.1)^2]^2} + \frac{(n^2+3.2)\,(n^2-3.3.2)-3.2}{[n^2+(n^2+3.2)^2]^2} + \\ + \ldots \frac{[n^2+n\,(n+1)]\,[n^2-3\,n\,(n+1)]-n\,(n-1)}{\{n^2+[n^2+n\,(n-1)]^2\}^2} = \frac{1}{4\,n^3}$$

unde n este un număr întreg.

inginer Fl. Nedelcu

Soluție dată de **C. Bulucea**, elev R. Vîlcea. Folosind metoda arătată în GMF-B nr. 2/1957, calculăm suma

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{[m^2+i\,(i-1)]\,[m^2-3\,i\,(i-1)]-i\,(i-1)}{\{m^2+[m^2+i\,(i-1)]^2\}^2},$$

unde m este un număr independent de n.

Făcînd acest artificiu putem însuma prin recurență, iar suma căutată o aflăm făcînd $m = n$.

pentru $n=1$; $\sum_{i=0}^{n=1} f(m,i) = \frac{m^2-m^2}{(m^2+m^4)^2} = \frac{1}{(1+m^2)^2}$ (1)

pentru $n=2$; $\sum_{i=0}^{2} f(m,i) = \frac{1}{(m^2+1)^2} + \frac{[m^2+2]\,[m^2-6]-2}{\{m^2+(m^2+2)^2\}^2} =$

$$= \frac{1}{(m^2+1)^2} + \frac{(m^2+2)\,(m^2-6)-2}{(m^2+1)^2\,(m^2+4)^2} = \frac{(m^2+4)^2+(m^2+2)\,(m^2-6)-2}{(m^2+1)^2\,(m^2+4)^2} =$$

$$= \frac{2+2\,m^4+4\,m^2}{(m^2+1)^2\,(m^2+4)^2} = \frac{2}{(m+2^2)^2} \qquad (2)$$

— pentru $n = 3$; $\sum_{n=1}^{3} f(m, i) = \frac{2}{(m^2+4)^2} + \frac{(m^2+6)(m^2-18)-6}{[m^2+(m^2+6)^2]^2} =$

$$= \frac{2(m^2+9)^2+(m^2+6)(m^2-18)-6}{(m^2+4)^2(m^2+9)^2} = \frac{3(m^4+8m^2+16)}{(m^2+4)^2(m^2+9)^2} =$$

$$= \frac{3(m^2+4)^2}{(m^2+4)^2(m^2+9)^2} = \frac{3}{(m^2+9)^2} = \frac{3}{(m^2+3^2)^2} \qquad (3)$$

Confruntînd (1) cu (2) şi (3) observăm că suma căutată este de forma

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{[m^2+i(i-1)][m^2-3i(i-1)]-i(i-1)}{\{m^2+[m^2+i(i-1)]^2\}^2} = \frac{n}{(m^2+n^2)^2}$$

Pentru a demonstra aceasta (prin metoda inducţiei matematice) presupunem adevărată

$$\sum_{i=1}^{n-1} f(m, i) = \frac{n-1}{[m^2+(n-1)^2]^2}$$

şi trebuie să arătăm

$$\sum_{i=1}^{n} f(m, i) = \frac{n}{(m^2+n^2)^2}$$

Intr-adevăr avem:

$$\sum_{i=1}^{n} f(m, i) = \sum_{i=1}^{n-1} \frac{[m^2+n(n-1)][m^2-3n(n-1)]-n(n-1)}{\{m^2+[m^2+n(n-1)]^2\}^2} =$$

$$= \frac{n-1}{[m^2+(n-1)^2]^2} + \frac{(m^2+n^2-n)(m^2-3n^2+3n)-n^2+n}{(m^2+n^2)[m^2+(n-1)^2]} =$$

$$= \frac{(n-1)(m^2+n^2)^2+(m^2+n^2-n)(m^2-3n^2+3n)-n^2+n}{(m^2+n^2)^2[m^2+(n-1)^2]^2} =$$

$$= \frac{n[(m^4+2(n-1)^2m^2+(n-1)^4]}{(m^2+n^2)[m^2+(n-1)^2]^2} = \frac{n}{(m^2+n^2)^2}$$

Pentru $m = n$ obţinem relaţia cerută în enunţ.

Problema 2564

Să se demonstreze prin metoda inducţiei matematice următoarea egalitate:

$$1!1 + 2!2 + 3!3 + \ldots + n!n = (n+1)! - 1.$$

Olimpiada din Ordjonikidze)

Soluţii date de **C. Bulucea** (R. Vîlcea) şi **V. Baltag** (Ploeşti). — 1^0 Pentru $n = 1$ avem evident, $1!1 = 2.1-1$.

2^0. Presupunînd pentru $n = k$ egalitatea: $1!1 + 2!2 + \ldots + k!k = (k+1)! - 1$ adevărată, să arătăm că această egalitate există şi pentru $n = k+1$. Adică, avem:

$$1!1 + 2!2 + \ldots + (k+1)!(k+1) = (k+2)! - 1.$$

Intr-adevăr, adunînd la egalitatea presupusă adevărată pe $(k+1)!(k+1)$, obţinem:

$$1!1 + 2!2 + \ldots + (n+1)!(n+1) = (k+1)! - 1 + (k+1)!(k+1) =$$
$$= (k+1)!(k+1+1) = (k+1)!(k+2) - 1 = (k+2)! - 1,$$

ceea ce era de demonstrat.

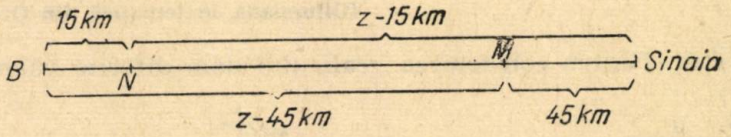
$$\sum_{i=1}^{n} i!\,i = (n+1)! - 1.$$

Problema 2568

Doi motocicliști pleacă în același moment, unul din București spre Sinaia, celălalt de la Sinaia spre București. Ei se întîlnesc prima dată la 45 km de Sinaia, apoi, continîndu-şi drumul, ajung la Sinaia respectiv, la București, şi se întorc fără oprire întîlnindu-se a doua oară la 15 km de București. Ştiind că a doua oară s-au întîlnit după prima înîîlnire la 3 ore, se cere să se calculeze iuţelile cu care au mers cei doi motocicliști, precum si distanţa București-Sinaia.

La admiterea în Institutul c. f. r.

Soluţie. Fie x distanţa București-Sinaia; y — viteza motociclistului din București; z — viteza motociclistului din Sinaia.



Pînă în M motociclistul din B a făcut $\frac{x-45}{y}$ ore, iar cel din Sinaia, $\frac{45}{z}$ ore. Cum ei au plecat în acelaşi timp, timpurile sînt egale, adică:

$$\frac{x-45}{y} = \frac{45}{z}$$

După prima întîlnire motociclistul plecat din București a mai mers $(45 + x - 15)$ km, deci în timp $\frac{30+x}{y}$, iar cel din Sinaia a mai mers pînă în N, $(x - 45 + 15) = (x - 30)$ km, adică $\frac{x-30}{z}$ ore. Timpurile fiind egale între ele şi egale cu 3 ore, avem

$$\frac{x+30}{y} = \frac{x-30}{z} = 3$$

şi cum $\frac{x-45}{y} = \frac{45}{z}$

avem un sistem de ecuaţii cu trei necunoscute.

Din primele ecuaţii avem $3y = x + 30$; $y = \frac{x + 30}{3}$ şi

$$3z = x - 30 \; ; \; z = \frac{x - 30}{3}.$$

Inlocuim în a treia şi avem :

$$\frac{x - 45}{\frac{x + 30}{3}} = \frac{45}{\frac{x - 30}{3}} \text{ sau } \frac{x - 45}{x + 30} = \frac{45}{x - 30}, \text{ sau}$$

$x^2 - 120\,x = 0$ de unde $x = 0$ (soluţie care nu corespunde) şi $x = 120$ km.

De unde rezultă : $y = \frac{150}{3} = 50$ km/h, $z = \frac{90}{3} = 30$ km/h.

Problema 2573

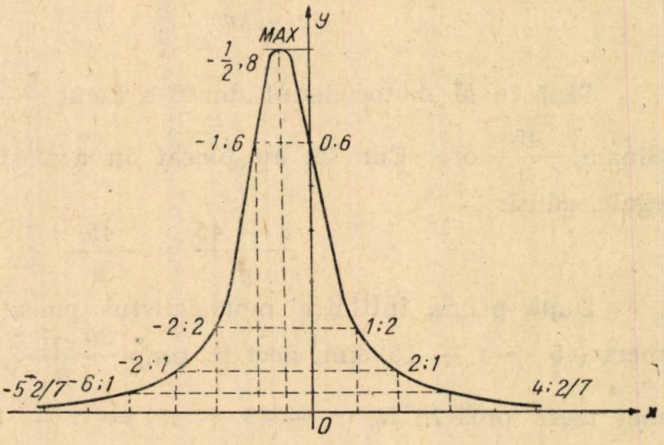
Să se găsească valoarea maximă şi să se construiască graficul funcţiei

$$y = \frac{6}{x^2 + x + 1}$$

(Olimpiada matematică din Ordjonikidze)

Soluţie. Pentru construirea graficului dăm diferite valori lui x

x	y
— 5	2/7
— 4	6/13
— 3	5/7
— 2	2
— 1	6
—1/2	8 Max
—1/3	54/7
0	6
1	2
2	6/7
3	6/13
4	2/7



Din $y = \frac{6}{x^2 + x + 1}$ avem

$$yx^2 + yx + y - 6 = 0, \text{ de unde}$$

$$x = \frac{-y \pm \sqrt{y^2 + 24y - 4y^2}}{2y}$$

Pentru ca x să existe, este necesar să avem:

$$\Delta = y^2 - 4y^2 + 24y \geqslant 0 \quad \text{sau}$$

$$y^2 - 8y \leqslant 0 \quad \text{de unde}$$

$$0 \leqslant y \leqslant 8$$

Deci maximul funcției este 8 (așa cum a rezultat și din grafic), iar y devine zero pentru $x = \pm \infty$.

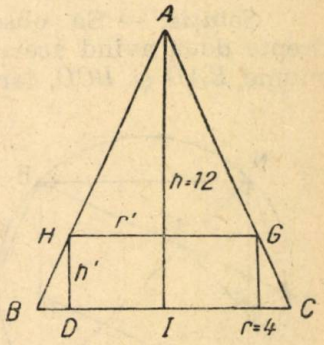
Problema 2577

Se dă un con cu raza bazei 4 și înălțimea 12. Să se determine dimensiunile cilindrului înscris în con dacă aria lui are valoare maximă.

(Olimpiada matematică)

Soluție. Facem o secțiune axială în con. Fie r' raza cilindrului, h' înălțimea lui. Asemănarea triunghiurilor BHD și BAI ne dă:

$$\frac{HD}{AI} = \frac{BD}{BI} \quad \text{sau} \quad \frac{h'}{h} = \frac{r-r'}{r},$$



de unde

$$h' = \frac{h(r-r')}{r} = \frac{12(4-r')}{4} = 3(4-r').$$

Aria cilindrului este $S = 2\pi r'(r' + h') =$

$$= 2\pi r'[r' + 3(4-r')] = 2\pi r'(12 - 2r') =$$

$$4\pi r'(6 - r').$$

Cum suma factorilor r' și $(6-r')$ este constantă, produsul lor este maxim cînd $r' = 6 - r'$, de unde $r' = 3$.

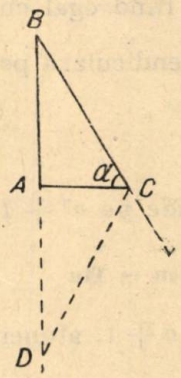
Problema 2587

Să se dea o demonstrație geometrică identității:

$$\operatorname{ctg}\frac{\alpha}{2}(\sec\alpha - 1) = \operatorname{tg}\alpha,$$

Tiberiu Zorapapel, elev București

Soluție. — În triunghiul dreptunghic ABC in care $\sphericalangle C = \alpha$ și CD este bisectoarea exterioară a unghiului C; datorită teoremei bisectoarei avem:



$$(1)\quad \frac{AC}{BC} = \frac{AD}{BD} \quad \text{sau} \quad (2)\quad \frac{BC-AC}{AC} = \frac{BD-AD}{AD};$$

$$\frac{BC}{AC} = \sec\alpha = \frac{\sec\alpha}{1}; \quad \frac{BC-AC}{AC} = \sec\alpha - 1.$$

$$\frac{BD-AD}{AD} = \frac{AB}{AD} = \frac{AB}{AC} : \frac{AD}{AC} = \operatorname{tg}\alpha : \operatorname{tg}\left(\frac{180^\circ - \alpha}{2}\right) =$$

$$= \operatorname{tg}\alpha : \operatorname{tg}\left(90^\circ - \frac{\alpha}{2}\right) = \operatorname{tg}\alpha : \operatorname{ctg}\frac{\alpha}{2} = \frac{\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{cotg}\frac{\alpha}{2}}$$

Deci relaţia (2) devine:

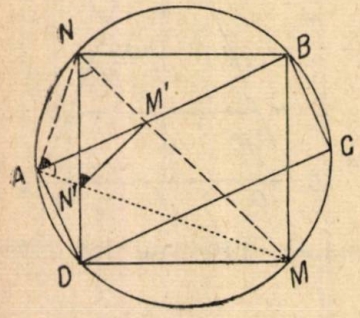
$$\sec\alpha - 1 = \frac{\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{cotg}\frac{\alpha}{2}} \quad \text{sau} \quad \operatorname{ctg}\frac{\alpha}{2}(\sec\alpha - 1) = \operatorname{tg}\alpha$$

Problema 2589

În dreptunghiul ABCD înscris într-un cerc, bisectoarea unghiului A taie cercul într-un punct M prin care se duce diametrul MN. El intersectează latura AB în M', iar bisectoarea AM întîlneşte dreapta ND în N'. Să ce arate că M, D, N, B sînt vîrfuri ale unui pătrat şi că dreapta M'N' e perpendiculară pe diametrul MN.

Ioana Ciorănescu, elevă Bucureşti

Soluţie. — Să observă că patrulaterul $MDNB$ are unghiurile drepte două avînd aceiaşi măsură cu unghiurile dreptunghiului $ABCD$, anume BAD şi BCD, iar unghiul NBM şi unghiul NDM sînt înscrise într-un semicerc. Ne rămîne deci să arătăm că două laturi consecutive ale acestui patrulater (acum dreptunghi) sînt egale. Observăm într-adevăr, că unghiul DNM are 45° fiind egal cu unghiul MAD ca avînd aceiaşi măsură, jumătatea arcului DM. În triunghiul dreptunghic DNM, unghiul DNM fiind de 45°, unghiul DMN are de asemenea 45°. Triunghiul fiind isoscel avem $DN = DM$. Deci $MONB$ este un patrat.



Pentru a arăta că dreapta $N'M'$ este perpendiculară pe diametrul MN trebuie să arătăm că triunghiul $N'M'N$ este dreptunghic în M'. Cunoaştem că unghiul DNM are 45° şi ne rămîne deci să arătăm că unghiul $NN'M'$ are tot 45°.

Observăm că patrulaterul $N'ANM'$ este inscriptibil deoarece latura $N'M'$ este văzută din extremităţi sub unghiuri egale: unghiul $N'AM'$ are 45°, iar unghiul $N'NM'$ are de asemenea 45°. Deci unghiurile $NN'M'$ şi NAM' sînt egale. Unghiul NAM' are 45° fiind egal cu unghiul NMB ce are 45°.

Din cele arătate reiese că dreapta $N'M'$ este perpendiculară pe diametrul MN.

Problema 2591

Să se demonstreze că orice număr prim p, *care divide pe* $a^3 + 1$ *fără a divide pe* $a + 1$, *divide pe* $(a-1)^6 - 1$.

C. Ionescu — Ţiu

Soluţie. Dacă p divide pe $a^3 + 1$ fără a divide pe $a + 1$, atunci el divide pe $a^2 - a + 1$, deci $a^2 - a + 1 = Mp$

Calculăm pe $(a-1)^6-1=[(a-1)^3]^2-1=(a^3-3a^2+3a-1)^2-1=$
$=a^6-6a^5+15a^4-20a^3+15a^2-6a$ (1)

Incercăm împărţirea prin a^2-a+1

$$\begin{array}{l|l}
a^6-6a^5+15a^4-20a^3+15a^2-6a & a^2-a+1 \\
\underline{-a^6+a^5-a^4} & \\
-5a^5+14a^4-20a^3 & a^4-5a^3+9a^2-6a \\
\underline{+5a^5-5a^4+5a^3} & \\
9a^4-15a^3+15a^2 & \\
\underline{-9a^4+9a^3-9a^2} & \\
-6a^3+6a^2-6a & \\
\underline{6a^3-6a^2+6a} & \\
0 &
\end{array}$$

Impărţirea făcîndu-se fără rest, avem:

$(a-1)^6-1=(a^2-a+1).(a^4-5a^3+9a^2-6a)=Mp.$

Problema 2594

Intr-un patrulater ABCD, o dreaptă variabilă ce trece prin punctul comun diagonalelor AC şi BD taie laturile AB şi CD în punctele M şi N. Să se arate că:

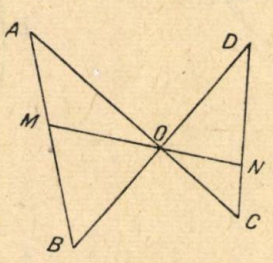
$$\frac{MA}{MB}\cdot\frac{ND}{NC}=\text{constant.}$$

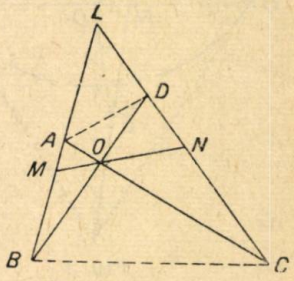
Gh. Dobrotescu, Predeal

Soluţie. Dreptele AB şi CD se taie în punctul L, iar diagonalele AC şi BD se taie în punctul O. Aplicînd teorema lui *Menelaus* triunghiului LMN şi transversalelor AOC şi BOD obţinem respectiv

$$\frac{CN}{CL}\cdot\frac{AL}{AM}\cdot\frac{OM}{ON}=1;$$

$$\frac{BM}{BL}\cdot\frac{DL}{DN}\cdot\frac{ON}{OM}=1$$





relaţii care înmulţite dau:

$$\frac{BM}{BL}\cdot\frac{DL}{DN}\cdot\frac{CN}{CL}\cdot\frac{AL}{AM}=1$$

sau

$$\frac{BM}{AM}\cdot\frac{CN}{DN}=\frac{BL}{AL}\cdot\frac{CL}{DL}$$

de unde rezultă relaţia din enunţ:

$$\frac{MA}{MB}\cdot\frac{ND}{NC}=\frac{LA}{LB}\cdot\frac{LD}{LC}=\text{constant.}$$

Problema 2601

Într-un triunghi oarecare ABC se duc înălțimile BB', CC' și se notează cu D mijlocul laturii BC. Simediana AN întîlnește dreptele $B'C'$, $B'D$, $C'D$ respectiv în punctele M, E, F. Să se arate că:

$$\frac{ME}{MF} = \frac{2b^2 - a^2}{2c^2 - a^2}$$

D. C. Panu

Soluție. — Conform teoremei lui Menelaus, în triunghiul DEF tăiat de transversala $B'C'$, avem:

$$\frac{ME}{MF} \cdot \frac{C'F}{C'D} \cdot \frac{B'D}{B'E} = 1,$$

de unde

$$\frac{ME}{MF} = \frac{C'D}{C'F} \cdot \frac{B'E}{B'D} \qquad (1)$$

iar în triunghiul $B'CD$ tăiat de transversala AN.

$$\frac{EB'}{ED} \cdot \frac{ND}{NC} \cdot \frac{AC}{AB'} = 1$$

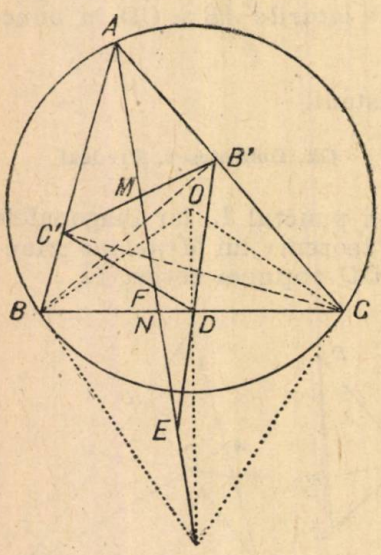


Fig. 1

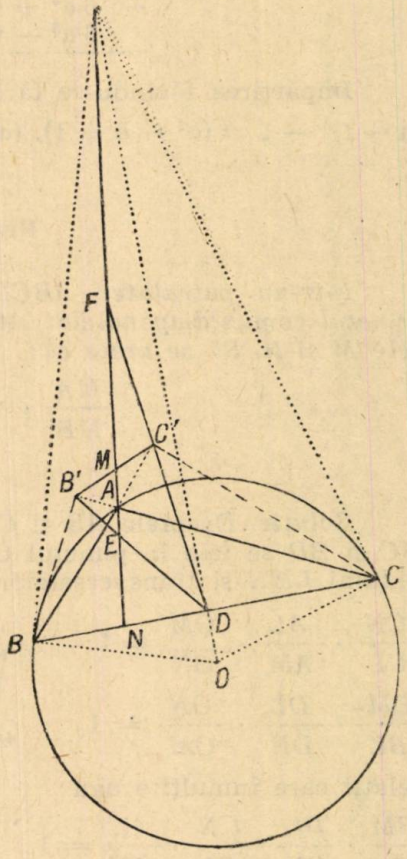


Fig. 2

de unde:

$$\frac{B'E}{DE} = \frac{NC}{ND} \cdot \frac{AB'}{AC} \qquad (2)$$

Simediana AN împarte latura BC în raportul $\frac{BN}{NC} = \frac{c^2}{b^2}$.

(*G. Țițeica*, Culegere de probleme de geometrie, ed. 1956, nr. 583).

Aplicăm o proprietate a proporţiilor :

$$\frac{BN + NC}{NC} = \frac{b^2 + c^2}{b^2},$$

de unde

$$NC = \frac{a\,b^2}{b^2 + c^2},\quad BN = \frac{a\,c^2}{b^2 + c^2}.$$

Apoi,

$$ND = BD - BN = \frac{a}{2} - \frac{a\,c^2}{b^2 + c^2} = \frac{a(b^2 - c^2)}{2(b^2 + c^2)} \text{ şi}$$

$$AB' = c \cos A$$

Înlocuim în (2) :

$$\frac{B'E}{DE} = \frac{2\,bc \cos A}{b^2 - c^2} = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{b^2 - c^2}.$$

Aplicăm o proprietate a proporţiilor

$$\frac{B'E}{B'E - DE} = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2c^2 - a^2}$$

Tot aşa

$$\frac{C'F}{C'D} = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2\,b^2 - a^2}$$

Înlocuind în (1) obţinem :

$$\frac{ME}{MF} = \frac{2\,b^2 - a^2}{2\,c^2 - a^2},$$

Notă. — Simediana vîrfului A se construieşte uşor ştiind că ea trece prin intersecţia tangentelor în B şi C la cercul circumscris triunghiului ABC (probl. nr. 1204)

Problema 2602

Să se determine numărul abcd, ştiind că $3ab = cd$, $c + b = 2d$.

C, V. Costăchescu

Soluţie. — Condiţia din enunţ se mai poate scrie :

$$3(10\,a + b) = 10\,c + d = 30\,a + 3\,b$$

$$10\,c + \frac{c + b}{2} = 30\,a + 3\,b\,;\quad 20\,c + c + b = 60\,a + 6\,b$$

$$21\,c = 60\,a + 5\,b,\quad \text{de unde}$$

$$a = \frac{21\,c - 5\,b}{60}$$

Din această relaţie rezultă că $c = M\,5$; $b = M\,3$ şi $c = 5$.

Avem : $a = \dfrac{105 - 5\,b}{60}$ (1) ; $b = 3,\ b = 6,\ b = 9$.

Din aceste valori, $b = 9$ verifică relaţia (1). Pentru $a = 1$ avem $5 + 9 = 2\,d$; $d = 7$.

Numărul cerut este 1957.

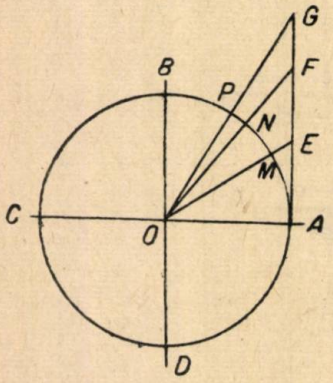
Problema 2603

Să se demonstreze geometric identitatea:

$$\sec^2 a\,(\operatorname{tg} b - \operatorname{tg} c) + \sec^2 b\,(\operatorname{tg} c - \operatorname{tg} a) + \sec^2 c\,(\operatorname{tg} a - \operatorname{tg} b) + \\ + (\operatorname{tg} a - \operatorname{tg} b)(\operatorname{tg} c - \operatorname{tg} a)(\operatorname{tg} b - \operatorname{tg} c) = 0$$

Paul R. Popescu, student Bucureşti

Soluţie. — Considerăm cercul trigonometric şi arcele $AM = a$, $AN = b$, $AP = c$. Avem:



$$OE = \sec a\,; \quad AE = \operatorname{tg} a$$
$$OF = \sec b\,; \quad AF = \operatorname{tg} b$$
$$OG = \sec c\,; \quad AG = \operatorname{tg} c.$$

Aplicînd relaţia lui *Stewart* în triunghiul OEG, avem

$$OE^2 \cdot GF + OG^2 \cdot EF = \\ = OF^2 \cdot EG + EF \cdot FG \cdot EG.$$

sau

$$FG \cdot \sec^2 a + EF \cdot \sec^2 c = \\ FG \cdot \sec^2 b + EF \cdot FG \cdot EG.$$

Dar,

$$FG = AG - AF = \operatorname{tg} c - \operatorname{tg} b$$
$$EF = AF - AE = \operatorname{tg} b - \operatorname{tg} a$$
$$EG = AG - AG - \operatorname{tg} c - \operatorname{tg} a.$$

Deci,

$$\sec^2 a\,(\operatorname{tg} c - \operatorname{tg} b) + \sec^2 c\,(\operatorname{tg} b - \operatorname{tg} a) = \\ = \sec^2 b\,(\operatorname{tg} c - \operatorname{tg} a) + (\operatorname{tg} b - \operatorname{tg} a)(\operatorname{tg} c - \operatorname{tg} b)(\operatorname{tg} c - \operatorname{tg} a)$$

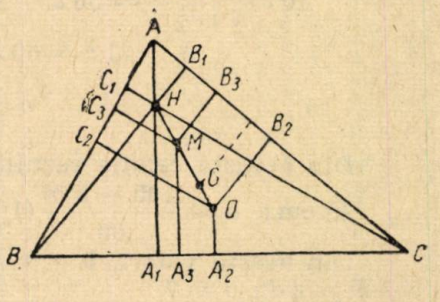
De unde rezultă relaţia din enunţ.

Problema 2546

Intr-un triunghi oarecare ABC notăm cu x_a, x_b, x_c distanţele dintre picioarele înălţimilor şi proiecţiile unui punct situat pe dreapta lui Euler, duse respectiv pe laturile a, b, c. Ştiind că $a > b > c$ să se arate că: $ax_a + bx_b = cx_c$.

* * *

Soluţie. — Fie A_1, B_1, C_1 picioarele înălţimilor; A_2, B_2, C_2 mijloacele laturilor, iar A_3, B_3, C_3 proiecţiile punctului M de pe dreapta lui Euler pe laturi. Avem:



$$h_a^2 = b^2 - A_1C^2 = c^2 - A_1B^2$$

sau

$$b^2 - c^2 = (A_1C + A_1B)\,(A_1C - A_1B)$$

$$b^2 - c^2 = 2a \cdot A_1A_2;$$

Analog:

$$c^2 - a^2 = 2b \cdot B_1B_2 \text{ şi } a^2 - b^2 = 2c \cdot C_1C_2$$

Adunînd prima cu a treia obținem :

$$aA_1A_2 + cC_1C_2 = bB_1B_2$$

Împărțind prin OH avem:

$$a\frac{A_1A_2}{OH} + c\frac{C_1C_2}{OH} = b\frac{B_1B_2}{OH}.$$

Cum însă

$$\frac{A_1A_2}{OH} = \frac{A_1A_3}{MH};\ \frac{C_1C_2}{OH} = \frac{C_1C_3}{MH} \text{ și } \frac{B_1B_2}{OH} = \frac{B_1B_3}{MH}$$

rezultă, simplificînd, $a \cdot x_a + c \cdot x_c = b \cdot x_b$

Observare. Dacă M coincide cu O se obține problema 1908 din GMF(B) nr. 11/1957 p. 513.

Am primit soluție bună de la **Paul Popescu**, București.

Problema 2547

In triunghiul oarecare ABC $(a>b>c)$, fie K punctul lui Lemoyne, iar MNP triunghiul podar al acestui punct. Să se arate că volumul obținut prin rotirea triunghiului MNP în jurul laturii a este maxim. (se poate consulta broșura Maxime și minime geometrie » de I. Ionescu).

Radu Stroe student București,

Soluție. — Punctul lui *Lemoyne* este centrul de greutate al triunghiului său podar. Să presupunem că acest triunghi podar s-ar roti în jurul unei drepte oarecare ce trece printr-unul din vîrfurile sale și că proiecția lui K pe această dreaptă $(\triangle)$ este K'. Vom avea atunci, conform celei de-a doua teoreme a lui *Guldin*:

$$V = S_{MNP} \cdot 2\pi\, KK'$$

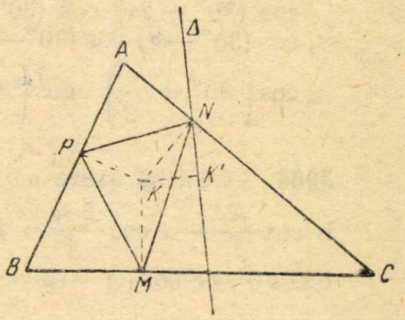
Rezultă că V va fi maxim, atunci cînd KK' va fi maxim, dat fiind că $2\pi S_{MNP} = \text{const.}$

Conform unei teoreme cunoscute,

$$\frac{KM}{a} = \frac{KN}{b} = \frac{KP}{c}.$$

Deci KK' va fi maxim, atunci cînd K' se va confunda cu M întrucît $a>b>c$.

Prin urmare, volumul maxim se obține rotind triunghiul MNP în jurul laturii a.



PROBLEME PROPUSE [1])

3061. — O monedă în greutate de 5 g confecționată dintr-un aliaj de argint și cupru. este dizolvată în acid azotic. Soluției obținute i se adaugă un exces de apă sărată rezultînd un precipitat alb în greutate de 5,547 3 g. Să se afle ce procent de argint există în aliaj știind că greutățile atomice ale argintului și clorului sînt respectiv 108 și 35,5.

C. Necșoiu

3062. — La ce înălțime deasupra unui punct P de pe Pămînt, oscilația unui pendul care bate secunda în P are perioada T secunde? Temperatura nu influențează oscilația pendulului, iar accelerația gravitațională și raza Pămîntului în P sînt respectiv g și R.

Claudiu Orșivski, Tecuci

3063. — *a)* Curentul dat de un element galvanic este de 1 A cînd rezistența exterioară este de 10 ohmi și de 0,8 A, cînd rezistența exterioară este de 20 ohmi. Să se afle rezistența interioară și forța electro-motoare a elementului.

b) Se montează la bornele elementului o rezistență necunoscută și se constată că valoarea curentului este de 0,9 A. Care este valoarea acestei rezistențe?

La cercul de elevi din București, 1958)

3064. — *a)* Se reunesc bornele A și B ale unei baterii cu f.e.m. de 15 V și rezistența interioară neglijabilă, printr-un fir de cupru lung de 500 m. cu secțiunea de 0,9 mm^2, rezistivitatea 0,018 ohmi mm^2/m. Să se calculeze intensitatea i_0 a curentului.

b) Se leagă două puncte C și D printr-un al doilea fir de cupru CND, lung de 240 m, avînd secțiunea de 1,8 mm^2. Să se calculeze intensitățile curenților cînd lungimea CND este de 80 m.

c) Care trebuie să fie această lungime pentru ca intensitatea curentului debitat de baterie să fie egală cu 1,1 i_0 (lungimea CND rămînînd de 240 m).

(La cercul de elevi din București, 1958)

3065. — Să se demonstreze inegalitățile:

$$\cos(30^\circ+2x)\cos(30^\circ+2y)\cos(30^\circ-2x-2y)\leqslant$$
$$\leqslant\cos(30^\circ-x)\cos(30^\circ-y)\cos(30^\circ+x+y)\leqslant$$
$$\leqslant\cos\left(30^\circ+\frac{x}{2}\right)\cos\left(30^\circ+\frac{y}{2}\right)\cos\left(30^\circ-\frac{x}{2}-\frac{y}{2}\right).$$

C. Ionescu — Țiu

3066. — Să se arate că într-un triunghi oarecare avem:

$$b\cos\frac{A}{3}-c\cos\frac{2A}{3}=a\cos\left(C+\frac{A}{3}\right),$$
$$b\cos\alpha-c\cos(A-\alpha)=a\cos(C+\alpha).$$

C. Ionescu-Țiu

---

[1]) VIII: 3062, 3085, 3086, 3100, 3102, IX: 3067, 3068, 3071, 3073, 3082, 3083, 3091, 3095, 3097, 3099, 3104, 3105, X: 3061, 3063, 3064, 3065, 3066, 3069, 3072, 3074, 3079, 3084, 3087, 3088, 3089, 3090, 3092, 3093, 3094, 3096, 3098, 3101, 3103, 3106, XI: 3070, 3076, 3077, 3078, 3080, 3081. — Elevii de cl. IX — XI nu vor trimite soluții la problemele propuse pentru școala de 7 ani.

3067. — Să se arate că locul geometric al centrelor cercurilor variabile ale căror axe radicale cu două cercuri fixe trec prin două puncte fixe este o dreaptă. Să se extindă proprietatea la sferę.

C. Coşniţă

3068. — Dacă $H_1H_2H_3$ sînt simetricile centrului I al cercului înscris în triunghiul ABC în raport cu mijloacele laturilor triunghiului ABC, să se arate că paralelele duse prin H_1, H_2, H_3, determină respectiv pe BC, CA, AB trei puncte coliniare.

M. Grunbaum

3069. — Fie ecuaţia $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$. Să se formeze ecuaţia cu rădăcinile:

$$y_1 = \frac{x_1}{x_2 + x_3}\ ; \quad y_2 = \frac{x_2}{x_3 + x_1}\ ; \quad y_3 = \frac{x_3}{x_1 + x_2}\ .$$

C. Berdan

3070. — Să se rezolve în numere întregi ecuaţia $x^2 - y^2 = z^3$.

V. Pelepceac

3071. — Se dă triunghiul oarecare ABC şi cercul său circumscris. Bisectoarea unghiului BAC taie latura BC în D şi cercul în K. Să se arate că au loc relaţiile:

$$AK^2 = AB \cdot AC + AK \cdot DK$$
$$AK^2 - BK^2 = AD \cdot AK.$$

Mihail Şt. Botez

3072. — Dacă $a+b+c+d = 2\pi$ să se arate că:

$$\sin a + \sin b + \sin c + \sin a = 4 \sin\frac{a+b}{2} \cdot \sin\frac{a+c}{2} \cdot \sin\frac{a+d}{2}$$

$$\cos a + \cos b + \cos c + \cos d = 4 \cos\frac{a+b}{2} \cdot \cos\frac{a+c}{2} \cdot \cos\frac{b+c}{2}$$

$$\operatorname{tg} a + \operatorname{tg} b + \operatorname{tg} c + \operatorname{tg} d = \operatorname{tg} a \cdot \operatorname{tg} b \cdot \operatorname{tg} c + \operatorname{tg} a \cdot \operatorname{tg} b \cdot \operatorname{tg} d + \operatorname{tg} a \cdot \operatorname{tg} c \cdot \operatorname{tg} d + \operatorname{tg} b \operatorname{tg} c \cdot \operatorname{tg} d$$

$$\operatorname{cotg} a + \operatorname{cotg} b + \operatorname{cotg} c + \operatorname{cotg} d = \operatorname{cotg} a \cdot \operatorname{cotg} b \cdot \operatorname{cotg} c + \operatorname{cotg} a \cdot \operatorname{cotg} b \cdot \operatorname{cotg} d + \operatorname{cotg} a \cdot \operatorname{cotg} c \cdot \operatorname{cotg} d + \operatorname{cotg} b \cdot \operatorname{cotg} c \cdot \operatorname{cotg} d \cdot$$

* * *

3073. — Intr-un triunghi ABC se iau pe cele trei laturi punctele A', B', C', astfel încît $\frac{A'B}{A'C} = m, \frac{B'C}{B'A} = n, \frac{C'A}{C'B} = p$, în care m, n, p sînt negative cînd punctele A', B', C' sînt interioare segmentelor BC, CA, AB şi pozitive cînd sînt exterioare lor. Se consideră dreptele AA', BB', CC' care prin intersecţie două cîte două în punctele M, N, P formează triunghiul MNP. Notînd cu s aria triunghiului ABC şi cu s' aria MNP, să se calculeze raportul $\frac{s'}{s}$.

N. Rădulescu, profesor Caracal

3074. — Să se rezolve ecuația:

$$\sin^2 x \sin 2x + \cos^2 x \cos 2x = \frac{1}{2}$$

x x x

3075. — Razele cercurilor exînscrise unui triunghi ABC sînt trei numere întregi diferite supraunitare. Știind că și suma inverselor acestor raze este tot un număr întreg, să se exprime numeric laturile triunghiului.

L. Mănescu

3076. — Se dau funcțiile: $y = x^2 + 4$ și $y = \frac{16}{x^2 + 4}$ și se cere:

1. să se studieze și să se reprezinte grafic aceste funcții.
2. Să se scrie ecuațiile tangentelor la aceste curbe în două puncte de abscise $x = 1$.
2. Să se verifice că aceste tangente taie axa Ox în două puncte simetrice față de punctul de abscisă $x = 1$.

x x x

3077. Fie A un punct fix situat pe latura Ox a unghiului xOy. Se duce un cerc variabil tangent în A laturii Ox. precum și un al doilea cerc trecînd prin O, avînd centrul pe Oy și tangent primului cerc. Se cere locul geometric al punctului de contact al celor două cercuri variabile.

V. Vasu

3078. — 1) Să se afle ecuația elipsei ale cărei focare au coordonatele $(\pm 3,0)$ și excentricitatea $\frac{3}{5}$.

2) Să se afle ecuația parabolei care are vîrful în punctul $(0,1)$ și ca directoare dreapta de ecuație $y + 2 = 0$.

3) Să se afle aria mărginită de elipsă și parabolă.

4) Să se afle volumul corpului descris de suprafața mărginită de elipsă și parabolă prin rotirea lor în jurul axei ox.

Ștefan Petrescu, profesor București

3079. — Un turn este situat pe o coastă înaltă în apropierea malului mării.

În momentul cînd o navă se află pe direcția est mergînd spre nord, unghiul de depresiune al navei, măsurat de la vîrful turnului, este α.

După un timp t, unghiul de depresiune al navei, măsurat de la baza turnului, este β.

Dacă înălțimea turnului este h, viteza navei este v, se cere înălțimea coastei.

C. V. Costăchescu

3080. — Dacă a, b, c sînt respectiv ipotenuza și catetele unui triunghi dreptunghic, să se arate că pentru $n > 2$ avem inegalitatea:

$$a^n > b^n + c^n$$

Gh. I. Stoian, student

3081. — Să se demonstreze că dacă x și y sînt două numere întregi consecutive, soluții ale ecuației $z^2 = x^2 + y^2$, atunci numerele corespunzătoare z sînt numărători ai reduselor de ordin pereche a fracției continue $(2, 2, 2, ., .)$.

Gh. Buicliu

3082. — Se consideră unghiul ascuțit AOB și bisectoarea sa interioară OC. Dacă $OC=OA$; $CB \perp OB$; $AD \perp OB$, atunci are loc relația:

$$AD \cdot AO = 2 \cdot BC \cdot BO$$

Gh. Călugăriță

3083. — Într-o sferă de rază R se înscrie o piramidă tringhiulară regulată, astfel ca diametrul perpendicular pe planul bazei să fie împărțit de acest plan în raportul $\frac{1}{2}$. Să se demonstreze că fețele laterale ale piramidei formează un tetraedru tridreptunghic.

Const. Săndulache, profesor Bacău

CHESTIUNI DE EXAMEN

3084. — Pe segmentul $AB = 2a$ ca diametru, se descrie un semicerc. Fie M un punct pe segmentul AB și notăm $AM = x$. Perpendiculara prin M pe AB taie semicercul în N. Dreapta BN taie în P tangenta în A la semicerc. Să se determine valorile lui x pentru care volumul născut de triunghiul ABP este de două ori volumul născut de triunghiul format de segmentele AP și PN și de arcul de cerc NA în rotirea în jurul diametrului AB.

(Ex. de maturitate Iași, 1957)

3085. — Două roți cuplate printr-o curea de transmisie, au diametrii respectiv de 1 200 mm și 260 mm, iar distanța între axele de rotație de 2 000 mm. Să se calculeze cu cît mai puține calcule numerice, folosind tabelele, lungimea curelei presupunînd-o perfect întinsă.

(Ex. de maturitate Iași, 1957)

3086. — Se dă ecuația de gradul II, în x:

$$(m-1)\,x^2 - 2\,mx + 3 = 0.$$

Să se determine valorile lui m pentru care $\frac{1+x_1}{1-x_2} + \frac{1+x_2}{1-x_1} \geqslant 8$, unde x_1 și x_2 sînt rădăcinile ecuației date.

(Ex. de maturitate Iași, 1957)

3087. — Un trunchi de piramidă are fețele laterale egal înclinate pe baza mare cu un unghi φ. Cele două baze ale trunchiului de piramidă sînt trapeze isoscele cu raportul de asemănare $k < 1$. Trapezul bazei mari are laturile paralele egale respectiv cu $2a$ și $2b$. Se cere volumul și aria laterală a trunchiului de piramidă.

(Ex. de maturitate Iași, 1957)

3088. — Un trapez cu bazele AB, CD şi laturile neparalele BC, AD are următoarele proprietăţi :

a) volumul născut din rotaţia lui în jurul bazei AB este V_1;

b) volumul născut din rotaţia lui în jurul lui DC este V_2;

c) aria lui este S.

Să se afle lungimile bazelor şi înălţimea trapezului. Să se discute forma acestuia după valorile lui V_1 şi V_2.

2^0. Presupunind fixată una din baze, fie AB, să se afle locul geometric al punctului de intersecţie P al laturilor neparalele (pentru V_1, V_2, S date).

3^0. Cunoscînd unghiul sub care se taie acestea, să se arate cum se construieşte trapezul cu rigla şi compasul (condiţia de posibilitate).

4^0. În aceiaşi ipoteză ca la 2^0, să se afle locul punctului Q de intersecţie al dreptelor AC şi BD. Să se arate că dreapta PQ trece printr-un punct fix şi să se afle locul geometric al simetricului lui A faţă de acea dreaptă (PQ).

(Admiterea la Facult. de matematică şi fizică Iaşi, 1957)

3089. — Se consideră sumele :

$$S = \sin(2x+y)\sin(4x+y) + \sin(6x+y) + \sin(8x+y).$$
$$S' = \cos(2x+y)\cos(4x+y) + \cos(6x+y) + \cos(8x+y)$$

1) Să se transforme aceste sume în produse.

2) Să se rezolve ecuaţia $S = 4\cos x$.

3) Să se studieze ecuaţia $\frac{S}{S'} = \operatorname{tg}^2 x$.

(Admiterea la Facult. de matematică şi fizică Iaşi, 1957)

3090. — Se consideră într-un plan P, un triunghi OAB în care $OA=a$; $OB=b$; $\sphericalangle AOB = \alpha$, perpendiculara OC pe P în O şi un punct M pe această perpendiculară la distanţa x de O.

1. Să se afle lungimile segmentelor AM, BM, AB şi unghiul $(AMB) = L$.

2. Cît trebuie să fie x pentru ca $\sphericalangle AMB = \frac{\pi}{2}$ (condiţii de posibilitate).

3. În cazul $a=b$ să se afle x în funcţie de L şi α, să se facă apoi expresia calculabilă prin logaritmi.

Condiţiile de posibilitate ale problemei.

4. În acelaşi caz $a=b$ să se studieze L în funcţie de α dacă $x=ka$; în particular, să se găsească L în funcţia de α, dacă avem $k=L$.

(Admiterea la Facult. matematică şi fizică Iaşi, 1957)

3091. — Se consideră cercul C de rază a şi cercurile egale A_1, A_2, A_3, A_4 tangente interior cercului C în aşa fel ca A_1 să fie tangent exterior lui A_4 şi A_2; A_2 tangent exterior lui A_1 şi A_3; A_3 tangent exterior lui A_2 şi A_4; în sfîrşit A_4 tangent exterior lui A_1 şi A_3.

1. Să se afle raza cercurilor $A_1, \ldots, A_4$.

2. Să se afle aria cuprinsă între aceste 4 cercuri.

3. Fie M_1, M_2, M_3, M_4 punctele de contact între cercurile A_1 şi cercul C. Să se afle aria porţiunilor din cercurile A_1, exterioare pa-

tratului M_1, M_2, M_3, M_4 şi aria interioară cercului C şi exterioară aceluiaşi patrat.

4. Să se construiască geometric cu rigla şi compasul, raza cercurilor A_i, cunoscînd raza cercului C.

(La Facult. de matematică şi fizică Iaşi, 1957)

3092. — Se consideră un triedru tridreptunghi $Oxyz$ şi un plan care taie muchiile acestuia în punctele A, C. Ştiind că laturile triunghiului ABC sînt a, b, c, să se afle :

1°. lungimea segmentelor OA, OB, OC şi aria triunghiului ABC;

2°. volumul corpului $OABC$;

3°. Distanţa de la O la planul ABC.

4°. Fie M punctul de intersecţie al perpendicularei din O pe planul ABC. Să se afle distanţa OM.

5°. Să se afle formula care dă unghiul planului ABC cu Oxy.

(Admiterea la facult. de matematică şi fizică Iaşi, 1957)

3093. — Un con circular drept are aria laterală de 15π m^2. Raza şi înălţimea sînt proporţionale cu numerele 3 şi 4. Să se afle volumul conului.

(La Inst. Politehnic Iaşi, 1957)

3094. — Să se verifice identitatea

$$\sin^2 a + \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 a} - \cos a = 2 \sin^2 \frac{a}{2}.$$

(La Inst. Politehnic Iaşi, 1957)

3095. — Să se reprezinte grafic funcţia

$$y = ax^2 + bx + c$$

ştiind că a, b, c sînt rădăcinile sistemului de ecuaţii :

$$\begin{aligned} 6a + 12b + 5c &= -3, \\ a + b + c &= 1 \\ 12a + 6b + 3c &= 1. \end{aligned}$$

(La Inst. Politehnic Iaşi, 1957)

3096. — Laturile AB şi AC ale unui triunghi ABC sînt egale respectiv, cu 2 cm şi 3 cm. Unghiul A fiind soluţia diferită de zero a ecuaţiei trigonometrice $\sin x + \cos 2x = 1$, să se calculeze lungimea laturii BC precum şi liniile trigonometrice ale arcului $\frac{A}{2}$.

(Admiterea în Inst. Politehnic Iaşi, 1957)

3097. — Laturile unui hexagon regulat se prelungesc în acelaşi sens cu o lungime egală cu lungimea lor. Se cere :

a) Să se arate că hexagonul $A'B'C'D'E'F'$ care rezultă din unirea extremităţilor laturilor prelungite este un hexagon regulat.

b) Să se calculeze aria acelui hexagon în funcţie de latura hexagonului iniţial şi să se determine raportul ariilor celor două hexagoane.

(Admiterea în Inst. Politehnic Iaşi, 1957)

3098. — Se dă un cerc de centru O şi de rază $R = 5$ cm şi un punct A situat la distanţa $AO = 13$ cm faţă de centrul cercului. Din punctul A se duc tangentele AB şi AC la cerc, B şi C fiind punctele de contact cu cercul.

Să se calculeze: ariile triunghiurilor OCB şi ABC, volumele conurilor OBC şi ABC obţinute prin rotirea figurii în jurul dreptei OA, precum şi volumul calotei sferice generate de arcul BC.

(Admiterea în Inst. Politehnic Iaşi, 1957)

3099. — 1^0 — Se dă un trapez dreptunghic $ABCD$ în care diagonala AC este perpendiculară pe latura CB. Se prelungeşte latura DC cu segmentul $CE = \frac{DC}{4}$. Se uneşte E cu B, se duce bisectoarea unghiului CEB care întîlneşte AB în F. Să se arate că $AF = 3CE$. Se va nota $DC = a$ şi unghiul $DAC = \alpha$.

2^0. Ce este logaritmul unui număr? Să se demonstreze principalele proprietăţi ale logaritmilor.

(Admiterea în Inst. Politehnic Iaşi, 1957)

3100. — Să se arate dacă $b = 0$ ecuaţia.

$$(1 + a^4)\, x^2 + b^4\, x - 2a^4 = 0$$

are rădăcini reale şi de semne contrarii. Să se găsească în ce caz ecuaţia poate avea o rădăcină dublă şi să se considere şi cazul cînd $a=0$.

(La Inst. Politehnic Iaşi, 1957)

3101. — Fie $a = \cos p$; $b = \sin p$ şi
$P(x) = (1 + \cos^4 p)\, x^2 + \sin^4 p\, x - 2 \cos^4 p$.
Să se demonstreze egalităţile:

$$P(-1) = \frac{\sin^2 2p}{2}\ ;\ P(0) = -\cos^4 p\ ;\ P(1) = 2 \sin^2 p$$

şi să se deducă apoi, că ecuaţia $P(x) = 0$ are cele două rădăcini cuprinse între -1 şi 1 şi că ea nu poate avea o rădăcină egală cu 1 decît dacă cealaltă este egală cu -1.

(La Inst. Politehnic Iaşi, 1957)

3102. — Să se arate că există identitatea

$$8x^3 + 20\, x^2 + 14\, x + 3 \equiv (ax + b)(ax + c)^2 \qquad (1)$$

unde a, b, c sînt constante reale care se vor determina.

2. Utilizînd identitatea (1) să se găsească valorile lui x pentru care este verificată inegalitatea

$$8\, x^3 + 20\, x^2 + 14\, x + 3 \leqslant 0 \qquad (2)$$

(La Inst. Politehnic Iaşi, 1957)

3103. — Să se transforme expresia:

$$-2 \sin 3p - 10 \cos 2p + 20 \sin p - 13$$

în funcţie numai de $\sin p$ şi apoi utilizînd identitatea (1), să se demonstreze inegalitatea

$$-2 \sin 3p - 10 \cos 2p + 20 \sin p + 13 \geqslant 0$$

valabilă pentru orice p, apoi să se rezolve ecuația

$$-2 \sin 3p - 10 \cos 2p + 20 \sin p + 13 = 0$$

(La Inst. Politehnic Iași, 1957)

3104. — Într-un cerc de centru 0 se consideră doi diametri perpendiculari AB și CD. Fie P un punct oarecare situat pe AB. Se duce dreapta CP care intersectează cercul într-un punct S. Se consideră tangenta la cerc în punctul S care taie dreapta AB în punctul R. Să se arate că triunghiul SPR este isoscel și să se determine poziția punctului S astfel ca triunghiul de mai sus să fie echilateral.

(La Inst. Politehnic Iași, 1957)

3105. — Se consideră un patrulater $ABCD$ în care $AB = DC = a$ și $BD = AC = b$. Fie E punctul de intersecție al diagonalelor AC și BD.

1^0. Să se arate că $DE + EC = AE + EB = \text{const.}$ și să se determine valoarea acestei constante.

2^0. În ipoteza că $a = 13$ cm, $b = 17$ cm și $DE^2 - EC^2 = 119$ cm, să se calculeze ariile și înălțimile triunghiurilor DEC și AEB, precum și lungimile segmentelor determinate pe DC și AB de proiecția ortogonală a punctului E.

(La Inst. Politehnic Iași, 1957)

3106. — Se dă triunghiul dreptunghic ABC cu ipotenuza $BC = 60$ mm și unghiul $B = 30^0$. Să se găsească volumul generat de acest triunghi prin rotirea sa în jurul unui ax ce trece prin B și este simetric cu BC față de AB.

(La Inst. Politehnic Iași, 1957)

EXERCIȚII ȘI PROBLEME PENTRU ȘCOALA DE 7 ANI[1])

E: 1109. — Dacă A, B, C, D sînt numere întregi care satisfac relațiile:

$$5A + 6B + 7C + 8D = \mathcal{M}\, 13; \quad A - 12B + 11C - 10D = \mathcal{M}\, 23,$$

să se arate că

$$5D + 6C + 7B + 8A = \mathcal{M}\, 13 \text{ și } 13D - 12C + 11B - 10A = \mathcal{M}\, 23.$$

I. Mateseu

E: 1110. — Un vas de 22 tone scufundat în apă trebuie ridicat la suprafață cu ajutorul unui ponton cu capacitatea de 25000 l și cu greutatea proprie de 2675 kgf. Ce presiune trebuie să aibă aerul comprimat în ponton, dacă un metru cub de aer la presiunea de o atmosferă cîntărește 1,3 kgf.?

C. Necșoiu

---

[1]) Clase V: E: 1109, 1114, 1115. VI: 1110, 1111, 1113, 1117. VII: 1112, 1116, 1118, 1119, 1120.

E: 1111. — Să se scrie fracţiile $\frac{13}{16}$ şi $\frac{13}{8}$ în fracţii în baza 4.

Popescu I. Şerban, profesor Strehaia

E: 1112. — a) Să se explice dece cînd privim un astru luminos ni se pare că tremură?

b) Dacă ne aflăm într-o noapte pe vîrful unui munte şi privim luminile becurilor electrice ale unui oraş din apropiere, mai pare că tremură luminile?

C. I. Ţ.

E: 1113. — Să se explice de ce dinţii fierăstrăului sînt îndoiţi de o parte şi de alta a pînzei fierăstrăului şi enunţaţi legile fizicii care se aplică în timpul funcţionării fierăstrăului.

C. I. Ţ.

E: 1114. — Din fondul unui clase s-a cheltuit $\frac{2}{7}$ pentru pavoazare şi unele rechizite, apoi la fondul rămas s-a mai adăugat suma de lei 236 şi după aceea s-au făcut abonamente de 300 lei. La sfîrşit s-a constatat că a mai rămas necheltuit $\frac{1}{3}$ din suma ce a existat la început. Care a fost suma rămasă necheltuită?

* * *

E: 1115. — Un elev citeşte în trei zile 331 pagini. Cît a citit în ziua a treia, dacă citeşte cu 10% mai mult decît în a doua. Cînd a citit de asemenea cu 10% mai mult decît în prima zi.

Viorel Grigore

E: 1116. — Să se demonstreze identitatea:

$$\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{c}-\frac{c}{a}\right)(a+b-c)+\left(\frac{a}{b}-\frac{b}{c}+\frac{c}{a}\right)(a-b+c)+$$
$$+\left(-\frac{a}{b}+\frac{b}{c}+\frac{c}{a}\right)(-a+b+c)+\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{c}+\frac{c}{a}\right)(a+b+c)=$$
$$=4\left(\frac{a^2}{b}+\frac{b^2}{c}+\frac{c^2}{a}\right).$$

Ianuş Stere, Constanţa

E: 1117. a) Un burete de cauciuc strîns cu o sfoară pentru a-şi micşora volumul, este cîntărit pe o balanţă; apoi desfăcînd sfoara buretele îşi revine şi este recîntărit împreună cu sfoara cu care a fost legat. Să se spună dacă ambele cîntăriri arată aceiaşi greutate şi să se explice dece.

— Să se explice de ce lemnele verzi şi mai ales, surcelele, trosnesc în sobă cînd sînt puse în foc.

C. I. Ţ.

E: 1118. Să se arate că dacă $\frac{a+b}{3a-b} = \frac{b+c}{3b-c} = \frac{c+d}{3c-a} = \frac{d+a}{3d-a}$, atunci avem și $a^2+b^2+c^2+d^2 = ab+bc+cd+da$.

Răşcanu Radu, elev Bucureşti

E; 1119. Fie M un punct pe latura AD a unui dreptunghi $ABCD$. Cu centrul în M descriem un cerc ce taie pe BC în E şi F. Dreptele ME şi MF taie diagonalele AC şi BD în G şi I şi respectiv H şi J. Să se demonstreze că $GHIJ$ este un patrulater inscriptibil.

Strătescu Ion, Călăraşi

E: 1120. Să se arate că

$$(a+b)^4+(a-b)^4 = 2(a^4+b^4+6a^2b^2);$$
$$(a+b)^8-(a-b)^8 = 16ab(a^2+b^2)(a^4+b^4+6a^2b^2)$$

***

RUBRICA REZOLVITORILOR DE PROBLEME

EVIDENŢIAŢI [1])

Pînă la 1 ianuarie 1958 s-au mai evidenţiat următorii rezolvitori de probleme:

Vîrgolici V. Virgil (student Fac. Instalaţii-Utilaj, Bucureşti), *Gheorghe Cezar* (clasa 9 Buzău), *Tîrtan Gabriel* (absolvent Găeşti), *Motoargă Dumitru* (clasa 10 şcoala militară Breaza), *Ixaru Gr. I.* (clasa 9 Găeşti), *Bozdog Ion* (clasa 10 Tg. Jiu), *Ianuş Stere* (absolvent Constanţa), *Băsturescu Mugurel* (clasa 10 Caracal), *Mititelu Ştefan* (clasa 10 Calafat), *Gavril Gheorghe* (absolvent Piatra Neamţ). *Constantinopol Alexandru* (clasa 10 Ploeşti), *Iordache Gh. Elena* (absolventă Constanţa), *Dincă George* (clasa 10 Caracal), *Grigore Al. Gh.* (anul I şcoala de topologie Sibiu), *Bena I. Iosif* (absolvent Oraviţa), *Nicolae M. Ioan* (absolvent Alexandria).

Pînă la 1 ianuarie 1958 s-au primit cel puţin cîte 10 soluţii bune la problemele propuse în G. M. F. seria B numerele 8—11 din 1957, după cum urmează:

ADJUD. *Şcoala de 7 ani Păuneşti.* Clasa 5. Moisă Neculai (E: 985—89, 90, 97, 1013, 22, 25), Vasilache Maria (E: 984, 1003, 04, 15, 27, 29, 31, 32). Clasa 6. Ignat G. Gheorghe (E: 1007, 24—29), Marinov Costică (2733, E: 988, 1015 23—26, 28, 29), Novac Felîcia (E: 984, 1001, 03, 04, 25—29), Ştefan Felicia (E: 1001, 04, 13, 14, 22, 25, 26, 28). Clasa 7. Chiriac Gh. Valeriu (2733, E: 986, 88, 93—95, 1001, 07—09, 13, 14, 22, 23, 28), Marin I. Angela (E: 986, 88, 1001, 13, 17, 23, 26, 28, 29), Roman Simion (E: 985—87, 89, 90, 97, 1017, 24), Teodorescu Mariana (E: 988, 1001, 15, 17, 23, 27—29).

ALEXANDRIA. Clasa 7. Iliescu R. Ştefan (E: 984—87, 89, 90, 97, 1000, 03, 04, 19, 21, 31, 32). Clasa 8. Ştefan I. Grigore. (E: 984—86, 90, 96, 97, 1003, 04, 09, 21). Clasa 9. Ştefan I. Corneliu (2779, 807, 11, 13, 15—17, 29, 45, 59, 63, 70, 74, P). *Absolvent Nicolae M. Ioan* (2772, 807, 08, 11, 13, 15—17, 30, 31, 59—68, 70—80, P).

ARAD. *Şcoala Medie „I. Slavici".* Clasa 8. Popescu Dorel (E: 985—87, 89, 90, 1002, 04, 13, 15, 17, 19, 21). Clasa 10. Beştea G. Cătălin (2774, 78, 79, 88, 92—94, 99, 802, 05, 06, 21), Nadin G. (2742, 46, 91, 99, 804, 13, 15, 17, 19, 34). *Absolvenţi:* Barsani Andrei (2794—96, 98—802, 04, 05), Raduli Ssabo (2780, 94—96, 98, 99, 001, 02, 04, 06).

BACĂU. *Şcoala medie nr. 1.* Clasa 9. Grill Alfred (2742, 47, 49, 57, 79, 90, 807, 13, 15, 16, 29). Clasa 10. Sîrbu Mihai (2772, 74, 77, 79, 81, 83, 88, 90, 91, 94—99, 802—04, 06, Tutaru Ion (2746, 72, 79, 81, 94, 98, 802, 04, 07, 11, 16, 27).

BISTRIŢA. *Absolvent,* Vergeagă T. (2761, 74, 78, 79, 96, 97, 99—801, 03, 06, 07, 30, 59—61, 63, 65—70).

[1]) Evidenţiaţii din G.M.F.-B, nr. 1—10 din 1958 sînt concurenţi la premiile G.M.F.-B pe anul 1958 (vezi nr. 1 pag. 28).

BOLINTINUL DE VALE. Clasa 8. Bunea Cristea (E: 985—87, 89, 90, 1025—29, 31), Mîndricel M. Ilie (2829, 34, E: 1025—29, 31, 32, 35), Nistor C. Constantin (E: 985, 87, 89, 90, 95, 1008), Radu Stere (E: 986, 1025—29, 31, 32, 34, 35).

BOTOŞANI. Clasa 10. Bădiliţă M. Alexandru (2746, 59, 64, 68, 98, 802, 06, 07, 9, 15, 17, 27). *Absolvent* Horneanu Constantin (2807, 16, 27, 60, 65—68, 70, 71, 073—79).

BRĂILA. *Şoala medie nr. 1.* Clasa 8. Dumitru Luisa (2759, E: 985—87, 89, 90, 95, 97, 1013, 24), Gavrilă Cornel (E: 984—37. 89, 1013, 15, 19, 21, 24), Ghiţă Tudor (2834, 985, 86, 89, 90, 1025, 27—29, 31, 82, 35). *Şcoala medie nr. 2.* Clasa 10. Alexandru M. M. (2740, 42, 58, 59, 68, 79, 80, 82, 83, 93, 95, 811, 13, 18, 26, 31), Brătinea Liviu (2746, 48, 59, 62, 64, 66, 804, 11, 13, 17, P). *Absolvenţi:* Coman Ioan (2779, 90, 94, 98, 99, 801, 02, 04, 07, 11, 13, 16, 30), Toma Ioan (2749, 72, 74, 76, 79, 91, 95, 99, 803, 07, 11, 13, 15—17, 25, 29, 30, 34).

BREAZA. Clasa 5. Pădure Vasilica (E: 1013, 24. 25, 27, 28). Clasa 8. Tenie Petru (E: 984—87, 89, 90, 92—94, 99, 1013, 25, 28, 29), Clasa 9. Florescu Gheorghe (2741, 46, 57—59, 62, 64, 66, 76, 79, 99, 807, 00, 21, 26), Bică Ion (2757, 58, 64, 66, 807, 11, 18, 21, 24, 26, 31), Mărăcineanu Viorel (2739, 41, 46, 59, 62, 64, 66, 76, 79, 807, 09, 11, 17, 18, 21, 24, 26, 31). Clasa 10. *Motoargă Dumitru* (2739—42, 46, 47, 49, 52, 55—62, 64—68, 70—72, 78, 83, 80, 91, 92, 95—98, 800—04, 06).

BUCUREŞTI. *Studenţi:* Bănică Radu (fac. constr. civile) (2738—42, 46, 47, 52, 58, 59, 62, 64, 66, 68, 70, 807—09, 11, 16, 17, 21, 25, 27, 30, 31), Strătescu Ion (fac. constr. civile) (2738—42, 46, 47, 52, 58, 59, 62, 64, 66, 68, 70, 807—09, 11, 16, 17, 21, 25, 27, 30, 31), Strătescu Ion (fac. constr. civile) (P), *Vîrgolici V. Virgil* facultatea instalaţii-utilaj) (2738—44, 46, 47, 52, 55—59, 61—68, 70—72, 74—83, 86, 88, 90—804, 06—09, 11—13, 15, 16, 18, 19, 21, 22, 26, 27, 29—31, 33, P).

Absolvenţi: Adam Gheorghe (2742, 46, 68, 79, 90, 91, 92, 802, 06, 13, 30), Arhangelski Jurii (2807, 08, 10—14, 27, 30—32), Buşilă Ioana (2776, 84, 92, 93, 808, 11, 13, 16, 17, 27, 30), Căciularu Marcel (2706—11, 13—16, 19—22, 24—26, 28, 30—36, P), Harmata Mihai (2742, 55, 61, 62, 66, 68, 79, 83, 92, 93, 808, 12, 27, 30, 31), Popa Nestor (2722, 36, 46, 47, 55—58, 79, 800, 02, 07, 13, 45, 48, 60, 63, 65—70, 73, 74, 76—78), Vodă Mihai (2779, 94, 95, 801, 02, 61—65, 69, 70, 74, 78).

Şcoala medie nr. 1 „Nicolae Bălcescu". Clasa 7. Chimion Theodor (E: 1013—15, 17—19, 21—24). Clasa 8. Doniga Petre (E: 984—91, 95—97), Giugu Dan (2742, 59, 64, 79, E: 1013, 15, 17, 19, 21, 24, 25, 31, 32), Popescu E. Valeriu (E: 984, 85, 87, 90, 93, 94, 1013, 17, 19, 21), Vlădescu Barbu (E: 900, 85—87, 89, 93, 94, 1013, 19, 21), Ghelmeziu N. N. (2742, 46, 59, 79, 91, 807, 11, 13, 29, 34, P), Isbăşescu E. Mircea (2742, 46, 55, 57—59, 64—66, 70), Răşcanu Radu (2705, 12, 14, 22, 35, 41, 49, 55—57, 90, 95, 99, 806, 07, 27, P). Clasa 10. Catrina D. (2715, 20, 28, 31, 36, 68, 79, 84, 98, 802, 04, 06). *Curs seral:* Popa Constantin (2811, 27—33).

Şcoala medie nr. 4 „Aurel Vlaicu". Clasa 8. Paraschiva Nicolae (E: 984—90, 1002, 03, 08, 09), Prahoveanu Ruxandra (E: 884—90, 1003, 06, 08, 09). Clasa 9. Cojocaru H. Paul (2715, 46, 57, 65, 72, 90, 92, 93, 813, 24), Muşat I. Mihai (2741, 57—59, 64, 65, 68, 91, 807, 13, 16, 17, 26, 27). Clasa 10. Bădeliţă Gr. Luminiţa (2731, 38, 59, 61, 64, 94—96, 99, 807, 11, 16, 17), Dobre D. Cornel (2760, 91, 807, 11, 13, 16, 17, 19, 26, 27, 31), Ionescu L. Rodica (2731, 33, 59, 61, 64, 94—96, 99, 807, 11, 16, 17), Secaliş Mircea (2759, 64, 72, 78, 79, 801, 02, 04, 07, 17), Udrea Dumitru (2746, 98, 99, 802, 03, 06, 17, 18, 28, 31).

Şcoala medie nr. 7 „Ion Luca Caragiale". Clasa 8. Niculescu I. Dan (E: 984—86, 89, 90, 94, 1013,, 15, 19, 21).

Şcoala medie nr. 10. Clasa 8. Alterescu Yvonne (2817, 45, E: 1013, 15, 17, 19, 21, 24, 26, 27, 29, 31, 32, 34, 43), Bărbulescu Ioana (E: 984, 85, 88, 92, 1009, 13, 15, 21, 25, 26, 29, 37, 40. 46), Cocora Ana (2841, E: 1025, 29, 30, 31, 32, 35, 38, 39, 47), Constantinescu Marina (2845, E: 1025, 27, 29, 31, 32, 40, 49, 52. 53, 56, 66), Cristescu Miruna (2868, E: 984, 86, 1021, 26, 29, 37, 39), Dobrin Simina (885, E: 984, 86, 89, 1026, 29, 31, 39, 40, 47), Finţescu Elena (2863, E: 984, 93, 1026, 29, 37, 39, 42, 47, 48), Hoară V. Anghel (2764, 849, E: 984, 86, 88, 93, 96, 98, 1100, 03), Marini Gabriela (2845, 63, E: 1015, 21, 26, 29, 34, 37, 42), Petrescu D. Ruxandra (E: 984, 86, 1004, 15, 21, 26, 29, 37, 39, 47), Solomon Magda (2845, 63, E: 984, 86, 88, 93, 1021, 29, 31, 47), Teodorescu Ileana (2779, 840, E: 1013, 15, 17, 19, 21, 24, 25, 27, 29, 39, 40, 47, 50), Weler Erica (2849, E: 984, 86, 93, 1004, 17, 18, 21, 26, 29).

Clasa 10. Nicolau Smaranda (2764, 94, 808, 17, 31, 67, 70, 75, 76, 79), Savu Dana (2746, 57, 68, 95, 811, 17, 27, 45, 48, 61, 64, 74, 78.

Şcoala medie nr. 11 „Dimitrie Cantemir". Clasa 7. Gianni Emanuel (E: 985—87, 97, 1013—15, 17, 22, 24—26, 29, 31, 37, 39, 40). Clasa 8. Stoicescu Cristian (2863, E: 1036, 37, 39, 40, 43, 46, 48—51). Clasa 10. Antoniu I. Sorin (2690, 701, 57, 78, 79, 83, 90, 92—94, 96, 802, 04), Mocanu Tr. Florin (2740, 46, 58, 81, 90, 91, 807, 11, 17, 26).

Şcoala medie nr. 12. Clasa 8. Mihăiescu St. Cristian (2759, E: 995, 97, 99, 1000, 02, 06—09).

Şcoala medie nr. 13. Clasa 0. Popescu I. Ovidiu (2715, 39, 46, 47, 57, 59, 99, 807, 11, 21, 27). Clasa 10. Bănică Dan (2746, 47, 57, 61, 62, 64, 78, 79, 81, 93).

Şcoala medie nr, 15. Clasa 10. Ionescu P. Sorina (2741, 55, 59, 79, 99, 802, 07, 08, 11, 16, 21, 27).

Şcoala medie nr. 17 „Matei Basarab". Clasa VIII. Olteanu S. Victor (2811, 13, 17, 29, E: 1025-29, 31, 32, 35, P).

Şcoala medie nr. 18 „Mihail Eminescu". Clasa VII. Neagu Andrei (E: 984-87, 89, 83—95, 97, 1000, 08). Clasa 8. Arsene A. Cătălin (2800, 15—17, 29, E: 1026, 28, 30—32), Mlna Nicolae (2772, 79, 81, 90, 94, 96—801, 04, 07, 09, 11, 16, 17, 21, 26, E: 993), Pîrşan Liviu (2816, 21, E: 1025, 27-33). Clasa 10. Eftimie Radu (2782, 86, 90, 807, 11, 15—17, 21, 26, 27, 30, P).

Şcoala medie nr. 20 „Gheorghe Şincai". Clasa 9. Petrovici Gh. Ion (2747, 62, 64, 66, 70).

Şcoala medie nr. 22 „Gheorghe Lazăr". Clasa 7. Barbu M. Cornel (E: 892-94, 901, 02, 12, 15, 22, 29, 34, 52, 63, 64, 67, 68, 72—74, 76, 78, 80).

Şcoala medie nr. 23. Clasa 10. Popov Vasile (2743, 46, 57, 79, 806—08, 20, 30), Reviu I. Eugen (2738, 40, 43, 57, 58, 64, 78, 79, 81, 801, 04, 06). Stoenescu Th. Gh. (2743, 67, 807, 08, 22, 27, 30).

Şcoala medie muncitorească serală „Grigore Preoteasa". Clasa 9. Şebu Vasile (2742, 59, 90—92, 94, 95, 97, 98, 800, 01, 04, 13, 17).

Şcoala de 7 ani nr. 32. Clasa 7. Berceanu Oana (E: 987, 89, 1023, 24!.

Şcoala de 7 ani nr. 119. Clasa 7. Mira Constanţa (E: 984, 85, 90, 93, 97, 1000, 03, 04, 07, 15, 18, 19, 28, 30—32).

Şcoala de 7 ani nr. 145, Ghencea. Clasa 6. Arachelian Sarchis (E: 985, 87, 89, 90, 93, 94, 1006, 08, 24, 25, 28), Becuţ Georgeta (E: 985—87, 89, 93, 96, 97, 1001, 13, 22, 24, 26—28), Dumitru Alexandru (E: 985—87, 89, 90, 93, 97, 1001, 13, 22, 24, 26—28), Dumitru Alexandru (E: 985—87, 89, 90, 93, 97, 1001, 13, 22, 24, 26—28), Fazecaş Ştefania (E: 985—87, 89, 90, 93, 97, 1013, 22, 24, 26—28), Papari Elena (E: 985—87, 89, 90, 97, 1001, 12, 22, 27, 28).

BUFTEA. *Şcoala tehnică cinematografică*, An I. Oprea A. Nicolae (2772, 800—02, 04, 07, 25, 27, 59—61, 63—65).

BUZĂU. Clasa 9. *Gheorghe Cezar* (2738—43, 46, 47, 49, 52, 55, 57—59, 61—68, 70—72, 76—80, 83, 86, 90, 91, 93—96, 98, 99, 801, 02, 04, 06). *Absolvent* Grigorescu Gabrlel (2772, 74, 77—79, 81, 83, 90—98, 800, 04, 06, P).

CALAFAT. Clasa 10. *Mititelu Ştefan* (2772, 74, 76, 79, 86, 90-94, 96—99, 801—04, 06, 07, 21, 13, 15—20, 25—27, 29, 30, P).

CARACAL. Clasa 9. Ivănuş A. Lucian (2809, 11, 15, 17, 18, 29, 33,59, 62). Clasa 10. *Başturescu Mugurel* (2683, 752, 56, 72, 74, 76, 78, 79, 81—83, 86, 90, 91, 95, 96, 98, 802, 07, 09, 11, 13, 15—17, 24—27, 29, 30, 32, 34), *Dincă George* (2502, 665, 83, 739, 42, 46, 56, 59, 65, 68,72, 79, 90—92, 94, 95, 98, 801, 02, 04, 06, 11, 13, 17, 25—27, 29, P), Rădulescu N. Victor (2794—96, 98—804, 06).

CARANSEBEŞ. *Şcoala medie nr. 2.* Clasa 10. Mitran Ovidiu (2772, 78, 98, 801, 04, 07, 11, 15, 26, 27, 29), Priess Wilhelm (2747, 55, 76, 81, 807, 13, 15, 16, 17, 27, 29, P).

CÎMPULUNG MUSCEL. *Şcoala medie nr. 1.* Clasa 7. Simionică I. Rodica (2702, 06, 33, 59, E: 981—87, 90, 93—95, 97, 1000, 01, 03, 04, 08). *Absolvent.* Braga Ionel (2739, 90, 91, 94, 96—801, 04, 06).

CLUJ. *Şcoala medie nr. 4.* Clasa 7. Peteanu Mihai (E: 985, 87, 89, 90, 1013, 17, 22, 24, 26, 36, 35). Clasa 10. Babeş Victor (2739, 72, 74, 79, 92—94, 98, 99, 801, 02, 04, 06), Chisăliţă Adrian (2739, 72, 74, 79, 81, 94, 95, 98, 99, 862, 03, 06). Maier Ion (2794-96, 98, 801, 07, 30, 63, 67, 70, 79). *Absolvenţi:* Bartoş Ovidiu (2794—96, 98, 801, 04, 06, 11, 13, 26): Hodiş Radu (2772, 78, 79, 801—04, 06, 29, 30).

Institutul pedagogic nr. 2. Anul II. Bozianu Verona (E: 985-87, 89, 90, 94, 1002, 13, 23, 24), Fechete Rozalia (E: 985—87, 89, 90, 94, 1002, 13, 23, 24). Anul III. Rusu Viorel (E: 1013, 17, 19, 24, 26—28, 31, 32, 35). *Student.* Bîrzan Romanel (Inst. Politehnic) (2821, 22, 24, 30, 31, 42, 45, 60, 61, 63).

CONSTANŢA. *Şcoala medie nr. 2.* Clasa 8. Dițescu Anişoara (E: 984, 86, 97, 1014, 15, 17, 19—21, 30,90, 92).

Şcoala medie serală. Clasa 11. Tudorof Dumitru (2772, 78, 90, 94, 97, 98, 801—04, 06—08, 16, 17, 22). *Absolvenţi*: *Ianuş Stere* 2711, 12, 17, 40, 46, 47, 49, 56, 61, 71, 76, 86, 90, 807, 09, 11, 16, 26, 27, 30, 31, 41, 45, 60, 61, 65, 64, 67, 68, 70, 74, 75, 76, 82, P, N), *Iordache Gh. Elena* (2738, 40, 44, 47, 52, 54, 58, 65, 67—70, 75, 92, 93, 96, 97, 800, 05, 07, 08, 11, 13, 15, 16, 18, 19, 25, 29, 31, 32).

CRAIOVA. *Şcoala de 7 ani nr. 10.* Clasa 5. Călina D. Ion (E: 987, 89, 90, 1013, 22, 24—28). Clasa 8. Dumitriu Mihai (E: 985—87, 89, 93, 94, 97, 1013, 17, 23, 24), Motelică Dorina (E: 996, 97, 1001, 03, 04, 15, 25—27, 30).

Şcoala profesională auto. Anul II. Vlădoiu Gh. Ion (E: 1013—15, 18, 19, 21—28, 30—32). *Absolvenţi.* Coduş Iulian (2792, 94, 96, 98, 801—04, 06, 27), Dumitru Dionis (2772, 77—79, 82—84, 90—92, 94—801, 03, 04, 06), Mihail M. Gh. (2740, 46, 55—57, 62, 77, 79, 83, 95, 96, 801, 02, 04, P).

DĂRĂBANI. Viorel Grigore (P).

DEVA. *Şcoala medie nr. 1.* Clasa 10. Laslău Stela (2792, 94, 96, 98, 99, 807, 11, 16, 27, 31).

FOCŞANI. Clasa 9. Munteanu Valeriu (2691, 742, 55, 59, 64, 96, 804—07, 11, 15—17, 19, 20). *Absolvent.* Chicioarea I. Gh. (2807, 09, 11, 15—17, 21, 27, 29, 31).

GĂEŞTI. Clasa 9. *Ixaru Gr. I.* (2633—43, 46, 47, 49, 52, 53, 55—57, 59—66. 68, 69, 72, 74—78, 83, P). *Absolvent. Tîrtan Gabriel* (2554. 56, 57, 71, 72, 75, 77—82, 615, 46, 52, 83, 716, 17, 28, 63, 65, 66, 76, 77, 83, 807, 08, 11, 13, 15—19, 21, 22, 24, 26—30, 34, P).

GALAŢI. *Şcoala medie nr. 2.* Clasa 8. Dabija Anca (E; 984, 85, 90, 92. 97, 99, 1014, 19, 21), Dragomirescu Iuliana (2757, E: 984—86, 92, 94, 95, 1003, 14, 19, 21), Dumitrescu Anişoara (2757, 79, E: 984, 85, 88, 93, 94, 1004, 21, 45).

Şcoala tehnică de marină militară. Clasa 10. Gheorghe Vasile (2741, 43, 79, 80, 92, 804, 07, 11, 29. 47), Iancu Nicolae (2741, 43, 45, 47, 58, 59, 94, 95, 815, 16, 29), Muscaliuc Dumitru (2743, 47, 58, 89, 90, 94—96, 804, 07, 11, 15, 16, 29).

GIURGIU. *Şcoala medie nr. 2.* Clasa 5. Perşoiu Geraldina (2759, E: 985—87, 89, 90, 1013, 22, 24, 27). *Absoivent* Ciobanu N. Marin (2772, 78, 79, 83, 90—804, 06).

HOREZU (Piteşti). Clasa 8. Belciu Ştefania (E: 984—87, 89, 93, 95, 1003, 13, 15, 19, 21, 22, 24). Clasa 9. Apostoliu A. Vtctor (2759, 64, 71, 79, 95, 99, 807, 11, 15, 17), Badea I. Vasile (2742, 59, 64, 79, 91, 95, 99, 807, 11, 15, 17, 29), Nică Emil (2742, 59, 64, 79, 91, 99, 807, 11, 15, 17, 29).

IAŞI. *Şcoala medie nr. 1 „Mihail Eminescu".* Clasa 8. Caceaunov Claudia (2816, 63, E: 1025, 26, 32, 33, 35, 39, 40, 48). Clasa 9. Simovici Dan (2683, 747, 57, 58, 62, 70, 83, 90, 91, 99, 815, P).

Şcoala medie nr. 2. Clase VI. Corduneanu Monica (E: 986, 87, 89, 1001, 02, 06), Goldenberg Z. Mara (E: 986, 87, 89, 1006), Sor Clara (E: 986, 87, 89, 1006).

Scoala medie nr. 3 „Costache Negruzzi". Clasa 8. Antohi Dan (E: 984—87, 89, 90, 97, 1008, 13, 22). Clasa 10. Brînzei P. Dan (2741, 44, 806, 09, 11, 14—16, 20, 21, 31, 49, 60, 63, 67, 82, P), Jurmann Leon (2772, 78, 79, 81, 83, 806, 07, 11, 13, 15, 17, 18, 21, 25, 27).

Şcoala medie nr. 4. Clasa 6, Fasolă M. Constantin (E: 985—87, 89, 1001, 02, 13, 22, 24), Nalaban Elena (E: 985—87, 89, 1001, 01, 13, 22, 24).

IVEŞTI (Galaţi). *Absolvent* Hiloti V. Dan (2772, 90—96, 98—802, 04, 06, 07, 11, 15, 17, 29).

LUGOJ. *Şcoala medie nr. 1.* Clasa 10. Munteanu Ionel (2759, 62, 64, 64, 66, 79, 92, 93, 811, 13, 15, 29).

MORENI (Ploeşti). Clasa 9. Moflic Emilia (2709, 13, 14, 20, 31, 36, 42, 57, 59, 64, 90, 91).

ORAŞUL STALIN. *Şcoala medie nr. 1.* Clasa 8. Garabedian Rodica (2829, E: 985, 86, 97, 1004, 13, 19, 21, 24, 25, 28, 29).

Şcoala medie nr. 3. Clasa 6. Crăciun V. Anton (E: 985, 86, 89, 90, 93, 94, 97, 1001, 06).

Şcoala de 7 ani nr. 3. Clasa 6. Popovici Ana (E: 985—87, 89, 93—95, 97).

ORADEA. *Şcoala medie nr. 1.* Clasa 10. Schiop alexandru (2746, 77, 57, 66, 68, 79, 83, 94, 98, 807, 13, 16, 24, 26, 27, 30, 48, 61, 63, 64, 67, 70, 74, 76, 79, 80, 82).

ORAVIŢA. *Absolvent Bena I. Iosif* (2772, 74, 77—79, 90—96, 98—804, 06—09, 11, 13, 15, 27, 29, 30, 32, 34, P).

PETROŞANI. *Şcoala medie nr. 1.* Clasa 6. Weiss Ribert Rolland (E: 985—87, 89, 90, 97, 1001, 13, 22, 24). Clasa 8. Albu Toma (2764, E: 922, 99, 1009, 13, 15, 17, 19, 21, 24). Clasa 10. Clutarciuc Corneliu (2738—41, 46, 47, 55, 59, 62, 64, 66—68). *Secţia serală.* Ionescu Constantin (2759, 15, 17, 19, E: 1001, 09, 13, 15, 17—19, 21, 22, 24, 25, 28, 38).

PIATRA NEAMŢ (Bacău). Covrig Margareta (2759, 64, 66, 94, 96—98, 801, 04, 06). *Absolvent Gavril Gheorghe* (2772, 76—79, 81—84, 86, 88, 90, 91, 94—804, 06, 09, 18, 24, 26, 27, 30, 32).

PITEȘTI, *Școala medie serală*. Clasa 11. Sămăreanu Constantin (2779, 98, 806, 16, 30, 63, 67, 70, 80), State I. Petre (2779, 98, 802, 06, 11, 30, 45, 63, 67, 70, 74, 75, 78, 80).

PLOEȘTI. *Școala medie nr. „1. L. Caragiale"*. Clasa 8. Costache Gh. Ioan (2759, E. 984—87, 90, 92, 96, 99, 1013, 15, 19, 21, 22, 24), Dolete I. Ioan(E; 984—87, 89, 90, 1002, 08, 13, 15, 17, 21, 22, 24—27, 29, 35), Gheorghiu A. Nicolae (2741, 51, 62, 64, 70. E: 988, 99, 1015, 17—19, 21, 29), Gheorghiade Alexandru (E: 984—87, 89, 90, 1002, 13, 17, 21, 24), Marinescu Alexandru (2756, 57, 59, 64, 69, 807, 15, 17, 25, 29, E: 981, 84—94), Nicolaescu Mihaela (2807, 09, 16, E: 084—89, 92, 93, 97, 99, 1003, 04, 07, 08, 13, 15, 19, 21, 22, 24, 29, 32), Pop Augustin (2807, 09, 13, 15, 16, 19, 21, 22, 25, 29, E: 985, 86, 92—94, 96, 99, 1003), Zotea M. Magdalena (E: 984—89, 92, 93, 96, 97, 99, 1003, 04, 07). Clasa 9. Babalia D. Florea (2708, 31, 39, 41, 46, 59, 62, 64, 66, 89, 90), Daşoveanu D. (2741, 46, 59, 62, 64—66, 79, 81, 90), Ene P. Dumitru (2739, 41, 46, 57, 62. 62, 81, 83, 811, 17), Fezi Adrian (2739. 41, 46, 59, 62, 64, 66, 74, 78, 79), Iacomi Mircea (2739. 41, 46, 57, 59, 62, 64, 66, 81, 90), Jurcă Marta (2741, 42, 46, 57, 59, 65. 76, 79, 813, 15, 17, 26, 29, 34), Muşat Paul (2739, 41, 46, 155, 57, 59, 62, 64, 65, 79), Nicolae Biorel (2741, 46, 55, 58, 62, 64, 66, 70, 81, 83), Nicolescu A. Basarab (2746, 49, 56, 57, 74, 79, 81, 83, 90, 91, 807, 09, 16, P),Popescu C. G. (2739, 41. 46, 55, 57, 59, 62, 64, 65, 81, 83, 90) Rosenberg Teodor (2757, 64, 79, 90, 91, 809, 13, 15, 17, 29), Stănescu Nicolae (2779, 81, 83, 807, 46, 59. 62, 64, 66, 90), Tăbuşcă Pavel (2713, 14, 19, 22, 32, 33, 35, 39, 41, 46, 57, 64), Teodorescu Luiza (2739, 41, 46, 59, 64, 74, 79, 83). Clasa 10. Caliniac Nicolae (2746, 79, 90—94, 801, 02, 04, 11, 13), Constantinopol Alexandru (2738), 39, 41, 45, 47. 49, 57--59, 62, 64, 65, 68, 70, 72, 79, 80, 90—98, 801, 02, 04, 06), Crăsan Octavian (2107, 28, 31. 30, 59, 62, 64, 66, 88, 70), Dabija Bogdan ((2162, 08, 20, 31, 39, 59, 62, 64, 68, 811), Dumitrescu Eduard (2762, 66, 68, 72, 79, 91 92, 98, 816, 17, 26), Dumitrescu C. Viorel (2731, 39, 62, 08, 827. 59, 64, 66), Enache, Ion (2739, 46, 47, 59, 62. 64, 66, 68, 79, 98), Magdu A. Marian (2746, 59, 64, 66, 68, 98, 802, 06, 27, 29), Mignea Claudiu (2762, 66, 68, 72. 79, 91, 92, 98, 816, 17, 26, N), Şovăială Dan (2768, 98, 802, 06, 07). Văduva Victor (2739, 46, 55, 57, 64, 66, 72, 74, 79, 91), Vlăsceanu Coman (2764, 68, 98, 802).

Școala medie nr. 2. Clasa 10. Jurcă Ana (2740, 42, 46, 57, 59, 72, 76, 80, 90—93, 802, 13, 17, 27, 31).

Școala medie nr. 3 „Mihai Viteazu". Clasa 5. Bărbuceanu M. Rodica (E: 985—87, 1013, 17, 22—25, 27), Constantinescu Mihaela (E: 985—87, 89, 1002, 06. 13, 17, 22—29, 35), Curculescu Simona (E: 982, 85, 1022, 28, 35), Păstrămoiu Constanța (E; 985—87, 89, 90, 1001, 02, 06, 13, 22), Preda Mihai (E: 985—87, 89, 1002, 13, 22, 24, 28), Tănase C. Florica (E: 982, 85, 87, 990, 1013, 22—24, 27, 28). Clasa 6. Stăvaru Cristina (E: 985—87, 89, 90, 1001, 02, 13, 14, 17, 22, 24—28, 35). Clasa 8. Borcescu Lucica (E: 984—87, 89, 90, 99, 1008, 13, 15, 17, 19), Dragomirescu B. Alex. (2845, E: 984—87. 89, 90, 1003, 04, 17, 39, 41, 48, 50, 51), Vasilescu I. Dan (E: 993—95, 1002, 03, 08, 17, 21, 23, 25, 29, 30, 33). *Absolvent* Dobriceanu Marina (2739, 55, 61, 66, 68, 95, 99, 801—04, 06).

Școala medie tehnică de construcții. *Absolvent* Popa Constantin (2772, 90, 98, 99, 804, 06, 07, 27, P).

Școala de 7 ani. Clasa 5. Mărculescu I. Viorel (E: 985—87, 89, 1002, 24—26, 28, 42). Clasa 7. Octavian Anca (E: 984—87, 89, 93, 94, 1013, 14, 17, 22), Emanoil Constantin (E: 985—87, 89, 1013, 17, 22, 24—28, 35).

RĂCĂRI (București). *Absolvent* Alexandru Horia (2807—09, 11, 13—17, 26, 27, 29—31, 34).

RĂDĂUȚI. *Școala medie nr. 1*. Clasa 8. Onciulescu Ioan (2757, 59, E: 993, 95, 97, 1002—04, 08, 09, 17, 24—27, 29), Rieczker Rjon (E: 984—89, 92, 95 - 97), Schneider Guido (2759, E: 984—86, 89, 1013, 19, 21, 25, 27), Stern Erih (E: 1013, 15, 17, 21, 24—26). *Absolvent* Deutsch Herbert (2738, 42, 45, 55—59, 61—66, P).

REȘIȚA. Clasa 6. Lefter Elena (E: 985, 87, 89, 90, 97, 1001, 13, 22, 24—26). Clasa 7. Br8tner Mariana (E: 985, 87, 89, 90, 95, 97, 1017, 22—26, 28). Clasa 10. Meilă Ana (2772, 90—92, 99, 811, 13, 16, 17, 27, 29, 34).

RÎMNICU SĂRAT. Clasa 8. Asanache Horia (2889, E: 1013, 15, 19—21, 44—26, 40).

RÎMNICU VÎLCEA. Clasa 9. Burghelea Dan (2726, 39, 42, 49, 55, 57—59, 61, 64—66, 70, 72, 79, 90, 91, 92), Parlapan Florian (2742, 49, 57, 59, 62, 64, 65, 79, 90, 91, 811).

ROMAN. *Școala medie nr. 2*. Clasa 9. Ioan Alexandru (2705, 08, 31—33, 42, 59, 65, 79, 811, 15, 17, 29). *Școala tehnică de maiștri*. Anul III. Nicolăiasa Vasia (2759, 61, 65—67, 69, 60, 72—77, 90, 95, 99, 801, 04, 13, 27).

ROŞIORII DE VEDE (Bucureşti). Clasa 10. Grigore Angela (2791, 92, 99, 802, 06, 07, 13, 15, 17, 29).

SATU MARE. *Şcoala medie „Mihail Eminescu"* Clasa 8. Zimman Otilia (E: 984—91, 96, 1019, 21, 22). Clasa 10. Visler Hervart (2707, 13, 28, 31, 34—36, 63; 91, 92, P). *Şcoala tehnică de exploatare c.f.r.* Anul IV. Szaz Carol (2739, 40, 46, 47, 55, 58, 61, 68, 72, 74, 79).

SALONTA (Oradea). *Şcoala de 7 ani Ianoşde.* Clàsa 5. Rus Maria (E: 987, 89, 90, 1013. 17. 22, 24) Clasa 6. Balint Paulina (E: 985—86, 1013, 22, 24). Herdean Petru (E: 985, 87, 69, 1013, 17, 22, 24), Rus Dumitru (E: 985, 87, 89, 90, 1013, 17, 22, 24). Clasa 7. Ardelean Vasile (E: 985, 87, 89, 90, 96, 1013, 17, 22—25, 29, 35).

SIBIU. Clasa 5. Birtolonu Dan (E: 985, 87, 89, 1001, 13, 17, 24, 25, 27, 35). Clasa 6. Cosman Carmen (E: 585—87, 89, 90, 1013, 17, 22, 24), Cora Dona (E: 985—87, 89, 1008, 13, 22, 24, 26—28), Ivanov Liliana (E: 985—87, 89, 90). Clasa 7. Tomescu Gr. Ioan (E: 987, 89, 90, 93, 94, 1024, 28). Claşa 9. Apolozan Sorin (2741, 57, 59, 64—66, 807, 11, 16, 17, 21), Cornea Lucian (2757, 59, 64—66, 99, 807, 11, 16, 21). Clasa 10. Ancuţa Nircea (2741, 57, 59, 62, 66, 68, 70, 76, 79, 95, 99, 801, 02, 04, 06, 11, 16, 17, 21), Ri-In-San (2741, 43, 46, 59, 62, 64, 66, 68, 68, 95, 98, 99, 802, 07—09, 16—18, 21, 27, 30).

Şcoala de topografie. Anul I. Grigore Al. Gheorghe (2794, 98, 99, 301, 04, 06, 27, 48, 59—61, 63—65, 67, 68, 70, 71—80, P).

SLATINA. Clasa 10. Becheru M. (2759, 90, 98, 802, 04, 07, 08. 11, 17, 26), Graure Veronica (2687, 88, 94, 97, 701, 04, 08, 13, 14—16, 19, 20, 22, 24, 28, 31—57). *Absolvenţi*: Nicolae Aurel (2738, 72, 75, 79, 81, 90, 92, 96, 98, 99, 806, 08, Trepăduş Vasile (2778, 79, 82, 88, 90, 92—94, 96, 98, 801—04, 06, 08, 11, 13. 22, 26, 27, 30).

SALCEA (Suceava). *Absolvent* Burcă I. Cumitru (2742, 46, 57, 59, 90, 91, 94, 99, 801, 04, 11, 13, 17).

TECUCI. *Şcoala medie nr.* 1. Clasa 7. Huştiu Iordache (E. 1013, 17, 19, 21—24, 28, 29). Clasa 8. Doca M. (E: 984, 85. 87, 93, 1003, 04, 09. 13, 21, 32), Schäfler Lazăr (E: 1017, 19, 25, 27, 31, 32, 40, 49—50). Clasa 10. Sulugiuc Silvia (2779, 94, 817, 21, 25, 45, 48, 49, 55, 70). *Şcoala medie nr. 2.* Clasa 8. Tătaru Pătru (2829, E: 1015, 19, 21—23, 27, 29, 39, 40, 50). *Absolvent* Tătaru Ştefan (2790, 801, 04, 13 17, 29, 65, 67, 70, 73, 77, 79).

TIMIŞOARA. *Student* Mănuşteru Ştefan (Fac. matematică şi fizică). Anul II. (2743, 47, 58, 61, 68, 74, 76. 79, 82, 83). *Şcoala medie nr. 1.* Clasa 9. Alexa Constantin (2757, 59, 64, 79, 90, 807, 11, 15, 17, 29), *Şcoala medie nr 3.* Clasa 7. Netedu Violeta (E: 984, 1001, 02, 06, 13, 17, 19, 23, 24, 26). *Şcoala medie nr. 5.* Clasa 10. Rîţă Teofil (2713, 20, 28, 31, 34, 36, 46, 55, 57, 59, 68).

TÎRGOVIŞTE. Clasa 10. Cîrnu Mircea (P).

TÎRGU JIU. *Şcoala medie nr. 2 „Tudor Vladimirescu".* Clasa 9. Şendroiu Iulian (2746, 58, 61, 90, 95, 99, 801, 04, 11, 17, Clasa 10. Aniţescu Nicolan (2741, 55, 65, 66, 72, 78, 79, 83, 90—96, 98, 803, 06), Bănete George (2779, 81, 90—92, 94—95, 98, 99, 801, 02, 04, 13, 15, 17, 29), Bozdoc Ion (2741, 42, 46, 57, 59, 62, 64—66, 72, 78, 79, 81, 90—96, 98, 99, 801—04, 06). Vlădoiu D. Dumitru (2781, 90, 94, 95, 98, 99, 801, 02, 04, 07, 16, 17). *Absolvent* Mărgineanu Gr. Constantin (2772, 74, 76, 78, 79, 90, 91, 93—96, 98—804, 06, 27). *Şcoala medie nr. 3.* Clasa 8. Vălceanu Sabin (2749, 59, 62, E: 984—87, 89, 90, 91, 96, 99).

TÎRGU NEAMŢ (Bacău). *Şcoala medie nr. 1.* Clasa 8. Istrste Gabriela (E: 984—86, 89, 90, 95, 1002—04, 08).

TURNU MĂGURELE. *Absolvent* Grecu I. Iftimie (2772, 74, 79, 98, 99, 802—04, 06, 09, 11, 15—17, 21, 27, 79—31).

TURNU SEVERIN. *Şcoala medle nr. 1.* Clasa 10. Alexe Alexandru (2742, 92, 813, 61, 63, 67, 70, 75, 76, 79), Lăzărănoiu Gheorghe (2772, 94, 95, 802, 11, 16, 41, 61, 64, 67, 76). *Şcoala profesională de ucenici.* Anul II. *Lăcătuş* Cismăroiu Ion 2764, E: 984—90, 95—97, 89, 1013, 15, 21, 24). *Sudor* Mărăscu Dumitru (E: 985—85—87, 89, 90, 97, 1013, 18, 19, 22)

VASLUI. Clasa 10. Lupu V. Ioan (P).

REDACTAREA SOLUȚIILOR

— *Rezolvarea fiecărei probleme* trebuie făcută separat, cu toate calculele necesare, iar figurile să fie desenate cu îngrijire. Nu se vor trimite soluțiile mai multor probleme pe aceiași foaie: fiecare soluție trebuie să fie precedată de numărul de ordine al problemei, enunțul complet și numele propunătorului. După soluționarea fiecărei probleme scrieți citeț numele, clasa și *școala unde urmați* sau ocupația și adresa și apoi trimiteți problemele așezate în *ordinea lor numerică*, iar pe adresă menționați: *Redacției G.M.F. seria B*

— *Se primesc soluții* numai la problemele și exercițiile din ultimele trei numere apărute.

— *Soluțiile ce se vor anunța* la rubrica rezolvitorilor în tot cursul anului 1958 se vor socoti la premierea colaboratorilor pe anul 1958.

— După apariția numărului 10 al G.M.F.-B, corespondenții evidențiați în cursul anului 1958 sînt rugați să-și întocmească cîte o *fișă* cuprinzînd numele, adresa lor și tabelul cu toate problemele ce au rezolvat, așezate în *ordinea lor numerică* și care au fost anunțate la rubrica rezolvitorilor în numerele 1—10, apoi să o trimită redacției în plicul cu alte probleme rezolvate, în vederea *clasificării și premierii pe anul 1958.*

— *Problemele ce se propun* de către colaboratorii revistei, să fie clar compuse, însoțite de soluții, să fie personale și nu luate din cărți sau reviste, iar trimiterea lor să se facă odată cu problemele rezolvate. Elevii sînt sfătuiți să înceapă a propune probleme, numai după ce au soluționat un număr destul de mare de exerciții și probleme. Problemele propuse necorespunzătoare nu se pot publica. Dacă un corespondent constată că unele probleme propuse mai există publicate în cărți sau reviste, este rugat să ne arate precis *volumul* și *pagina* unde s-a mai publicat enunțul sau soluția problemei respective.

— În redactarea unei soluții trebuie alese *notații potrivite*, subliniate părțile principale, iar calculele numerice să fie făcute cu mare îngrijire. *Figurile* trebuie făcute corect, clar, cu linii pline și punctate. De multe ori aceste reguli îndeplinite conduc la soluția problemei. Adesea dintr-o problemă simplă pot ieși chestiuni interesante. Soluțiile mai dificile se obțin uneori prin încercări succesive și studiind chestiuni în legătură cu problema de rezolvat.

— Corespondentul nostru care a citit și a înțeles deplin multe din soluțiile publicate, a rezolvat multe din probleme propuse, poate și este îndemnat să încerce să schițeze cîte o *notă* scoasă dintr-o observare făcută cu ocazia rezolvării unei chestiuni mai grele. Aceste note este bine să fie refăcute de mai multe ori înainte de a fi trimise pentru a se evita ca în expunerea făcută să fie scrise *vorbe fără rost*, iar ideile trebuie să deștepte *interes pentru cititor.*

— *Ordinea și îngrijirea* în prezentarea unei idei pot fi îndeplinite dacă harnicul nostru corespondent a făcut mai multe rezolvări, dacă a citit și a înțeles deplin, multe soluții și articole publicate și dacă a studiat îndeajuns chestiunea de care se ocupă.

— Tovarășii colaboratori elevi sînt rugați să ne trimită date asupra activității lor extrașcolare la matematică și la fizică, asupra activității cercurilor de matematică sau de fizică la care iau parte și asupra modului de desfășurare a „Olimpiadei de matematică și fizică", pentru ca apoi, prin revistă, să se poată realiza cu succes, un schimb de experiență.

— Abonamentele la GMF — seria B se fac individual și prin oficiul poștal local pe termen de 6 luni sau 12 luni.

— Cei care doresc să-și procure contra cost următoarele numere vechi din GMF-B: anul 1954 (nr. 5, 11, 12); 1955 (nr. 12); 1956 (nr. 6—12) și din 1957 (nr. 1—6), pot trimite suma respectivă prin mandat poștal la cont. 038065, Editura Tehnică, B.R.P.R. DOB.

— Reclamații în legătură cu tirajul revistei GMF-B, cu întîrzierea sau neprimirea abonamentelor se pot face Direcției regionale P.T.T.R. a regiunii respective, iar în București Oficiului de difuzarea presei în Capitală, Piața Scînteii nr. 1.

BIBLIOTECA SOCIETĂȚII DE ȘTIINȚE MATEMATICE ȘI FIZICE DIN R. P. R.

1.	E. RUSU	Bazele teoriei numerelor.
2.	A. I. MARCUȘEVICI	Șiruri recurente.
3.	N. N. VOROBIEV	Numerele lui Fibonacci.
4.	P. S. ALEXANDROV	Introducerea în teoria grupurilor.
5.	I.S. SOMINSKI	Metoda inducției matematice.
6.	GH. MIHOC	Elemente de calculul probabilităților
7.	H. IONESCU	Calcule numerice.
8.	A. I. MARKUȘEVICI	Arii și logaritmi.
9.	A. I. GHELFOND	Rezolvarea ecuațiilor în numere întregi.
10.	O. SACTER	Despre conice și alte curbe.
11.	ION IONESCU	Maxime și minime geometrice.
12.	F. I. ZIGHEL	Cometele.
13.	S. SKLOVSKI	Radioastronomia.
14.	V. ATANASIU	Structura materiei.
15.	V. V. SARONOV	Soarele și observarea lui.
16.	O. KREINDLER	Elemente de calcul vectorial.
17.	B. B. KUDRIAVȚEV	Experiențe simple cu ultrasunete.
18.	M. V. PENTKOVSKI	Nomograme.
19.	A. KAHANE	Elemente de teoria congruențelor de drepte.
20.	GH. ȚIȚEICA	Culegere de probleme de geometrie, (revăzută și completată de G. D. SIMIONESCU).
21.	A. HALANAY	Introducere în teoria calitativă a ecuațiilor diferențiale.
22.	N. STĂNESCU	Electronul.
23.	V. SERGIESCU	Introducere în fizica solidului.
24.	G. N. BERMAN	Cicloida.
25.	C. BORȘ	Noțiuni de geometrie proiectivă.
26.	AL. SANIELEVICI	Introducere în radioactivitate.
27.	M. HEROVANU	Introducere în fizica atmosferei
28.	C. G. BEDREAG	Bibliografia fizicii romîne.
29.	I. S. DUBNOV	Erori în demonstrațiile geometrice.

C. 11098 — Atel. poligr. Editura Tehnică

Lei 1,50

E 1426

KAT

SOCIETATEA DE ŞTIINŢE
MATEMATICE ŞI FIZICE DIN R. P. R.

GAZETA MATEMATICĂ ŞI FIZICĂ

Országos Műszaki Könyvtár TULAJDONA

SERIA B

PUBLICAŢIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Institutul de Documentare Tehnică
BUCUREŞTI
OBMEN - CSERE
VYME - WYMIANA
TAUSCH - ECHA

Anul IX — mai 1958

5

EDITURA TEHNICĂ

GAZETA MATEMATICĂ ŞI FIZICĂ

(SERIA B)

Anul IX — Nr. 5 — mai 1958

SUMARUL:

	Pag.
1. Seismologia — puternic mijloc de investigație în studiul interiorului pământului de Prof. univ. G. Petrescu	241
2. Introducere elementară la studiul simetriei de Conf. univ. Tiberiu Roman	252
3. Archimede de Conf. univ. N. Mihăilă	264
4. Interacțiunea dintre neutroni și nucleе de V. Atanasiu	268
5. Adoptarea unui reșou pentru scăderea consumului de energie electrică de Conf. univ. Virgil Pavlu	271
6. Note matematice de C. Ionescu-Țiu	274
7. Probleme rezolvate (2511; 2512; 2513; 2514; 2515; 2525; 2526; 2532; 2607; 2635; 2636)	278
8. Chestiuni de examen (3107—3151)	284
9. Probleme propuse (3152—3186)	291
10. Exerciții și probleme propuse pentru școala de 7 ani (E: 1121—E: 1132)	297
11. Rubrica rezolvitorilor de probleme	299

ANUL IX 5 MAI

COMITETUL DE REDACȚIE

Atanasiu V., lector, redactor pentru fizică; **Bolangiu A.**, asistentă univ., **Ionescu Bujor C.**, prof. univ.; **Ionescu-Țiu C.**, profesor, redactor pentru matematică; **Mușat L.**, profesor; **Negulescu A.**, profesoară; **Petrovanu A.**, profesor; **Pop Alex.**, profesor; **Rădulescu N.**, profesor; **Sacter O.**, conf. univ., redactor responsabil; **Simionescu D. Gh.**, conf. univ.

REDACȚIA: Str. Academiei, 14 — Tel. 4.46.53 — București 1

Articolele, notele, recenziile, problemele propuse sau rezolvate, corespondența privitoare la activitatea matematică și fizică a școlilor, precum și orice material informativ care ar putea interesa redacția noastră se vor trimite pe adresa de mai sus.

GAZETA
MATEMATICA ȘI FIZICA (SERIA B)
PUBLICAȚIE LUNARĂ PENTRU TINERET
Anul IX, Nr. 5 mai 1958

SEISMOLOGIA — PUTERNIC MIJLOC DE INVESTIGAȚIE ÎN STUDIUL INTERIORULUI PĂMÎNTULUI

Prof. univ. G. Petrescu

INTERIORUL globului pămîntesc este inaccesibil cercetării directe. Cel mult, omul poate coborî într-o mină, la 2—3 km adîncime și poate observa ce se petrece acolo. Instrumentele sensibile făurite de el pot pătrunde în pămînt pînă la 5—6 km, de exemplu utilajul folosit pentru sondajele de cercetare petrolieră. Această adîncime nu înseamnă însă decît aproximativ a mia parte din raza planetei noastre. Nici lava vulcanilor, care de asemenea nu vine de la prea mare adîncime și care se alterează prin decompresiune, nu poate da o imagine reală a stării mediului din care provine. Despre structura interiorului pămîntului, dincolo de aceste adîncimi, obținem cunoștințe numai pe cale indirectă, aceea a cutremurilor de pămînt. Seismologia constituie actualmente cel mai puternic și sigur mijloc de investigație indirectă pentru studiul interiorului globului pămîntesc și al structurii scoarței sale.

Undele seismice ,pornite din locul de origine al unui cutremur de pămînt — din focarul sau ipocentrul cutremurului — sînt capabile, după ce au traversat interiorul pămîntului în toate direcțiile, să aducă multă lumină în legătură cu structura interiorului planetei noastre, precum și cele mai precise informații despre densitatea si elasticitatea materiei de la mari adînicimi, chiar din centrul pămîntului și despre condițiile în care se găsește materia acolo.

Iată ce scria acum 45 de ani despre rolul important în știință al cutremurelor, marele seismolog rus *B. B. Galiţin* în cartea sa „Lecțiuni de Seismometrie: ..... „Orice cutremur poate fi asemuit cu un felinar, care se aprinde pentru un scurt timp și ne luminează interiorul pămîntului, dînd prin aceasta posibilitatea de a vedea ce se întîmplă acolo. Lumina acestui felinar este, deocamdată, încă foarte slabă, însă, este în afară de orice îndoială, că, cu timpul, ea va deveni mult mai puternică și va permite să ne orientăm în aceste complicate fenomene ale naturii..."

*

Problema cunoașterii structurii interiorului planetei pe care locuim, pămîntul ,este problema fundamentală a Seismologiei și tocmai de aceea ea va fi urmărită cu cea mai mare asiduitate și în toată amploarea în programul de Seismologie al Anului Geofizic Internațional, 1957—1958.

În cele ce urmează încercăm să arătăm modul în care Seismologia, știința cutremurelor de pământ, aduce o soluție magistrală a problemei menționate, cu ajutorul datelor seismologice.

*

Un cutremur de pământ este, după cum știm cu toții, o zguduitură neașteptată și mai mult sau mai puțin puternică a scoarței pământului. Se întîmplă însă rareori să se producă o singură zguduitură; de obicei cutremurul este o înlănțuire de mai multe zguduituri scurte, care se succed cu mare repeziciune și care, împreună, pot dura un număr de secunde sau chiar cîteva minute.

Cutremurele se produc la oarecare adîncime în interiorul scoarței pământului. Locul sau zona unde încep zguduiturile, adică locul unde începe procesul deformărilor și distrugerilor rocilor, în interior, se numește *focarul* sau *ipocentrul* sau încă zona ipocentrului. (fig. 1).

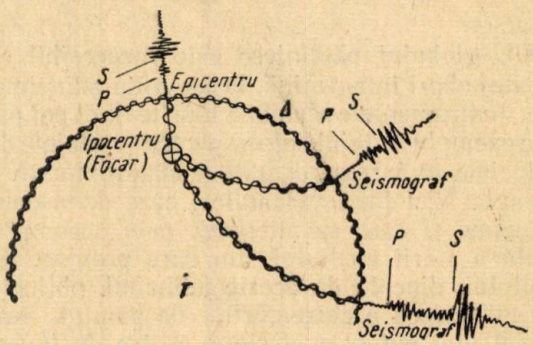


Fig. 1. Propagarea undelor seismice în interiorul pământului și pe suprafața lui

Energia dezlănțuită în focarul cutremurului se propagă sub formă de unde elastice, care se răspîndesc în tot pămîntul și pe suprafața lui cu viteze extem de mari și care se numesc *unde seismice.*

Proiecția focarului sau a zonei sale pe suprafața pămîntului se numește *epicentru,* respectiv *zona epicentrului.*

Distanța epicentrală sau *epicentrică* Δ este depărtarea, măsurată pe fața curbă a pămîntului, de la epicentru pînă la stația înregistratoare. Se înțelege că distanța epicentrică variază cu poziția fiecărei stații pe glob, căci unele stații se află mai aproape, altele mai departe de epicentrul cutremurului. Distanța epicentrică se măsoară în grade sau km, considerînd $1^\circ = 111$ km.

Adîncimea cutremurului este depărtarea, măsurată pe verticală, de la epicentru pînă la focar.

Cea mai mare distanță epicentrală posibilă măsoară 180° sau 20 000 km, adică jumătate din lungimea unui meridian pămîntesc, pămîntul fiind considerat de formă sferică, cu raza de 6 371 km, în medie.

Valoarea adîncimii se schimbă de asemenea de la un cutremur la altul, deoarece focarul unui cutremur se poate afla la 10, 20, 25 km sau chiar la 100 km sub fața pămîntului. Majoritatea focarelor se află la adîncimi mai mici de 100 km. Seismologia a descoperit însă că există focare și mai adînci,

atingînd adîncimea de 700—800 km. Cel mai adînc focar, de 720 km, se găsește în insulele Sonde.

Cutremurele de pămînt sînt înregistrate de niște aparate, numite *pendului seismici* sau *seismografe*, anume construiți ca să reproducă cu fidelitate mișcările pămîntului în timpul cutremurelor. Pendulii seismici se montează în stațiile seismografice și sînt orientați pe trei direcții perpendiculare, nord-sud, est-vest, zenit-nadir, spre a înregistra cele trei componente ale mișcării solului, în timpul cutremurelor. Înregistrările se fac fie pe o foaie de hîrtie de cea mai bună calitate, afumată, adică acoperită cu un strat subțire de negru de fum, pe care sgîrie o peniță, fie pe o hîrtie fotografică specială, cu ajutorul unui spot luminos; o asemenea înregistrare poartă numele de *seismogramă*.

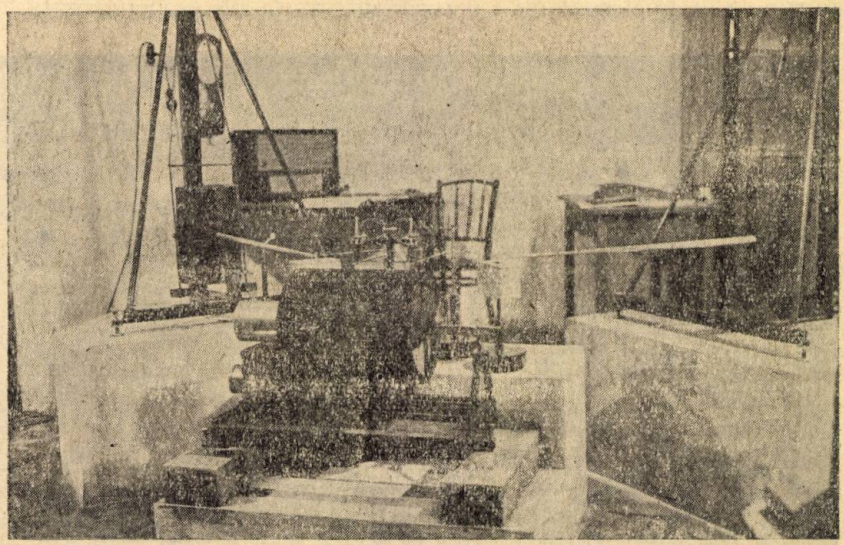


Fig. 2. Stația seismografică de la Cîmpulung Mușcel

Orice seismograf este prevăzut cu un mic electromagnet, comandat de o pendulă foarte precisă, care ridică peniță în sus, sau acoperă lumina, pentru o scurtă durată, la fiecare minut, spre a lăsa o mică întrerupere în linia înregistrată, care reprezintă începutul fiecărui minut. În condițiile acestea momentul t al sosirii diferitelor unde la stația înregistrătoare poate fi cunoscut cu precizia unei zecimi de secundă.

*

Rezultatele analizei unei seismograme uimesc prin precizia, importanța și posibilitățile de investigație pe care le oferă.

Astfel, pe o seismogramă se pot distinge trei feluri de oscilații, trei feluri de grupe sau *trenuri de unde* caracteristice, numite fazele cutremurului. Abilitatea cercetătorului care descifrează o seismogramă constă tocmai în recunoașterea acestor unde remarcabile și citirea orelor exacte ale începuturilor lor pe seismogramă, care reprezintă momentele sosirii acestor unde la stație.

Aspectul seismogramelor diferă de la un cutremur la altul, iar aspectul seismogramelor unui aceluiași cutremur diferă de la o stație la alta, deoarece stațiile sînt diferit depărtate față de epicentrul cutremurului. Seismogramele aceluiași cutremur diferă și de la un aparat la altul.

Cu toată dificultatea lucrului, chiar cei dintîi seismologi și-au putut da seama că pe seismograma unui cutremur mai puternic, obținută într-o stație oarecare, se pot distinge trei faze deosebite, și anume:

1) Un grup de unde care sosesc cele dintîi și constituie începutul cutremurului. Începutul se distinge ușor, mai ales pe componenta sau pe seismograma pendulului vertical, căci prima zguduitură este o mișcare de sus în jos sau de jos în sus, după natura șocului produs în focar și după poziția stației față de focar. În particular, în stațiile din vecinătatea epicentrului zguduirile se înregistrează cu o componentă verticală preponderentă.

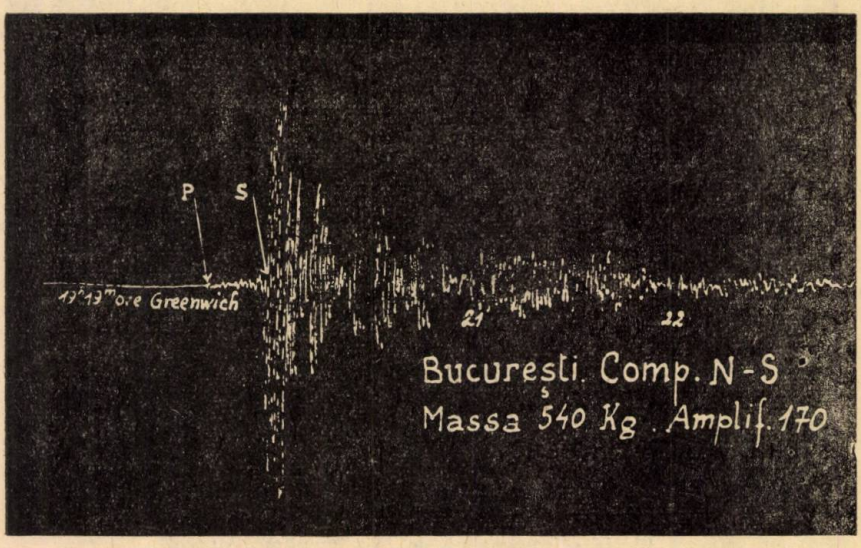


Fig. 3. Seismograma cutremurului din Vrancea, 29 iulie 1954

Acestea sînt *undele prime* și seismologii le notează cu litera *P*; ele sînt mai mărunte, mai repezi, fiind caracterizate în general prin amplificări și perioade mici.

2) Un grup de unde care sosesc mai tîrziu, uneori chiar mai înainte de a fi încetat înregistrarea celor precedente. De exemplu, la București acest grup de unde se înregistrează, după 18—20 secunde, în cazul cutremurelor din Vrancea, după 10 minute, în cazul unui cutremur cu epicentrul la 9 000 km distanță epicentrală.

Acestea sînt *undele secunde* sau secundare, se notează cu litera *S* și se caracterizează prin faptul că dau, mai ales pe componentele orizontale, în mod brusc, amplitudini mai mari și sînt mai încete, adică au perioade mai mari. (fig. 3).

3) Urmează apoi alte unde, care se înscriu sub forma unor oscilații sinusoidale lente, cu perioade mai lungi decît acelea ale undelor precedente și amplitudini și mai mari; acest grup de unde, notat cu litera *L*,

este format din undele lungi sau superficiale, constituind *faza principală a înregistrării.* (fig. 4).

*

Multe și prețioase informații dă analiza și studiul seismogramelor. Între altele s-a constatat că vitezele undelor *P* și *S* cresc tot mai mult pe măsură ce seismograful se găsește mai departe de epicentru, deoarece în acest caz, spre a ajunge la stație, undele trebuie să pătrundă mai adînc în pămînt, unde întîlnesc diferite condiții de elasticitate ale mediului pe care-l străbat și care le modifică viteza. În fine, s-a mai constatat că viteza undelor *L* rămîne aproape aceiași, adică este constantă.

Existența simultană pe seismogramă a celor două feluri de unde, *P* și *S*, care se propagă în interiorul globului, cu viteze diferite, a făcut pe oamenii de știință să constate și să afirme, prin analogie cu ceea ce se cunoaște de la teoria propagării deformărilor elastice în corpurile solide omogene și izotrope, corpuri avînd aceleași proprietăți mecanice în toate direcțiile, că primele două trenuri de unde relevate pe seismogramă sînt constituite respectiv din unde longitudinale și din unde transversale.

Într-adevăr, teoria elasticității arată că, într-un mediu omogen și izotrop se pot propaga două feluri de unde cu viteze diferite:

1) Unde în care deplasarea se produce în sensul direcției de propagare, numite *unde longitudinale;* ele se mai numesc și unde de *condensare* sau *dilatare,* deoarece deplasarea se transmite cu oarecare variație de volum a mediului, prin condensări și dilatări succesive, în fiecare punct. Viteza lor de propagare este evaluată, în medie, la 7,5—8 km pe secundă (aproape 30 000 km pe oră, adică egală cu viteza satelitului artificial sovietic).

2) Unde în care deplasarea se face perpendicular pe direcția de propagare și se transmit fără nici o variație de volum a mediului; ele se numesc unde *transversale* sau *unde de forfecare.* Viteza lor de propagare este mai mică decît aceea a undelor longitudinale, fiind evaluată la aproximativ 4 km pe secundă (aprape 15 000 km pe oră).

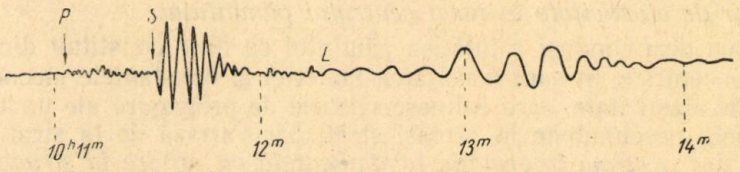


Fig. 4. Unde longitudinale, transversale și lungi (schemă)

Aceste două feluri de unde corespund deci primelor două feluri de oscilații înscrise pe o seismogramă, adică undelor *P* și *S*.

Reiese deci clar modul de propagare, sub formă de unde, a energiei seismice deslănuțită într-o regiune oarecare în interiorul pămîntului: zguduitura inițială, în focar, dă naștere în același timp celor două feluri de unde, însă, deoarece vitezele lor de propagare sînt atît de diferite, ele se distanțează din ce în ce mai mult, pe măsură ce se depărtează de centrul de zguduire și sînt înregistrate de seimograf ca oscilații *P* și *S*, cu începuturile distanțate cu un număr oarecare de secunde sau minute, după depărtarea, mai mică sau mai mare de la stație la epicentru.

În fine, cel de al treilea fel de oscilații relevat pe seimograme corespunde *undelor lungi* sau superficiale, care se împrăștie pe suprafața pămîn-

tului (pătrunzînd prea puțin în interior), începînd din punctul în care mișcarea ajunge mai repede la suprafața scoarței (din epicentru) și se propagă asemenea undelor produse de piatra aruncată pe suprafața unei ape liniștite. Viteza acestor unde este de aproape 3,5 km/s (aproape 14 000 km pe oră).

★

Diferența, exprimată în timp, dintre orele de sosire ale undelor *S* și *P* se calculează ușor; în Seismologie, se notează *S-P*. Ea permite încadrarea și deci găsirea distanței epicentrale a cutremurului în anume tabele de distanțe și adîncimi, întocmite dinainte pe baza teoriei matematice.

Alte elemente măsurate pe seismograme permit determinarea direcției epicentrului cutremurului prin azimutul său; de exemplu, înregistrările unui aceluiași cutremur în mai multe stații, cel puțin trei, dau cu destulă precizie coordonatele geografice ale poziției epicentrului — latitudinea și longitudinea lui. Orele de sosire ale undelor *P* și *S*, la mai multe stații, permit calculul orei de origine a cutremurului, adică ora cînd s-a produs zdruncinătura inițială în focar, deci și calculul adîncimii focarului etc.

Cu ajutorul datelor de mai sus, obținute pe baza înregistrărilor instrumentale, Seimologia a putut efectua interpretări de cea mai mare importanță pentru studiul structurii interne a pămîntului.

Într-adevăr, *observațiile arată că la aceleași depărtări de epicentru, în toate direcțiile în jurul acestui punct, momentele de sosire ale aceleiași unde, de exemplu ale undei longitudinale, sînt aceleași.* Această constatare poate fi interpretată numai prin concluzia că, *în interiorul globului pămîntului, condițiile de elasticitate ale mediului, densitatea și proprietățile mecanice ale materiei constitutive, trebuie să fie repartizate în mod simetric în jurul verticalei epicentrului.* Mai mult chiar, faptul acesta fiind valabil pentru *toate cutremurele,* oriunde s-ar găsi epicentrele lor pe fața pămîntului, prin urmare oricare ar fi verticala epicentrului, *se impune repartiția simetrică a condițiilor de elasticitate în jurul centrului pămîntului.*

Sîntem deci conduși a înfățișa pămîntul ca fiind constituit din straturi sferice concentrice, în care densitatea materiei și constantele mecanice, sau modulii de elasticitate, care definesc vitezele de propagare ale undelor seismice, rămîn neschimbate în același strat, dar variază de la strat la strat.

Iată dar *o primă informație fundamentală cu privire la structura interiorului pămîntului dată de observații, independentă de orice teorie.*

★

Undele elastice, ca și undele sonore sau luminoase, se reflectă sau se refractă la frontierele sau suprafețele de discontinuitate dintre două straturi diferite. Mai mult, reflexia și refracția pot schimba însăși natura undei: din longitudinală o pot transforma în transversală și invers. Astfel, o undă incidentă longitudinală (sau transversală) poate, în anumite cazuri, să producă două unde reflectate, una longitudinală și una transversală și două refractate, longitudinală și transversală. (fig. 5).

Seismologia interpretează fenomenul acesta admițînd că, frontiera dintre două straturi sau suprafețe de discontinuitate care separă două medii neomogene funcționează ea însăși ca un generator de unde seismice, atît longitudinale cît și transversale, atunci cînd este agitată de o undă seismică.

De aici rezultă o mare diversitate de unde, care străbat în toate direcțiile, pe drumuri diferite și cu viteze diferite, interiorul pămîntului.

În fig. 6 este reprezentată fața liberă a pămîntului și în interiorul său o suprafață de discontinuitate; am împărțit astfel pămîntul în două părți, pe care le denumim provizoriu, scoarță și nucleu.

Pentru a simplifica lucrurile considerăm în punctul *E*, epicentrul unui cutremur de adîncime neglijabilă, epicentrul unui cutremur superficial însă puternic, și să urmărim traiectoriile cîtorva unde seismice care pornesc din epicentrul *E*.

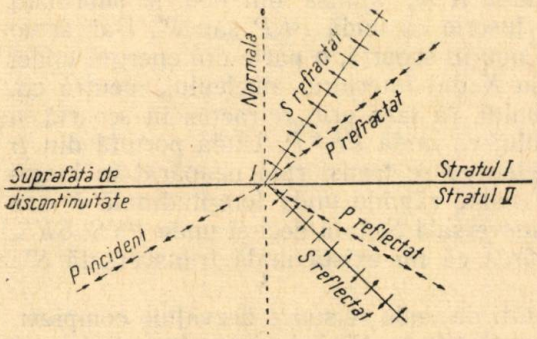


Fig. 5. Reflexia și refracția unei unde pe suprafața de discontinuitate dintre două medii diferite; schimbarea naturii undei

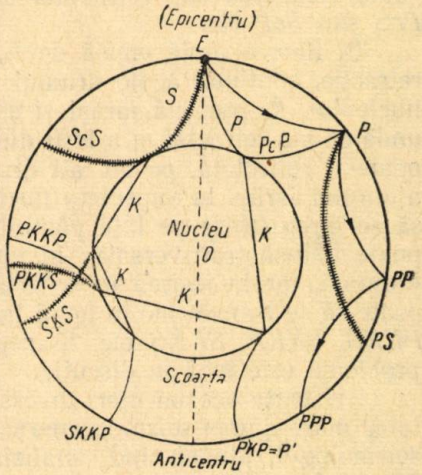


Fig. 6. O mare diversitate de unde seismice străbat interiorul pămîntului

Vom constata că undele seismice suferă reflexii pe fața interioară, concavă, a pămîntului și reflexii și refracții pe fețele convexă și concavă ale nucleului, acestea din urmă constituind *fazele de nucleu.*

Într-adevăr, din epicentrul *E* pleacă o undă longitudinală (sau transversală), pătrunde în interiorul pămîntului pînă la o adîncime maximă (vitezele undelor seismice se diferențiază în adîncime, deoarece se propagă prin medii diferite din punct de vedere al constituției și proprietăților lor elastice) și iese din nou la suprafață, într-o stație oarecare, ca undă *P* (sau *S*). Aici sufere o altă reflexie și ajunge, ca undă longitudinală sau transversală, în altă stație *PP* sau *SS* sau poate să-și schimbe natura, ajungînd în altă stație mai depărtată, ca undă *PS* sau *SP*. În *PP* sau *SS* unda longitudinală sau transversală poate fi din nou reflectată spre altă stație, fie ca undă longitudinală *PPP* sau transversală *SSS* (atîtea litere de cîte ori s-a reflectat), fie ca undă transversală *PPS* sau longitudinală *SSP* (partea dreaptă a fig. 6).

Apar deci, prin reflexie pe fața interioară a pămîntului, următoarele unde: *P, S; PP, PS, SP, SS; PPP, PPS, PSP, SPP, SPS, SSP, SSS*. Drumurile *P, PP, PPP; PS, SP* etc., sînt egale (*P = PP = PPP, PS = SP*). Există și unde care se notează *PPP* ($\Delta > 180^0$) sau *PSS* ($\Delta > 180^0$), adică unde care pornesc din *E* și parcurg arcele de cerc pe partea stîngă a verticalei *OE*. Undele *PP* și *SS* sînt reflectate odată la jumătatea distanței din-

tre epicentru și stație, undele *PPP* și *SSS* sînt reflectate de două ori, la o treime și la două treimi din aceiași distanță.

Pe seismograme se observă lesne că trenul de unde reflectate repetă de obicei caracterele și detaliile trenului de unde inițial.

O altă undă pornită din *E* se poate reflecta pe fața nucleului și ajunge tot în *P* stau în altă stație, ca undă *PcP* (litera c este inițiala cuvîntului latin *cor* = miez, nucleu). De asemenea, putem avea undele *ScS, PcS* sau *PcPP, PcPS, ScPS,* ..... dacă, ajunsă la suprafața pămîntului, unde este încă odată reflectată sau refractată și transformată. Există și unde de schimb *PcS* sau *ScP* etc.

În fine, o undă emisă de *E,* pătrunzînd în interiorul nucleului, prin refracție, continuă acolo drumul unic *K* și, ajunsă din nou la suprafața nucleului, se refractă iarăși și se înscrie ca undă *PKP* sau *P'*. Dar acolo unde ea s-a refractat și a ieșit din nou în scoarță, o parte din energia undei poate fi reflectată, pe un alt drum *K* din interiorul nucleului, pentru ca, ajungînd iarăși la suprafața nucleului, să iasă prin refracție, în scoarță și să se înregistreze pe fața pămîntului ca undă *PKKP*. Unda pornită din *E* poate fi însă transversală; în nucleu ea se transformă neapărat în longitudinală, iar la ieșirea în scoarță poate rămîne undă longitudinală *P* sau poate să se transforme în undă transversală *S*. Iată deci și unde *PKS, SKS, PKKS, SKKP, SKKS* etc. S-ar părea că nu există undă transversală *S'*; problema este încă în discuție.

Existența acestei mari diversități de unde seismice dezvăluie complexitatea mare a unei seismograme și arată cîtă trudă și atenție trebuie să depună seismologul, atunci cînd, analizînd-o, trebuie să distingă cu precizie cele 20—30 faze diferite care apar pe înregistrare.

*

Constatăm că observațiile ne aduc și de data aceasta o altă prețioasă informație: în nucleu nu există drumuri seismice, care să fie parcurse cu viteza de propagare a undelor transversale, cu alte cuvinte, *în nucleu nu se transmit unde transversale*. Să analizăm importanța acestei concluzii.

Conform teoriei elasticității undele transversale, nu se propagă în lichide, iar seismologia constată că undele transversale nu se propagă nici în nucleul terestru; rezultă că trebuie să atribuim materiei care constituie nucleul pămîntului proprietăți asemănătoare cu acelea ale lichidelor.

Calculele arată însă că valorile coeficienților de elasticitate pe care trebuie să le adoptăm pentru starea materiei din nucleu nu corespund întocmai cu starea de fluiditate a lichidelor, așa cum le cunoaștem la suprafața pămîntului. În nucleu temperatura și presiunea sînt extrem de mari: temperatura mare dă materiei unele proprietăți ale lichidelor, iar presiunea mare îi păstrează rigiditatea solidelor (amintim că undele cele mai caracteristice ale solidelor sînt undele de forfecare, undele transversale *S*).

Actualmente se admite că nucleul pămîntului este un corp a cărui constituție permite propagarea condensărilor și dilatărilor (undele longitudinale), dar care se opune la propagarea distorsiunilor (undele transversale). Deoarece nucleul nu transmite decît un singur fel de unde, pentru a arăta că este vorba de un mediu special, seismologii au notat unda care traversează nucleul cu simbolul particular *K*.

*

Teoria elasticității stabilește pentru vitezele de propagare ale undelor seismice relații în care intervine densitatea și proprietățile mecanice ale mediului, reprezentate prin coeficienții de elasticitate ai materialelor care compun scoarța și interiorul pămîntului.

Observațiile seismografice permit determinarea valorilor acestor viteze cu ocazia oricărui cutremur mai puternic.

În aceste condiții se poate inversa problema; se pot deduce valorile densității și modulilor sau coeficienților de elasticitate ai materialelor care se află în interiorul globului parcurs de undele seismice. Pe baza rezultatelor lucrărilor din laborator asupra rocilor se poate deduce natura rocilor constitutive de la cele mai mari adîncimi, se poate cunoaște chiar natura mediului din centrul pămîntului și însăși condițiile de acolo.

Iată dece Seismologia este cel mai puternic mijloc de investigație de care dispune știința pentru cercetarea interiorului globului pămîntului.

În prezent cercetările au ajuns și mai departe. Nu mai este nevoie să așteptăm producerea unor cutremure puternice, ca să putem întreprinde studii în legătură cu problema structurii interiorului globului terestru și al scoarței sale.

Voința omului s-a substituit voinței capricioase a Naturii. Prin înregistrarea seismelor artificiale, provocate atunci cînd este necesar și acolo unde este necesar, de exemplu, prin explozia unei încărcături de dinamită sau prin explozii atomice, a luat ființă metoda seismică pentru prospecțiunea geofizică, ale cărei rezultate cu privire la studiul structurii scoarței terestre și la descoperirea de noi bogății în subsol, au stîrnit senzație în cursul ultimilor 15—20 ani.

Și în cursul Anului Geofizic Internațional actual sînt programate asemenea explozii, de exemplu în Alpi, pentru studiul structurii scoarței de la baza acestor munți. În septembrie 1956 au fost efectuate primele probe de acest fel în regiunea Alpilor francezi.

*

În încheerea acestui articol informativ prezentăm o schemă, încă provizorie, a constituției interne a pămîntului, după datele seismologice.

Putem considera că interiorul pămîntului este format din straturi sferice succesive de grosimi determinate, separate prin suprafețele de discontinuitate, și că proprietățile elastice rămîn neschimbate în interiorul aceluiași strat, dar variază în mod brusc la trecerea de la un strat la altul.

Concepția filozofică antică despre existența unui fluviu de foc care înconjoară infernul și care corespunde ipotezei unui nucleu lichid și incandescent, admisă în știință pînă la începutul secolului nostru, a fost înlocuită ulterior cu aceia a existenței unui nucleu greu, de fier și nichel.

Cercetările moderne, bazate pe principiile termodinamicii, au relevat faptul că, deși temperatura este extrem de ridicată în centrul pămîntului, din cauza presiunii formidabile, aproape trei milioane și jumătate atmosfere, materia de acolo trebuie să rămînă totuși în stare solidă.

Pe de altă parte se știe că densitatea medie a pămîntului, determinată în astronomie ca aplicație a legii atracției universale, este de 5,53, în timp ce densitatea rocilor straturilor din vecinătatea suprafeței este numai de 2,7; se impune deci în mod necesar ipoteza că restul materiei trebuie să aibă o densitate mai mare, cea mai verosimilă fiind aceia a existenței unui nucleu mai greu.

Pămîntul poate fi înfățișat ca fiind format dintr-un *nucleu* și din două pături isuperioare concentrice: pătura sau zona intermediară sau *învelișul* și *scoarța*. Aceste pături succesive au grosimi determinate și proprietățile lor elastice se schimbă în mod brusc la trecerea dintr-una în alta. Două suprafețe principale de discontinuitate separă scoarța de zona intermediară sau înveliș și pe aceasta de nucleu.

Prima suprafață de discontinuitate, aceea concepută de Mohorovicic, se găsește la o adîncime de 45—55 km în medie; ea este mai adîncă sub munți, de 57 km sub munții Balcani și Alpi și mai puțin adîncă la vreo 30 km sub Europa occidentală.

A doua suprafață de discontinuitate, aceea determinată de Gutenberg, care separă învelișul de nucleu, se află, după cele mai recente calcule, la adîncimea de aproape 2900 km.

În însăși scoarța terestră undele seismice ale cutremurelor apropiate au pus în evidență o structură diferențiată, adică existența a două straturi suprapuse, avînd compoziții diferite: excluzînd pătura sedimentară de la suprafață, cu o grosime variind între zero și cîțiva km, aproape de suprafață se găsește *stratul de granit* de grosime variabilă, de exemplu de 10 km sub solul Angliei, mult mai mare sub lanțurile muntoase, sub munții Alpi sau Carpați, căpătînd de multe ori forma unui dinte, care se afundă într-o gingie (subsolul Californiei, *rădăcina* granitică a Sierei-Nevada, merge pînă la 70 km adîncime).

Sub stratul de granit se găsește stratul intermediar sau de bazalt a cărui delimitare este mai puțin precizată: baza acestui strat s-ar găsi la 30—35 km în medie, iar în constituția sa ar intra roci bazice analoage bazaltului, care este lava vulcanilor.

În țara noastră baza stratului intermediar de bazalt s-ar găsi pe la 70 km adîncime, sub munții Vrancei, puțin mai adîncă decît sub Alpi și Balcani, iar sub București la vreo 50 km.

Ansamblul acestor două straturi principale constituie, după un aviz unanim acceptat, scoarța terestră, iar baza ei este discontinuitatea lui Mohorovicic. Valorile vitezelor undelor longitudinale și transversale în cele trei straturi sînt, după Savarenski și Kirnos, 4,5—5,6 și 3,3 respectiv, în stratul superior, 6,3 și 3,7 în stratul intermediar, și 7,8 și 4,35 în mediu subiacent.

Grosimea soarței terestre este variabilă: astfel, în Euopa ea este în medie de 30 km, pe teritoriul Asiei mijlocii și în partea ei de est, inclusiv marea Japoniei, marea Okotsk, marea Chinei și Birmania, ea este cuprinsă între 40 și 60 km, în California 40 km, în Africa ecuatorială este de 40 km etc.

După calculele lui Mohorovicic, grosimea scoarței terestre ar trebui să fie de aproape 60 km; după datele seismice actuale, ea se consideră de 33 km în medie.

În ceea ce privește învelișul ,s-a ajuns la concluzia că partea lui superioară cunoscută sub numele generic de „magmă", ar fi constituită din roci ultra bazice, numite, peridotite (silicați de fier și de magneziu); între 200 și 800 km există un strat de tranziție în care mediul variază ca stare sau compoziție chimică, iar în porțiunea sa adîncă, între 800 și 2900 km, el prezintă o structură omogenă.

Viteza de propagare a undelor longitudinale în înveliș, la limita lui

superioară, adică imediat sub scoarță, este de 7,8—8 km/s, iar a undelor transversale de 4,3—4,4 km/s.

Aceste valori cresc însă deosebit de rapid la adîncimea de 400—600 km; de la 800 km creșterea vitezelor este mai lentă și viteza undelor longitudinale ajunge să aibă, la limita nucleului, valoarea de 13,6 km/s. Pe suprafața nucleului ea scade, prin salt, pînă la 7,8—8 km/s pentru ca după aceea

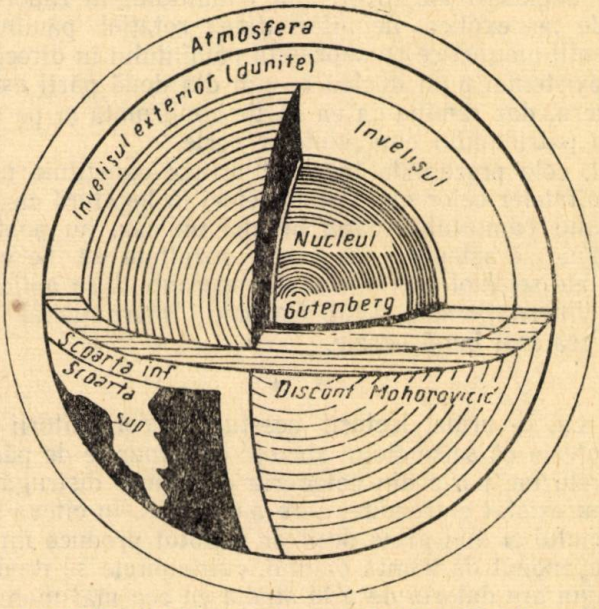


Fig. 7. Constituția internă a pămîntului (Maceliwane)

să crească din nou. La adîncimea de 5 000 km aproximativ de la suprafața pămîntului viteza se schimbă brusc, ceea ce face ca razele *PKP* să se curbeze și să iasă la suprafața pămîntului, începînd de la distanța de 110°. Mai departe, în adîncime, viteza variază foarte puțin (în ultima mie de km rămînînd aproape constantă) și ajunge să aibă în centrul pămîntului valoarea de 11,3 km/s. Viteza undelor transversale crește la limita nucleului la valoarea 7,3—7,4 km/s. Cît privește densitatea, aceasta crește brusc la limita nucleului de la 5—6 pînă la 9,5 și atinge valoarea 12,3 în centrul pămîntului.

Cercetări făcute în anii din urmă au condus la ipoteza existenței unui alt strat de separație, pe la adîncimea de 5 000 km, acolo unde s-a constatat creșterea bruscă a vitezei undelor longitudinale și care ar constitui limita unui *subnucleu* sau nucleu interior. Studii mai amănunțite asupra distribuției vitezelor în interiorul nucleului au arătat că în apropierea limitei subnucleului ar putea exista un strat de tranziție, gros de vreo 100 km, în care viteza sufere o descreștere de la 10,5—11 km/s pînă la 9—9,5 km/s, iar apoi o creștere discontinuă pînă la 11,2—11,3 km/s. Încă nu este bine lămurită problema subnucleului, dar se crede că natura lui este în legătură cu modificarea proprietăților fizice ale materiei sub influența presiunei, care crește pe măsura apropierii de centrul pămîntului.

Necesitatea justificării densității medii a pământului a impus reluarea ipotezei unui nucleu metalic, nucleul de fier. Se presupune însă că nucleul de fier, la temperatura ridicată de la acea adîncime, se topește la partea lui exterioară, însă din cauza creșterii presiunii, subnucleul devine din nou solid.

Pe seama existenței părții periferice lichide a nucleului terestru se pun și acele mici deplasări ale învelișului pământului în raport cu subnucleul care, se crede ,ar explica neuniformitatea rotației pământului și deriva marilor anomalii magnetice pe suprafața pământului în direcția vestică.

Ipoteza existenței unui nucleu format din două părți este o interesantă ipoteză de lucru, dar rămîne ca ea să fie confirmată și pe alte căi, înainte de a intra în patrimoniul cunoștințelor certe.

De altfel, cele prezentate în acest articol constituie un foarte sumar tablou al rezultatelor celor mai noi cercetări în legătură cu problema structurii interiorului pământului, care, în nici un caz, nu poate fi considerat definitiv; trebuie să așteptăm ca aceste rezultate să fie verificate. Metodele de lucru ale seismologiei dau multe speranțe, însă aplicarea lor implică o colaborare internațională. Anul Geofizic Internațional constituie, sub acest raport, cea mai bună ocazie.

★

Am dori ca, în urma lecturii acestui articol cititorii să nu rămînă cumva cu impresia că seismologii slăvesc cutremurele de pămînt. NU.

Cutremurele fac parte din categoria celor mai distrugătoare fenomene ale naturii; au existat cutremure, care au produs, în cîteva secunde numai, pagube mai multe și mai grele decît ar fi putut produce un război.

Dar, independent de voința omului, cutremurele se produc.

Seismologia are datoria de a le studia cu cea mai mare atenție. Cu cît se vor cunoaște mai bine locurile unde se produc și unde nu se produc cutremurele pe toată fața pămîntului, cauzele și intensitatea cutremurelor, întinderea zonelor unde au loc cele mai multe pagube, modul de producere sau mecanismul în focar, adîncimea focarelor, energia dezlănțuită de cutremure etc., cu atît mai repede și mai exact știința va ajunge să prevadă cutremurele, iar oameni vor reuși să *stăpînească* aceste forțe dezastruoase ale naturii și *nu să se supună lor,* căci ei vor ști atunci să ia măsurile cele mai potrivite pentru evitarea sacrificiilor de vieți omenești și de bunuri materiale, provocate de marile cutremure.

INTRODUCERE ELEMENTARĂ LA STUDIUL SIMETRIEI

Conf. univ. **TIBERIU ROMAN**

ÎN vorbirea curentă, o figură este considerată simetrică dacă există o anumită regularitate în repetarea părților ei componente. Aplicarea simetriei în artă se bazează tocmai pe valoarea estetică a acestei repetări periodice a elementelor decorative sau a elementelor de construcție.

Vom da definiția exactă a figurilor plane simetrice mai jos, după ce vom fi precizat unele noțiuni. De pe acum se poate spune însă,

că noţiunea de simetrie va fi folosită într-un sens mai larg decît cel cunoscut din geometria elementară şi că ulterior, rezultatele obţinute vor putea fi extinse şi figurilor din spaţiu.

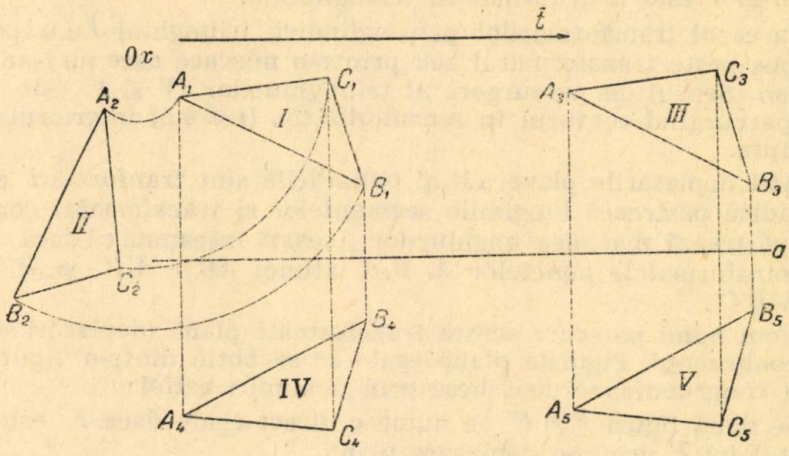


Fig. 1

1. Pe fig. 1 sînt reprezentate cinci triunghiuri (I—V) egale între ele. Punctele interioare acestor triunghiuri, luate cîte două ca şi cele de pe contur, se poate face să se corespundă perechi-perechi, prin cele două feluri de transformări plane: deplasări şi oglindiri.[1])

Deplasările plane sînt:

a) *deplasarea identică*, sau identificarea, prin care triunghiul I este transformat în el însuşi;

b) *rotirea*, de centru O şi de amplitudine $\sphericalangle \alpha = \sphericalangle A_1OA_2$ în sensul rotirii acelor ceasului, prin care triunghiul I este transformat în triunghiul II;

c) *translatarea*, de vector $\overline{t}$, prin care triunghiul I este transformat în triunghiul III.

In toate aceste cazuri, triunghiul I poate fi suprapus peste transformatul său printr-o deplasare a sa, fără scoatere de plan. Sensul de parcurgere al tuturor acestor triunghiuri (I, II, III) este direct, adică parcurgînd conturul în sensul ABC, interiorul său rămîne la stînga.

Să mai observăm că deplasarea identică este un caz particular al rotirii (de orice centru şi de amplitudine nulă) sau al translatării (de vector nul).

Oglindirile sînt:

d) reflexia prin oglindire sau pe scurt *oglindirea*[2]) faţă de axa a, prin care triunghiul I este transformat în triunghiul IV;

---

[1]) v. cap. X al *Manualului de Geometrie* de clasa VIII-a de Coşniţă şi Simionescu ca şi articolul de E. Rusu, din R.M.F. nr. 5/1952.

[2]) Denumire folosită în mod curent în cristalografie; o preferăm denumirii de simetrie faţă de axa a, deoarece termenul de simetrie capătă un înţeles mai larg în expunerea ce urmează.

e) *oglindirea — lunecare* în care figura dată se transformă prin oglindirea față de axa a și prin translatare de vector $\bar{t}$[3]), astfel încît triunghiul I este transformat în triunghiul V.

In cazul transformărilor prin oglindiri, triunghiul I nu poate fi suprapus peste transformatul său printr-o mișcare care nu l-ar scoate din plan. Sensul de parcurgere al triunghiurilor IV și V este invers, adică parcurgînd conturul în sensul $A_iB_iC_i$, $(i = 4,5)$ interiorul rămîne la dreapta.

Atit deplasările plane, cît și oglindirile sînt tranformări congruente, adică păstrează lungimile segmentelor și transformări conforme, adică păstrează mărimea unghiurilor. Aceasta înseamnă că dacă A', B', C' sînt transformatele punctelor A, B, C atunci $AB = A'B'$ și $\sphericalangle ABC = \sphericalangle A'B'C'$.

Vom numi pe scurt aceste transformări plane (deplasări și oglindiri) congruențe. Figurile plane egale ce se obțin dintr-o figură dată F prin congruențe, se deosebesc prin denumiri astfel:

— două figuri F și F' se numesc direct egale dacă F' este transformatul lui F printr-o deplasare plană;

— două figuri F și F' se numesc invers egale dacă F' este transformatul lui F printr-o oglindire.

Astfel, în fig. 1, triunghiul I este direct egal cu II și cu III, iar cu IV și cu V este invers egal.

Observare. Denumirile tuturor acestor transformări s-au dat mai sus sub forma de substantive verbale, pentru a marca mișcarea figurii.

2. Aplicații. a) Să se găsească congruențele care transformă un triunghi isoscel în el însuși. (R: identificarea și oglindirea față de mediana înălțime),

b) Să se găsească congruențele care transformă un triunghi echilateral în el însuși. (R: identificarea, rotirea de $\pm 120°$ în jurul centrului, oglindiri față de cele trei înălțimi).

c) Să se găsească transformările prin care triunghiul isoscel ABC trece în triunghiul isoscel $A'B'C'$, egal cu primul (fig. 2). (R: translatare de vector $\overline{AA'}$, oglindirea față de dreapta xx').

d) Să se găsească congruențele care transformă în ea însăși figura formată din două triunghiuri isoscele egale, cu bazele situate pe aceiași dreaptă (fig. 2). (R: identificarea, oglindirea față de dreapta xx'; dece nu și o translatare?)

e) Idem, figura formată de o infinitate de triunghiuri isoscele egale, cu bazele situate pe aceiași dreaptă și cu vîrfurile opuse egal depărtate. (R: identificarea, translatarea de vector $\overline{AA'}$ și oglindiri față de toate axele de felul lui xx' și yy' din fig. 2)

f) In fig. 1, triunghiul II se transformă în III prin rotire și în V prin oglindire-lunecare. Să se determine grafic, centrul și amplitudinea rotirii ca și axa și vectorul de translație ale oglindirii-lunecare.

3. In afara congruențelor indicate mai sus, pot fi făcute două figuri egale să coincidă și printr-o altă transformare? Răspunsul este

---

[3]) Aceste operații se execută în orice ordine, important fiind doar rezultatul obținut și nu pozițiile intermediare ale triunghiului I.

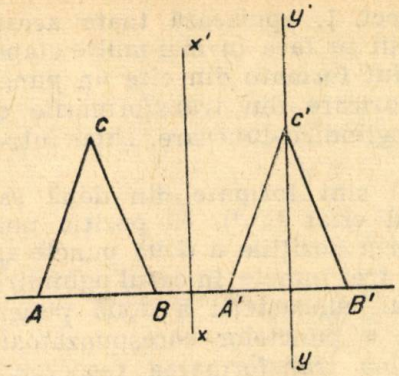


Fig. 2

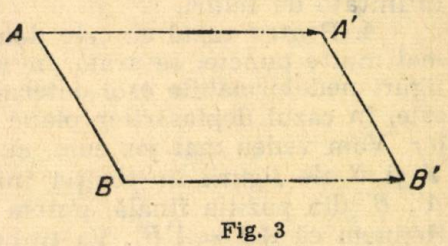


Fig. 3

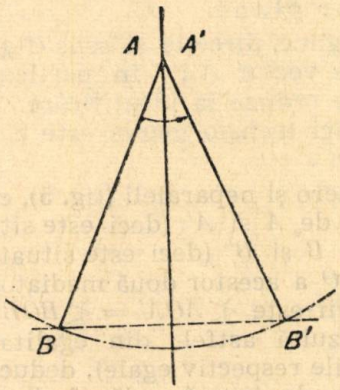


Fig. 4

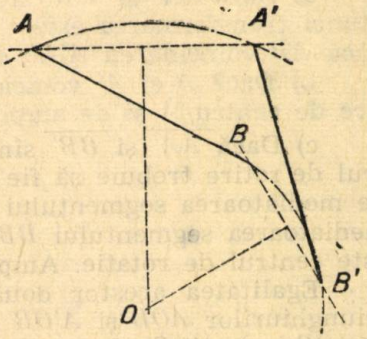


Fig. 5

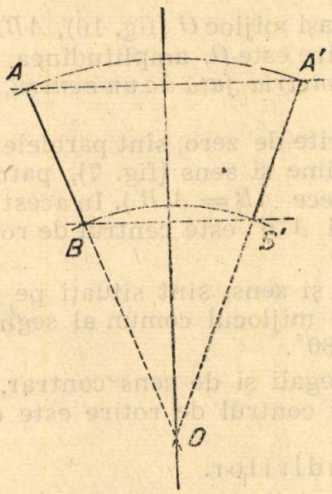


Fig. 6

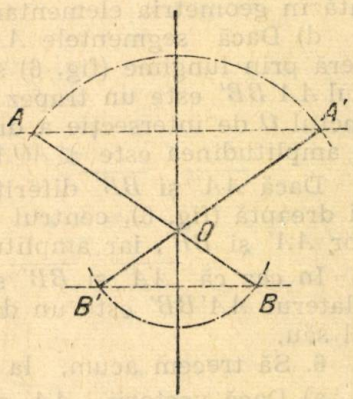


Fig. 7

negativ: enumerarea dată mai sus, la pct. 1, epuizează toate aceste transformări. Demonstrarea acestei relații se face în mai multe etape:

Pentru cazul că cele două figuri sînt formate din cîte un punct, coincidența lor poate fi realizată prin oricare din transformările de mai sus; iar pentru cazul rotirii și al oglindirii-lunecare, chiar într-o infinitate de feluri.

4. Pentru cazul că cele două figuri sînt formate din două sau mai multe puncte, se arată în manualul citat la [1]), că poziția unei figuri nedeformabile este determinată prin pozițiile a două puncte ale sale, în cazul deplasărilor plane și prin trei puncte în cazul oglindirilor. Vom vedea mai jos cum, cu ajutorul cunoașterii a două puncte A și B ale figurii în poziția inițială și a punctelor corespunzătoare A', B' din poziția finală, putem determina transformarea respectivă. Reținem că $AB = A'B'$. Va trebui să luăm în considerare lungimea, direcția și sensul vectorilor $\overline{AA'}$ și $\overline{BB'}$.

5. Studiem întîi, cazul deplasărilor plane.

a) Dacă $\overline{AA'}$ și $\overline{BB'}$ sînt egali ca lungime, direcție și sens (fig. 3), atunci transformarea este o translatare de vector $\overline{AA'}$. In particular, dacă AB coincide cu $A'B'$, translatarea se reduce la identificare.

b) Dacă A și A' coincid (fig. 4), atunci transformarea este o rotire de centru A și de amplitudine $\sphericalangle BAB'$.

c) Dacă $\overline{AA'}$ și $\overline{BB'}$ sînt diferiți de zero și neparaleli (fig. 5), centrul de rotire trebuie să fie egal departat de A și A' (deci este situat pe mediatoarea segmentului AA') ca și de B și B' (deci este situat pe mediatoarea segmentului BB'). Intersecția O a acestor două mediatoare este centrul de rotație. Amplitudinea rotirii este $\sphericalangle AOA' = \sphericalangle BOB'$.

Egalitatea acestor două unghiuri rezultă astfel: din egalitatea triunghiurilor AOB și $A'OB'$ (care au laturile respectiv egale), deducem $\sphericalangle AOB = \sphericalangle A'OB'$. Scăzînd (sau în alt caz de figură, adăugînd) unghiul $A'OB$ în ambele părți ale acestei egalități, obținem relația de mai sus.

Dacă segmentele AA' și BB' au același mijloc O (fig. 10), $ABA'B'$ formează un paralelogram. Centrul de rotire este O, amplitudinea este 180°; această transformare coincide cu *simetria față de un centru*, studiată în geometria elementară.

d) Dacă segmentele AA' și BB' diferite de zero, sînt paralele dar diferă prin lungime (fig. 6) sau prin lungime și sens (fig. 7), patrulaterul $AA'BB'$ este un trapez isoscel (deoarece $AB = A'B'$). In acest caz, punctul O de intersecție a dreptelor AB și $A'B'$ este centrul de rotire, iar amplitudinea este $\sphericalangle AOA' = \sphericalangle BOB'$.

Dacă $\overline{AA'}$ și $\overline{BB'}$ diferiți ca lungime și sens, sînt situați pe aceiași dreaptă (fig. 8), centrul de rotire este mijlocul comun al segmentelor AA' și BB', iar amplitudinea este 180°.

In caz că $\overline{AA'}$ și $\overline{BB'}$ sînt paraleli, egali și de sens contrar, patrulaterul $AA'BB'$ este un dreptunghi, iar centrul de rotire este centrul său.

6. Să trecem acum, la cazul oglindirilor.

a) Dacă vectorii $\overline{AA'}$ și $\overline{BB'}$ sînt paraleli și neegali, transformările căutate sînt oglindiri față de axă. (fig. 4, 6, 7), Se observă îndată

că, în fiecare din aceste cazuri, axa oglindirii trece prin centrul de rotire şi este perpendiculară pe vectorii $\overline{AA'}$, $\overline{BB'}$. Lăsăm în seama cititorului să facă demonstraţia pentru fiecare caz în parte.

b) Dacă segmentele egale şi de sens contrar AB şi $A'B'$ sînt situate pe aceiaşi dreaptă (fig. 8) axa oglindirii este perpendiculară pe mijlocul comun al acestor segmente.

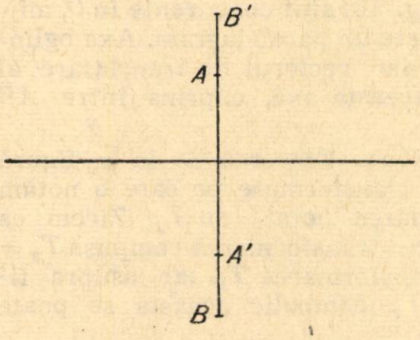


Fig. 8

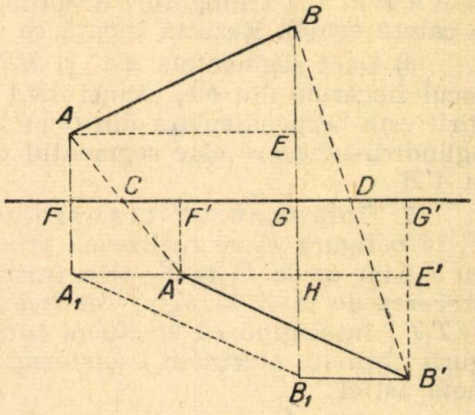


Fig. 9

Dacă segmentele AB şi $A'B'$ situate pe aceiaşi dreaptă au acelaşi sens, ele pot fi făcute să se suprapună printr-o translatare.

c) Dacă vectorii $\overline{AA'}$ şi $\overline{BB'}$ sînt paraleli, egali şi de acelaşi sens (fig. 3), transformarea căutată este o oglindire-lunecare: axa oglindirii este dreapta AB, iar vectorul translatării este $\overline{AA'}$.

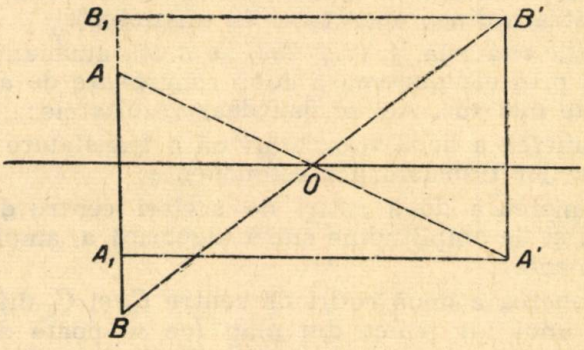


Fig. 10

d) Dacă vectorii $\overline{AA'}$ şi $\overline{BB'}$ nu sînt paraleli, transformările căutate sînt oglindiri-lunecări.

α) In cazul că C, mijlocul vectorului $\overline{AA'}$ diferă de D, mijlocul vectorului $\overline{BB'}$ (fig. 9), dreapta CD este axa oglindirii. Dacă A_1B_1 este transformatul segmentului AB prin această oglindire, $\overline{A_1A'}$, este vectorul translatării.

Pentru a dovedi aceste afirmații, să proiectăm punctele A, A', B, B' pe CD în F, F', G, G' și să ducem prin A și A' paralele la CD care întîlnesc BG, $B'G'$ în E, respectiv E'. Triunghiurile AFC și $A'F'C'$ sînt egale deoarece sînt dreptunghice și au cîte un unghi ascuțit egal; deasemeni $\Delta BGD = \Delta B'G'D$. Deci $AF = A'F'$ și $BG = B'G'$.

Prin urmare, $BE = B'E'$ (căci $AF = EG$ și $A'F' = E'G'$) și $\Delta ABE = \Delta A'B'E'$ (ca triunghiuri dreptunghiuri cu ipotenuzele egale și cîte o catetă egală). Rezultă îndată că $\Delta A_1B_1H = \Delta A'B'E'$.

β) Dacă segmentele AA' și BB' (fig. 10) sînt concurente în O, mijlocul fiecăruia din ele, atunci $ABA'B'$ este un paralelogram. Axa oglindirii este perpendiculara din O pe AB, iar vectorul de translatare al oglindirii-lunecare este segmentul din această axă, cuprins între AB și $A'B'$.

7. Compunerea transformărilor. Trecerea de la o figură F_1 la o figură F_2 se realizează printr-o transformare pe care o notăm cu T_1, iar de la F_2 la F_3 prin transformarea notată cu T_2. Zicem că trecerea de la F_1 la F_3 se realizează prin transformarea compusă $T_3 = T_1T_2$, înțelegînd că efectuăm întîi transformarea T_1, iar asupra figurii obținute efectuăm transformarea T_2. Simbolic aceasta se poate nota astfel:

$$T_1(F_1) = F_2;\ T_2(F_2) = F_3;\ T_3(F_1) = F_3;\ T_3 = T_1T_2.$$

Compunerea transformărilor nu este, în general, comutativă (de ex. pe fig. 1, oglindirea față de a a triunghiului II, dă altă figură decît rotirea cu $\sphericalangle A_1OA_2$ a triunghiului IV față de O; $T_{II}T_{IV} \neq T_{IV}T_{II}$).

Compunerea triunghiurilor este asociativă, $T_1T_2T_3 = T_1(T_2T_3) = (T_1T_2)T_3$, adică compunerea a trei transformări dă același rezultat, fie că se compune prima transformare cu rezultatul ultimelor două, fie că se compune rezultatul primelor două cu cea de-a treia (cu condiția de a păstra ordinea operațiilor în ansamblu).

In lucrările citate la [1]), (v. p. 253) se arată amănunțit ce transformări se obțin prin compunerea a două congruențe de același fel, din cele enumerate mai sus. Aci se dau doar rezultatele:

a) compunerea a două translatări dă o translatare de vector, rezultanta vectorilor translatărilor componente;

b) compunerea a două rotiri de același centru dă o rotire de același centru și de amplitudine suma algebrică a amplitudinelor rotirilor componente;

c) compunerea a două rotiri de centre C_1 și C_2 diferite, dă o rotire în jurul unui alt punct din plan (ce se poate determina ușor printr-o construcție geometrică), de amplitudine egală cu suma algebrică a amplitudinilor α și β ale rotirilor componente; în cazul că $\alpha + \beta = 360^\circ$ rezultatul compunerii este o translatare de lungime $2C_1C_2 \sin\frac{\alpha}{2} = 2C_1C_2 \sin\frac{\beta}{2}$;

d) compunerea a două oglindiri de axe concurente dă o rotire în jurul punctului de concurență a axelor, de amplitudine egală cu dublul unghiului făcut de aceste axe:

e) compunerea a două oglindiri de axe paralele dă o translatare de vector perpendicular pe direcţia axelor, de lungime egală cu dublul distanţei dintre axe;

f) compunerea deplasării identice cu oricare altă transformare dă această transformare.

Ţinînd seama de rezultatele expuse la pct. **5** şi **6** ale acestui articol, se pot uşor stabili şi următoarele propoziţii (a căror demonstraţie amănunţită se lasă în seama cititorului):

g) compunerea unei translatări cu o rotire dă o rotire care depinde de ordinea efectuării acestor congruenţe. Centrul şi amplitudinea rotirii rezultante se pot determina ca la **5** *c*);

h) compunerea unei translatări cu o oglindire de axă neparalelă cu vectorul translatării (sau invers) dă o oglindire-lunecare ale cărei elemente se deduc ca la pct. **6** *d*).

Dacă vectorul translatării este perpendicular pe axa oglindirii, rezultatul este o oglindire faţă de o axă paralelă cu prima. Dacă vectorul translatării este paralel cu axa oglindirii se obţine chiar oglindirea-lunecare de la **1** *c*).

i) compunerea unei rotiri cu o oglindire (sau invers) dă o oglindire-lunecare ale cărei elemente pot fi determinate ca la **6** *d*); dacă centrul rotirii se află pe axa de oglindire atunci lunecarea este nulă;

j) compunerea unei translatării cu o oglindire-lunecare (sau invers) dă o oglindire-lunecare, deoarece se reduce la cazul *h*), dacă se compun întîi vectorii celor două translatări, ca la *a*);

k) compunerea unei rotiri cu o oglindire-lunecare (sau invers) dă o oglindire-lunecare, căci compunînd rotirea cu oglindirea (ca la *i*) se obţine o oglindire-lunecare care compusă cu translatarea oglindirii-lunecare date dă o nouă oglindire-lunecare (ca la *j*);

l) compunerea unei oglindiri cu o oglindire-lunecare dă o rotire dacă axele celor două oglindiri sînt concurente (v. cazurile *d*, *g*) sau o translatare dacă axele celor două oglindiri sînt paralele (v. cazurile *e* şi *a*);

m) compunerea a două oglindiri-lunecări duce la aceleaşi transformări (şi din aceleaşi motive) ca în cazul *l*, precedent.

8. Puterile transformărilor. Efectuarea succesivă a aceleiaşi transformări dă puterea a doua, a treia, ... a transformării respective. De ex. R_2, rotirea de 240° a unui triunghi echilateral în jurul centrului său, este puterea a doua a rotirii R_1 a aceluiaşi triunghi de 120° în jurul aceluiaşi centru:

$$R_2 = R_1 R_1 = R_1^2,$$

(semnul egal în această relaţie arată că rezultatul efectuării operaţiilor respective este acelaşi), iar deplasarea identică a aceluiaşi triunghi poate fi considerată şi puterea a treia a rotirii R_1:

$$E = R_1 R_1 R_1 = R_1^3.$$

Puterea a doua a oglindirii S faţă de aceiaşi axă, dă deasemeni deplasarea identică

$$SS = S^2 = E.$$

9. Transformarea inversă. Dacă printr-o transformare T figura F devine F_1 atunci transformarea care aduce figura F_1 înapoi în F poartă numele de transformare inversă a lui T şi se notează T^{-1}:

$$T(F) = F_1,\ T^{-1}(F_1) = F;\ TT^{-1} = E.$$

De exemplu, $R_1^{-1} = R_2$ pentru triunghiul echilateral (rotirea de 120° în sens invers este inversa rotirii cu 120° în sens direct şi aduce triunghiul echilateral respectiv în aceiaşi poziţie ca şi rotirea de 240° în sens direct).

Un alt exemplu: $S^{-1} = S$, pentru oglindirea faţă de aceiaşi axă, căci $SS = E = SS^{-1}$.

Un al treilea exemplu: $\overline{(t)}^{-1} = -\bar{t}$, adică inversa unei translatări este translatarea de vector opus primei.

Observarea 1. Două congruenţe ale unei figuri F se numesc *echivalente* dacă ele dau naştere aceleiaşi figuri transformate oricare ar fi poziţiile intermediare prin care trece figura; esenţial este rezultatul obţinut.

De exemplu, R_1^{-1} este echivalentul lui R_2, cum s-a văzut mai sus.

Alt exemplu: fie R_6 rotirea cu 60° — în sens direct — a unui hexagon regulat în jurul centrului său, R_3 rotirea sa în sens direct de 120° şi R_2 rotirea sa de 180°. Următoarele transformări sînt echivalente:

$$R_6^2 \text{ şi } R_3;\ R_6^3 \text{ şi } R_2;\ R_6^4, R_3^2 \text{ şi } R_3^{-1};$$

$$R_6^5, R_3R_2, R_2R_3 \text{ şi } R_6^{-1};\ R_6^6, R_3^3, R_2^2 \text{ şi } E.$$

Observarea 2. Uneori compunerea transformărilor se scrie sub formă de sumă, $T_3 = T_1 + T_2$, (notaţie aditivă) şi nu de produs (notaţie multiplicativă), ca mai sus. In acest caz, transformarea R_2 a triunghiului echilateral se va scrie $R_2 = R_1 + R_1 = 2R_1$, iar deplasarea identică E a sa va fi egală cu $R_1 + R_1 + R_1 = 3R_1$. Folosind notaţia aditivă, transformarea inversă a lui T va fi $-T$.

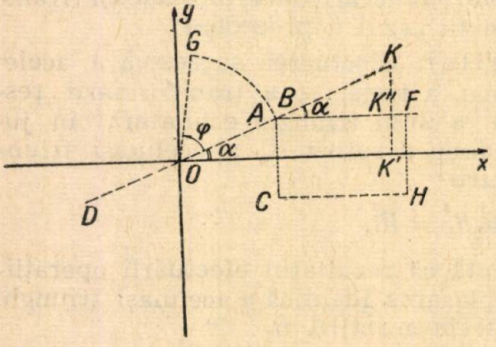


Fig. 11

In articol se va folosi notaţia multiplicativă.

10. Expresia analitică a transformărilor congruente. Să raportăm planul în care au loc transformările figurilor noastre, la două axe rectangulare Ox, Oy (fig. 11). Vom considera Ox axă de oglindire, iar O centrul de rotire. Dacă $A(x, y)$ este punctul dat, transformatul său prin deplasare identică este $B(x, y)$; transformatul prin oglindirea faţă de Ox este $C(x, -y)$; prin rotirea de 180° faţă de O este $D(-x, -y)$.

Transformările respective le putem defini prin scrierea în două linii a coordonatelor punctului inițial și punctului final astfel:

deplasarea identică $\begin{pmatrix} x & y \\ x & y \end{pmatrix}$;

oglindirea față de Ox $\begin{pmatrix} x & y \\ x & -y \end{pmatrix}$;

rotirea de 180° față de O $\begin{pmatrix} x & y \\ -x & -y \end{pmatrix}$.

Deoarece valoarea absolută a coordonatelor rămîne neschimbată, caracteristică este schimbarea semnelor. Putem face următoarea tabelă:

Operația	Interpretarea ei ca oglindire	Semnele noilor coordonate	
deplasarea identică	față de plan	+	+
oglindirea față de O_x	„ „ o dreaptă	+	−
rotirea de 180°	„ „ un punct	−	−

Coordonatele punctului F, transformatul lui A prin translatarea de vector $\overline{AF}$, paralel cu Ox și de lungime h rezultă imediat din figura 11: $F(x+h, y)$.

Coordonatele punctului K, transformatul lui A prin translatarea de vector $\overline{AK}$, de lungime h și făcînd unghiul α cu Ox se obține ușor din figura 11: $K(x+h\cos\alpha,\ y+h\sin\alpha)$.

Coordonatele punctului G, transformatul lui A prin rotirea în jurul lui A, de amplitudine $\varphi = \sphericalangle BOG$ se obțin astfel:

Notăm $OB = OG = r$, $\sphericalangle xOB = \alpha$, $\sphericalangle BOG = \varphi$. Coordonatele lui B sînt: $x = r\cos\alpha$, $y = r\sin\alpha$.

Coordonatele lui G sînt: $\begin{cases} x' = r\cos(\alpha+\varphi) = x\cos\varphi - y\sin\varphi \\ y' = r\sin(\alpha+\varphi) = x\sin\varphi + y\cos\varphi \end{cases}$

Coordonatele punctului H, transformatul lui A prin oglindirea-lunecare față de axa Ox și cu lunecarea de vector $\underline{AF}$, se obțin imediat: $H(x+h, y)$.

11. Aplicații. a) Să se construiască un triunghi scalen ABC; după ce este copiat pe hîrtie de calc este adus într-o poziție $A'B'C'$ (fără răsturnare) și într-o poziție $A''B''C''$ (cu răsturnare). Să se determine deplasarea care transformă ABC în $A'B'C'$ și oglindirea care transformă ABC în $A''B''C''$.

b) Se consideră chenarul plan din fig. 12. Să se arate că congruențele care îl transformă în el însuși sînt: o translatare, o oglindire față de o axă E longitudinală, oglindiri față de axe transversale și rotiri de 180° în jurul punctelor în care axele transversale întîlnesc axa longitudinală.

c) Să se verifice pe fig. 12: compunerea a două oglindiri față de două axe perpendiculare este echivalentă unei rotiri de 180° în jurul punctului de intersecție a axelor; compunerea a două oglindiri-lunecări egale este echivalentă unei translatări duble față de translatarea oglindirii-lunecare.

Să se demonstreze aceleaşi proprietăţi cu ajutorul formulelor de transformare de la pct. **9** şi **10**.

d) Notăm cu $R_{0,\alpha}$, rotirea în jurul punctului O, de amplitudine α. Să se demonstreze: $R^2_{0,\alpha} = R_{0,2\alpha}$; $R^n_{0,\alpha} = R_{0,n\alpha}$ (n întreg.)

Ce se întîmplă dacă $n\alpha = 360°$?

e) Notăm cu S_x, oglindirea faţă de Ox. Să se arate că compunerea operaţiilor $R_{0,\alpha}$ şi S_x nu este comutativă, în general.

In ce caz această compunere este comutativă? Să se verifice acest rezultat pe fig. 12.

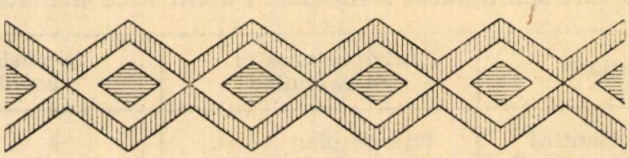


Fig. 12

12. Noţiunea de grup. Între elemente care aparţin unei anumite mulţimi (numere întregi, numere raţionale, transformări, congruenţe, clase de numere întregi alcătuite din resturile ce se obţin la împărţirea cu acelaşi număr etc) putem introduce o operaţie (adunarea, înmulţirea, compunerea transformărilor, adunarea claselor) care face ca fiecărei perechi pe elemente să i se asocieze un element.

Dacă o mulţime de elemente $A,B,C,D,\ldots$ în care am introdus o operaţie notată cu "$\cdot$" se bucură de proprietăţile:

a) operaţia dată asociază fiecărei perechi de elemente (într-o anumită ordine) un singur element al aceleiaşi mulţimi $A \cdot B = C$;

b) operaţia dată este asociativă $A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C = A \cdot B \cdot C$;

c) există un element E, numit unitate, aşa ca $A \cdot E = E \cdot A = A$;

d) fiecărui element A îi corespunde un element A^{-1} al mulţimii (element numit inversul lui A) aşa ca $A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = E$,

zicem că mulţimea respectivă formează *grup* faţă de operaţia introdusă.

Dacă pentru orice două elemente ale grupului, $A \cdot B = B \cdot A$, grupul se numeşte *comutativ* sau abelian.

Exemple: numerele întregi formează grup comutativ faţă de adunare, elementul „unitate" fiind 0 (zero); numerele raţionale (fără zero) formează grup faţă de înmulţire, elementul „unitate" fiind 1 (unu); rotirile faţă de un centru formează grup în raport cu compunerea lor (vezi **7** *b*, **7** *f*, **9**); translatările formează grup comutativ în raport cu compunerea lor (v. **7** *a*, **7** *f*, **9**); deplasările plane formează grup necomutativ în raport cu compunerea lor (v. **7** *a*, **7** *b*, **7** *f*, **7** *g*); transformările congruente plane formează grup.

Exemple de mulţimi care nu formează grup: numerele întregi faţă de înmulţire (deoarece în afară de 1, inversul nici unui număr întreg nu este un număr întreg); numerele raţionale negative faţă de înmulţire (căci produsul a două dintre ele este un număr pozitiv); mulţimea tuturor numerelor raţionale faţă de înmulţire (căci inversul lui zero nu este un număr raţional); oglindirile (căci compunerea a două oglindiri este o translatare sau o rotire, v. **7** *d* şi **7** *e*).

Ordinul grupului este numărul elementelor mulțimii care alcătuește grupul. Ordinul poate fi finit sau infinit.

Exemple: grupul rotirilor care transformă un triunghi echilateral în el însusi are ordinul trei (fiind format din E, R_1, R_2; v. 8); grupul claselor de resturi față numărul 7 (în raport cu operația de adunare a claselor) este de ordin șapte, căci elementele sale sînt $M7$, $M7 \pm 1$, $M7 \pm 2$, $M7 \pm 3$ (am notat cu $M7 + 1$, de ex. clasa numerelor care la diviziunea prin 7 dau restul 1); grupul tuturor rotirilor față de un centru are ordin infinit; grupul numerelor întregi, în raport cu operația de adunare este de ordin infinit.

Tabela de grup este un mijloc de scriere a elementului care se asociază fiecărei perechi de elemente a grupului, prin operația în raport cu care se constituie grupul.

Tabela de grup are forma unui patrat, pe laturile de sus și din stînga scriindu-se elememente grupului, iar la intersecția fiecărei linii și coloane, elementul „produs" al lor în această ordine. De exemplu, tabela de grup a rotirilor E, R_1, R_2 care transformă un triunghi echilateral în el însuși (v. 8) este:

E	R_1	R_2
R_1	R_2	E
R_2	E	R_1

Aceasta arată că, compunînd R_1 cu R_1 se obține R_2; compunînd R_2 cu R_1 (sau R_1 cu R_2) rezultă E; etc.

Un al doilea exemplu va fi dat de congruențele care transformă un dreptunghi în el însuși. Acestea sînt: deplasarea identică E, oglindirile S_1 și S_2 fața de cele două mediatoare ale perechilor de laturi paralele, rotirea R de 180°, în jurul centrului. Folosind primul rezultat de la **11** *c*, tabela de grup a congruențelor de mai sus este:

E	R	S_1	S_2
R	E	S_2	S_1
S_1	S_2	E	R
S_2	S_1	R	E.

13. Aplicații. a) Să se dovedească faptul că clasele de resturi față de un număr întreg formează grup comutativ, în raport cu operația de adunare a claselor (astfel, de ex., clasa $M7 + 6$ este identică cu $M7 - 1$; „suma" claselor $M7 + 2$ și $M7 + 6$ este $M7 + 1$; „inversa" clasei $M7 + 3$ este $M7 - 3$ sau $M7 + 4$; elementul „unitate" este $M7$). Să se scrie tabela respectivă de grup.

b) Să se dovedească faptul că clasele de resturi față de un număr întreg prim, formează grup comutativ în raport cu operația de înmulțire a claselor (astfel, produsul clasei $M7 + 2$ cu clasa $M7 + 3$ este clasa $M7 + 6$ iar cu clasa $M7 - 2$ este $M7 - 4$). Să se scrie tabela de grup.

Dece este necesar să se considere resturile față de un întreg prim? (se va lua de ex. numărul 6 și se va arăta că clasele de resturi respective nu formează grup în raport cu operația de înmulțire a claselor).

c) Formează grup congruențele care transformă în el însuși chenarul infinit, din care este reprezentată o porțiune în fig. 12 (v. și 11 b) ? Care este ordinul acestui grup ?

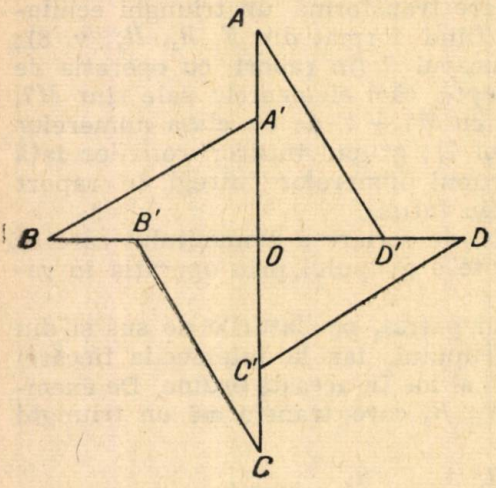


Fig. 13

d) Să se arate că congruențele care transformă un triunghi echilateral în el însuși (v. 2 b) formează grup față de operația de compunere a transformărilor și să se scrie tabela de grup. (R: grup necomutativ de ordinul șase).

e) Se consideră figura formată din 4 triunghiuri dreptunghiuri (fig. 13). Să se găsească congruențele care o transformă în ea însăși. Să se arate că ele formează grup și să se scrie tabela respectivă. Ce deosebire prezintă aceasta față de ultimul exemplu de la pct. 12, în privința rezultatului compunerii elementelor ?

f) Se consideră rotirile de același centru O și de amplitudine $\frac{2\pi}{n}$. Să se arate că ele formează grup comutativ pentru orice n întreg, în raport cu operația de compunere a rotirilor. Dar dacă n este un număr rațional ? Dar pentru n irațional ? Care este ordinul grupului respectiv în fiecare din aceste cazuri ?

DIN ISTORIA MATEMATICII ȘI FIZICII

ARCHIMEDE

Conf. univ. **N. MIHAILA**

1. VIAȚA. Archimede (Ἀρχιμήδης) s-a născut în anul —287 la Syracuza, oraș grecesc situat în Sicilia. Tatăl său Pheidias era astronom.

Centrul vieții culturale a lumii era în acel timp Alexandria, oraș devenit celebru și înfloritor prin comerț, navigație, științe și arte. Biblioteca și muzeul orașului erau unice în toată lumea. Mijloacele științifice de care dispunea și înlesnirea de a le folosi și transmite atrăgeau spre Alexandria pe cei mai mari învățați și filozofi din Asia și Europa.

Archimede pleacă de tînăr la Alexandria, unde urmează la vestita școală de matematică lecțiile lui Euclid.

După terminarea studiilor el se întoarce în patrie. Deși rudă cu Hieron (tiranul Syracuzei, care domnește între —270 și —216), Archimede nu a ținut să ocupe funcții publice și s-a dedicat exclusiv muncii științifice. Mai mult, el refuză ofertele de mai tîrziu de a se duce la Alexandria, considerînd mai presus interesele patriei .

Archimede aprofundează în primul rînd Matematica, ajungînd un mare matematician. Cercetează de asemenea Mecanica și Fizica, dar, ținînd seamă de concepția timpului (Platon), că orice preocupare practică este înjositoare, el nu face cunoscute rezultatele obținute. Din fericire pentru știință, Hieron, prieten cu Archimede, află de aceste cercetări și-l invită să i le arate. Cu această ocazie se relatează că Archimede însuși transportă o corabie plină cu marfă de pe uscat pe mare cu un efort foarte mic, folosind o mașină construită de el (în mod obișnuit pentru această muncă ar fi fost nevoie de sute de oameni). Hieron entuziasmat de ceea ce văzuse, ceru lui Archimede să-i construiască mașini de asediu și de apărare.

Archimede trăiește în vremea cînd două mari forțe militare, Cartagena și Roma, situate de o parte și de alta a Mediteranei, își disputau întîietatea, rivalitate concretizată prin cele două războaie punice.

După primul război punic (—264 —241) Sicilia este părăsită de cartaginezi și trece sub stăpînire romană. În timpul celui de-al doilea război punic (—218 —201) regele Hieron, care din prudență rămase atașat Romei, moare (—216). Urmașul său Hieronimus se aliază cu Aníbal, conducătorul militar al cartaginezilor, dar este asasinat în —215. Urmează o zăpăceală groaznică. Poporul întrevede posibilitatea restaurării vechilor libertăți prin înlăturarea tiranilor. Numeroși sînt pretendenții care încearcă să ia tronul, dar stăpînii reali ai orașului erau căpitanii străini ai trupelor mercenare.

Generalii sicilieni Hippocrate și Epicide, dibaci emisari ai lui Aníbal, revoltă masele populare în numele libertății, insinuînd că Romanii ar fi aplicat pedepse terbilie leontinilor (Leontium era un oraș la N.E. de Syracuza, în regiunea recucerită), îi înspăimîntă, iar celor care susțineau reluarea vechilor legături cu Roma le arată că e prea tîrziu.

Astfel Hippocrate și Epicide ajung să guverneze orașul și dispun ca locuitorii romani care locuiau în Leontium să fie uciși.

Senatul din Roma hotărăște distrugerea Syracuzei și însărcinează cu executarea acestei hotărîri pe cel mai bun general ce-l aveau, Marcus Claudius Marcellus.

Archimede pune realizările sale științifice în slujba patriei, și cînd romanii sosesc în fața orașului găsesc o apărare neașteptată, organizată de geniul său științific.

Istoricii timpului relatează că Archimede a construit mașini speciale cu care lansa săgeți și pietre la distanțe considerabile ; el prindea galerele romanilor cînd se apropiau de Cetate, cu o pîrghie lungă prevăzută cu un cîrlig la capăt, le ridica în sus, apoi lăsîndu-le să cadă le scufunda sau le strivea de stînci ; aprindea vasele inamice de la distanță, cu ajutorul unor oglinzi parabolice, care foloseau căldura razelor solare.

Marcellus plin de admirație, îl numește pe Archimede „....acest Briareus geometru..." (în mitologie, Briareus era unul din cei trei frați uriași, fii ai cerului și ai pămîntului, care aveau cîte cincizeci de capete și o sută de mîini).

Știința unui singur om obligă o puternică armată, după un asediu de șase luni, să schimbe atacul într-o blocadă pe mare și uscat, care ținu trei ani. Numai datorită frigurilor care decimau pe siracuzani și din cauza

trădării unui căpitan de oști mercenare romanii au putut intra în oraș, prin surprindere

Archimede era așa de adîncit în rezolvarea unei probleme de geometrie, încît nici nu avea cunoștință de cele ce se petreceau în oraș. Un soldat roman, intrînd la el în casă îl somează să-l urmeze. Archimede îl roagă să aștepte spunîndu-i „Noli turbare circulus meos" (nu-mi strica cercurile), dar soldatul enervat îl străpunge cu sabia (—212)!

Marcellus regretă moartea lui Archimede; el trată familia sa cu multă atenție și dispuse să se construiască pe mormînt, după dorința lui Archimede însuși, o sferă înscrisă într-un cilindru (una dintre problemele care i-au plăcut cel mai mult lui Archimede. Volumele celor două corpuri sînt între ele în raportul 2 : 3, iar suprafețele sînt egale).

Oamenii însă uită ușor, așa că nu este surprinzător faptul că Cicero (—106 —43), în timpul guvernării sale în Sicilia, a găsit, după un secol și ceva — mormîntul lui Archimede ascuns printre măcieși!

2. Opera. Archimede și-a scris lucrările în dialectul doric. Ele sînt cunoscute în cea mai mare parte chiar în textul grec. Cuprinsul lor este format numai din descoperirile proprii; pentru lucrurile cunoscute face trimiteri la lucrările înaintașilor și contemporanilor respectivi.

Lucrările lui sînt: *Despre sferă și cilindru* (două cărți); *Despre conoide și sferoide; Măsura cercului; Despre helice; Despre echilibrul suprafețelor plane,* sau *despre centrul de greutate al suprafețelor plane* (două cărți); *Despre cuadratura parabolei; Despre corpurile plutitoare* (două cărți); *Metode de folosire a teoremelor de mecanică, către Erathostene; Lemele; Arenarul; Despre metodă.*

Vom prezenta cîteva aspecte generale ale activității științifice cu descoperirile respective, făcute de Archimede în diferite ramuri ale științei cercetată de el.

a) *În Matematică.* Geometria și aritmetica, încă de la începuturile lor, se dezvoltă alături, fără ca între ele să se stabilească prea multe legături directe. În geometrie se lucra cu mărimile geometrice drept cantități intrinseci, fără a se trece la măsurarea lor. Calculul numeric a fost introdus în cercetările teoretice datorită unui interes special pe care-l prezenta evaluarea unor raporturi necesare mai ales în astronomie. Aristarc din Samos și Archimede sînt principalii matematicieni care determină această orientare.

Astronomii din acel timp, în mare majoritate, înțelegeau prin *Lume* o sferă al cărei centru coincide cu centrul Pămîntului și a cărei rază este distanța de la Pămînt la Soare. Archimede, fără a lua o poziție proprie, relatează părerea lui Aristarc în sensul că el considera Soarele un astru fix, iar Pămîntul învîrtindu-se în jurul lui pe un cerc. *Lumea,* după Aristarc, era o sferă cu centrul în Soare, iar Pămîntul avea o mișcare de rotație și de revoluție. Abia Copernic (1473—1543) va dovedi acest fapt în mod științific.

Pentru determinarea volumului acestei sfere — al *Lumii* — Archimede a căutat să obțină valoarea raportului dintre circumferință și diametru, cu o aproximație cît mai bună. În acest sens el prezintă pentru întîia oară o metodă de calcul al lui π cu orice aproximație, numită metoda perimetrilor, și care constă în căutarea lungimii cercului cu diametrul egal cu unitatea și a considera cercul drept limita comună a perimetrelor poli-

goanelor regulate înscrise și circumscrise, cărora li se dublează la nesfîrșit numărul laturilor. Archimede folosește exagonul ca poligon de bază și merge cu calculele pînă la poligonul cu 96 laturi; dă pentru π valoarea $\frac{22}{7}$ sau 3,14.

Totodată Archimede își propune să demonstreze că infinitul nu este decît o concepție a spiritului omenesc și în acest sens el arată că poate număra chiar numărul firelor foarte fine de nisip care ar putea fi cuprinse în cea mai mare sferă pe care realitatea ar admite-o, sferă de volum egal cu *Lumea*.

Deoarece pînă la Archimede cel mai mare număr ce se putea concepe și scrie era 9999, el completează numerația prelungind-o cu o unitate nouă, myriada (egală cu zece mii). El formează un sistem de numerație astfel: numerele pînă la o myriadă de myriade le numește numere prime*); o myriadă de myriade de numere prime formează o unitate de numere secunde ș.a.m.d. Cu ajutorul numerelor de pe treapta a opta, Archimede reușește să exprime numărul firicelelor de nisip care ar putea să umple lumea întreagă, așa cum era ea concepută pe atunci.

Euclid în Elemente de Geometrie, coordonează într-o logică sistematică toate cunoștințele de geometrie de pe timpul lui, arătînd caracterul rațional al geometriei. Aspectul dominant al geometriei lui este în sens larg, acela al unei geometrii de poziție, oprindu-se în ceea ce privește cercul și sfera, cilindrul și conul de revoluție, numai la proprietățile lor descriptive. În privința măsurării figurilor geomertice Euclid se oprește la poligoane.

Archimede completează geometria trecînd la crearea geometriei măsurii. El arată cum se calculează ariile, respectiv volumele, pentru: cerc, cilindru, sferă, segment de sferă. Trece și la figuri geometrice mai complicate: segment de parabolă, de elipsă, figurile care se obțin prin rotirea elipsei în jurul unei axe (sferoizi, azi numiți și elipsoizi), prin rotirea iperbolei sau parabolei în jurul axei (conoide azi numite iperboloizi, paraboloizi).

Cu această ocazie, el folosește *metoda exhaustiei*, reluată cu două mii de ani mai tîrziu prin metoda infinițiților mici, care a condus la crearea calculului integral.

b) *În Mecanică*. Mecanica practică, prin ramura ei Statica practică a luat naștere din timpuri preistorice sub formă de reguli empirice deduse de-a lungul veacurilor, fapt confirmat de monumentele egiptene, asiriene etc. Mecanica teoretică însă, ca știință despre forțe și mișcări, încadrată în reguli cauzale logice, este creată de Archimede. El stabilește condițiile de echilibru ale unei pîrghii sub acțiunea forțelor paralele**); el formulează teoria centrelor de greutate. De asemenea lui Archimede i se atribuie de către lumea veche, patruzeci de invenții mecanice printre care: roata dințată, scripetele mobil, mufla, macaraua, șurubul fără sfîrșit, șurubul lui Archimede (o mașină în spirală de ridicat apa, întrebuințată la secarea mlaștinilor, mai ales ale Nilului), oglinzile arzătoare etc. S-ar putea ca

*) A nu se confunda cu noțiunea de număr prim din teoria divizibilității.

**) În acest sens Archimede spunea: *„Dați-mi un punct de sprijin în Univers și clatin Pămîntul"*.

admirația contemporanilor care văzuseră în el și un mare inginer, să-i fi atribuit chiar mai mult decît inventase.

Ca notă specifică merită să fie subliniat următorul fapt: Archimede nu numai că folosește matematica la dezvoltarea mecanicii, dar inversează situația și arată că mecanica poate fi folosită cu mult succes pentru descoperirea adevărurilor matematice. Astfel relativ la celebra problemă a cuadraturii (aflarea ariei) unui segment de parabolă Archimede dă ca primă soluție o metodă ingenioasă folosind echilibrul dintre segmentul de parabolă și o suprafață cunoscută. (Cîntărește cu mintea, ariile figurilor geometrice!). Urmînd apoi linia matematicilor pure, el dă o a doua soluție de asemenea ingenioasă, folosind metoda exhaustiei.

c) *În Fizică.* Aristotel (—384 —322) a pus bazele fizicii, înlăturînd explicațiile supranaturale ale fenomenelor naturii. El nu reușise, în general, să găsească explicațiile corecte, învîrtindu-se de cele mai multe ori în cercuri vicioase. Archimede a fost acela care pentru prima oară îndrumează gîndirea în cercetarea fenomenelor naturii pe un drum științific. Astfel, pe lîngă o parte din descoperirile mecanicii, care se încadrează în fizică, el expune o concepție clară asupra greutății; el pune bazele hidrostaticii, descoperindu-i principiile*).

* * *

Archimede se încadrează în galeria marilor genii ale omenirii. Era un pasionat pentru matematici, încît atunci cînd lucra uita chiar și să mănînce, să bea și să-și îngrijească corpul. El prefera cultul frumosului prin matematici, de aceea în cercetările sale îl vedem revenind la metode pur matematice chiar și pentru dovedirea adevărurilor găsite pe alte căi. Evident aici se simte influența școalei lui Platon, de care în realitatea reușește să se desprindă.

Opera lui Archimede constituie unul din cele mai de preț bunuri moștenite de la cei vechi. Citind opera lui, la fiecare problemă găsești lucruri uimitoare, cu atît mai mult cu cît le-ai înțeles mai bine. „Cei ce sînt în stare să înțeleagă pe Archimede, mărturisește Leibniz, admiră mai puțin descoperirile celor mai mari oameni de știință moderni".

PENTRU CUNOAȘTEREA ENERGIEI ATOMICE

INTERACȚIUNEA DINTRE NEUTRONI ȘI NUCLEE

INTERACȚIUNEA neutronilor cu nucleele este un fenomen de mare importanță pentru procesul eliberării energiei nucleare. Spre deosebire de particulele pozitive (protoni, deuteroni, particule α), neutronii fiind lipsiți de sarcini electrice, se comportă cu totul altfel, cînd trec prin substanță. Practic, ei nu interacționează cu electronii învelișului atomic.

*) Istoria povestește că Hieron, bănuind că ar fi fost înșelat la confecționarea unei coroane, îi cere lui Archimede să verifice cît aur și cît argint conține coroana, evident fără a o strica. Problema l-a preocupat mult pe Archimede și soluția îi veni în minte într-o zi, cînd, făcînd baie, observă că mîinile și picioarele cufundate în apă păreau mai uoșare. Archimede fu atît de entuziasmat încît ieși din baie și alergă prin oraș strigînd: „Evrica, evrica" (am găsit, am găsit). Într-adevăr, el descoperise un principiu de bază al hidrostaticii, principiu care-i poartă numele, și care i-a oferit posibilitatea rezolvării problemei puse.

Interacțiunea dintre neutroni și nucleul atomic poate fi de două feluri:

1) Prin ciocnire cu nucleul, neutronul nu provoacă dezintegrarea acestuia, ci îi comunică o parte din energia sa cinetică; este cazul difuziei neutronilor de către nucleele atomice.

2) Prin ciocnire cu nucleul, neutronul provoacă dezintegrarea acestuia.

În primul caz, al difuziei neutronilor de către nuclee, lucrurile se petrec în mod analog ca la ciocnirea a două sfere elastice. Schimbul de energie depinde de raportul dintre masele sferelor, și este maxim dacă masele sferelor sînt egale. Cînd ciocnirea este centrică, prima sferă cedează întreaga sa energie celei de a doua și rămîne pe loc. Dacă ciocnirea este necentrică, fracțiunea de energie cedată este mai mică. Ținînd seama de toate posibilitățile de ciocnire, se poate considera că în medie se cedează jumătate din energia inițială.

În diferitele transformări nucleare, de obicei neutronii care apar au energii de ordinul unui sau mai multor milioane de electron-volți. Acești neutroni se numesc neutroni rapizi. Dacă un fascicul de astfel de electroni trec printr-o substanța grea, de exemplu plumb, neutronii își vor pierde energia datorită difuziei pe nuclee în mod treptat, în fracțiuni foarte mici, și vor străbate distanțe mari înainte de a pierde cea mai mare parte din energia lor inițială. Dacă neutronii rapizi trec prin substanțe care conțin hidrogen, de exemplu apă, parafină etc., atunci la fiecare ciocnire cu un proton el pierde, în medie, jumătate din energia sa inițială. În felul acesta, după 12—15 ciocniri neutronii rapizi devin lenți avînd o energie cinetică de cîteva sutimi de electron-volt; energia lor este egală cu energia mișcării termice a atomilor și de aceea ei se mai numesc și neutroni termici. Neutronii lenți sau termici, în ce privește probabilitatea de dezintegrare a nucleelor sub acțiunea lor, este de obicei mai mare decît a neutronilor rapizi.

În al doilea caz, al dezintegrării nucleelor, provocate de nuetroni lenți, un rol important îl are procesul denumit „captură radiantă". În acest caz, captarea unui neutron de către un nucleu, fără a fi însoțită de expulzarea unei particule materiale, are drept rezultat formarea unui izotop cu masa mai mare cu o unitate. Nucleul astfel format se spune că este în stare excitată, de oarecare neutronul aduce în nucleu o energie suplimentară. Energia de excitație este emisă sub formă de radiații, adică sub forma uneia sau mai multor cuante γ, deci nucleele care apar la captura radiantă a neutronilor sînt de obicei radioactive. Captura radiantă, practic nu are loc în cazul neutronilor rapizi. Aici transformarea nucleară este însoțită de emisia unei din particulele: neutron, proton, particulă α.

Un mare interes practic, la interacțiunea dintre neutron și substanță, îl prezintă fenomenul denumit „absorbție nucleară de rezonanță". Acest fenomen constă în faptul, că în multe cazuri nucleele de un tip dat absorb foarte puternic neutroni de o anumită energie. Maximele absorbției de rezonanță sînt specifice pentru fiecare nucleu în parte. De exemplu, la aur acest maxim se află la aproximativ 5 eV, la iod la aproximativ 100 eV etc. În unele cazuri, pentru un izotop dat pot să existe mai multe maxime de rezonanță; pentru cadmiu maximul absorbției de rezonanță se află în domeniul neutronilor termici. Acest element are mare utilizare practică la reactor.

O deosebită importanță, vorbind despre absorbția neutronilor, o prezintă fenomenul denumit „fisiune nucleară". Reamintim, că procesul de

fisiune constă în ruperea nucleului, de obicei în două fragmente, sub acțiunea neutronilor. Ca material fisionabil poate fi folosit unul din izotopii uraniului natural și de asemenea anumiți alți izotopi, obținuți pe cale artificială ca produse de reacții nucleare. Procesul de fisiune este însoțit de o degajare considerabilă de energie și de emisia, în medie, a mai mult decît doi neutroni, în locul unui neutron absorbit. Fenomenul de fisiune a nucleelor permite realizarea condițiilor în care apare o reacție nucleară în lanț. Începutul ei poate fi provocat de apariția în sistemul considerat, a unui singur neutron, care poate proveni din radiația cosmică sau dintr-o altă dezintegrare nucleară obișnuită.

În realitate o reacție în lanț nu este declanșată atît de simplu, după cum s-ar părea. Adesea, ea este legată de pierderi însemnate de neutroni din sistem, prin absorbția acestora de către nuclee care nu sufăr fisiuni, precum și datorită unor particularități de fisiune. De exemplu, uraniul natural este constituit din trei izotopi de mase 234, 235 și 238. Primul se neglijează datorită procentajului foarte mic. Al doilea reprezintă 0,7%, iar ultimul 99,3‰. Aceștia din urmă doi sînt luați în considerare, dar se comportă diferit în ceea ce privește fisiunea prin neutroni. Izotopul de masă 238 este fisionat numai de neutroni rapizi a căror energie depășește o anumită valoarea limită cuprinsă între 1 și 2 MeV (1MeV = 10^6 eV), în timp ce izotopul 235 este fisionat de neutroni de orice energie, însă procesul are loc cu probabilitate maximă, cînd avem de a face cu nuetroni lenți.

Neutronii secundari care apar în fisiunea uraniului sînt neutroni rapizi, (energie 1—2 MeV). La început ei pot provoca fisiunea nucleului de uraniu 238, însă datorită interacțiunii lor cu nucleele își pierd din energie, ajungînd la o energie mai mică decît pragul pentru fisiunea izotopului de uraniu 238 și de aceea probabilitatea acestui fenomen este foarte mică. Deci, fracțiunea principală a fisiunilor are loc cu izotopoul 235. Deoarece probabilitatea cea mai mare pentru fisiunea acestui izotop se află în domeniul energiilor mici ale neutronilor, se introduce în sistem, pentru acest scop, o substanță ușoară numită moderator (apa grea, grafit).

Pentru exemplificare vom considera un sistem compus din uraniu și grafit. Neutronii încetenițți în grafit provoacă fisiunea izotopului 235. Totuși, odată cu procesul de fisiune se produc și alte procese nucleare care provoacă pierderi de neutroni. Astfel, neutronii lenți pot provoca în afară de fisiunea izotopului 235, și o captură radiantă în uraniu 238. În urma acestui fapt se formează uraniu cu masa 239. Apoi, neutronii sînt absorbiți și de nucleele moderatorului, precum și de alte substanțe din sistem. Pentru a reduce la minim astfel de pierderi, deoarece absorbția radiantă a neutronilor lenți nu poate fi schimbată, se folosește uraniu îmbogățit cu izotopul 235. De asemenea se vor elimina din sistem substanțele care absorb puternic neutronii.

O altă cauză care provoacă pierderi de neutroni constă în faptul, că izotopul principal al uraniului, uraniu 238, prezintă o absorbție de rezonanță pentru anumite valori discrete ale energiei. Cînd neutronii rapizi sînt încetiniți ei capătă valori de energie din domeniul capturii de rezonanță a uraniului 238 și astfel, ei se pierd pentru fisiune. Se produce în schimb izotopul 239. Pentru a micșora captura de rezonanță a uraniului 238, uraniul nu se amestecă cu grafit sub o formă omogenă, ci este introdus în grafit sub formă de bare la anumite distanțe una față de alta. În felul acesta neu-

tronul rapid este silit să se miște în mediul moderator pînă ce energia lui devine mai mică decît aceea proprie pentru captura de rezonanță. După aceea, neutronul revine iar în uraniu fără pericol de a fi captat prin rezonanță de către uraniu 238.

În fine, o parte din neutroni pot evada în exteriorul sistemului și astfel nu iau parte la procesul nuclear. Acest fenomen este cauza pentru care o pilă atomică lucrează numai dacă dimensiunile ei sînt mai mari decît așa-numitele dimensiuni critice. Prin mărimea dimensiunilor ieșirile neutronilor în exterior se micșorează, deoarece efectele de suprafață variază proporțional cu patratul dimensiunilor, și efectele de volum proporțional cu cubul dimensiunilor.

În același scop al micșorării numărului de neutroni care ies în exterior, se poate folosi un așa-numit strat reflector. Pentru aceasta se înconjoară sistemul cu o pătură groasă de grafit, care întoarce în sistem o parte din neutronii care ies.

În construcția reactorilor nucleari micșorarea la minim a pierderilor de neutroni constituie o problemă principală.

Virgil Atanasiu

ADAPTAREA UNUI REȘOU PENTRU SCĂDEREA CONSUMULUI DE ENERGIE ELECTRICĂ

Conf. univ. **VIRGIL PAVLU**

UNUL dintre cei mai frecvenți consumatori de energie electrică din uzul menajer și în același timp de putere relativ mare, este reșoul electric. Față de alte aparate de încălzit, reșoul electric prezintă totuși, avantaje indiscutabile ceea ce și explică marea lui răspîndire.

Puterea mijlocie a unui reșou, 600 W (0,81 C.P.) este aproximativ de 10 ori mai mare decît aceea a unui bec electric, relativ puternic. Considerînd că în unele locuințe este necesară folosirea unui bec și a unui reșou electric cam în același interval de timp, deducem că scăderea rațională a consumului de energie electrică a reșoului este o problemă care merită tot interesul.

Puterea de 600 W a unui reșou este admisibilă pentru o folosire ocazională, cînd vrem să încălzim ceva repede, ea este mare însă, pentru folosirea frecventă și de durată. Așa de exemplu, un vas conținînd 2 litri de apă rece (acoperit cu capac) se încălzește pînă la fierbere în cca 25 min folosind un reșou electric cu puterea de 600 W și poate continua să fiarbă nedefinit cu puterea de 150 W, deci pentru încălzirea de lungă durată se reduce consumul la 25%. Adesea puterea de 600 W face chiar imposibilă utilizarea de lungă durată și se recurge la plăci izolatoare de asbest, fapt care reprezintă o risipă de energie electrică. Iată de ce este deosebit de interesantă adaptarea reșoului electric mijlociu de 600 W pentru puteri mai mici (cca 300 și 150 W).

În rezumat, avantajele pe care le prezintă această adaptare sînt următoarele:

1. economia de energie electrică,
2. lungirea vieții rezistenței electrice a reșoului,

3. mai multe posibilități de folosire a reșoului,

4. micșorarea riscului de incendiu în cazul cînd reșoul este uitat cu contactul pus,

5. nu se supra-încarcă conductele electrice slab dimensionate, mai ales cînd alimentează reșoul la punctele de lumină,

6. reșoul radiază parazitar o căldură mai mică, așa că poate fi așezat pe un suport neprotejat termic,

7. expune mai puțin la încălzire și oxidare contactele slabe (nelipite sau nestrînse bine cu șuruburi),

8. dă posibilitatea folosirii economice a reșoului cînd alimentarea se face la o baterie de acumulatori (de ex. un vagon modern automotor, pe o linie de garaj, prevăzut cu reșou electric).

9. dă posibilitatea folosirii economice a reșoului cînd alimentarea se face cu microcentrale și economia de energia electrică se impune,

10. adaptarea reșoului este simplă, deoarece se poate realiza cu mijloace proprii, manevrarea lui fiind de asemenea simplă și nepericuloasă,

11. reprezintă o aplicare concretă a legilor curentului electric și un îndemn pentru practica electro-tehnică,

12. dezvoltă simțămîntul de economie.

Principiul adaptării constă în înlocuirea rezistenței reoșului printr-o rezistență care ar da aceiași putere sub o tensiune aproximativ dublă (fig. 1) și stabilirea unui contact intermediar la jumătate din lungimea ei.

A) Folosindu-se o rezistență de 600 W sub 220 V, care are valoarea:

$$R = \frac{220\ V^2}{600\ W} = 80{,}7\ \Omega \qquad (1)$$

și supunînd această rezistență la 120 V va rezulta puterea

$$P = \frac{120\ V^2}{80{,}7} = 166\ W. \qquad (2)$$

Sub 120 V va rezulta pentru jumătate din această rezistență, puterea:

$$P = \frac{120\ V^2}{40{,}3} = 322{,}5\ W. \qquad (3)$$

Pentru cele două jumătăți cuplate în paralel și supuse la 120 V va rezulta puterea:

$$P = 2 \cdot 322{,}5\ W = 645\ W. \qquad (4)$$

B) Dacă se dispune de un curent de 220 volți (fig. 2) vom folosi în loc de o rezistență ce ar da 600 W sub 220 V, două rezistențe ce dau cîte 300 W sub 220 V, pe care le vom lega în serie și raționînd ca mai sus vom obține valorile corespunzătoare lui (1), (2), (3), (4):

$$R = \frac{220\ V^2}{300\ W} = 322\ \Omega$$

$$P = \frac{220\ V^2}{322} = 149{,}9\ W$$

$$P = \frac{220\ V^2}{161{,}4} = 299{,}9\ W$$

$$P = 2 \cdot 299{,}9\ W = 599{,}6\ W.*)$$

*) Relațiile sînt riguros valabile pentru curentul continuu. Pentru curentul alternativ trebuie luată în considerație rezistența pentru curentul alternativ (impedanța).

Materialul necesar: 1 fir de liță izolată avînd lungimea șnurului reșoului; 3 banane de radio dintre care una avînd o culoare deosebită; o rezistență de 600 W, 220 V pentru cazul *A*) sau două rezistențe de cîte 300 W, 220 V pentru cazul *B*); un șurub cu piuliță și garnitură de izolare pentru fixat contactul intermediar pe porțelanul izolator al reșoului; 10 cm mărgele de sticlă sau faianță; o placă circulară de asbest de dimensiunea plăcii de șamot a reșoului.

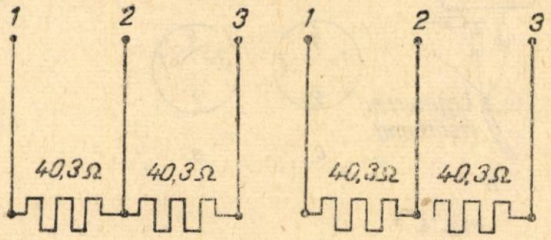


Fig. 1

Fig. 2

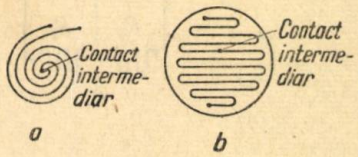


Fig. 3

Realizarea. Rezistența gata spiralată se întinde pînă ce capătă lungimea jghiabului din placa de șamot a reșoului. Această lungime se măsoară cu o sfoară ce se așază în acest jghiab. În felul acesta spirele rezistenței vor fi echidistante și se va obține o încălzire omogenă. Cele mai potrivite plăci de șamotă sînt acelea cu jghiabul în formă de spirală dublă, contactul intermediar făcînduse la mijloc (fig. 3 *a*). Dacă se dispune însă de o placă de șamotă obișnuită, cu jghiaburile paralele, aceasta se va împărți (fig. 3 *b*) în două regiuni: regiunea R_1 în care se va așeza $^1/_2$ din rezistența totală și regiunea R_2, mai mare, în care se va așeza cealaltă jumătate. În felul acesta, în cazul corespunzător punctului (3), se va obține o încălzire mai omogenă, iar placa de șamotă va fi mai puțin expusă să crape din cauza diferenței de temperatură. Sub placa de șamotă se fixează placa de asbest cu ajutorul a trei fișii de tablă fixată pe șuruburile de susținere a plăcii de șamotă. Prin această izolare termică se va împiedica pe de o parte pierderea de căldură prin radiere, iar pe de altă parte se va proteja termic suportul ocazional al reșoului.

În dreptul contactului intermediar se va face (cu ajutorul unui burghiu de traforaj) în placa de șamotă, un mic orificiu prin care se va trage puțin rezistența pentru contactul intermediar, care nu trebuie să se încălzească la roșu. Sirma de legătură, îmbrăcată în mărgele izolataore, se leagă de șurubul prevăzut cu garnitură izolatoare, care la rîndul său se fixează pe placa izolatoare de porțelan. Dacă nu există posibilitatea fixării acestui șurub pe placa de porțelan se va confecționa dintr-un material izolator și rezistent la căldură, o altă placă prevăzută cu un orificiu și pentru acest al treilea contact, care trebuie să fie și el bine izolat. De acest șurub se leagă a treia liță izolată, care se împletește în trei cu celelalte două. Se scoate fișa obișnuită cu două contacte a reșoului și se leagă cu izolirband cele trei lițe la o distanță convenabilă de capăt (fig. 4) aplicîndu-se cele trei banane (se alege pentru banana corespunzătoare contactului intermediar culoare deosebită).

La una din bananele extreme se înlocuiește partea metalică originală cu una ceva mai lungă prevăzută cu un inel cu dimensiunea interioară cores-

punzătoare părții metalice a bananelor (aceasta se va confecționa prin îndoirea unei fîșii de tablă), astfel ca să se poată face legătura la priză ca în fig. 4 *b*, corespunzător pct. 4.

Pentru cazul corespunzător pct. (2) se vor introduce în priză bananele 1 și 3, iar pentru cazul corespunzător pct. (3) se vor introduce în priză bananele 1 și 2.

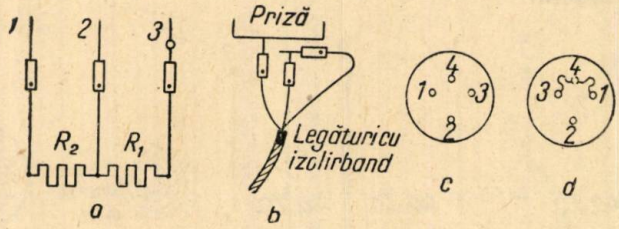


Fig. 4

O altă variantă a acestei adaptări se poate realiza prin aplicarea pe reșou a unui mic panou circular izolator, de cca 5 cm diametru și rezistent la cald, prevăzut cu patru contacte de banane (fig. 4 *c* și *d*), care să permită introducerea unei fișe obișnuite în contactele 1 și 3 pentru cazul (2), 1 și 2 pentru cazul (3) și 1 și 4 pentru cazul (4). În fig. 4 *d* se vede în spatele panoului dispozitivul prin care se realizează cazul (4) cînd se introduce fișa în contactele 1 și 4. În acest caz șnurul este compus din două lițe izolataore și are la cele două capete cîte o fișă obișnuită. Această a doua variantă este recomandabilă cînd priza este mai greu abordabilă și se pretează foarte bine pentru reșoul Stas 2614-51 220 V, 600 W, la care se substituie priza fixată pe reșou cu panoul circular cu patru contacte.

Firește că în cadrul acestei expuneri nu se pot da toate indicațiile de amănunt, ea adresîndu-se unor experimentatori ce au oarecare practică în domeniul electricității. Nu trebuie să se uite că legăturile, contactele, izolările etc., trebuie efectuate cu multă atenție, experimentatorul expunîndu-se altminteri, la mari neplăceri. Nu este mai puțin adevărat însă, că practica stăruitoare este cel mai bun dascăl pentru lucrări de felul acesta. În cazul de față, economia de energie electrică realizată și celelalte avantaje enumerate mai sus, răsplătesc suficient perseverența experimentatorului.

NOTĂ MATEMATICĂ

CÎTEVA CORELAȚII ÎN MATEMATICI ELEMENTARE

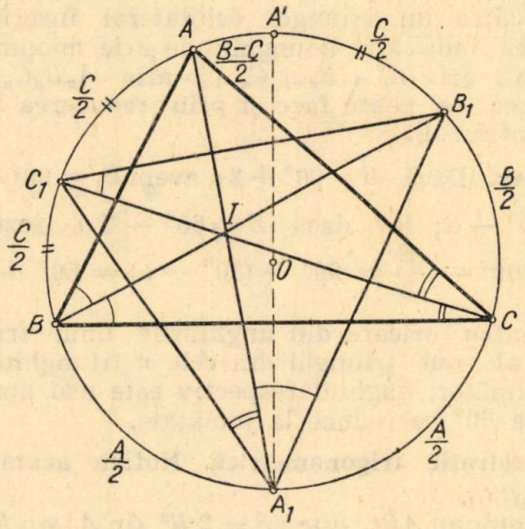
C. Ionescu—Țiu

Stabilirea unor inegalități

1. Fie un triunghi oarecare ABC. Bisectoarele interioare taie cercul circumscris respectiv în A_1, B_1, C_1. Avem:

$$\sphericalangle A_1 = \sphericalangle \frac{B}{2} + \sphericalangle \frac{C}{2} = 90^0 - \sphericalangle \frac{A}{2}$$

și analoagele. Chiar dacă triunghiul OAC este obtusunghi triunghiul $A_1B_1C_1$ este totdeauna triunghi ascuțitunghi.



De asemenea avem,

$$A = 180^0 - 2A_1$$

și analoagele. Se constată ușor că bisectoarele triunghiului ABC sînt înălțimi în triunghiul $A_1B_1C_1$.

Să presupunem $A > B > C$. Avem:

$$90° - \frac{A}{2} < 90° - \frac{B}{2} < 90° - \frac{C}{2}$$

adică $A_1 < B_1 < C_1$.

Deoarece $B > C$ egalitatea $A_1 = \frac{B}{2} + \frac{C}{2}$ devine $A_1 > \frac{C}{2} + \frac{C}{2} = C$ și $A_1 < \frac{B}{2} + \frac{B}{2} = B$.

Prin urmare $B > A_1 > C$. Analog $C_1 = \frac{A}{2} + \frac{B}{2}$ devine $A > C_1 > B$.

De asemenea avem $A > B_1 > C$. Se observă că triunghiul $A_1B_1C_1$ care este tot un triunghi oarecare, unghiul cel mai mic A_1 este cuprins între cele două unghiuri mai mici ale triunghiului precedent ABC, iar unghiul cel mare C_1 este cuprins între cele două unghiuri mai mari ale triunghiului ABC. Unghiul B_1 rămîne cuprins între A_1 și C_1.

Repetînd operația de mai sus asupra triunghiului $A_1B_1C_1$ obținem un alt triunghi oarecare $A_2B_2C_2$, unde A_2, B_2, C_2 sînt intersecțiile bisectoarelor interioare ale triunghiului $A_1B_1C_1$ cu cercul circumscris. După n operații repetate se obține un triunghi $A_nB_nC_n$. Oricare din aceste triunghiuri are unghiul cel mai mic al său mai mare decît unghiul cel mai mic al triunghiului precedent; iar unghiul cel mai

mare este mai mic decît unghiul cel mai mare al triunghiului precedent şi unghiul mijlociu rămîne bine înţeles, cuprins între celelalte două. Putem deduce că pentru un număr n foarte mare, triunghiul $A_nB_nC_n$ tinde către un triunghi echilateral înscris în acelaş cerc ca celelalte, adică tinde către triunghiul de arie maximă înscris în acelaş cerc. Mai general, aria $A_{n-1}\ B_{n-1}\ C_{n-1} >$ aria $A_nB_nC_n <$ aria $A_{n+1}\ B_{n+1}\ C_{n+1}$. (Justificarea se poate face şi prin reducerea la absurd, adică presupunînd contrariul).

2. **Observare.** Dacă $B = 60° + 2\alpha$ avem $B_1 = 90° - \frac{B}{2} = 90° - (30 + \alpha) = 60° - \alpha$; iar dacă $B = 60° - 2\alpha$, rezultă

$$B_1 = 90° - \frac{B}{2} = 90° - (30° - \alpha) = 60° + \alpha:$$

La fel, pentru oricare din unghiurile unui triunghi: Dacă un unghi oarecare al unui triunghi din cele n triunghiuri diferă de 60° în triunghiul următor, unghiul respectiv este mai apropiat de 60°, iar diferenţa pînă la 60° se reduce la jumătate.

3. **O demonstraţie trigonometrică.** Notăm acum ABC unul din triunghiurile $A_iB_iC_i$.

Aria triunghiului ABC este : $S = 2R^2 \sin A_i \sin B_i \sin C_i$ iar aria triunghiului următor $(A_{i+1}\ B_{i+1}\ C_{i+1})$ este

$$S_1 = 2R^2 \sin\left(90° - \frac{A}{2}\right) \sin\left(90° - \frac{B}{2}\right) \sin\left(90° - \frac{C}{2}\right) =$$

$$= 2R^2 \cos\frac{A}{2} \cos\frac{B}{2} \cos\frac{C}{2}$$

Să arătăm că $S < S_1$ sau

$$\sin A \sin B \sin C < \cos\frac{A}{2} \cos\frac{B}{2} \cos\frac{C}{2}$$

Ţinînd seama că $\sin x = 2 \sin\frac{x}{2} \cos\frac{x}{2}$ inegalitatea de demonstrat devine

$$8 \sin\frac{A}{2} \sin\frac{B}{2} \sin\frac{C}{2} < 1$$

Ţinînd seamă de formele $\sin\frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(p-b)\ (p-c)}{bc}}$ şi analoagele, $S = \sqrt{p(p-a)\ (p-b)\ (p-c)} = pr$ şi $abc = 4RS$, inegalitatea precedentă devine :

$$\frac{8\ (p-a)\ \ (p-b)p-c)}{abc} = \frac{8S^2}{4RSp} = \frac{2S}{Rp} = \frac{2pr}{Rp} = \frac{2r}{R} < 1$$

sau $2r < R$.

— *Dacă unui triunghi ascuţitunghi ABC îi prelungim înălţimile pînă întîlnesc cercul circumscris respectiv în A_0, B_0, C_0, atunci A_0A,*

B_0B, C_0C *vor fi bisectoarele interioare în triunghiul* $A_0B_0C_0$ *şi prin urmare aria* $A_0BC_0 <$ *aria* ABC.

4. **Cazuri particulare.** Fie ABC un triunghi oarecare înscris într-un cerc 0. În acelaş cerc putem înscrie un alt triunghi $A_1B_1C_1$ astfel ca să avem $A_1 = 80° - \frac{A}{3}$, $B_1 = 80° - \frac{B}{3}$, $C_1 = 80 - \frac{C}{3}$, deci $3A_1 = 240° - A$ sau $A = 240° - 3A_1$, etc. Triunghiul $A_1B_1C_1$ nu poate avea nici un unghi mai mare ca 80° şi nici un unghi mai mic ca $80° - \frac{180°}{3} = 20°$.

Considerăm acum triunghiul $A_2B_2C_2$ înscris în acelaş cerc şi cu unghiurile $A_2 = 30° - \frac{A_1}{3} = 80° - \frac{80°}{3} + \frac{A}{9} = \frac{160°}{3} + \frac{A}{9}$;

$$B_2 = \frac{160°}{3} + \frac{B}{9} \text{ şi } C_2 = \frac{160°}{3} + \frac{C}{9}$$

La fel constatăm că unghiurile triunghiului $A_3B_2C_2$ vor fi cuprinse între $\frac{220°}{3}$ şi $\frac{160°}{8}$.

Repetăm construcţia analoagă pentru triunghiurile $A_3B_3C_3$; $A_4B_4C_4$ etc. şi ţinem seamă că aria unui triunghi se poate exprima prin relaţia $S = 2R^2 \sin A \sin B \sin C$.

Deoarece aria triunghiului $A_nB_nC_n$ tinde către aria triunghiului echilateral înscris în acelaş cerc; iar ariile S, S_1, S_2, S_3, ..., S_n formează un şir crescător, avem

$$\sin A \sin B \sin C < \sin\left(80° - \frac{A}{3}\right) \sin\left(80° - \frac{B}{3}\right) \sin\left(80° - \frac{C}{3}\right) <$$

$$< \sin\left(\frac{160°}{3} + \frac{A}{9}\right) \sin\left(\frac{160°}{9} + \frac{B}{9}\right) \sin\left(\frac{160°}{3} + \frac{C}{3}\right) < \frac{3\sqrt{3}}{8}$$

5. **Observare.** Să notăm $A = 60° + 3\alpha$, $B = 60° + 3\beta$ şi $C = 60° + 3\gamma$, unde $\alpha + \beta + \gamma = 0$.

Fie $A_1 = 80° - \frac{A}{3} = 80° - \frac{60° + 3\alpha}{3} = 60° - \alpha$ şi analoagele, unde oricare din unghiurile α, β, γ nu pot ieşi din intervalul $(-20°, +40°)$ pentru a putea exista triunghiului ABC.

În aceleaşi condiţii avem inegalitatea:

$$\sin(60° + 3\alpha) \sin(60° + 3\beta) \sin(60° + 3\gamma) \leqslant$$

$\leqslant \sin(60° - \alpha) \sin(60° - \beta) \sin(60° - \gamma)$, unde $\alpha + \beta + \gamma = 0$ şi α, β sau γ sînt cuprinte în intervalul $(-20°, +40°)$. De exemplu, pentru $\alpha = 7°$, $\beta = -4°$, $\gamma = -3°$. avem

$\sin 81° \sin 48° \sin 51° < \sin 53° \sin 64° \sin 63°$

6. În fine, se pot considera diferite feluri de transformări ale triunghiului ABC.

Exemplu. Fie triunghiul iniţial ABC şi primul transformat $A_1B_1C_1$ obţinut cu relaţiile $A_1 = 60° + 2\alpha$; $B_1 = 60° + 2\beta$, $C_1 = 60° + 2\gamma$, unde $\alpha + \beta + \gamma = 0$ şi unde α, β, γ nu pot fi în afară intervalul $(-30°, +60°)$;

de unde se obține $\sin(60^\circ+2\alpha)\sin(60^\circ+2\beta)\sin(60^\circ+2\gamma) < \sin(60^\circ-\alpha)\sin(60-\beta) < \sin(60^\circ-\gamma)$.

Pentru $\alpha=-21^\circ$ $\beta=12^\circ$ și $\gamma=9^\circ$ avem $\sin 18^\circ \sin 84^\circ \sin 78^\circ < \sin 81^\circ \sin 48^\circ \sin 51^\circ$, care combinată cu inegalitatea precedentă de la punctul 5, iar ultimului triunghi aplicînd transformarea respectivă, avem: $\sin 18^\circ \sin 84^\circ \sin 78^\circ < \sin 81^\circ \sin 48^\circ \sin 51^\circ < \sin 53^\circ \sin 64^\circ \sin 63^\circ < \sin 63^\circ 30' \sin 58 \sin 58^\circ 30'$.

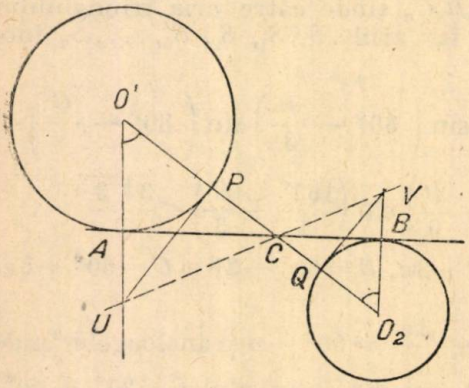
Alte exemple vor fi date sub forma de probleme propuse.

PROBLEME REZOLVATE

Problema 2511

Fie O_1 și O_2 două cercuri tangente deoparte și de alta a unei drepte în A și B. Dreapta O_1O_2 taie pe AB în C, iar cele două cercuri în P și Q situate simultan înăuntru sau afara segmentului O_1O_2. Tangenta în P taie pe O_1A în U, iar tangenta în Q taie pe O_2B în V. Să se arate că punctele U, C, V sînt coliniare.

Al. Nădăban, Arad



Soluție. — Se vede ușor că triunghiurile:

CO_1U este isoscel ($O_1C=O_1U$)

și

CO_2U este isoscel ($O_2C=O_2V$).

Cum $\sphericalangle CO_1U=\sphericalangle CO_2V$ și O_1, C, O_2 sînt coliniare, rezultă că și U, C, V sînt coliniare.

Problema 2512

Să se arate că numărul $N=(m^2-n^2)[(m^2-1)^2+(m^2n^2-1)+(n^2-1)^2]$ este divizibil cu 36, oricare ar fi numerele întregi m și n diferite între ele.

Paul Popescu, elev, București

Soluție. — Desfăcînd parantezele deducem:

$$N=[(m-1)m(m+1)]^2-[n-1)n(n+1)]^2=\mathcal{M}\,36$$

evident, căci produsul a trei numere întregi consecutive este multiplu de 3!

Problema 2513

Fie un triunghi ABC şi M un punct pe cercul circumscris lui, anume pe arcul BC. Dacă α, β, γ sînt proiecţiile lui M pe laturile BC, CA şi AB să se arate că:

$$\frac{a}{M\alpha} = \frac{b}{M\beta} + \frac{c}{M\gamma}$$

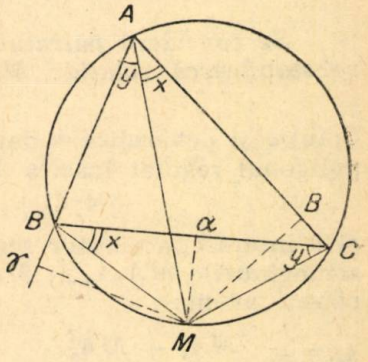
Gh. I. Bercea, Timişoara

Soluţie. — Notînd $\sphericalangle MBC = x$ şi $\sphericalangle MCB = y$, avem:

$$\frac{a}{M\alpha} = \operatorname{ctg} x + \operatorname{ctg} y$$

$$\frac{b}{M\beta} \operatorname{ctg} x + \operatorname{ctg} (C + y)$$

$$\frac{c}{M\gamma} = \operatorname{ctg} y - \operatorname{ctg} (C + y).$$



In cazul cînd β cade în afara segmentului AC, γ cade între A şi B, iar relaţia doua are semnul — între termeni, pe cînd relaţia treia are semnul +. In orice caz avem

$$\frac{a}{M\alpha} = \frac{b}{M\beta} + \frac{c}{M\gamma}.$$

Observare: Se mai obţin 2 relaţii analoage:

$$\frac{b}{M\beta} = \frac{a}{M\alpha} + \frac{c}{M\gamma} \quad (M \text{ pe arcul } AC) \text{ şi}$$

$$\frac{c}{M\gamma} = \frac{a}{M\alpha} + \frac{b}{M\beta} \quad (M \text{ pe arcul } AB).$$

Problema 2514

Care este greutatea cuprului eliberat în 5 minute de 4 elemente Daniel montate în serie şi furnizînd curent care traversează o baie de sulfat de cupru?

Electrozii sînt de platină. Rezistenţa băii şi a electrozilor este 0,250 ohmi, forţa electromotoare a elementului Daniel este 1,08 V, rezistenţa unui element este 1,5 ohmi, forţa electromotoare de polarizaţie, peste 1,32 volţi, echivalentul chimic al cuprului este 32, un coulomb pune în libertate $\frac{1\,g}{96\,000}$ hidrogen.

(La Inst. Pedagogic, Timişoara)

Soluţie. — Rezistenţa elementelor este

$$R_i = 1{,}5 \cdot 4 = 6\ \Omega,$$

iar forța electromotoare disponibilă este:

$$E = 1{,}08 \cdot 4 - 1{,}32 = 3 \text{ V}.$$

Deci, intensitatea curentului este:

$$1 = \frac{E}{R_i + R_e} = \frac{3}{6 + 0{,}25} = 0{,}48 \text{ A}.$$

Greutatea cuprului eliberat este

$$m = 0{,}01036 \cdot 32 \cdot 0{,}48 \cdot 300 \cong 5 \text{ mg}.$$

Problema 2515

Se consideră pătratul $A_1A_2A_3A_4$ și un punct M în planul său. Să se stabilească relația: $MA_1^2 + MA_3^2 = MA_2^2 + MA_4^2$.

* * *

Soluție și generalizare date de P. POPESCU, București. — Considerăm poligonul regulat înscris $A_1A_2A_3 \ldots A_{2n}$ unde avem evident:

$$A_1A_{n+1} = A_2A_{n+2} = \ldots = A_nA_{2n} \tag{1}$$

și 0 intersecția acestor segmente egale. Aplicînd teorema medianei în triunghiurile MA_1A_{n+}, MA_2A_{n+2}, ..., MA_nA_{2n}, M fiind un punct în spațiu, avem:

$$MO^2 = \frac{MA_1^2 + MA_{n+1}^2}{2} - \frac{A_1A_{n+1}}{4} = \frac{MA_2^2 + MA_{n+2}^2}{2} - \frac{A_2A_{n+2}^2}{4} =$$

$$= \ldots \frac{MA_n^2 + MA_{2n}^2}{2} - \frac{A_nA_{2n}^2}{4}$$

și ținînd seama de (1) deducem:

$$MA_1^2 + MA_{n+1}^2 = MA_2^2 + MA_{n+2}^2 = \ldots = MA_n^2 + MA_{2n}^2.$$

Pentru $n = 2$ se obține tocmai relația din problemă.

Problema 2525

Un fierbător electric pentru tensiunea de 220 V furnizează o putere de 660 W. Știind că randamentul fierbătorului $\eta = 60\%$, *să se determine: a) în cît timp vor fierbe 2 litri de apă ce se află inițial la temperatura de 15°C?; b) cît costă energia electrică consumată știind că un kWh costă 0,60 lei.*

(Instit. Politehnic, Orașul Stalin)

Soluție: — a) Puterea efectivă este:

$$P_{ef} = P \cdot \eta = 660 \frac{60}{100} = 396 \text{ W}$$

Trebuie să avem:

$$Q = mc(t_2 - t_1) = 0{,}24 \cdot P_{ef} \cdot t,$$

unde $m = 2000\,\text{g}$, $t_2 = 100°C$ și $t_1 = 15°C$. Deci:

$$t = \frac{2000\,(100° - 15°)}{0{,}24 \cdot 396} \approx 30 \text{ minute}.$$

b) Energia electrică consumată este:

$$W = Pt = 660 \cdot \frac{1}{2} = 330\,\text{Wh} = 0{,}33\,\text{kWh}$$

care costă:

$$0{,}33 \cdot 0{,}60 \approx 0{,}20 \text{ lei.}$$

Problema 2526

a) *Perpendicular pe axul principal al unei oglinzi concave cu raza de 6 m se află un obiect. Ştiind că imaginea sa se formează între focar şi centru şi anume la 50 cm de centrul de curbură al oglinzii, să se găsească de cîte ori este mărită imaginea faţă de obiect.*

b) *Sarcina unui conductor este* 10^{22} u. es. CGS *şi potenţialul de* 3.10^2 V. *Să se exprime capacitatea conductorului în* μF.

(La Institutul Politehnic, O. Stalin)

Soluţie. — a) Avem:

$\frac{1}{p} + \frac{1}{p_,} = \frac{2}{R}$ unde $R = 600$ cm şi $p = 600 - 50 = 550$. Rezultă:

$$p' = \frac{Rp}{2p - R} = \frac{600 \cdot 550}{1100 - 600} = \frac{600 \cdot 550}{500} = 660 \text{ cm.}$$

Imaginea este mărită de:

$$\frac{p'}{p} = \frac{660}{550} = \frac{6}{5} \text{ ori.}$$

b) Avem $c = \frac{q}{V}$ unde $q = 10^{22}$ u. es. CGS şi $V = 3.10^2$ $V = 1$ u. es CGS potenţial. Deci, $c = 10^{22}$ u.es. CGS capacitate $= \frac{10^{32}}{9 \cdot 10^5} \mu F = \frac{1}{9} \cdot 10^{17} \mu F$

Problema 2532

Un drum ce leagă 2 oraşe A şi B are lungimea de 128 km. Un biciclist parcurge acest drum dus şi întors. Drumul are porţiuni orizontale, suişuri şi coborîşuri. Pe teren orizontal biciclistul merge cu 25 km/oră; la urcuşuri cu 15 km/oră şi la coborîşuri cu 30 km/oră.

Să se afle lungimea porţinnilor de drum orizontale, de suişuri şi de coborîşuri, ştiind că coborîşurile sînt 7/10 din suişuri în sensul de la A la B şi că în acest sens întrebuinţează 24 minute mai mult decît la întoarcere.

* * *

Soluție. — Fie x, y, z, respectiv porțiunile de drum orizontale de suișuri și de coborîșuri în sensul de la A la B. Avem:

$$x + y + z = 128$$

$$z = \frac{7}{10} y$$

$$\frac{x}{25} + \frac{y}{15} + \frac{z}{30} = \frac{z}{15} + \frac{y}{30} + \frac{x}{25} + \frac{24}{60}$$

sau:

$$x + y + z = 128\,; \quad z = \frac{7}{10} y\,; \quad y - z = 12$$

Deci, $y - \frac{7}{10} y = 12$; $y = 40$ km; $z = 28$ km și $x = 60$ km.

Problema 2607

Se dau două cercuri O_1 și O_2 tangente exterioare în A. Prin A se duce o secantă variabilă care taie cercul O_1 în B și cercul O_2 în C. Diametrul CO_2 taie cercul O_2 în D. Se cere:

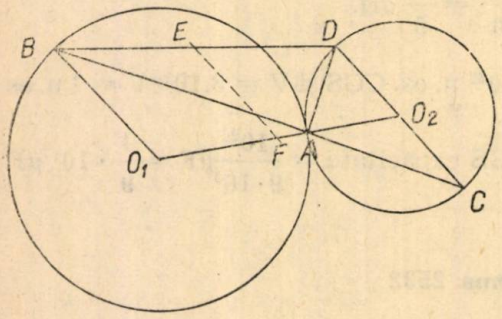
a) *Să se arate că tangenta dusă în B la cercul O_1 este paralelă cu tangenta dusă în C la O_2.*

b) *Să se arate că unghiul BAD este drept.*

c) *Să se afle locul geometric al centrului cercului circumscris triunghiului BAD.*

(La admiterea în Inst. CFR, 1956)

Soluție. — a) Triunghiurile O_1AB și O_2AC sînt isoscele și cu cîte un unghi egal, deci sînt asemenea și



$$\sphericalangle O_1BC = \sphericalangle ACO_2,$$

de unde $BO_1 \parallel O_2C$, deci și tangentele în B și C perpendiculare pe aceste raze sînt paralele.

b) $\sphericalangle DAC = 90°$ întrucît se sprijină pe un semicerc. Rezultă că și $\sphericalangle DAB = 180° - 90° = 90°$.

c) Centrul cercului circumscris triunghiului dreptunghic BAD este E, mijlocul lui BD. Ducînd din E o paralelă la BO_1 obținem linia EF mijlocie a trapezului BO_1O_2D în care laturile paralele sînt constante, deci

$$EF = \frac{R + r}{2} = \text{constant.}$$

Cum F este fix, locul lui E este cercul de rază $\frac{R + r}{2}$ cu centrul în F.

Problema 2635

Se consideră trei puncte A_1, B_1, C_1 situate respectiv pe laturile BC, CA, AB ale triunghiului ABC. Dacă se notează $AA_1 = l_a$, $BB_1 = l_b$, $CC_1 = l_c$ să se demonstreze că

$$\frac{1}{2} < \frac{l_a + l_b + l_c}{a + b + c} < \frac{3}{2}$$

* * *

Soluție. — Intr-adevăr, din triunghiurile A_1AB și AA_1C deducem

$$l_a + A_1B > c; \quad l_a < c + A_1B$$
$$l_a + A_1C > b; \quad l_a < b + A_1C$$

Ținînd seama că $A_1B + A_1C = a$, deducem:

$$b_a > \frac{b + c - a}{2}$$

și analog:

$$l_b > \frac{c + a - b}{2}; \quad l_c > \frac{a + b - c}{2}$$

Adunînd ultimele trei inegalități obținem:

$$\frac{l_a + l_b + l_c}{a + b + c} > \frac{1}{2}$$

De asemenea, avem:

$$l_a < \frac{a + b + c}{2}; \quad l_b < \frac{a + b + c}{2}; \quad l_c < \frac{a + b + c}{2}$$

Deci

$$\frac{l_a + l_b + l_c}{a + b + c} < \frac{3}{2}.$$

Problema 2636

Să se demonstreze că într-un triunghi oarecare ABC există relația

$$\frac{a^2}{II_a^2} + \frac{b^2}{II_b^2} + \frac{c^2}{II_c^2} = 2\left(1 + \sin\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2}\sin\frac{C}{2}\right)$$

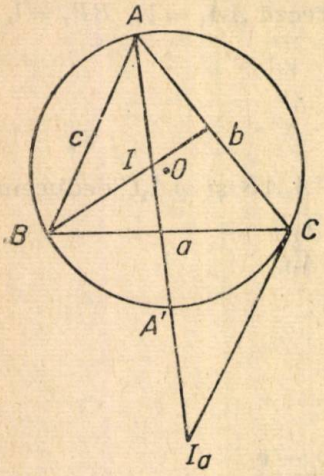
în care a, b, c sînt laturile, I, I_a, I_b, I_c respectiv centrul cercului înscris și ale celor exînscrise triunghiului dat.

H. Dăscălescu

Soluție. — Fie triunghiul ABC înscris în cercul O și AI, BI două bisectoare interioare, I fiind centrul cercului înscris. Dacă A', B', C' sînt mijloacele arcelor $\widehat{BC}$, $\widehat{AC}$, $\widehat{AB}$, se constată ușor că triunghiurile $A'BI$ și $A'CI$ sînt isoscele și astfel:

$$A'B = A'I = A'C.$$

Cercul BIC are centrul în A', iar patrulaterul $BICI_a$ este inscriptibil avînd $\sphericalangle BII_a = \sphericalangle BCI_a$. Deci $II_a = 2IA' = A'C = \dfrac{a}{\cos\dfrac{A}{2}}$ dedu-



cem $II_a^2 = \dfrac{2a^2}{1+\cos A}$ sau $1+\cos A = \dfrac{2a^2}{II_a^2}$. Adunînd cu relaţiile analoage avem:

$$2\left(\frac{a^2}{II_a^2}+\frac{b^2}{II_b^2}+\frac{c^2}{II_c^2}\right) = 3+\cos A+\cos B\cos C$$

In orice triunghi este cunoscută relaţia:

$$\cos A+\cos B+\cos C = 1+4\sin\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2}\sin\frac{C}{2}$$

şi înlocuind în (1) găsim relaţia cerută.

CHESTIUNI DE EXAMEN *)

3107. — Într-un trapez $ABCD$ se dau: baza mică $BC = 6$ cm, baza mare $AD = 10$ cm; înălţimea trapezului $BK = 4$ cm şi proiecţia laturii neparalele AB pe baza mare, adică $AK = 1$ cm.

Fie E un punct pe prelungirea segmentului AB (în ordinea A, B, E) astfel ca să avem $\dfrac{AE}{BE} = \dfrac{8}{3}$. Paralela prin E la bazele trapezului taie latura DC în F; diagonala DB în H şi diagonala AC în G. Se cere:

— lungimea segmentului GH,

— aria poligonului $GCDABH$,

aria corpului obţinut prin rotirea poligonului $GCBH$, în jurul lui GH.

(Facultatea electronică Timişoara, 1957)

---

*) VIII: 3120, 3121, 3122, 3123, 3130, 3131, 3132, 3133, 3134, 3135, 3137, 3141, 3143 3147, 3149, 3150, 3151, 3158, 3162, 3167, 3186; IX: 3108, 3110, 3114, 3117, 3124, 3125, 3126, 3136, 3138, 3144, 3148, 3152, 3153, 3156, 3159, 3160, 3161, 3165, 3168, 3169, 3173, 3181, 3184; X: 3107, 3109, 3111, 3112, 3113, 3115, 3116, 3118, 3119, 3127, 3128, 3129, 3139, 3142, 3145, 3146, 3154, 3155, 3163, 3164, 3166, 3170, 3171, 3172, 3174, 3175, 3176, 3177, 3179, 3182, 3183; XI: 3140, 3157, 3178, 3180, 3185.

3108. — Se dă un triunghi echilateral ABC de laturi l. Fie M_1 un punct pe AB care împarte segmentul AB în raportul $\frac{M_1A}{M_1B}=\frac{1}{a}$. Se duce prin M_1 perpendiculara M_1M_2 pe BC și din M_2 perpendiculara M_2M_3 pe CA. Se unește M_3 și M_1 formîndu-se triunghiul $M_1M_2M_3$. Se cere:

— să se arate că triunghiul AM_1M_3 și triunghiul BM_2M_1 este egal cu triunghiul CM_3M_2;

— să se determine raportul ariilor triunghiului $M_1M_2M_3$ și triunghiului ABC;

— să se afle raportul ariilor cercului înscris în triunghiul ABC către cercul circumscris $M_1M_2M_3$.

(Facultatea mecanică Timișoara, 1957)

3109. — Să se rezolve ecuația:

$$\left(\frac{1}{\cos x-1}-1\right)2+3-\left(\frac{\cos x-1}{\cos x+1}-\frac{5\cos^2 x}{\cos^2 x-1}\right)=1$$

Ecuația ne dă pe $\cos x$. Să se calculeze celelalte funcții trigonometrice ale aceluiaș arc x.

(Admiterea în Facul. chimie industrială Timișoara, 1957)

3110. — Știind că: $y=\frac{a^x+a^{-x}}{a^x-a^{-x}}$ și $z=\frac{a^{4x}+a^{-4x}}{a^{4x}-a^{-4x}}$, să se arate că între y și z avem următoarea dependență funcțională:

$$y=\frac{\sqrt[4]{z+1}+\sqrt[4]{z-1}}{\sqrt[4]{z+1}-\sqrt[4]{z-1}}$$

(Facult. de mecanică, Timișoara, 1957)

3111. — Să se rezolve ecuația

$$(1+\sqrt{3})\sin 2x+2\cos 2x+\sin^2 x-2\sqrt{3}\cos^2 x-2=0.$$

(Facult. de mecanică Timișoara, 1957)

3112. — Să se pună expresia

$$\frac{2\sin b\cos a(\operatorname{tg} a+\operatorname{tg} b)}{1-\cos(a+b)}+\frac{\sin\frac{a-b}{2}}{\cos b\sin\frac{a+b}{2}}$$

sub forma cea mai simplă.

(Ex. de maturitate Iași, 1957)

3113. — Fie P un punct exterior unui cerc de centru O și raza r. Notăm $OP=x$. Dreapta OP taie cercul în A și B (B fiind cuprins între O și P). Tangentele din P la cerc ating cercul în C și C'. Se cere:

a) Aria suprafeței născută prin rotirea în jurul lui AB a conturului compus din arcul de cerc CAC' și segmentele de dreaptă $C'P$ și PC, precum și volumul interior acestei suprafețe.

b) Să se determine x în cazul cînd raportul dintre volumul determinat mai sus și volumul sferei de rază r este m și să se discute soluțiile ecuației în x, cînd m este variabil.

(Ex. de maturitate Iași, 1957)

3114. — O piramidă triunghiulară cu vîrful S și baza ABC are muchiile SA, SB, SC egal înclinate pe planul ABC cu un unghi φ. Triunghiul ABC are $AB = 2a$, $\sphericalangle CAB = \sphericalangle CBA = \alpha$. Se cere aria totală a piramidei.

Aplicație: $a = 18{,}3$ cm ; $\alpha = 64°$; $\varphi = 70°$.

(Ex. de maturitate Iași, 1957)

3115. — Să se găsească toate soluțiile ecuației

$$4 \sin^4 x + 2 \cos 2x = 1 + 3 \sin^2 2x$$

cuprinse între $0°$ și $360°$.

(Ex. de maturitate Iași, 1957)

3116. — Să se găsească toate soluțiile ecuației trigonometrice

$$\sqrt{2}\,(\operatorname{ctg} x - \operatorname{tg} x) = 4\,(\sin x + \cos x)$$

cuprinse între $0°$ și $360°$.

(Ex. de maturitate Iași, 1957)

3117. — O piramidă cu vîrful S are baza un romb $ABCD$ cu diagonalele $AC = 2a$ și $BD = 2b$, iar înălțimea trece punctul O de intersecție al diagonalelor și este egală cu h. Se duce în piramidă o secțiune care taie înălțimea într-un punct P, astfel ca raportul $\frac{SO}{PO} = \lambda$ și este paralelă cu dreptele SA și BD. Să se calculeze aria acestei secțiuni.

(Ex. de maturitate Iași, 1957)

3118. — Într-un trapez isoscel $ABCD$ se dă baza mare $AB = 2a$, baza mică $CD = 2b$ și înălțimea H. Fie M și N respectiv mijloacele bazelor AB și CD, iar X punctul de intersecție al diagonalelor. Se cere :

a) Să se arate că raportul λ între volumul solidului născut de acest trapez și suma volumelor conurilor născute de triunghiurile AMI și INC prin rotirea în jurul dreptei MN, nu depinde de h.

b) Să se afle raportul $x = \frac{a}{b}$ în funcție de λ și să se discute valorile lui x cînd λ este variabil.

(Ex. de maturitate Iași, 1957)

3119. — Se dă un triunghi isoscel ABC cu $AB = BC = 20$ cm și $AC = 24$ cm. Prin centrul O al cercului înscris în acest triunghi se duce o perpendiculară OS pe planul ABC. Unghiul diedru al planelor ABC și ASB este $\varphi = 60°$. Se cere aria totală și volumul tetraedrului $SABC$.

(Ex. de maturitate Iași, 1957)

Etapa locală din 9 martie 1958. Toate chestiunile obligatorii; timpul de lucru: 3 ore (lucrare scrisă)

Grupa I m — Clasa VIII şi anul I şcoli pedagogice

3120. — Dacă avem relaţiile $x + y = m$ şi $xy = 1$, să se arate că avem de asemenea relaţia:

$$5(x + y)(x^2 + y^2) + 2(x^3 + y^3) = (m-1)(2m^2 + 3m + 2)$$

precum şi relaţia:

$$5(x + y) - (x^2 + y^2) + 2(x^3 + y^3) - (m + 1)(2m^2 - 3m + 2).$$

3121. Să se simplifice fracţia

$$F = \frac{(x - 5)\sqrt{x^2 - 6x + 9}}{(x - 3)\sqrt{x^2 - 10x + 25}},$$

ştiind că radicalii sînt aritmetici şi că x este cuprins între 3 şi 5.

3122. — Să se rezolve şi să se discute ecuaţia

$$x = m - \frac{1 - x}{m}.$$

3123. — Se dă un trapez ortodiagonal (cu diagonalele perpendiculare) $ABCD$, cu bazele BC şi AD. Notăm cu N mijlocul lui BC şi cu Q mijlocul lui AD.

a) Să se arate că NQ trece prin punctul de intersecţie a diagonalelor;

b) Să se calculeze lungimea segmentului NQ în funcţie de bazele trapezului;

c) Să se arate dacă $\sphericalangle ADB = 30°$, avem $NQ = AC$.

Grupa II m — Clasa IX de zi şi serală şi clasa X serală

3124. — *a*) Să se prezinte grafic funcţia $y = x^2 + 2x$.

b) Să se demonstreze că această curbă admite o axă de simetrie şi apoi să se scrie ecuaţia acestei axe.

3125. — *a*) Să se simplifice fracţia:

$$E = \frac{x^2 - 5xy + 6y^2}{x^2 + 2xy - 8y^2}$$

3126. — Se dau două drepte perpendiculare xx' şi yy' care se taie în O. O dreaptă variabilă ce trece printr-un punct fix A din planul celor două drepte date, taie pe Ox în B şi pe Oy în C. Perpendicularele în C şi B pe BC întîlnesc dreptele xx' şi yy', respectiv în D şi E. Fie M, N, P, Q proiecţiile lui O pe BC, BE, CD, DE. Se cere:

a) locul geometric al punctului N,

b) locul geometric al punctului I de intersecţie a lui ON cu DE.

Să se stabilească relaţiile:

c) $\frac{1}{EM \cdot MB} + \frac{1}{CP \cdot PD} = \frac{1}{BN \cdot NC} + \frac{1}{EQ \cdot QD}$.

d) $\frac{EI}{ID} = \frac{OB^2}{OC^2}$.

Grupa III m — Clasa X

3127. — a) Să se stabilească relaţia:

$$\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 5} \ldots + \frac{1}{n(n+2)} = \frac{n(3n+5)}{4(n+1)(n+2)}$$

folosind metoda inducţiei complete.

b) Să se calculeze expresia

$$E = \frac{1 \cdot 4 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 6 + \ldots + n(n+3)}{C_{n+3}^{n}}$$

3128. Să se rezolve ecuaţia: $\operatorname{tg} 2x + \operatorname{cotg} x + 8 \sin^2 x = 8$.

3129. Se consideră o prismă triunghiulară şi punctele G, G' care sînt respectiv centrele de greutate ale bazelor ABC şi $A'B'C'$.

a) Să se demonstreze că dreptele AG' şi $A'G$ sînt concurente.

b) Să se arate că piramidele $G'ABC$ şi $GA'B'C'$ se întretaie după un triunghi paralel cu bazele prismei. Să se precizeze mărimea laturilor acestui triunghi.

c) Se duce un plan paralel cu planele bazelor la 1/4 din înălţimea prismei. Să se afle ariile secţiunilor obţinute în ceţe două piramide în funcţie de aria ABC.

Grupa V m — anul I şcoli profesionale

3130. — Intr-o fabrică de scule lucrează 104 muncitori grupaţi în trei categorii. Muncitorii din categoria I sînt cu 14 mai mulţi decît cei din categoria II şi primesc cu 2 lei pe zi mai puţin fiecare; iar cei din categoria III sînt cu 12 mai puţini decît cei din categoria II şi primesc 2,50 lei pe zi mai mult fiecare. La sfîrşitul lunii (26 zile de lucru), fabrica plăteşte 31 382 lei salarii. Să se afle numărul lucrătorilor din fiecare categorie şi salariul zilnic al fiecărui lucrător.

3131. Se consideră un triunghi ABC cu laturile $AB = 10$ cm, $BC = 15$ cm, $CA = 20$ cm. Se ia pe latura BC un punct M la 3 cm de punctul C. Se duce prin punctul M o paralelă la latura AC; această latură taie latura AB în punctul N. Se duce prin punctul M o paralelă la latura AB care taie latura AC în punctul P, iar prin N o paralelă la latura BC care taie latura AC în Q. Dreptele MP şi NQ se taie în punctul R. Să se calculeze laturile triunghiului PQR.

3132. — O pompă care alimentează cu apă o uzină, umple un rezervor în 4 1/4 ore, cînd funcţionează bine. După 5/12 ore de funcţionare, în urma unui accident, randamentul acestei pompe scade cu o treime. Cît timp îi va trebui pompei în acea zi, pentru a umple rezervorul?

Grupele VI m şi VII m — Anul II şcoli profesionale

3133. — Cu ocazia săpării unui bazin de formă paralelipipedică cu dimensiunile 12,5; 8 m şi 1,2 m pămîntul scos a fost împrăştiat pe un teren dreptunghiular într-un strat gros de 15 cm.

Care este suprafaţa ce sa ocupat cu acest pămînt, ştiind că 3 m^3 de pămînt săpat dau 4 m^3 de pămînt împrăştiat.

3134. — O placă dreptunghiulară are drept laturi exprimate în centimetri, cele două rădăcini ale ecuaţiei $x^2 - 64\,x + 1000 = 0$. Placa trebuie prelucrată şlefuind suprafaţa superioară şi muchiile. Operaţia este normată cu 3 minute pentru 1 cm^2 de suprafaţă şi cu 2 minute pentru 1 cm liniar de muchie. Cît timp se acordă lucrătorului pentru prelucrarea unei piese?

Grupa VIII m — Anul I şcoli maiştri

3135. — Trei strungari lucrează astfel încît primul produce în 3 ore cît al doilea în 4 ore sau cît al treilea în 5 ore. Împreună ei termină o comandă de piese identice, în 30 ore. În cîte ore ar termina fiecare comanda lucrînd singur?

3136. — Se prelungesc medianele AA', CC' ale triunghiului ABC cu $A'A'' = AA'$; $C'C'' = CC'$.

a) Să se arate că punctele A'', B; C'' sînt coliniare.

b) Să se calculeze lungimea segmentului $C''A''$ dacă se cunosc $AB = 7$ cm, $BC = 11$ cm şi mediana $BB' = 6$ cm.

3137. Să se demonstreze identitatea:

$$(bx - ay)^2\,cz - (cy - bz)^2\,ax - (ax - cx)^2\,by \equiv$$

$$\equiv (bx + ay)\,(cy - bz)\,(az - cx)$$

Grupa IX m — anul II şcoli maiştri

3138. Se dă o piramidă patrulateră regulată $SABCD$, diagonala AC a bazei $ABCD$ fiind de 6 dm. Se ştie de asemenea, că apotema feţei laterale face ca planul bazei de unghi de 60°.

a) Să se calculeze aria laterală şi volumul piramidei.

b) Notăm cu M şi N mijloacele muchiilor laterale SC şi SD. Să se calculeze aria trapezului $ABMN$.

3139. — Să se calculeze derivata funcţiei

$$y = \operatorname{arc\,tg}\,\frac{1 - ax}{a + x}.$$

3140. — Se dau punctele $A(0, 9)$; $B(3, 0)$; $C(-5, 4)$; $D(3, 10)$. Să se verifice că dreapta AB paralela dusă prin C la AD şi perpendiculara coborîtă din D pe BC sînt trei drepte concurente.

Grupa X m — Anii III şi IV şcoli pedagogice

3141. — La o „Alimentară" portocalele dintr-o ladă s-au vîndut în felul următor: într-o zi 3/4 din numărul portocalelor şi încă un sfert de portocală; în a doua zi, 3/4 din rest şi încă un sfert de portocală; în a treia zi şi a patra zi de vînzarea s-a făcut în aceleaşi condiţiuni ca în ziua a doua. Vînzarea portocalelor din ladă s-a terminat în ziua a patra.

Să se afle numărul portocalelor din ladă. Se va da o soluţie aritmetică şi una algebrică.

3142. — Să se determine înălţimea şi raza conului circumscris unei sfere de rază R, ştiind că aria laterală a conului este dublul ariei bazei.

OLIMPIADA DE FIZICĂ

Etapa locală din 9 martie 1958. Lucrări scrise: timp de lucru 3 ore. Se vor trimite numai soluţiile problemelor.

Grupa I f — Clasa VIII de zi şi serală

Teorie. Masă şi greutate.

3143. — Pe un scripete fix este trecută o sfoară de ale cărei capete sînt legate cîte o greutate de 1,96 kg. Ce acceleraţie capătă sistemul dacă aşezăm fără şoc, pe una din greutăţi, o greutate suplimentară de 10 grame? Calculul se va face în sistemul MKS şi MKfS.

Grupa II f — Clasa IX de zi şi serală

Teorie. Transformarea lucrului mecanic în căldură.

3144. — In timpul prelucrării la strung, o piesă de oţel se încălzeşte pînă la 80° C. Diametrul piesei prelucrate trebuie să fie de 5 cm, la 10° C, toleranţa fiind de 10 microni. Să se spună dacă la controlul dimensiunilor în timpul prelucrării trebuie ţinut seamă de dilatarea piesei. Coeficientul de dilatare al oţelului $\alpha = 1{,}1 \cdot 10^{-5}$.

Grupa III f — Clasa X-a de zi şi serală

Teorie. Energia şi puterea curentului electric; unităţile lor de măsură.

3145. — O baterie de acumulatoare constînd din 60 celule legate în serie, este încărcată de la o reţea de curent continuu avînd tensiunea constantă de 115 V. Forţa electromotoare a fiecărei celule este de 1,2 V, iar rezistenţa interioară de 0,02 ohmi.

Ce rezistenţă trebuie să aibe un reostat montat în serie cu bateria pentru ca intensitatea curentului de încărcare să fie de 2,5 A?

Grupa IV f — Clasa XI serală

Teorie — Trioda; funcţiunile ei.

3146. — Două pendule oscilează în acelaşi timp şi în acelaşi sens. In timp ce primul face 10 oscilaţii, al doilea face numai 6 oscilaţii. Să se calculeze lungimile celor 2 pendule, ştiind că unul este mai lung decît celălalt cu 20 cm.

Grupa V f — Anul I şcoli profesionale

Teorie — Compunerea forţelor paralele grafic şi prin calcul.

3147. — Un fierar lucrează cu un ciocan de 5 kg bătînd de la înălţimea de 1 metru. În cădere el acţionează asupra ciocanului cu o

forţă constantă de 2,5 kgf. Considerînd că el execută 30 de lovituri pe minut, să se calculeze:

a) lucrul mecanic efectuat de acest lucrător într-un an lucrînd neîntrerupt cîte 6 ore pe zi;

b) puterea dezvoltată de el.

Calculele se vor face în sistemul *MK*fS şi dacă se poate, şi în sistemul *MKS*.

Grupa VI f — Anul I şcoli profesionale

Teorie — Tranformarea căldurii în lucru mecanic şi invers.

3148. — O bară de oţel cu lungimea de 6,25 metri şi cu secţiunea de 24 cm^2 este încălzită. Prin încălzire ea absoarbe 5 175 kcal.

Să se calculeze cu cît se alungeşte această bară.

Densitatea oţelului este $\rho = 7{,}8$ kg/dm^3, căldura specifică a oţelului $c = 0{,}11$ kcal/kg. grad, coeficientul de dilatare a oţelului $\alpha = 0{,}000012$.

Grupa VII f — Şcoli profesionale

Teorie — Maşini simple.

3149. — Care este puterea unui om ce cîntăreşte 60 kg şi urcă pe o scară la o înălţime de 20 metri în 2 minute? Se va calcula în C. P.

Grupa VIII f — Anul I şcoli tehnice de maiştri

Teorie — Legea transformării şi conservării energiei la mecanisme.

3150. — Pe un perete este apăsată oblic o scîndură grea de 5 kgf cu o forţă F făcînd cu orizontala de unghi de 45°. Dîndu-se coeficientul de frecare între scîndură şi perete $\mu = 0{,}3$, să se afle F pentru ca scîndura să nu cadă.

Grupa IX f — Anul I şcoli pedagogice

Teorie — Căderea liberă a corpurilor.

3151. — Plecînd din repaos, un automobil atinge viteza de $72 \frac{km}{h}$, după 0,5 km de la plecare. Considerăm mişcarea uniform accelerată. Să se afle valoarea acceleraţiei.

PROBLEME PROPUSE*)

3152. — Pentru a afla căldura specifică a unui lichid neinflamabil, se folosesc două calorimetre identice care au în interiorul lor cîte o rezistenţă identică. Intr-unul din calorimetre se introduce o cantitate A de apă, iar în celălalt o cantitafe B din lichidul studiat.

Prin cele două calorimetre se trece un acelaşi curent electric în acelaşi interval de timp. Se constată că temperatura apei din calorimetru a crescut cu t_1 grade, iar a lichidului de studiat cu t_2 grade.

Constanta calorimetrelor fiind aceiaşi K, să se găsească formula care să dea căldura specifică x a lichidului de studiat.

Virgil Atanasiu

---

*) La problema 3045 în loc de $>$ se va scrie $<$.

3153. — In triunghiul oarecare ABC simediana din A întîlneşte cercul circumscris în punctul K. Fie Q mijlocul segmentului AK iar M proiecţia lui K pe BC. Din A se duce tangerta AT la cercul de centru K şi raza $2\ MQ$.

Să se arate că unghiurile AKT şi BAC sînt egale.

Radu Stroe, Student, Bucureşti.

3154. — La construirea unui dispozitiv electronic, trebuie să se realizeze într-un anumit loc, în montaj, o capacitate de 10 μF, care să suporte un şoc de 5000 V. Constructorul dispune numai de condensatori a 5 μF şi 1000 V. Se întreabă:

1. Cum se realizează capacitatea necesară dispozitivului, cîţi condensatori trebuie, care va fi energia sistemului de condensatori format?

2. Dacă se descarcă această baterie de condensatori printr-o rezistenţă de nichelină, să se calculeze cu cîte grade se încălzeşte ea, (lungimea firului de nichelină din care este făcută rezistenţa este de 10 cm, secţiunea lui de 1 mm^2, densitatea nichelinei se ia 8, iar căldura specifică 0,1).

Virgil Atanasiu

3155. — Să se arate că într-un tetraedru cu feţele egale (echifacial) avem relaţia.

$$\cos \alpha = 1 - 2 \operatorname{ctg} B \operatorname{ctg} C, \text{ unde}$$

A, B, C sînt unghiurile triunghiului ABC care este una din feţele tetraedului, iar α este unghiul diedru cu muchia BC.

C. Ionescu — Ţiu

3156. — Fiind date două cercuri O şi O' tangente exterioare în M, tangenta lor comună exterioară cu punctele de contact în A şi B, diametrii AC şi BD şi tangentele CT şi DT' duse din punctele C şi D respectiv la cercurile O' şi O, să se arate că:

$$AC = CT \quad \text{şi} \quad BD = DT'.$$

Radu Cornăţeanu, Călăraşi

3157. — Fie un cub de latură a, avînd ca baze $ABCD$ şi $A_1B_1C_1D_1$ cu centrele bazelor respective în G şi G_1. Muchiile AA_1, BB_1, CC_1 şi DD_1 fiind articulate la capete, baza $ABCD$ rămîne fixă iar patratului $A_1B_1C_1D_1$ i-se dă o mişcare de roto-translaţie în jurul şi de-a lungul axei GG_1, compatibilă cu legăturile, obţinîndu-se după această mişcare respectiv, patratul $A_2B_2C_2D_2$ şi G_2 centrul său.

a) Să se exprime deplasarea G_1G_2 în funcţie de unghiul de rotaţie α.

b) Să se exprime trigonometric unghiurile (A_2AB), (A_2AD), (A_2AC) şi (A_1AA_2) în funcţie de α.

(Pentru intuirea figurii se poate realiza cubul legînd muchiile la colţuri prin plastilină sau în alt mod care să permită mişcarea).

C. Ionescu — Ţiu

3158. — Prietenul meu Sandu mă cheamă la telefon şi îmi spune: „Azi profesorul X ţine o conferinţă la Facultate. Trec cu motocicleta pe la tine să te iau. La ora 18 fix sînt la tine; vom ajunge astfel exact la timp„. Mă uitai la ceas: era abia 17^h30^{min}. Nemai avînd răbdare plecai în întîmpinarea prietenului motociclist, drumul acesta fiind chiar cel necesar ca să ajungem la Facultate. La ora 17^h54^{min} l-am întîlnit şi apoi, cu motocicleta ne-am dus la conferinţă. Să se arate cu cîte minute am ajuns mai devreme şi de cîte ori viteza motocicletei era mai mare decît a mea.

Se cere soluţie aritmetică şi grafică (diagrama spaţiu-timp).

Alexandru Stoenescu

3159. — Un tub cilindric de sticlă cu secţiunea interioară $S=10$ cm^2, este introdus cu gura în jos într-o cuvă cu mercur şi închide în interior o cantitate oarecare de aer. Un fir subţire trecut peste scripetele O este legat cu un capăt de fundul tubului, iar cu celălalt de un taler A.

Se încarcă talerul aşa fel, încît nivelul mercurului din tub şi cuvă să fie acelaşi, iar aerul din interior să ocupe înălţimea $h_1=9$ cm.

Presupunînd presiunea atmosferică $H=75$ cmHg, să se afle ce greutate trebuie pusă după aceea în taler pentru ca fundul vasului să se afle la înălţimea $h=17{,}5$ cm deasupra nivelului mercurului din cuvă; care este în acest caz, presiunea aerului din interior, înălţimea ocupată de acesta şi înălţimea cu care se ridică mercurul în tub. (Se va neglija grosimea pereţilor şi efectul presiunii mercurului asupra pereţilor tubului).

C. Necşoiu, inginer

3160. — Prin vîrfurile B, C, A ale unui triunghi ABC se duc perpendicularele respectiv pe laturile AB, BC, CA. Bisectoarele interioare ale unghiurilor A, B, C intersectează aceste perpendiculare respectiv în punctele M, N, P. Să se stabilească relaţia

$$AM.\,BN.\,CP = 16\,R^2r.$$

Gh. Popescu-Lugoj

3161. — In triunghiul ABC, dreptele care unesc mijlocul A' al laturii BC cu picioarele înălţimilor din B şi C (H_b, H_c), sînt tăiate de o paralelă (Δ) dusă prin A la BC în punctele β ($A'H_c$, Δ) şi γ ($A'H_b$, Δ). Să se arate că dreptele $H_b\beta$ şi $H_c\gamma$ concură pe mediana AA'.

I. Hadîrcă, profesor Breaza

3162. — Să se arate că:

$$\frac{1}{4}\left(\sqrt{5}-1\right)\sqrt{2\left(3+\sqrt{5}\right)}=1$$

fără a se ridica la patrat.

H. Dăscălescu

3163. — Să se rezolve ecuaţia:

$$\sin 2x(1-\operatorname{tg}^2 3x)+\operatorname{tg} 3x(2\cos 2x-1)=\operatorname{tg} 4x.$$

Viorica Onofraş, prof, Huşi

3164. — Să se arate că avem relaţiile

$$C_{n-1}^{n-1} + C_n^{n-1} + \ldots + C_{2n-1}^{n-1} = 1^2 + (C_n^1)^2 + \ldots + (C_n^n)^2 = C_{2n}^n.$$

* * *

3165. — Fie (0) cercul circumscris triunghiului ABC şi M punctul diametral opus lui B faţă de O. Notăm cu A_1 şi A_2 proiecţiile lui A pe BC şi BM, iar cu C_1 şi C_2 proiecţiile lui C pe AB şi BM. Să se arate că dreptele A_1A_2, C_1C_2, AC sînt concurente.

I. Strătescu, Călăraşi

3166. — Termenii unui şir sînt definiţi prin relaţia de recurenţă

$$x_n = \frac{x_{n-1} + \sqrt{3}}{1 - x_{n-1}\sqrt{3}}$$

Să se arate că şirul este periodic, să i se determine perioada şi să se explice rezultatul.

N. C. Ciomu

3167. — Ora se exprimă în limba romînă, în două feluri şi anume: se zice sau ora H şi m minute sau ora H' fără m' minute. La ce oră cele două exprimări întrebuinţează aceleaşi cifre?

Gh. Buicliu

3168. — In triunghiul ABC, punctul I este intersecţia cevienelor BB_1 şi CC_1. Notînd distanţele de la B_1, C_1, I şi A la BC, respectiv d_1, d_2, d_3 şi h_a, să se arate că există relaţia:

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} - \frac{1}{d_3} = \frac{1}{h_a}.$$

M. Bărbulescu, absolvent Slatina

3169. — Se dau două drepte perpendiculare fixe $x'x$ şi $y'y$, iar în planul lor se ia punctul fix F. Două drepte mobile în jurul punctului F fac un unghi de 45° şi taie cele două drepte $x'x$ şi $y'y$ respectiv în punctele (A şi C), (B şi D). Să se arate că:

$$\frac{1}{\overline{FA}^2 \cdot FB^2} + \frac{1}{FC^2 \cdot FD^2} = \text{constantă}$$

C. Coşniţă

3170. — Să se arate că: $\operatorname{tg}^2\frac{x}{2} - \operatorname{tg}^2(45° - \frac{x}{2}) + \operatorname{tg}(x - 45°) =$

$= \operatorname{tg}^2\frac{x}{2} \operatorname{tg}^2(45° - \frac{x}{2}) \operatorname{tg}(x - 45°)$.

Simon St. Petre

3171. — Să se determine numerele reale x şi y, care satisfac simultan ecuaţia:

$$x^4 + 4x^2 + 2x^2y - 4xy^2 + y^2 + y^4 = 0$$

Apoi să se reprezinte grafic funcţia dată prin ecuaţia de mai sus.

N. C. Ciomu

3172. — Să se arate pentru care valori ale lui x, avem

$$\frac{\sin x - \cos a + \cos(x+a)}{\sin x - \cos a + \cos(x-a)} \cdot \frac{1-\sin(x-a)}{\sin x - \cos a} = \frac{\sin\frac{a}{2} - \cos\frac{a}{2}}{\sin\frac{a}{2} + \cos\frac{a}{2}}$$

* * *

3173*. — Printr-un punct K luat pe diagonala BD a unui paralelogram $ABCD$ se duc paralele la laturi, care taie pe AD şi BC în E şi F, iar pe AB şi CD în G şi H. Prin punctul K_1 de intersecţie al dreptelor AF şi GC se duc paralele la laturile paralelogramului pe care le taie analog în punctele E_1, F_1, G_1, H_1. Să se arate că grupele de drepte (F_1B, AK, GE); (GE, E_1F_1, AH) sînt concurente.

C. Ionescu-Ţiu

3174*. — Intre elementele unui triunghi oare care avem relaţia:

$$\frac{1}{2} Rr \sum \cos A \operatorname{cotg} \frac{A}{2} \left(\operatorname{cotg}\frac{B}{2} \operatorname{cotg}\frac{C}{2} - 1\right) = S$$

N. O. Zaharia

3175. — Să se determine funcţia:

$f(x) = \dfrac{x^2 + ax + b}{x^2 + cx + d}$, ştiind că pentru $x = -1, 2, 3, 4$, $f(x)$ *ia* respectiv valorile: $-2, 1, \dfrac{4}{5}, \dfrac{7}{9}$

* * *

3176*. — Să se găsească toate polinoamele de gradul II care satisfac relaţia:

$$P^2(x+1) - P(x)\,P(x+2) = 2P(x+1)$$

Gh. Th. Gheorghiu

3177. Într-un triunghi oarecare ABC se duc înălţimile AA', BB', CC'. Dreapta $B'C'$ întîlneşte pe BC în M. Să se demonstreze relaţia:

$$\frac{1}{MA'} = \frac{b}{a^2 + b^2 - c^2} - \frac{c}{a^2 - b^2 + c^2}.$$

Radu Stroe, student Bucureşti

3178. — Să se arate că între medianele m_i şi bimedianele b_j ale unui tetraedru oarecare, există relaţia

$$m_1 + m_2 + m_3 + m_4 \leqslant \frac{8}{3} \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}.$$

Paul R. Popescu, student Bucureşti

) Problemele 3173, 3174*, 3176* au mai fost publicate în Gazeta Matematică

3179. — Se consideră un triunghi ABC; iar AHA_1, AIA_2, și AGA_3, înălțimea, bisectoarea și mediana vîrfului A. Se notează $ACG = \alpha'$ $GCA_3 = \beta$, $A_3GC = \omega$. Să se demonstreze relațiile:

a) $AH \operatorname{tg} A = HA_1 \operatorname{tg} B + AA_1 \operatorname{cotg} B$

b) $AI - IA_2 = AA_2 \operatorname{tg} \frac{B}{2} \cdot \operatorname{tg} \frac{C}{2}$

c) $2 \operatorname{ctg} \alpha = \operatorname{ctg} \beta + 3 \operatorname{ctg} \omega$.

C. V. Costăchescu

3180. — Fie $x_1, x_2, \ldots, x_n$ abscisele a n puncte pe o axă. Fie $\varepsilon(x)$ funcția cu proprietatea următoare:

$$\varepsilon(x) = \begin{cases} +1, & \text{dacă } x > 0, \\ -1, & \text{dacă } x < 0. \end{cases}$$

Să se calculeze

$$\sum_P \frac{1+\varepsilon(x_n - x_{n-1})}{2} \cdot \frac{1+\varepsilon(x_{n-1} - x_{n-2})}{2} \cdots \frac{1+\varepsilon(x_2 - x_1)}{2}$$

unde suma se ia asupra tuturor permutărilor P ale celor n puncte pe o dreaptă.

A. Hristev

3181. — Dispunem de un areometru cu tija divizată de la 0° (sus) la 100° (jos) în 100 diviziuni egale. Introducînd areometrul în alcool cu densitatea de 0,78 se scufundă pînă la diviziunea 0°, iar în acid sulfuric cu densitatea de 1,84 se scufundă pînă la diviziunea 100°.

Se întreabă ce densitate x are lichidul în care acest areometru se scufundă pînă la diviziunea 35°.

V. Atansiu

3182. — Se stabilește între bornele unui motor electric o tensiune constantă egală cu 120 volți. Cînd motorul este imobil, curentul care îl străbate este de 20 amperi; cînd motorul se rotește curentul este numai 5 amperi. Să se calculeze:

a) rezistența interioară a motorului,

b) puterea mecanică pe care o produce cînd se rotește.

(La cercul de fizică din Capitală)

3183. — Un reșou electric poartă mențiunea 430 W, 120 V. El servește la încălzire într-o experiență de laborator pentru care sînt suficienți 270 W. Ce rezistență trebuie montată în serie cu reșoul și ce putere va consuma această rezistență?

Se va presupune rezistența reșoului aceiași în ambele cazuri.

* * *

3184. — Să se rezolve ecuația:

$$E_1(x) = \sqrt{x^2 - 3x + a} + \sqrt{x^2 - 4x + b} + \sqrt{3x^2 - 10x + 8} = 0$$

știind că ecuațiile:

$$E_2(x) = \sqrt{x^2 - 3x + a} + \sqrt{x^2 - 4x + b} - \sqrt{3x^2 - 10x + 8} = 0$$

$$E_3(x) = \sqrt{x^2 - 3x + a} - \sqrt{x^2 - 4x + b} + \sqrt{3x^2 - 10x + 8} = 0$$

să admită rădăcina comună $x = 1$.

Leontin Domide

3185. — Un triunghi ABC are vîrful A fix şi vîrfurile B şi C variabile pe dreapta (Δ), astfel ca $BC = \text{const}$. Se cere ;

1. Să se arate că medianele vîrfurilor B şi C trec prin cîte un punct fix.

2. Să se arate că înălţimile vîrfurilor B şi C înfăşoară cîte o parabolă.

Emil Morţun

3186. — O rachetă este populsată vertical, de propriul său motor cu o acceleraţie constantă de 100 m/s^2, timp de 108 secunde, cînd propulsia încetează. La ce înălţime h_0 şi cu ce viteză V_0, ajunge racheta la finele propulsiei? Racheta continuîndu-şi mişcarea în virtutea inerţiei; cu ce viteză V_1 *şi după cit timp* T_1, ajunge racheta la distanţa 60 R de la centrul pămîntului, $R = 6{,}36.10^6$ m, fiind raza pămîntului. (60 R, distanţa de la pămînt la lună)? Se va lua g=10 m/s^2.

N. Vasilescu-Karpen

EXERCIŢII ŞI PROBLEME PROPUSE PENTRU ŞCOALA DE 7 ANI *)

E; 1121. — Să se construiască triunghiul ABC cunoscînd latura BC, distanţa HA_1 de la ortocentru pînă la latura BC, precum şi distanţa A_1A_2 de la mijlocul laturii BC la înălţimea din A.

I. Mateescu

E: 1122. — Intr-un triunghi oarecare ABC, dacă notăm cu p semiperimetrul, cu x, y, z înălţimile şi cu S aria triunghiului, avem:

$$S = \frac{xyzp}{xy + yz + zx}$$

C. I. Ţ.

E: 1123. — Să se construiască numai cu rigla şi compasul triunghiul ABC cunoscînd: mediana AM, latura BC şi unghiul pe care-l face mediana AM cu mediatoarea laturii BC egal cu α.

* * *

E; 1124. — Să se construiască un triunghi cunoscînd o latură şi lungimile medianelor duse din extremităţile ei.

* * *

E: 1125. — Să se construiască un triunghi ABC cunoscînd raza cercului înscris, lungimea bisectoarei unghiului A precum şi unghiul pe care-l face bisectoarea unghiului A cu înălţimea ce pleacă din acelaşi vîrf cu ea.

I. Mateescu, Giurgiu

---

*) (v: 1126, 1129, 1130, VI: 1127, 1128, 1131, VII: 1121, 1122, 1123, 1124, 1125) Se primesc soluţii şi de la elevii din clasa VIII-a.

E; 1126. — O cooperativă a achiziționat în luna ianuarie 32 472 kg cereale; porumb cu 3 192 kg mai mult decît triplul cantității de grîu și secară la un loc, iar cu 852 kg mai mult grîu decît secară. Cîte kg. din fiecare cereală s-au achiziționat?

I. Munteanu, Zapodeni

E: 1127. — O grindă de lemn de 3 metri lungime, 24 cm lățime și 30 înăltime cîntărește 150 kg. Dacă o dăm la rindea cu cîte 1 cm pe fiecare față în lungime, să se afle cît va cîntări după ce s-a dat la rindea.

* * *

E: 1128. — În 18 zile, 64 boi au păscut iarba unei livezi de 4 800 m^2, iar în 30 de zile, 84 boi au păscut iarba de pe 9 000 m^2. Cîți boi ar paște iarba de pe 6 000 m^2 în 20 zile? Se va presupune că la intrarea boilor în livezi iarba ar fi avut aceiași înălțime și că iarba crește în mod uniform pe tot timpul păscutului.

* * *

E: 1129 — Un tată are de 7 ori vîrsta fiului său, dar după 10 ani va fi numai de 3 ori mai mare ca fiul. Ce etate are fiecare?

* * *

E: 1130. — Se spune că există o infinitate de numere care împărțite la 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 au ca rest unitatea. Să se arate care e cel mai mic număr care satisface această condiție.

Lambă Stelian, Constanța

E: 1131. — Intrebîndu-l pe Mircea ce vîrstă are, mi-a răspuns: „Acum 5 ani aveam $\frac{1}{4}$ din vîrsta pe care o avea tata cînd mama avea $\frac{1}{2}$ din vîrsta pe care o are sora. Acum, eu am vîrsta pe care o avea mama cînd tata avea vîrsta pe care o are sora. Peste 5 ani, sora va avea $\frac{1}{2}$ din vîrsta pe care o avea tata și mama împreună la nașterea ei. Acum toți împreună totalizăm 120 ani. Ce vîrstă are Mircea?

D. C. Stan, București

E: 1132. — La fabrica Electro-Putere Craiova se utilizează cuptoraşe electrice de inducție pentru menținerea în stare topită a cositorului. Cuptorașul este alimentat cu o tensiune de 380 V avînd o putere de 1 000 W. Dacă înfășurarea primară are 38 spire și curentul secundar este egal cu 85 A. Se cere:

— Care este randamentul întregii instalații?

— Ce cantitate de căldură este absorbită de metal în fiecare secundă dacă se neglijează fenomenul de convecție și radiație?

— Ce energie consumă cuptorașul în timp de 8 ore și cît costă această energie dacă un kilowattoră costă 0,60 lei?

Pavel N. Radu, Craiova

RUBRICA REZOLVITORILOR DE PROBLEME [1])

Pînă la 1 februarie 1958 s-au mai evidenţiat următorii rezolvitori de probleme:

Bănică Gh. Gheorghe (cl. 8, s. m. 2, Cîmpulung Muscel), *Vasilescu Mircea* (cl. 9, s. m. 1 Piteşti), *Chiriac D. Dumitru* (cl. 9, s. m. 1, Bacău), *Ploeşteanu S. Ion* (cl. 10, Alexandria), *Rizescu Ilie* (absolvent, Roşiorii de Vede), *Deutsch Herbert* (absolvent, Rădăuţi), *Rotaru Constantin* (student, Inst. Politehnic, Iaşi), *Piţigoi I. Gh.* (absolvent, R. Vîlcea), *Tîrtan Gabriel* (absolvent Găeşti), *Adam. I. Gheorghe* (cl. 8, s. m. 3, Tg. Jiu), *Grecu Anton* (cl. 10, Roşiorii de Vede), *Stoica Ştefan* (absolvent, Alexandria), *Cancer N. Anca* (cl. 8, s. m. 1, Tîrgovişte), *Nicolau Gh. Cornel* (cl. 10, s. m. 4, Bucureşti), *Grigoraş Vasile* (cl. 10, s. m. 1, Bacău), *Dorobanţu N. Valeriu* (absolvenf, Slatina), *Rădescu E. Eugen* cl. 10, Focşani), *Gheoghiţă Mariana* (studentă mat-fiz, Bucureşti), *Drăgan Petru* (cl. 9, Giurgiu), *Pupăzeanu Gh.* (cl. 10, s. m. 2, Tg. Jiu), *Catană Const.* (absolvent Tecuci), *Mîrlogeanu Florea* (cl. 10, Giurgiu), *Iordache Gh. Elena* (absolventă, Constanţa), *Stoenescu T. Gheorghe* (cl. 10, s. m. 23, Bucureşti), *Donciu Viorel* (cl. 10, s. m. 2, Brăila), *Ciohodaru Lucia* (studentă chim. industr. Bucureşti), *Ionescu C. Petre* (absolvent, Constanta), *Marinaş Marina* (absolventă, Bucureşti), *Stancu Doru* (absolvent Sc. tehnică exploatare c.f.r. Craiova), *Căpran D. Petre* (cl. 10, liceul militar, Galaţi), *Rusu Constantin* (absolvent, Turnu-Severin), *Bănescu Stelina* (cl. 10, Pucioasa), *Caliniac Nicolae* (cl. 10, s. m. 3, Ploeşti), *Gheorghe I. Nicolae* (cl. 10. Pucioasa), *Vişinescu M. Mihai* (cl. 10, Giurgiu), *Nanu Gh. Octavian* (cl. 10, s. m. 3, Iaşi).

Pînă la 27 februarie 1958 s-au mai primit cîte cel puţin 10 soluţii bune la problemele propuse în GMF — seria B, nr. 9, 10, 11 şi 12 din 1957, dela următorii rezolvitori de probleme:

ALBA IULIA. *S. m. 2* „Mihai Viteazu". Clasa IX. Demco Dan (2811, 13, 15, 16, 17, 29, 48, 61, 63, 74, 78 — 80, 82).

ALEXANDRIA. Clasa X. Ploeşteanu S. Ion (2741, 57, 808, 11, 13, 15 — 17 21, 26, 27, 29 — 31, 35, 41, 49, 52, 59 — 82, P). Absolvent Stoica Ştefan (2742, 46, 47, 59, 72, 78, 79, 90, 91, 93, 94, 96, 98, 99, 801 — 04, 06 — 08, 11, 13, 15 — 17, 30, 31, 85, 59 — 61, 63, 65 — 67, P).

ANINA. Clasa X. Voia Iacob (2841, 45, 46, 58, 61, 65, 67, 72, 73, 75, 76, P).

ARAD. *Şcoala de 7 ani nr. 15.* Clasa VII. Alexandru Eugenia (E: 1014 — 29, 31, 32, 35). *Şcoala medie nr. 1 „Ion Slavici".* Clasa VII. Ciurea Sorin (E: 1015, 18, 22, 34, 35, 37, 39, 40, 42, 50). Clasa X. Beştea Gh. Cătălin (2807, 08, 11, 13, 16 — 18, 21, 22, 25, 27, 29). Demşoreanu Brutus (2861, 64 — 74, Savin V. Viorel (2794 — 99, 801, 02, 04, 06, 08, 16, 17, 27).

BACĂU. *Şcoala medie nr. 1.* Clasa IX. Chiriac D. Dumitru (2741, 46, 55, 57, 59, 62, 64, 65, 66, 79, 91, 92, 801, 04, 11, 13, 15, 18, 29, 31, 37, 41, 45, 47, 48, 61, 66, 67, 69, 70, 72 — 74, 77, 78 — 80, 84), Clasa X. Grigoraş Vasile (2772, 77 — 79, 81, 90, 92, 94, 98, 99, 801, 02, 06, 07, 11, 16, 17, 26, 27, 45, 48, 49, 60, 61, 63, 64, 67, 70, 74 — 76, 59, 82, P).

BAIA DE ARAMĂ. (Craiova). *Comuna Floreşti. Învăţător* Ghergulescu Victor (E: 900, 49, 1013, 19, 22, 24, 26, 27, 39, 40, 46, 49).

BAIA DE ARIEŞ (Cluj). *Şcoala medie.* Clasa VIII. Totolici Gabriel (2757, 57, 816, 29, 45, 67, E: 1035, 37, 39, 40, 46).

BAIA MARE. *Şcoala medie nr. 1.* Clasa VIII. Vlahovixi Nicolae (2815, 29, 29, E: 1013, 17, 19, 24, 25, 27, 28, 40, 49). Clasa X. Racolţa M. (2779, 94, 96, 98, 804, 06, 48, 49, 61, 63 — 65, 67, 70, 73, 75, 76, 80). Clasa X. Vlahovici Alexandru (2772, 79, 90 — 93, 802, 07, 13).

BĂICOI (Ploesti). Crăciun Gh. Nicolae (2772, 76, 87, 90, 98, 827, 41, 45, 79 — 82).

BALŞ (Craiova). Clasa VIII. Matei Aurelia (E: 1013, 19, 21, 22, 26 — 29, 31, 62). Clasa X. Gruia Stoienică (2772, 74, 81, 99, 802, 06, 07, 11, 27, 41, 48, 61, 67, 74 — 76, 79).

BISTRIŢA (Cluj). *Absolvent* Verveagă T. (2858, 62, 64, 71 — 82).

BÎRLAD. *Şcoala medie nr. 1.* Clasa IX. Diaconu Adrian (2779, 81, 99, 805, 07, 11, 16, 17, 21, 29, 61, 78).

BOTOŞANI. *Şcoala medie nr. 2 „Mihail Eminescu"* Clasa VIII. Ionescu V. Maria (E: 1013, 15, 17, 19, 21, 22, 24, 25, 27, 29).

[1]) La problemele din acest număr se primesc soluţii pînă la 1 Oct. 1958.

BOLINTINUL DE VALE. *Absolvent* Răduță Apolodor (2807, 11, 17. 34, 41, 48, 61, 63, 74, 78). Clasa VI. Stoian Marin (E: 1036, 40, 43, 48, 50). Clasa VIII. Nistor Constantin (2815, 34, E: 1025 — 28, 31, 32, 35, 40).

BRĂILA. *Școala medie nr. 2.* Clasa X. Donciu Viorel (2717, 26, 27, 29, 36, 40. 48, 61 — 63, 65 — 67, 70, 72 — 75, 79, 83, 90, 94, 95, 801, 02, 04, 06 — 08, 11, 13, 15, 16). *Școala medie nr. 3.* Marcu Doina (2779, 94, 803, 06, 11, 17, 37, 70, 73, 75, 76).

BUCUREȘTI. *Studenți.* Ciohodariu Lucia (fac. chimie industrială) (2772, 94 — 96, 98 — 802, 04, 11, 15, 25, 27, 45, 59 — 66, 68 — 75, 77, 79, 80, 82), Doroftei Mihai (fac. mat.-fiz.) (2759, 64, 96, 811, 26, 58, 61, 63, 74, 78, 83, P), Gheorghiță Mariana (fac. mat. fiz.) (2772, 804, 08, 11, 14, 15, 21, 26, 27, 30, 41, 45, 48, 58 — 61, 63, — 67, 69 — 80, 82, P).

Absolvenți: Bălescu O. Dan (2794, 98, 804, 06, 17, 48, 61, 63, 67, 70, 73 — 76, 78, 80), Bușilă Ioana (2774, 809, 26, 44, 45 — 47, 53, 61, 72, P), Marinaș Marina (2772, 79, 81, 809, 11, 13, 16, 27, 41, 48, 58 — 61, 62 — 68, 70 — 74, 76 — 78, 80, 82).

Școala medie nr. 1 „Nicolae Bălcescu". Clasa IX. Răşcanu Radu (2774, 96, 801, 04, 09, 11, 48, 61, 63, 69, 70, 72, 74 — 77, 81, 91, 97, 98, P). Clasa X. seral Achiței Paul (2807, 09, 11, 13, 45, 61, 63, 74, 78, 96).

Școala medie nr. 4 „Aurel Vlaicu". Clasa VIII. Dumitrescu Tivig (2779, 81, E: 1013 — 15, 17 — 24, P). Clasa X. Dumitrescu C. Elisabeta (2779, 90, 802, 04, 06, 48, 61, 67, 70, 73 — 76, 79, 80), Ionescu Rodica (2811, 45, 61, 63, 67, 74, 75, 78 — 80), Nicolau G. Cornel (2772, 74, 83, 95, 99, 801 — 04, 06, 07, 09, 11, 16, 17, 24, 26, 30, 41, 45, 56, 60, 61, 63, 66, 67, 69, 71, 73 — 77, 79, 80, P).

Școala medie nr. 7 „Ion L. Caragiale". Clasa X. Gavrilă Georgeta (2807, 11, 26, 27, 30, 36, 44, 90, 61, 63, 65, 67, 70 — 72, 74, 76, 79, 80.

Școala medie nr. 10. Clasa X. Marica Mariana (2807, 11, 27, 29, 30, 61, 67, 70, 75, 76).

Școala medie nr. 11 „Dimitrie Cantemir". Clasa VII. Gianni Emanuel (E: 988 — 90, 92, 96, 1002, 27, 28, 30, 36 — 38, 42, 46 — 48, 50). Clasa VIII. Antoniu I. Andrei (2792, E; 1013 — 15, 17, 20 — 22, 24, 26, 29, 30), Cristofor Radu (2779, E: 1013 — 15, 17, 19 — 21, 23 — 25, 27, 29, 31, 40). Clasa X. Antoniu I. Sorin (2772, 98, 99, 803, 06, 11, 13, 15, 29, 30).

Școala medie nr. 12. Clasa VIII. Mihăescu St. Cristian (2779, 816, E: 1014 — 16, 18 — 22). Clasa X. Iovănescu Ruxandra (2779, 97, 804, 17, 25, 26, 49, 61, 63, 69, 80, 81), Moldoveanu Andy (2778, 79, 94, 96, 98, 800, 07, 11, 27, 30), Onu Ștefan (2716, 36, 38, 46, 59, 64, 68, 71, 72, 78, 83, 90 — 95, 98, 802, 06).

Școala medie nr. 13. Clasa X. Bănică Dan (2774 — 76, 80, 83, 95, 98, 99, 801, 04), Chirică Laurian (2741, 68, 809, 11, 17, 21, 17, 30, 31 41, 49, 61, 63, 70, 75, 76, 80,

Școala medie nr. 15. Clasa X. Cioflec Ileana (2779, 99, 802, 07, 65, 67, 70, 72, 73, 79).

Școala medie nr. 17 „Matei Basarab". Clasa VIII. Băcanu Codin (E: 1019, 21, 2 , 25, 28 — 32, 39 — 41, 50, 51), Brüll Erika (E: 1025, 28 — 32, 35, 39, 40, 44, 46, 47, 49), Cerbu Jäger (E: 1013, 15, 17 — 19, 21, 23, 27, 29, 35, 47, 49), Elian Ana (2747, 79, E: 1015, 19, 21, 24, 25, 29, 31, 32, 37, 39, 46), Lungu Rodica (2779, E: 1013, 15, 19, 21, 24, 25, 29, 37, 39, 46), Marinescu Sorin (E: 1013, 15, 17, 19, 21, 25, 2 , 31 — 34), Merloh Otilia (E: 1013, 17, 19, 21, 27 — 31, 39, 40, 47). Clasa IX. Olteanu Stoica V. (2845, 61, 63, 65 — 67, 79, E: 1036 — 40, 43, 46 — 51, P), Popescu Marius (E: 1026 28, 30 — 34, 39, 42, 50, 51), Racolța Petre (E: 1013, 15, 17, 21, 24, 25, 28, 40), Segall Adrian (E: 1013, 14, 17 — 19, 21, 22, 24 — 28).

Școala medie nr. 18 „Mihail Eminescu". Clasa VIII. Lecca Dan (E: 1015, 17, 19, 21, 24, 27, 29, 31, 32, 34).

Școala medie nr. 20 „Gheorghe Șincai". Clasa VII. Ganea Florin (E: 1013, 15, 15, 17, 19, 21 — 27, 29, 35, 37, 40, 43, 47 — 50). Clasa X. Nicolau Mihai (2779, 91, 99, 801, 13, 66, 67, 70, 73, 77, 80).

Școala medie nr. 22 „Gheorghe Lazăr". Clasa VI. Barbu M. Cornel (E: 1017, 23, 25 — 29, 35, 40, 50),

Școala medie nr. 23. Clasa IX. Cociu Margareta (2811, 13, 17, 25, 35, 41, 52, 59 — 61, 63, 65 — 67, 69 — 79, 82). Clasa IX. Bistriceanu Mihai (2772, 78, 81, 91, 96 — 98, 801, 03, 04, 06), Burunția Constantin (2772, 79, 94, 802, 04, 06, 17, 45, 65, 67, 70), Reviu S. Eugen (2772, 83 90, 91, 92, 94, 96, 98, 800, 02, 03, 10, 11, 13, 14, 17, 27, 30). Clasa X. Stoenescu T. Gh. (2776, 81, 90 — 92, 96, 98, 800, 03, 04, 06, 11, 13, 14, 17, 32. 43, 45, 60, 64 — 71, 73, 75, 76, 79, 82, P).

Școala medie nr. 27. Clasa VII. Ghizari Nicolae (E: 1025 — 32, 34, 35).

Şcoala medie nr. 30. Clasa VIII- David Ileana (2826, E: 1013, 17, 19, 21, 22, 24, 25, 27 — 29, 31, 32, 35, 40).

Şcoala medie de topografie. Osiceanu C. Dumitru (2859, 61, 63, 65, 67, 70, 71, 73 — 75).

CÎMPINA. *Şcoala medie „Nicolae Grigorescu".* Clasa X. Buloncea Magda (2743, 47, 88, 801, 03, 04, 06, 07, 11, 17, 30).

CÎMPULUNG MUSCEL. *Şcoala medie nr. 1.* Clasa VII. Savin Alexandru (E: 1025 — 43, 45, 47 — 49, 51), Simonică I. Rodica (2779, E; 1013 — 15, 17, 19, 21 — 29), Clasa VIII. Bănică Gh. Gheorghe (2759, 64, 90, 807, 36, 50, E: 984 — 90, 93 — 95, 97, 1000, 02 — 06, 08, 11 — 15, 24 — 29, 31 — 33, 40, 50). Clasa IX. Bănică Constanţa (2674, 77, 759, 62, 64, 90, 91, 99, 807, 11, 14, 17, 25, 36, 37, 40, 48, 49, P).

CLUJ. *Student* Bîrzan Romanel (Inst. Politehnic) (2817, 41, 44, 46, 48, 50, 53, 54, 66, 69, 71 — 80, 82, P), Conţ Ioan (Fac. mat.) (N, P).

Şcoala medie nr. 4. Clasa VIII. Pop Florin (2779, 90, E: 1013, 17, 19 — 21, 23 — 25). Clasa IX. Micu Radu (2779, 90, 91, 801, 04, 15 — 17, 29, 34). Clasa X. Bunea Mircea (2779, 95, 99, 813, 48, 65, 67, 68, 74), Niculescu Vasile (2772, 74, 76, 79, 81, 83, 94 — 96, 98 — 1002, 04, 06), Pamula Alexandru (2809, 14, 17, 22, 31, 37, 40, 41).

Şcoala medie nr. 5. Clasa VIII. Cojocaru Nicoleta (E: 1025 — 32, 35, 40).

Şcoala medie nr. 10. Clasa X. Parizec Marcela (2779, 94, 804, 11, 17, 30, 61, 65, 56, 73, 74, 78, 79).

CODLEA. *Şcoala medie nr. 1.* Clasa IX. Vlădăreanu C. (2772, 78, 79, 98, 801, 04, 06, 11, 17, 48, 52, 65, 67, 70, 72, 73).

CONSTANŢA. *Şcoala medie nr. 1.* Clasa VIII. Dumitrescu Doina (E: 984, 86, 89, 94, 1002, 08, 13, 24, 29, 30). *Şcoala medie nr. 2.* Clasa IX. Rădulescu Mircea (2742, 43, 46, 47, 90, 91, 95, 96, 99, 804, 09, 11, 14, 17, 26, 45, 61, 73, O, N). *Şcoala medie nr. 3.* Georgescu Dorin (2817, E: 984, 85, 88, 90, 92—94, 96, 1003, 04, 15, 18, 19, 21). Absolvenţi: Ionescu C, Petre (2772, 83, 91, 99, 800—04, 06 11, 13, 27, 52, 58—61, 63, 65, 66, 67, 69—78, 82, Iordache C. Elena (2782, 814, 20, 29, 30, 36, 37, 47, 48, 58, 59, 61—75, 77—81),

CORABIA. Truică Marin (2794, 96, 807. 90, 11, 16, 17, 30, 41, 45, 48, 61, 63—65, 70, 74—76, 78—81).

CRAIOVA. *Şcoala medie nr. 1. „Nicolae Bălcescu".* Clasa VÎII. Pavel N. Radu (2742, 92, 813, 17, E: 1013—15, 17, 19—22, 25—26, 40, P). *Şcocla medie nr. 3.* Clasa VIII. Anghel Al. Veronica (E: 1013, 15, 19, 21, 22, 24—32), Gheorghe I. Elena (E: 1013, 17, 19, 21, 22, 26, 27, 29, 31, 32), Ionescu Gr. Marin (E: 1013, 19, 21, 22, 24—29, 34), Nicolescu Doina (E: 1013, 17, 19, 21, 22, 25, 27, 29, 30, 35, 39, 40). Clasa IX. Cetăţeanu Rodica (2779, 91, 99, 811, 13, 17, 61, 63, 75, 78), Haş Violeta (2759, 91, 99, 804, 09, 11, 17, 61). *Şcoala cămin nr. 8* Clasa VII. Ruxandra Aurelia (E: 1015, 17—19, 21, 24, 26, 28, 39, 42, 45, 46, 48, 50). Absolventă: Ionescu N. Marioara (2363—65, 67, 70, 73—79).

Şcoala tehnică de exploatare c. f. r. An III. Buretea I. Mircea (2807, 11, 13, 14, 17, 27, 29, 30, 32).

Absolvenţi: Mihail M. Gheorghe (2772, 98—800, 06, 07, 11, 17, 27. 45, 58, 59, 61, 63, 65, 67, 71, 72. 74, 75, 77, 78, 82, P), Rădulescu Ecaterina (2845, 58, 65, 67, 72, 74—76, 79), Stancu Doru (2811, 13, 16, 17, 20, 32, 48, 59—82).

CRICOV (Ploeşti). *Şcoala de 7 ani* Gheorghiţă Libăşeanu Ştefan (E: 1039. 42—45, 48—50). Absolvent Căsăndroiu C. Tudor (2807—09, 11—13, 21, 24, 27, 30, 31, 33, P).

DEJ. *Şcoala medie* nr. 2. Clasa IX. Costea Gheorghe (2815, 17, 29, 35, 67, 68, 70, 72, 73, 78, 79).

DEVA. *Şcoala pedagogică.* Clasa VII. Laufer Iuditha (E: 1013, 14, 17, 22, 24—28, 40, 47, 48), Popa Anca (E: 1013, 14, 18, 22, 24, 26—28, 32, 39, 40, 47, 48, 50,

DRAGOTEŞTI (Balş-Craiova). *Şcoala de 7 ani.* Clasa VII. Stancu I. Niculae (E: 1013, 15, 19—21, 24, 40, 42, 44, 50).

FOCŞANI. *Şcoala medie nr. 1 „Unirea".* Clasa X. Rădescu E. Eugen (2776, 78, 80, 81, 83, 85, 88, 92, 96, 804, 07, 09, 11, 15, 17, 27, 29, 30, 45, 48, 60, 61, 63—66, 68, 70, 74, 75, 77, 82, P). *Şcoala medie nr.* 2. Clasa IX. Rădescu Gabriela (2807, 09, 11, 15, 17, 29, 45, 48, 61, 63) Tănăsălia Silvia (2807, 09, 11, 15, 17, 29, 45, 48, 61, 63). Clasa X Alexandrescu Ana (2861, 63, 67, 70, 73—75). Absolvent Checiora I. G. (2774, 92, 98, 99, 802, 04—07, 11, 61, 63, 64, 75).

GĂIEŞTI (Piteşti). Absolvent Tîrtan Gabriel (2519, 59, 64. 75, 715, 19, 20, 45, 46. 48, 49, 52, 57—82, P).

GALAȚI. *Liceul militar de marină.* Clasa VIII. Badea I. Mihai (E: 986, 15, 17—19, 21, 23—25, 27, 29, 30, 65). Clasa IX. Andrei Dan (E: 2755, 57, 59, 59, 64, 70. 74, 79, 90, 92, 811, 16, 17, 29), Andrei Dragoș (2757, 59, 64, 70, 90, 92, 811, 16, 17, 29). Clasa X. Capran D. Petre (2741, 42, 46, 49, 53—59, 65, 67, 74, 79, 80, 90—92, 94—96, 98, 99, 804, 07, 11, 13, 15—17, 34), Dăscălescu Marcel (2743, 46, 47, 50, 73, 91, 92, 807, 11, 17), Giurgea Victor (2741, 46, 79, 98, 801, 02, 04, 07, 11, 17), Greceanu M. (2746, 47, 74, 79, 91, 92, 98, 807, 11, 17, Iancu Nic. (2804, 11, 17, 45, 61, 67, 73, 75, 79, 80), Pascu Dumitru (2751, 64—66, 79, 90, 92, 811, 16, 17), Serahota Ion (2743, 46, 47, 49. 79, 90—92, 807, 11), Stănescu Gh. (2799, 807, 11, 15, 45, 61, 67. 73, 75, 79), Suleacov Neculai (2741, 43, 46, 47, 49, 59, 79, 91, 92, 98).

Școala medie nr. 2. Clasa VIII. Moscolenco Eugen (E: 1022, 35. 37, 40, 49), Șerban Elena (2757, 79, 807, 16, 17, 29, E: 985, 86, 88, 93—95, 1002, 08, 09, 11. 17, 19, 25, 29—32, 35). Școala medie nr. 3. Clasa X. Garcev Rodica (2807, 17, 61, 63, 67, 70, 74—76, 78), Moise Viorica (2807, 08, 1 , 27, 63, 70, 74, 76, 79, 82).

GIURGIU. Clasa VIII. Popescu Gh. Adina (E: 1032—42, 44—51). Clasa IX. Drăgan Petre (2772, 90, 92, 93, 98, 802, 03, 06, 07, 11, 15, 16, 27, 29, 45. 48, 60, 61, 63, 64, 67, 70, 72—76, 78—80, P), Perșoiu I. Titus (2755, 72, 79, 90, 91, 807, 11, 15, 18, 26, 29, 34), Popescu O. Radu (2741, 64, 65, 79, 90, 91, 99, 807, 15, 17, 45, 61, 62, 67, P), Profirescu D. Rodica (2779, 90, 91, 95, 96, 99, 815, 17, 29, 45, 59, 61, 63, 74, 79, Clasa X. Mîrlogeanu Florea (2746, 59, 72, 90, 93, 93, 98, 98, 802, 06, 07, 11, 13, 15, 16, 27, 29, 45, 48, 60, 61, 64, 93, 67, 70, 72—80), Vișinescu M. Mihai (2800, 07, 11, 15, 26, 27, 29, 37, 48, 60, 61 63—80).

HUNEDOARA. Clasa X. Oberländer Horst (2776, 78, 79, 81, 82, 90—93, 95, 802, 06—09).

IAȘI. Clasa VIII. Andrei Corneliu (2802, 16, E: 1019, 21, 22, 24, 28, 35, 37, 40).

HUȘI. *Student.* Rotar Constantin (Inst. Politehnic) (2776—79, 81—83, 89, 91, 93—99, 801—04, 06—09, 11—14, 16, 18, 21, 26, 27, 30, 31, 33, 36, 41, 43, 45, 49, 61, N).

Școala medie nr. 1 „Mihail Sadoveanu". Clasa VIII. Constantiniu Angela (2779, 81, 82, E: 1013—24), Dascălu D. Paul (E: 1025, 27, 29, 31—36). Clasa IX. Alănuță Laurențiu (2779, 90, 91, 95, 840, 41, 45, 63, 67, 70), Pancu Zina (2790, 91, 99, 807, 11, 16, 48, 49, 61, 73, 74, 73, 79, 82), Simovici Dan (2811, 48, 49, 61, 63, 70, 73, 74, 78, 80, 82, P). Clasa X. Cozma N. (2807—09, 11, 14, 16—19, 21, 22, 24, 26, 27, 30), Manolache Corneliu (2776, 815, 21, 26, 36, 37, 45, 48, 50, 67, 75, 76, 78—80), Țurcanu Aurel (2731. 34, 38—40, 43, 46, 47, 52, 59, 62, 64, 66—68, 91, 95).

Școala medie nr. 2. Clasa VI. Corduneanu Monica (E: 1013, 17, 22—24), Lazăr Aurelia (E: 986, 87, 89, 1001, 17, 23, 24, 40). Clasa X. Anghel Mariana (2772, 78, 83, 94, 95, 97, 98, 801, 04, 06—09, 15—17, 26, 27, 58, 59, 64—66, 68, 70).

Școala medie nr. 3 „Costache Negruzzi". Clasa X. Nanu Gh. Octavian (2739—41, 43, 56, 59, 61, 63, 65, 68, 70, 71, 78, 79, 81, 83, 95, 96, 801, 02, 04, 08, 11, 18, 26, 27, 30, 48, 61, 74, 80).

Școala medie nr. 4. Clasa VIII. Lucanu Elena (E: 1013, 15, 17, 19, 21, 24—31).

Școala de 7 ani nr. 7. Clasa VI. Weisbuch Erza (E: 1013, 17, 22—25, 27, 40, 47, 48, 50).

IABLANIȚA. (Timișoara). Clasa VII. Trăilescu Mircea (E: 1025—29, 35).

IANCA (Galati), Clasa VIII, Vlad Gabriel (E: 1015, 17, 19, 21, 24, 27, 29. 31, 32, 63), Clasa X. Iordan N. Marin (2807, 08, 11, 16, 27, 30, 61, 63, 67, 75, 76).

IVEȘTI (Galați). *Absolvent.* Hilohi V. Dan (2811, 41, 45, 48. 59—61, 63—82).

LUGOJ. *Școala medie nr. 1.* Clasa VIII. Nemet Doina (2279, E: 1013, 15—17, 19, 21, 24, 25, 32).

MEDIAȘ. *Școala medie nr. 1.* Clasa VI. Sireteanu Ruxandra (E: 1025—30, 35, 37. 40, 47—50).

MORENI. (Ploești). Butoi I. Octavian (2774, 76, 79, 90, 91, 96, 809, 11, 16, 17, 45, 48, 50, 61, 67, 70, 74, 75, 78, 80), Moflic Emilian (2774, 76, 79, 809, 11, 16, 17, 34, 45, 48, 50, 61, 63, 67, 70, 74, 75, 78—80), Tudor Gheorghe (2774, 76, 79, 90, 91, 95, 809. 11, 16, 17, 34, 45, 50, 61, 63, 67, 70, 74, 75, 78).

ORADEA. *Școala medie nr. 1.* Clasa IV. Borcia Sorin (E: 1013, 22, 27, 28, 40, 47, 50). Clasa VIII. Maxim Tudor (E: 1013, 15, 17, 19, 25—27, 31, 35, 39, 40). Neguț Ilie (E: 1014, 17, 21, 23, 25, 27—29, 31, 32, 35, 40, 43, 47, 48, 50). Clasa X. Mihele Vasile (2807, 08, 16, 26. 27, 30, 42, 48, 65—67, 69, 70, 72, 75, 77). *Absolvent* Taraș D. Bujor (2813, 26, 27, 35, 48, 58—61, 63—71). *Școala medie nr. 2,* Clasa VIII. Nestorescu Rodica (E: 1026—31, 35, 40, 42, 48—50).

ORAȘUL STALIN. *Școala medie nr. 1.* Clasa VIII. Diaconescu Dan (E: 985, 86, 89, 92, 1019, 21, 25, 31, 40), Garabedian Rodica (2799, 815, 45, E: 1015, 17, 18, 22,

29, 30—32, 40), Savu Silvia (2795, 889, E: 1018, 20, 22, 25—29, 39, 40), Şerban Doina (2811, 45, E; 1013, 17. 19, 21, 24, 25, 29, 31, 32, 40, 49, 50).

Şcoala medie nr. 3. Clasa VI. Bernthal Harry (E: 1013, 14, 17. 22—24, 26—29, 35), Cadar Tamara (E: 985—87, 89, 90, 91, 93, 94, 97, 1001, 06, 07), Constantinescu Gabriela (E: 985, 87, 89, 90, 93, 94, 1013, 14, 17, 21, 24—28, 35), Dimitriu Marta (E: 985—87, 89, 90, 93). Lepădatu Viorica (E: 985—87, 89, 90, 94, 1013, 14, 17, 22—29, 35). Teodorovici Dan (E: 985—87, 89, 90, 94, 97, 1001, 06, 13, 14, 17, 22—29, 35.) Clasa X. Lazăr Horia (2799, 807, 15, 29, 61, 63, 65, 67, 71, 72, 74, 75).

PETROŞANI. Clasa VIII. Albu Toma (E: 988, 1025—28, 30—32, 34, 35, 40, 47). Clasa IX. Lepădatu C. Ilie (2757, 59, 65, 79, 95, 811, 17. 45). Clasa X. Crutarciuc Corneliu (2776, 78, 79, 81, 83, 90, 91, 94, 95, 98, 99, 802, 07).

PIATRA NEAMŢ. Şcoala medie nr. 1. Clasa X. Hodor Constantin (2807, 11, 17, 60, 61, 63, 64, 67, 70, 73—76, 79, 80).

PITEŞTI. Şcoala medie nr. 1. Clasa IX. *Velicescu Mircea* (2741, 46, 47, 59, 62, 64, 66, 79, 90, 91, 95, 96, 99, 801, 04, 07, 09, 11, 15—17, 22, 26, 31, 33, 41, 45—49, 61, 63, 66, 67, 74, 75, 78—80, 82). Clasa X. Dimoiu Iulian (2807, 11, 14, 17, 45, 48, Şcoala medie nr. 3. Clasa X. Grigore M. Florica (2807, 11, 13, 17, 61, 63, 67, 74, 75, 79.

PLOEŞTI. Şcoala medie nr. 1 „Ion L. Caragiale". Clasa VIII. Nicolaescu Mihaela (E: 1018, 25—29, 31, 32, 34, 39, 40, 50). Patron Aiexandru (2807, 09, 16, E: 985, 92, 99, 1013, 15, 19, 21, 26, 29), Reus Liviu (E: 1013, 15, 17—24, 37, 38, 40, 47—50). Clasa IX, Babi Steluţa (2739, 41, 46, 59, 64, 74, 79, 83), Daşoveanu Dumitru (2739, 55, 58, 74, 76, 78, 83, 91, 95, 809, 11, 14, 16—18, 21, 24, 24, 26, 27, 31, 33), Dumitrescu A. Vladimir (2741, 46, 57, 59, 62, 65, 76, 79, 81, 91, 807, 09, 11, 14, 16—18, 26, 27, 48, 63' 78), Gavrilă Lucian (2713, 32, 59, 64, 65, 79, 90, 813, 16, 17, 29, 34), Georgescu Eugen (2739, 41, 46, 57, 59, 65, 74, 76, 78, 79, 82, 807, 63), Muşat Paul (2774, 76, 78, 81—83, 90, 91, 807, 08, Negrea Mihail (2778, 79, 95, 99, 807, 09, 14. 48, 61, 63, 74). Piticu Florin (2755, 58, 76, 83, 814, 16, 18, 21, 31), Preda Vasile (2807, 09, 11, 14, 16, 18, 21, 24, 27, 28), Radu Ioana (2741, 46, 59. 64. 74, 79, 81, 83, 807. 09, 11, 14, 16—18, 21, 24, 26, 27, 29, 48, 31), Stănescu Nicolae (2739, 58, 76, 78, 91. 811, 16. 18, 26, 27, 31), Ştefănescu V. Rodica (2741, 46, 55, 57, 59, 61, 64, 65, 70), Teodorescu Luiza (2807, 09, 11, 14, 16, 18, 21, 24, 27, 48). Clasa IX. Tomescu Ion (2739, 41, 46, 55—57, 62, 65, 66, 807, 11, 15, 29, 34, 48, 61, 63, 74), Turcanu Constantin (2741, 46, 57, 59, 62, 65, 76, 79, 81, 811, 14, 16, 26, 27, 48, 61, 62, 65, 76, 79, 81, 811, 14, 16, 26, 27, 48, 61, 62, 78), Verbancu Smaranda (2739, 41, 46, 59, 74, 79, 81, 83, 807, 09, 11, 14, 16—18, 21, 24, 26, 27, 29, 48, 61), Clasa X, Contineanu Mihai (2779, 90, 95, 98, 802, 06, 08. 11, 13, 16, 17, 27, 30, 41, 67, 74—76, 79), Lungu Iancu (2742, 59, 79, 801, 07, 13).

Şcoala medie nr. 3 „Mihai Viteazu". Clasa X. *Caliniac Nicolae* (2798, 815, 17, 27, 29, 35, 37, 39, 41, 45, 46, 49, 51, 52, 50, 61, 63, 65—78, P), Vişină Elena (2779, 807, 11, 17, 41, 67, 70, 75, 78—80).

PUCIOASA. Clasa VII. Dragomir Filofteia (E: 1013, 15, 19, 21, 24. 28, 30, 31, 39, 40, 45, 49, 50). Clasa IX. Brezeanu I. Stelian (2811, 14, 16, 17, 29, 45, 46, 48, 61, 63, 74, 78). Clasa X. *Bănescu Stelian* (2808, 13, 14, 27, 29—31, 42, 46, 48, 54, 58, 61, 63—67, 69—74, 76—80, 82), *Gheorghe I. Nicolae* (2808, 11, 13, 14, 27, 29, 30, 46, 48, 49, 58, 61, 63—65, 67—82), Leotescu Grigore (E: 1026—29, 31, 32, 35, 37, 39, 40 45, 50).

RĂDĂUŢI = Clasa VIII. Riczer Lyon (E: 1013, 15, 17, 19, 21, 24—26, 28, 29, 31, 32, 34, 35, 40); absolvenţi: Alexiu Dan (2859—61, 63—72, 74, 75, 77—82), *Deutsch Herbert* (2772, 74, 76, 78—83, 90—804, 06, 13, 16—18, 21, 26, 27, 30, 31, N, P), Ieşan Dorin (2848, 59—61, 63, 41, 65—72, 74, 75, 77—82).

REGHIN (comuna Băiţa). Absolvent Olteanu Artur (2811, 13, 15, 17, 29, 59, 60, 63—65, 70—76, 79).

REŞIŢA. Clasa VI. Farol Iosif (E: 1013, 14, 17, 22, 24, 26—28, 35, 40, 48, 50). Absolvent Trăilă Doru (2811, 17, 27, 41, 59, 61, 63, 65, 67, 70—74).

RÎMNICU—VÎLCEA. Şcoala medie nr. 1. Clasa VIII. Bulucea Dumitru (2815, 45, E: 1013, 25—27, 30, 35, 40, 49—51). Clasa IX. Burghelea Dan (2774, 95, 99, 807, 09, 11, 13—18, 26, 29, 34, 36, 48, 62, 63), Marinescu Dan (2774, 79, 90, 91, 95, 96, 807, 09, 11, 13—15, 17, 26, 29, 37, 63, 74), Maziliu Petre (2774, 79, 90—92, 99, 811, 14, 16, 17, 26, 29, 34, 53, 67). Absolvenţi: Costescu V. Adrian (2813, 27, 30, 46, 48, 52, 61, 63—65, 72, 74, 79, 80), Piţigoi I. Gheorghe (2779, 807, 11, 13, 16, 17, 19, 25, 27, 30, 32, 34, 35, 41, 45, 47, 52, 59, 61, 63—82, P).

ROMAN. Şcoala medie nr. I. Clasa X. Ilioiu C. Constantin (2772, 78, 90, 91, 94—96, 98, 99, 801—04, 06—09, 11, 13, 15, 16, 19, 27, 29—31). Absolvent Tamba Gheorghe (2738—42, 45—47, 49, 50, 53, 55, 57, 59, 61, 62, 64—66, 68, P).

ROȘIORII DE VEDE. Clasa VIII. Cotmeana Georgeta (E: 1013, 19, 21, 24, 40, 47, 49, 76, 80, 84—87, 89, 90. 92), Ricu Ana (E: 976, 80, 84—90, 92, 1013, 19, 21, 24, 40, 47, 49). Clasa X. *Grecu Anton* (2564, 602, 717, 21, 36, 39, 40, 57, 58, 61, 66, 68, 72, 75—79, 82, 83, 88, 92, 94—99, 801—04, 06, 07, 17. Absolvent Rizescu Ilie (2564, 90, 715, 20, 22, 807, 11, 13, 16, 17, 27, 30, 41, 45, 48, 52, 58—82, N, P).

SATU MARE, Școala medie „Mihail Eminescu". Clasa X. Măriеș Viorel (2790, 91, 82, 94, 801, 04, 06, 11, 13, 15, 17, 89), Visler Ervin (2792, 94, 96, 801—03, 06, 08, 48, 30, 67, 70).

SIGHET. Școala medie „Filimon Sîrbu". Clasa IX. Tomoiagă M. Dorin (2807, 11, 14—17, 41, 48, P).

SIGHIȘOARA, Școala medie nr. 1. Clasa VIII. Sutac Sidonia (2759, 815, 34, E: 986, 1009, 14, 25—29).

SIBIU. Școala medie „Gheorghe Lazăr". Clasa VII. Scurtu Ionel (E: 997, 1000, 22, 24). Clasa X. Ciorică Ioan (2795, 801, 02, 04, 05, 11, 11, 15, 29, 36, 65), Absolvent Soare C. Andrei (U. M.) (2859—61, 63, 65, 67, 71—76, 78, 79).

SLATINA. Absolvent *Dorobanțu N. Valeriu* (2811, 14, 18, 35, 41, 49, 54, 58—76, 78—81, 45, 46, 48, N, P).

Steiu (Reg. Oradea). Școala medie. Clasa IX. Totorcea Gheorghe (2861, 63, 66, 69, 45, 73—75, 77, 78, 82),

TECUCI. Școala medie nr. 2. Clasa VII. Arghir Vasilica (E: 1026, 28, 37, 39, 40, 42, 44, 49, 50), Bubulac Marioara (E: 1026, 28, 30, 34, 39, 42, 43, 46, 49, 50). Caraene Constantin (E: 1026, 28, 37, 39, 40, 42, 44, 47, 49, 50), Lehăduș Elena (E: 1025, 26, 28—30, 37, 39, 42, 43, 50 Paiu Marioara (E: 1026, 30—32, 34, 37, 39, 42, 44, 46, 51). Clasa VIII. Bradea Ion (2612, 20, 21, 33, 77, E 938, 43, 46, 55, 57, 60). Clasa IX, Popescu Constanța (2815, 17, 29, 37, 44, 53), Clasa X. Vidrașcu Traian (2772, 74, 79, 83, 88, 90, 91, 94, 95, 98, 99, 802, 06). Absolvent *Cătană Constantin* (2807, 08, 11, 13, 15, 16, 26, 27, 29, 30, 41, 45, 49, 58—77, 79—82, P).

TELEAJEN. (Ploești), Școala de 7 ani Poiana Vărvilău. Clasa VII. Hodorog Mircea (E: 984—89, 95, 1013, 25, 27), Istrate Domnica (E: 984—88, 95, 1013, 15, 19) Lăcustoiu Traian (E: 984—89, 1013, 5, 19), Nistor Elena (E: 984—89, 1013, 15, 19), Săvulescu Maria (E: 984—88, 98, 95, 1013, 19, 25, 26), Sirbu Veronica (E: 984—89, 95, 1013, 15, 19, 25, 26).

TIMIȘOARA. Școala medie nr. 1. Clasa X. Stoicoiu Dumitru (2843, 46, 59, 61, 63, 65, 67, 68, 70, 72—76, 79, 80. Școala medie nr. 3. Clasa VII. Netedu Violeta (E: 1014, 15, 21, 25, 27—29, 31, 35, 36).

TÎRGOVIȘTE. Școala medie nr. 1. Clasa VIII. Cancer N. Anca (2779, 90, 91, 809, 11, 16, 21, E: 1013—15, 17—32, 34—37, 39, 40). Școala medie nr. 2. Clasa VIII. Staicu I. Mihail (2815, 18, 29, E: 1025, 26—32). Școala medie nr. 3. Clasa IX. Rujan Romulus (2779, 90, 91, 99, 807, 11, 17, 61, 63, 74). Clasa X. *Cănuță G. Vasile* (2665, 706, 13, 15, 17, 20, 22, 25, 28, 31, 35, 42, 46, 59, 64, 72, 90—92, 94, 98, 802, 06, 07, 11, 13, 17, 27, 34, P).

TÎRGU JIU. Școala medie nr. 2. Clasa V. Adam G. Ion (E: 985, 87, 89, 90, 97, 1013, 22, 40, 50). Clasa VI. Vlădoiu Gh. Petre (E: 1040, 43, 48—50). Clasa X. Ciocăzeanu S. Ion (2772, 81, 90, 94—96, 98, 99, 801—04, 06, 11), *Pupăzeanu Gh.* (2772, 78, 79, 81, 90—96, 98, 99, 801—04, 06, 11, 13, 15—17, 27, 29, 45, 48, 60, 61, 65, 67, 70, 74, 76). Școala medie nr. 3 Clasa VIII. *Adam I. Gheorghe* (2726, 33, 59, 70, 90. E: 984 87, 89—92, 95—97, 99, 1000—04, 08, 09, 12—15, 17—19, 21—24), Vîlceanu Sabin (2790, 91, 99, 807, 11, 13—15, 17—19, 21, 22, 24, 25, 27—33, 35).

TÎRGU MUREȘ. Școala medie „Papiu Ilarian". Clasa VIII. Brezeanu Vasile (E: 1015—18, 20, 22—26, 28—31, 35). Clasa IX. Antoniuc Bogdan (2719, 42, 65, 79, 90, 91 807, 15, 17, 45).

TÎRGU NEAMȚ. Clasa VIII. Răzvan Dabu (E: 1013—15, 17, 19—24, 26—32, 34), Teodoru Doina (2816, E: 1025—32, 34, 35), Absolvent Stîngu Nic. (2715, 21, 24, 28, 31, 32, 34, 72, 79, 60. 91, 93, 94, 98, 801, 02, 04).

TÎRGU OCNA. Clasa X. Stănescu Mihail (2779, 811, 27, 61, 63, 66, 67, 75, 74, 78—80).

TULCEA. Absolvent Grădinaru Pimen (2707, 16, 858—61, 63—67, 69—77).

TURDA. Absolvent Sîmpăleanu T. Lucian (2772, 79, 84, 90—92, 94—804, 06—08, 11, 13, 15—17, P).

TURNU MĂGURELE. Școala medie nr. 1. Clasa IX. Panaitescu Gh. Aureliu (2779, 90, 99, 807, 11, 15, 17, 29, 32, 40, 45, 48, 61). Absolvent Grecu I. Eftimie (2790—92, 94, 96, 801, 08, 11, 13, 41, 49, 60, 61, 64, 65, 67, 72, 74—78).

TANÁR-ORSZÁGOS-MÉ...

TURNU SEVERIN. Școala medie nr. 1 „Traian". Clasa VIII. Bojincă M. Dumitru (E: 1025, 27, 37—40, 47, 49, 50); Anonim (E: 1013, 15, 19, 23—26, 37—41, 44, 5). Clasa IX. Pricâ I. Verona (2774, 79, 91, 95, 816, 17, 29, 61, 63, 72, 74, 78, 82). Clasa X. Bresniceanu Alex. (2779, 95, 802, 07, 11, 13, 16, 25, 48), Purcariu Ion (2791, 95, 98, 802, 13, 16, 45, 63, 64, 75), Tănase Mihail (2772, 79, 94, 95, 98, 804, 67, 73, 76, 79). Absolvent *Rusu Constantin* (2807, 08, 11, 16, 27, 35, 45, 48, 49, 58—61, 63—81). Școala profesională de ucenici. Anul II. lăcătuș. Hotăranu C. Dumitru (2807, 17, 34, 49, 73, E: 1025, 27, 28, 35, 39, 40, 47, 50, P).

REDACTAREA SOLUȚIILOR

— *Rezolvarea fiecărei probleme* trebuie făcută separat, cu toate calculele necesare, iar figurile să fie desenate cu îngrijire. Nu se vor trimite soluțiile mai multor probleme pe aceiași foaie: fiecare soluție trebuie să fie precedată de numărul de ordine al problemei, enunțul complet și numele propunătorului. După soluționarea fiecărei probleme scrieți citeț numele, clasa și *școala unde urmați* sau ocupația și adresa și apoi trimiteți problemele așezate în *ordinea lor numerică*, iar pe adresă menționați: *Redacției G.M.F. seria B*

— *Se primesc soluții* numai la problemele și exercițiile din ultimele trei numere apărute.

— *Soluțiile ce se vor anunța* la rubrica rezolvitorilor în tot cursul anului 1958 se vor socoti la premierea colaboratorilor pe anul 1958.

— După apariția numărului 10 al G.M.F.-B, corespondenții evidențiați în cursul anului 1958 sînt rugați să-și întocmească cîte o *fișă* cuprinzînd numele, adresa lor și tabelul cu toate problemele ce au rezolvat, așezate în *ordinea lor numerică* și care au fost anunțate la rubrica rezolvitorilor în numerele 1—10, apoi să o trimită redacției în oficiul cu alte probleme rezolvate, în vederea *clasificării și premierii pe anul 1958*.

— *Problemele ce se propun* de către colaboratorii revistei, să fie clar compuse, însoțite de soluții, să fie personale și nu luate din cărți sau reviste, iar trimiterea lor să se facă odată cu problemele rezolvate. Elevii sînt sfătuiți să înceapă a propune probleme, numai după ce au soluționat un număr destul de mare de exerciții și probleme. Problemele propuse necorespunzătoare nu se pot publica. Dacă un corespondent constată că unele probleme propuse mai există publicate în cărți sau reviste, este rugat să ne arate precis *volumul* și *pagina* unde s-a mai publicat enunțul sau soluția problemei respective.

— În redactarea unei soluții trebuie alese *notații potrivite*, subliniate părțile principale, iar calculele numerice să fie făcute cu mare îngrijire. *Figurile* trebuie făcute corect, clar, cu linii pline și punctate. De multe ori aceste reguli îndeplinite conduc la soluția problemei. Adesea dintr-o problemă simplă pot ieși chestiuni interesante. Soluțiile mai dificile se obțin uneori prin încercări succesive și studiind chestiuni în legătură cu problema de rezolvat.

— Corespondentul nostru care a citit și a înțeles deplin multe din soluțiile publicate, a rezolvat multe din probleme propuse, poate și este îndemnat să încerce să schițeze cîte o *notă* scoasă dintr-o observare făcută cu ocazia rezolvării unei chestiuni mai grele. Aceste note este bine să fie refăcute de mai multe ori înainte de a fi trimise pentru a se evita ca în expunerea făcută să fie scrise *vorbe fără rost*, iar ideile trebuie să deștepte *interes pentru cititor*.

— *Ordinea și îngrijirea* în prezentarea unei idei pot fi îndeplinite dacă harnicul nostru corespondent a făcut mai multe rezolvări, dacă a citit și a înțeles deplin, multe soluții și articole publicate și dacă a studiat îndeajuns chestiunea de care se ocupă.

— Tovarășii colaboratori elevi sînt rugați să ne trimită date asupra activității lor extrașcolare la matematică și la fizică, asupra activității cercurilor de matematică sau de fizică la care iau parte și asupra modului de desfășurare a „Olimpiadei de matematică și fizică", pentru ca apoi, prin revistă, să se poată realiza cu succes, un schimb de experiență. Abonamentele la GMF — seria B se fac individual și prin oficiul poștal local pe lunile ce urmează pînă la finele anului 1958, socotindu-se prețul de 1,50 lei exemplarul.

— Cei care doresc să-și procure contra cost următoarele numere vechi din GMF-B: anul 1954 (nr. 5, 11, 12); 1955 (nr. 12); 1956 (nr. 6—12) și din 1957 (nr. 1—6), pot trimite suma respectivă prin mandat poștal la cont. 038065, Editura Tehnică, B.R.P.R. DOB.

— Reclamații în legătură cu tirajul revistei GMF-B, cu întîrzierea sau neprimirea abonamentelor se pot face Direcției regionale P.T.T.R. a regiunii respective, iar în București Oficiului de difuzarea presei în Capitală, Piața Scînteii nr. 1.

BIBLIOTECA SOCIETĂȚII DE ȘTIINȚE MATEMATICE ȘI FIZICE DIN R. P. R.

1.	E. RUSU	**Bazele teoriei numerelor.**
2.	A. I. MARKUȘEVICI	**Șiruri recurente.**
3.	N. N. VOROBIEV	**Numerele lui Fibonacci.**
4.	P. S. ALEXANDROV	**Introducerea în teoria grupurilor.**
5.	I.S. SOMINSKI	**Metoda inducției matematice.**
6.	GH. MIHOC	**Elemente de calculul probabilităților**
7.	H. IONESCU	**Calcule numerice.**
8.	A. I. MARKUȘEVICI	**Arii și logaritmi.**
9.	A. I. GHELFOND	**Rezolvarea ecuațiilor în numere întregi.**
10.	O. SACTER	**Despre conice și alte curbe.**
11.	ION IONESCU	**Maxime și minime geometrice.**
12.	F. I. ZIGHEL	**Cometele.**
13.	S. SKLOVSKI	**Radioastronomia.**
14.	V. ATANASIU	**Structura materiei.**
15.	V. V. SARONOV	**Soarele și observarea lui.**
16.	O. KREINDLER	**Elemente de calcul vectorial.**
17.	B. B. KUDRIAVȚEV	**Experiențe simple cu ultrasunete.**
18.	M. V. PENTKOVSKI	**Nomograme.**
19.	A. KAHANE	**Elemente de teoria congruențelor de drepte.**
20.	GH. ȚIȚEICA	**Culegere de probleme de geometrie, (revăzută și completată de G. D. SIMIONESCU).**
21.	A. HALANAY	**Introducere în teoria calitativă a ecuațiilor diferențiale.**
22.	N. STĂNESCU	**Electronul.**
23.	V. SERGIESCU	**Introducere în fizica solidului.**
24.	G. N. BERMAN	**Cicloida.**
25.	C. BORȘ	**Noțiuni de geometrie proiectivă.**
26.	AL. SANIELEVICI	**Introducere în radioactivitate.**
27.	M. HEROVANU	**Introducere în fizica atmosferei**
28.	C. G. BEDREAG	**Bibliografia fizicii romîne.**
29.	I. S. DUBNOV	**Erori în demonstrațiile geometrice.**

C. 11099 — Atel. poligr. Editura Tehnică

Lei 1,50

E 1426

KAT

SOCIETATEA DE ȘTIINȚE
MATEMATICE ȘI FIZICE DIN R.P.R.

Institutul de Documentare Tehnică
BUCUREȘTI
ОБМЕН - CSERE
VYMENA - WYMIANA
TAUSCH - ...ENA

GAZETA MATEMATICĂ ȘI FIZICĂ

SERIA B

PUBLICAȚIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Országos Műszaki
Könyvtár
TULAJDONA

Anul IX — iunie 1958

6

EDITURA TEHNICĂ

GAZETA MATEMATICĂ ŞI FIZICĂ

(SERIA B)

Anul IX — Nr. 6 — iunie 1958

SUMARUL

	Pag.
1. *Fizica şi tehnica* de Acad. Eugen Bădărău	305
2. *Simetria figurilor plane finite* de Conf. univ. T. Roman	316
3. *Inventatorul radioului* de Prof. I. Gavrilă	325
4. *Note matematice*	328
5. *Caleidoscop fizic*	329
6. *Despre activitatea cercului de fizică de la şcoala medie din Găeşti*	332
7. *Probleme rezolvate* (E: 917; 920; 925; 935; 938; 939; 949)	333
8. *Problemele propuse la Olimpiada de matematică (etapa regională) 1958* (3187—3210)	337
9. *Chestiunile propuse la Olimpiada de fizică (etapa regională) 1958* (3211—3219)	340
10. *Probleme propuse* (3220—3257)	342
11. *Exerciţii şi probleme propuse pentru şcoala de 7 ani* (E: 1133— E: 1158)	346
12. *Evidenţiaţii la etapa regională a Olimpiadei de matematică 1958*	352
13. *Evidenţiaţii la etapa regională a Olimpiadei de fizică 1958*	354
14. *Rubrica rezolvitorilor de probleme*	357
15. *Poşta redacţiei*	368

6

ANUL IX IUNIE

COMITETUL DE REDACŢIE

Atanasiu V., lector, redactor pentru fizică ; **Boiangiu A.**, asistentă univ. ; **Ionescu Bujor C.**, prof. univ. ; **Ionescu-Ţiu C.**, profesor, redactor pentru matematică ; **Muşat I.**, profesor ; **Negulescu A.**, profesoară ; **Petrovanu A.**, profesor ; **Pop Alex.**, profesor ; **Rădulescu N.**, profesor ; **Sacter O.**, conf. univ., redactor responsabil ; **Simionescu D. Gh.**, conf. univ.

REDACŢIA: Str. Academiei, 14 — Tel. 4.46.53 — Bucureşti I

Articolele, notele, recenziile, problemele propuse sau rezolvate, corespondenţa privitoare la activitatea matematică şi fizică a şcolilor, precum şi orice material informativ care ar putea interesa redacţia noastră se vor trimite pe adresa de mai sus.

MŰSZAKI KÖNYVTÁR·ORSZÁGOS

GAZETA
MATEMATICA ŞI FIZICA (SERIA B)
PUBLICAŢIE LUNARĂ PENTRU TINERET
Anul IX, Nr. 6 iunie 1958

FIZICA ŞI TEHNICA

Acad. EUGEN BĂDĂRĂU

FIZICA, ocupînd astăzi un loc de frunte printre ştiinţele naturii, a început să se dezvolte sistematizat aproximativ de la începutul secolului trecut. Anul 1842 poate fi considerat, un an epocal pentru ştiinţele naturii: trei oameni de ştiinţă au formulat rezultatele obţinute pînă atunci în fizică. R. Mayer, în Germania, şi Joule, în Anglia, au dovedit posibilitatea transformării călduri în energie mecanică şi invers, a energiei mecanice în căldură, ceea ce a lichidat toate discuţiile în acest subiect. În acelaşi timp, Growe a arătat prin interpretarea rezultatelor cunoscute pînă atunci, că toate felurile de energie (electrică, luminoasă, termică, mecanică, magnetică, precum şi aşa-zisa energie chimică) se transformă în anumite condiţii una în alta, fără nici o pierdere. Stabilirea acestui principiu a deschis fizicii largi perspective de dezvoltare.

Dacă analizăm descoperirile făcute în diferitele subdiviziuni ale fizicii, observăm că dezvoltarea acesteia s-a extins mai mult după primul război mondial şi s-a intensificat către mijlocul secolului actual. Este suficient să amintim aici, realizările extraordinare obţinute de fizica nucleară care pe baza descoperirilor făcute în cel de-al treilea deceniu al secolului nostru, a permis o largă utilizare a lor în viaţa practică: la construirea centralelor electrice cu combustibil atomic, la proiectarea fabricării pe scară industrială a motoarelor atomice, a izotopilor radioactivi etc.

Aceste epocale descoperiri permit ridicarea continuă a nivelului de viaţă al oamenilor muncii din ţările socialiste. În plus trebuie să mai amintim şi extraordinarele progrese realizate de savanţii şi tehnicienii sovietici în domeniul lansării sateliţilor artificiali.

Toate aceste realizări extraordinare au fost posibile numai datorită progresului ştiinţei.

Pentru a se putea înţelege mai bine rolul ştiinţei în aceste progrese şi realizări, este necesar să definim mai întîi, ştiinţa. Foarte adesea se spune că ştiinţa este totalitatea cunoştinţelor despre realitate; credem însă, că această definiţie este prea îngustă şi reduce ştiinţa numai la roadele imediate ale ei. „Ştiinţa este atît un proces de elaborare a cunoştinţelor, cît şi totalitatea cunoştinţelor verificate în practică, cunoştinţe care constituie un adevăr obiectiv“ [1]). Materialul ştiinţei îl constituie experienţa omenirii

[1]) Strumlin etc.

acumulată în decursul istoriei sale. Această experiență constă pe de o parte din experiența acumulată în domeniul formelor cunoștinței, în transformare activă a reflectărilor lumii obiective într-un sistem logic, armonios, de judecăți și raționamente, iar pe de altă parte din sfera practicii de producție a oamenilor, în care aceste judecăți și raționamente sînt fie recunoscute, fie eliminate ca nefolositoare.

Teoriile științifice sînt determinate de obicei, de nevoile reale ale practicii sociale; de exemplu, construcțiile au determinat crearea geometriei, navigația comercială a condiționat apariția astronomiei, ș.a.m.d.

Știința corespunde în diferitele ei sectaore, cerințelor concrete ale ramurilor de producție, deci ea se află în slujba celei mai importante necesități a economiei și a dezvoltării forțelor de producție.

Se comite o mare greșală, pe care o fac intenționat sau nu, mulți dintre oamenii de știință din țările capitaliste — de a se crede că izvorul inițial al dezvoltării tehnicii și creșterii forțelor de producție este gîndirea științifică. Nu știința a fost aceea care a determinat căile progresului, ci invers: progresul economic trasa științei sarcini imediate creînd posibilități materiale pentru realizarea acestor sarcini. În istoria dezvoltării economiei, cauzele și efectele se împletesc însă în permanență, lucru care foarte adesea împiedică deslușirea efectelor de cauze.

Uneori, oamenii de știință descoperă noi căi de dezvoltare a tehnicii; dar dacă aceste descoperiri sînt rupte de practică ele rămîn adesea neutilizate și chiar uitate, deoarece valoarea lor practică este determinată în primul rînd de nivelul de dezvoltare a forțelor de producție, ca și de baza economică și nu de originalitatea lor. Voi cita referitor la acestea, un exemplu clasic. Descoperirea forței motrice a aburului a fost făcută de savantul grec Heron, încă cu 120 de ani înaintea erei noastre. Ea a fost însă, complet neglijată deoarece munca gratuită a sclavilor anula necesitatea motorului cu abur, care evident presupunea producția în masă și cointeresarea lor materială. Timp de 16 secole oamenii de știință au ignorat motorul lui Heron, considerîndu-l o simplă distracție. După acest interval de timp, Leonardo da Vinci, iar mai tîrziu și alți savanți,au încercat să construiască un motor cu abur, însă nici invențiile lor nu au atras atenția publicului deoarece baza economică în Europa din acele vremuri, era foarte înapoiată (bresle, manufacturi izolate).

Abia în secolul al XVIII-lea marea producție industrială din Anglia, în plină dezvoltare, a necesitat puternice motoare mecanice. Drept urmare, mecanicul autodidact James Watt perfecționează mașina cu abur (1769—1781), iar un alt mecanic Robert Fulton folosește în 1807, mașina cu abur pentru un vapor. Mai tîrziu, alt muncitor, fost fochist Stewenson, folosește pentru prima oară mașina de abur la o locomotivă (1825). În felul acesta ideea științifică de o deosebită valoare a lui Heron, devine o realitate în zorii epocii capitalismului, după 19 secole de la enunțarea ei.

Există numeroase alte exemple din care se vede cum ideile științifice ale unor oameni de știință anticipează nevoile reale ale societății; dar gîndirea științifică își arată deplina valoare numai în practica de producție devenind un produs colectiv al științei, un puternic factor al producției. Astfel, știința apare ca un factor esențial al istoriei condiționînd un uriaș avînt al economiei, ceea ce aduce cu sine și o nouă înflorire a științei.

În felul acesta se verifică teza marxistă, că teoria devine o forță materială îndată ce cuprinde masele.

Concluziile științei constituie aspectul ei final deoarece sînt precedate de: manuscrise, machete, modele, proiecte ș.a. Știința înaintată determină apoi, introducerea lor în practica producției. De exemplu, rezultatele abstracte; ele devin realizări practice necesare pentru progres. Așa s-a întmplat de exemplu cu cinematograful mut și apoi sonor, lămpile luminiscente, aparatul de radio, televizorul, diferitele mașini electronice de calcul precum și cu multe alte mașini și unelte care ușurează mult munca în fabrici, mine, uzine avînd un rol mare în producția socială.

Pentru a ajunge la această importantă funcție socială, știința a trecut în istoria omenirii prin mai multe faze. În antichitate erau considerați savanți, teologii care aveau oarecare cunoștințe dar înșelau popoarele naive prin fel de fel de șarlatanii și simulînd că posedă puteri supranaturale, le cereau răsplată materială. Cu timpul însă, devenea tot mai greu ca adevărata știință să fie păstrată numai de un cerc restrîns de teologi ca să rămînă monopolul lor. Încă în Evul Mediu s-a putut constata că adevărata știință este în contradicție cu dogmele teologiei: știința se mută din mînăstiri în universități unde începe să facă pași — la început foarte timizi — spre eliberarea de influența bisericii și a dogmelor bisericești. În felul acesta a început lupta deschisă a adevărului împotriva neadevărului, luptă care continuă și astăzi între materialism de o parte și idealism și misticism în știință, pe de altă parte.

În societatea burgheză după apariția mașinilor „procesul de producție se transformă", după cum spune Marx, „într-o aplicare tehnologică a științei, știința devenind un factor inseparabil al producției", deținute de capitaliști. În societatea socialistă atît uneltele de muncă cît și știința sînt un bun comun al tuturor oamenilor muncii și sînt puse în slujba întregului popor muncitor. Așa se explică progresele uimitoare obținute în domeniul științei în marea țară a socialismului, Uniunea Sovietică.

În țările capitaliste știința merge de asemenea înainte; acolo poate fi numai frînată, răspîndirea ei poate fi în mare parte împiedicată, dar mersul ei înainte nu poate fi oprit deoarece practica procesului de producție implică în mod imperios progresul în știință, contribuind ea însăși la dezvoltarea diferitelor ei ramuri.

Cu totul altfel este legată de producție știința în U.R.S.S. și în țările socialiste. Legăturile ei cu producția sînt bazate pe faptul că întregul sistem de științe în ansamblul său, este chemat să contribuie în mod planificat la construirea bazei economice a țării respective. În țările socialismului, planurile cercetărilor din toate institutele și laboratoarele sînt strîns legate de problemele economiei socialiste; în felul acesta știința, dintr-un instrument de înșelăciune și de exploatare a muncii, cum a fost în aceste țări, și cum este și astăzi în țările capitaliste se schimbă într-un instrument de eliberare a maselor de sub jugul exploatării, devenind totodată un factor din ce în ce mai important al producției socialiste și o bază din ce în ce mai largă pentru creșterea continuă a forței productive a muncii.

Se mai pune următoarea întrebare: în suprastructura care se înalță deasupra bazei economice a unei societăți intră și știința?

Nici unul din clasicii marxismului nu menționează știința printre componentele structurii.

În societatea cu clase antagoniste, ideologia clasei care deține puterea este imprimată oarecum și gîndirii științifice. Interesele clasei dominante fac la nevoie și din lucruri evidente din punct de vedere științific, obiecte de discuție. În orice caz, nu putem considera știința drept componentă a suprastructurii ideologice a bazei economice capitaliste.

Dacă într-adevăr, știința ar face parte din suprastructura ideologică a bazei economice ar trebui să admitem că odată cu lichidarea unei baze se lichidează și suprastructura respectivă, de exemplu, cu apariția societății feudale trebuia să dispară știința antichității, ca în țările cu bază economică socialistă să fie desființate toate realizările științei făcute pînă la apariția ei, de exemplu, descoperirile lui Newton, Lomonosov ș.a.; or, lucrul acesta nu s-a întîmplat și nu se va întîmpla. Dimpotrivă, toate cuceririle științei, începînd cu cele din antichitate și pînă astăzi, formează tezaurul științei universale actuale, un bun al tuturor popoarelor. Încă Engels (Marx și Engels, Opere alese, Ed. P.M.R., vol. I p. 584) spune că „ceea ce merită într-adevăr să fie păstrat din cultura transmisă prin tradiție: știință, artă, relații sociale etc. trebuie nu numai păstrat, dar și transformat dintr-un monopol al clasei stăpînitoare într-un bun comun al întregii societăți, care trebuie dezvoltat mai departe".

Reiese clar, că știința adevărată nu poate fi legată de o singură formație socială. Deci nu trebuie să încurajăm pe acei care ignorează adevăratele realizări ori de unde ar veni ele, căci această atitudine ar încetini ritmul mersului nostru spre socialism.

Bine înțeles, trebuie să distingem în fiecare știință elementele cu adevărat științifice, care ne ajută să cunoaștem mai bine legile naturii și ale societății.

În societatea burgheză, foarte adesea se manifestă concepții metafizice, elemente de agnosticism, nedeterminism, obscurantism, chiar și în cele mai exacte științe cum este de exemplu fizica atomică. Nu trebuie însă uitat faptul că în societatea capitalistă nu întreaga știință este prizoniera ideologiei burgheze. Lupta pentru o gîndire științifică liberă a fost dusă în timpul întregii istorii a culturii, mulți oameni de știință făcînd mari sacrificii pentru triumful adevărului. Și actualmente există foarte mulți slujitori ai științei care duc cu dîrzenie această luptă. Lupta pentru pace care atrage tot mai mulți oameni de știință, inclusiv un impresionant număr de fizicieni din toate țările, este o manifestare măreață a gîndirii științifice cinstite, o expresie a adevăraților oameni de știință, care sînt chemați să slujească întreaga omenire, să nu devină unelte în mîinile criminale ale profitorilor războiului. Adevărata știință luptînd contra pseudoștiinței devine o armă de luptă a forțelor înaintate ale societății împotriva ideologiilor perimate ale claselor sortite dispariției.

Să precizăm acum, locul și rolul în societate al științelor naturii.

Oamenii utilizează forțele și fenomenele naturii pentru producerea bunurilor materiale necesare existenței și dezvoltării societății. Un rol fundamental în producție îl are tehnica, cu ajutorul căreia omul domină în mare măsură natura, transformă materia primă în bunuri de consum, controlează schimbul lucrurilor între ele și natură. Omul crează mijloace tehnice pe baza legilor descoperite de știință. De aceea dezvoltarea tehnicii și ca urmare, producția bunurilor materiale este o funcție a progresului științelor.

Tehnica este ansamblul mijloacelor de producție în general, și în particular a uneltelor de producție, deci un element de mare importanță al forțelor de producție în viața societății. Tehnica în ansamblul ei însă, deci și uneltele de producție, devin o forță de producție numai împreună cu oamenii; de aceea relațiile de producție dintre oameni condiționează dezvoltarea și caracterul utilizării tehnicii. Nivelul dezvoltării tehnicii depinde de profunzimea și limitele cunoașterii naturii. Creșterea tehnicii depinde în primul rînd de relațiile de producție care corespund caracterului și nivelului de dezvoltare a forțelor de producție. Relațiile de producție însă, pot frîna progresul tehnicii dacă sînt în conflict cu forțele de producție.

De aici urmează că legătura științelor naturii cu producția nu este numai legătura cu tehnica dar și cu forțele de producție, precum și cu relațiile economice.

Necesitățile forțelor de producție sînt izvorul principal al originii și dezvoltării științelor naturii. Creșterea forțelor de producție formează premiza materială pentru dezovltarea acestor științe.

Fiecare nouă etapă în dezvoltarea forțelor de producție deschide noi perspective cunoașterii naturii, făcînd pe om tot mai stăpîn pe ea, dîndu-i noi posibilități de a crea mijloace tot mai moderne, mai perfecte în cercetarea naturii, materiale noi pentru concluzii teoretice.

Cerințele mereu crescînde ale omului implică dezvoltarea și perfecționarea uneltelor de muncă și a proceselor de producție. În prezent, această dezvoltare a forțelor de producție nu este însă posibilă fără o aplicare rațională a științelor naturii. Acest fapt constituie stimulentul principal în apariția și dezvoltarea științelor naturii. Marx[1]) arată că „diverse domenii ale producției materiale sînt domenii în mod conștient planificate, sistematic divizate în funcție de efectele dorite, de aplicare a științelor naturii".

Să ilustrăm cele afirmate mai sus cu cîteva exemple.

În Egipt, un rol important în producția materială îl aveau în antichitate apele Nilului. Agricultura sistematizată implica cunoașterea perioadelor de inundații; pentru acest lucru era necesară cunoașterea astronomiei. Astfel, egiptenii au fost nevoiți să facă în mod sistematic observații asupra astrelor și au învățat să deosebească planetele de stele, au alcătuit harta cerului stelar. Tot pe baza acestor studii astronomice egiptenii au creat calendarul cu 12 luni a 30 de zile fiecare și 5 zile de sărbătoare. În această privință Marx spune[2]): „necesitatea calculării perioadelor inundațiilor Nilului a creat astronomia egipteană".

În antichitate, necesitățile legate de navigația comercială implicau elaborarea unor metode de determinare a timpului și de orientare în călătorii. În acest scop, astronomii greci au inventat ceasul de soare și gnomonul; ei au adus și unele corecturi calendarului existent. Savanți din Alexandria au elaborat metode de calcul ale coordonatelor geografice, lucru foarte important pentru navigație.

Canalele de irigație, bazinele de apă, erau de mare necesitate pentru dezvoltarea agriculturii în țările calde: Egipt, Mesopotamia etc.

În Grecia antică se construiau porturi maritime. În aceste lucrări de construcție, ca și în lucrările hidrotehnice, se aplicau multe principii din mecanică: pîrghia, planul înclinat, transmisiile etc. Analiza tuturor acestor

---

[1]) Marx și Engels v. XII, p. 553.
[2]) Marx, Capitalul v. I, p. 527.

principii aplicate în aceste lucrări în mod empiric, a dat naștere studiului mecanicii (statica), al cărei fondator științific poate fi considerat Arhimede. Între altele, Arhimede a descoperit legea pîrghiei folosită pînă atunci în mod empiric, deci, a deschis calea aplicării conștiente a pîrghiei, cît și a multor altor principii.

Engels subliniază legătura dintre mecanica cunoscută în antichitate și activitatea de producție materială: „la o treaptă de dezvoltare a agriculturii în unele țări și în special împreună cu apariția orașelor, construcțiilor mari și a dezvoltării breslelor, s-a dezvoltat și mecanica".

La fel s-a dezvoltat și începuturile matematicii care au fost necesare pentru măsurători de pămînt, pentru arhitectură, construcții de temple, piramide, pentru calcularea timpului, pentru determinarea volumului vaselor. Fără matematici nu s-ar fi putut dezvolta nici astronomia, nici mecanica, deoarece multe probleme ale acestor științe implică folosirea unui aparat matematic.

În antichitate aceste cunoștințe nu apăreau ca trei discipline separate, ci erau considerate părți componente ale unei singure științe. Cercetări sistematice în sensul propriu al cuvîntului au început abia în jumătatea a doua a secolului al XV-lea, cînd, paralel cu creșterea furtunoasă a cunoștințelor oumlui asupra naturii (într-o oarecare măsură situația seamănă cu dezvoltarea extraordinar de rapidă a științelor naturii din secolul nostru) a început specificarea diferitelor discipline precum și crearea metodelor speciale pentru fiecare. Această minune (adică dezvoltarea foarte rapidă a științelor naturii în acea epocă) spune Engels[1]) „este pricinuită de producție", adică de necesitățile producției materiale.

Este interesant să ne oprim, cît de puțin, asupra acestei importante perioade.

În perioada apariției relațiilor capitaliste, adică în secolul al 15 și al 16-lea, în societatea feudală, în Occident, producția industrială, navigația și arta militară au ajuns la un nivel relativ înalt față de trecut.

Pe de o parte războaiele, iar pe de altă parte construirea cuptoarelor înalte, precum și alte realizări tehnice au accelerat progresul industriei, al construirii navelor, al artileriei, ceea ce a avut ca rezultat apariția unor mari întreprinderi industriale. În acest fel, se pregătea deocamdată, pe baza tehnicii manuale, o industrie mecanică.

Cunoștințele de pînă atunci în domeniul științelor naturii nu erau însă suficiente pentru dezvoltarea industriei. Științele s-au întîlnit cu o serie de fenomene noi, nestudiate pînă atunci. În acest fel a apărut o nouă problematică științifică, în special s-au ivit noi probleme de mecanică mai ales în secolul al 17-lea cînd în industrie au apărut mașinile. După Marx[2]) această situație „a dat matematicienilor mari din acea epocă puncte de sprijin pentru stimularea mecanicii".

Numeroase fapte necunoscute pînă atunci, care s-au ivit în activitatea industrială au condus la concluzii teoretice noi. În același timp s-au putut crea mijloace experimentale pentru cercetarea sistematică și exactă a naturii. Pînă atunci, cum spune Engels[3]) „știința a fost o fată de serviciu supusă bisericii și nu avea dreptul să iasă din cadrele stabilite de religie".

---

[1]) Engels, Dialectica naturii, p. 155.
[2]) Marx, v. I, p. 536.
[3]) Marx și Engels, Opere alese, v. II, p. 93.

Argumentul esențial care a contribuit la ruperea științei de religie a fost descoperirea sistemului heliocentric de către Copernic, care a dat o lovitură de moarte sistemului cosmologic al lui Ptolomeu — baza scolasticii și teologiei în științele naturii. Gioordano Bruno și Galileu au fundamentat teoretic și filozofic sistemul lui Copernic.

Plecînd de la toate aceste concepții noi, Newtom a putut formula legile de bază ale mecanicii moderne, care au unit mecanica cerească cu mecanica terestră și au fundat definitiv mecanica drept știință. În felul acesta a apărut știința mecanică, ca un capitol al unei științe mai ample: fizica. În această epocă, fizica îngloba între altele, capitolul optica, ce s-a dezvoltat relativ mult în această epocă. Au mai apărut și alte științe: chimia, biologia, geologie etc. Această îmbogățire și diferențiere a științelor naturii continuă și astăzi; în același timp, în fiecare disciplină separat, cresc rapid cunoștințele respective. De exemplu, în secolul al 20-lea fizica s-a îmbogățit cu noi și importante capitole: mecanica cuantică, teoria relativității, fizica nucleară. Acest proces atît de multilateral și de complicat al creșterii diferitelor domenii ale științelor naturii și de creare a unor noi discipline este continuu influențat de dezvoltarea activității de producție materială, de nevoile acestei producții.

Fiecare știință influențează într-un mod specific, producția. De exemplu, un mare număr de capitole din fizică au aplicație practică în industrie, energetică, electrotehnică, radiotehnică, în construcții de mașini, în agricultură și în alte ramuri de activitate.

Fizica are de rezolvat probleme pe care le ridică industria prin tehnică ca și prin chimie, agricultură, care au și o aplicație practică directă, și invers, adesea aceste legături ale științelor naturii cu producția sînt făcute prin fizică. Producția acumulează experimente, observații cu ajutorul unor mijloace speciale, influențînd în acest fel, dezvoltarea fizicii precum și a altor științe.

Această activitate în domeniul științific prezintă o formă specifică a practicii speciale; ea se naște și se dezvoltă pe baza activității de producție materială.

De asemenea, legătura matematicii cu producția se face prin fizică, mecanică etc. Activitatea de producție materială fiind în continuă dezvoltare pune pe cercetător în fața unor noi lucruri și fenomene, care trebuie studiate în mod conștient pentru satisfacerea nevoilor omului. În acest fel, omul pătrunde din ce în ce mai adînc în secretele naturii mărindu-și puterea de stăpînire asupra naturii. Așadar, nevoile omenirii crescînd în continuu ridică probleme din ce în ce mai complicate.

Cu toate acestea, nu se pot deduce toate etapele apariției și dezvoltării științelor naturii strîns legate de diferitele etape ale dezvoltării activității de producție materială, de forțele de producție.

Ar fi o mare eroare să se afirme că ideile științifice apar numai atunci cînd apare și necesitatea acestei idei în activitatea de producție materială. Am indicat spre exemplificare la începutul acestui articol, că motorul termic al lui Heron a fost mult timp desconsiderat și neutilizat.

Apoi, o știință nu se poate impune ca atare, dacă nu are baze științifice teoretice. Apariția unei teorii științifice este legată atît de premizele teoretice cît și de cele materiale. Dar în general vorbind, influența hotărîtoare o au premizele create de producția materială.

Tot ce s-a expus mai sus cu privire la dezvoltarea științelor naturii în funcție de producția materială infirmă concepția idealistă care consideră știința ca rodul unei activități de gîndire pură a unor oameni geniali. Acest lucru nu micșorează desigur meritele marilor gînditori, însă creația științifică și activitatea lor de gîndire în procesul căreia se nasc concepții, judecăți și conluzii cu privire la natură se nasc în urma actitvității de producție materială.

Activitatea științifică este marcată de personalități geniale cum au fost Copernic, Galileu, Newton, Lomonosov, Faraday și alții. Susținătorii teoriei idealiste, ai „științei pure" afirmă că acești mari savanți au dedicat întreaga lor viață științei, cu un singur scop: acela de a cunoaște realitatea, fără să se gîndească la vreun folos pe care l-ar putea aduce societății descoperirile lor.

Această afirmație este absolut falsă, deoarece activitatea acestor genii corespunde întru totul necesităților contemporane și perspectivelor activității de producție materială ; ea deschide căi noi pentru dezvoltarea științei în direcția necesară acestei activități de producție. De exemplu, genialul savant al timpului său, Galileo Galilei, care a jucat un rol extraordinar în progresul științei, a introdus metode noi în cercetarea științifică, în special ,metoda experimentală și a rezolvat o serie de chestiuni fundamentale ale dinamicii. El a avut numeroase conflicte cu scolastica medievală criticînd principiile și tradițiile ei, care reduceau știința la niște speculații inutile.

Galileu afirma că știința trebuie să servească viața omului creîndu-i bunuri noi, deci ea trebuie să rezolve probleme mari legate de nevoile vieții sociale. Din cauza atmosferei de misticism și înapoiere care domnea pe atunci la universitate, Galileu renunță la activitatea sa în cadrul acesteia, continuîndu-și lucrul în atelierul mecanic, amenajat în propria lui casă. Activitatea științifică a lui Galileu privește în mare parte, tehnica militară (artileria), topografia etc.

Al doilea exemplu similar, mai recent însă, îl constituie activitatea marelui savant sovietic I. V. Miciurin, care a contribuit activ la transformarea agriculturii pe baze noi, în strînsă legătură cu practica colhozurilor sovietice, pentru binele socialismului.

★

Să analizăm felul în care activitatea de producție materială contribuie la dezvoltarea științei.

În primul rînd, activitatea de producție crează tematica cercetărilor din domeniul științelor naturii. Această problematică se schimbă bine înțeles, în diferitele etape ale dezvoltării societății. Astfel, de exemplu, în secolele 18 și 19, problemele fizicii atomice și cele ale electronicii nu se încadrau în activitatea cercetărilor de fizică. De exemplu, problemele actuale ale electronicii s-au ivit în strînsă legătură cu automatizarea proceselor de producție și se rezolvă pe baza experimentării tehnice drept rezultat al producției în secolul nostru.

Tehnica experimentală dezvoltată a constituit baza tehnicii nucleare mai ales după ce s-au întrezărit perspectivele aplicării practice. Această tematică a cercetării depinde, după cum am menționat mai sus, și de etapa istorică prin care trece societatea. Astfel, în secolul al 19-lea fizica cuprin-

dea mecanica, căldura, electromagnetismul și optica. Fizica modernă cuprinde în plus, mecanica cuantică și fizica nucleară. Fenomenele cuantice ca și cele nucleare au existat în natură și în alte etape ale dezvoltării fizicii, însă fizica nu s-a putut ocupa de ele pînă cînd nu s-a stabilit existența lor.

În al doilea rînd, activitatea de producție materială dă foatre mult material care permite să se stabilească noi legislații în ceea ce privește dezvoltarea naturii, cu alte cuvinte, determină elaborarea unor noi teorii. Activitatea de producție materială furnizează totodată științei noi și puternice mijloace de experimentare: microscoape optice și electronice care permit observarea unor lucruri și fenomene extrem de mici; oscilografe care înregistrează fenomene și procese ce se produc în milionimi de secundă; particule accelerate pînă la miliarde de electronvolți pentru studiul proceselor nucleare. Toate aceste grandioase și precise mijloace de investigație nu ar fi fost posibile dacă industria optică, mecanică, de mașini, electrotehnică nu s-ar găsi la un nivel atît de înalt cum se găsește actualmente.

Mai mult, în industrie s-au creat în ultimele decenii sectoare speciale în care se produce aparatură, dispozitive, instrumente de înaltă precize pentru cercetările foarte importante atît în fizică, cît și în alte domenii ale științelor naturii.

Deci, această bogată înzestrare a științei este o urmare a dezvoltării activității de producție materială. Aparate noi permit să se elaboreze metode noi de mare importanță pentru cercetarea științifică. Astfel, analiza spectrală datorită aparaturii moderne furnizată de industrie a ajuns la o importanță foarte mare pentru studiul substanțelor. Tot așa în medicină, cercetarea proceselor care se petrec în organismul omului a ajuns la un nivel înalt datorită aparaturii construită pe principii de fizică. Așadar, există o strînsă interdependență între progresul științei și dezvoltarea mijloacelor de producție.

Trebuie să accentuăm de asemenea, faptul că toate cunoștințele din domeniul științelor naturii ajută la transformarea materială a naturii pentru nevoile omului. Bineînțeles științele naturii nu pot schimba direct natura, ci aceasta se face prin activitatea de producție materială. Legile stabilite de știință au un caracter obiectiv care nu depinde de voința omului, însă aplicîndu-le omul are posibilitatea să-și creeze bunurile materiale necesare pentru ridicarea nivelului său de viață.

Legile cunoscute ale naturii dau posibilitatea omului să utilizeze în mod conștient fenomenele și lucrările naturii pentru producția bunurilor sale materiale.

Un exemplu concludent în această privință îl constituie utilizarea electricității și a căldurii, iar în ultimul timp și a atomilor ca izvoare importante de energie pentru producția uneltelor de lucru, a uneltelor de uz casnic, a produselor alimentare, a îmbrăcămintii și așa mai departe.

Pe baza legilor naturii omul determină fenomene noi, procese inexistente în natură care servesc societății; de exemplu, fizica a ajuns la transmutarea elementelor fizice din unele în altele, precum și la crearea unor elemente noi de mare importanță. Forțele care activează asupra lucrurilor și fenomenelor naturii și care le transformă în fenomene mecanice sînt forțele de producție. De aceea nu putem cunoaște influența lor asupra producției decît luînd în considerare raportul lor față de producție.

Știința nu este același lucru cu forța de producție, cum se afirmă. Știința și forțele de producție sînt fenomene sociale diferite care se află

însă, în strînsă legătură. Știința mai are și marele rol de a ridica nivelul cultural al oamenilor, ceea ce înmulțește și precizează cunoștințele oamenilor în utilizarea uneltelor de producție ridicînd astfel nivelul lor de producție, deci productivitatea muncii lor. De exemplu, în ultimii 100 de ani, datorită dezvoltării științei și tehnicii, productivitatea muncii a crescut enorm în unele domenii. Astfel pentru a elabora o tonă de fontă se cheltuiește de 50 de ori mai puțină muncă decît în trecut, pentru torsul firelor mai puțin de 100 de ori, ș.a.m.d.

Pentru a caracteriza aportul tehnicii la dezvoltarea științei putem cita pe Marx și Engels[1]): „dacă tehnica în bună parte depinde de starea științei, știința depinde în mult mai mare măsură de starea și de necesitățile tehnice. Dacă în societate apare o necesitate tehnică ea mișcă înainte știința, mai mult decît zeci de universități".

Accentuăm încă odată că perioadele de revoluție în știință nu trebuie neapărat să coincidă cu etapele de revoluție în relațiile de producție. La sfîrșitul secolului al 19-lea și la începutul secolului al 20-lea, descoperirea structurii complexe a atomului a constituit o revoluționare a științei, în timp ce structura socială și economică nu a suferit schimbări radicale.

Toate cele expuse mai sus despre influența covîrșitoare a activității de producție materială asupra dezovltării științei nu înseamnă negarea posibilității unei anticipări a progresului în știință față de activitatea de producție.

In istoria științelor naturii există multe cazuri cînd oamenii de știință mergeau înaintea activității de producție materială. Un exemplu din fizică confirmă bine acest lucru. Primele cercetări teoretice și experimentale în fizica nucleară au fost făcute la începutul secolului al 20-lea, cînd nu se cunoșteau nici măcar perspectivele aplicării fizicii nucleare în practică. Dar mijloacele experimentale ale fizicii nucleare sînt strîns legate de forțele de producție moderne.

Asemenea devansări nu trebuie însă privite ca fenomene independente de producția materială și de nivelul forțelor de producție. Premizele unui salt în știință le pregătește tot dezvoltarea procesului de producție. In concluzie, aceste devansări au loc în cadrul legăturii generale dintre istoria științei și procesul de producție; ele nu arată rolul dominant al cunoașterii față de procesul de producție materială.

Să precizăm acum rolul științelor și în special, al fizicii în procesul tehnic al industriei.

Electrificarea generală care se extinde atît de rapid în toată lumea constituind baza energetică a industriei și a agriculturii este tot rezultatul multor realizări din domeniul fizicii. In același timp ea constituie un element de progres direct în viața oamenilor muncii ridicînd nivelul lor cultural. Pe baza descoperirilor făcute în domeniul fizicii cît și al altor științe, se perfecționează continuu tehnica construcțiilor, a mașinilor, care dau astfel un randament mult mai mare.

Multe probleme în tehnica construcțiilor de mașini sînt legate de deosebite proprietăți ale metalelor. Din această cauză, în prezent se utilizează multe varietăți de oțel precum și diferite aliaje metalice. Aceasta s-a putut obține numai datorită unor noi metode de analiză fizică; de asemenea noi teorii asupra relaxării și plasticității metalelor au permis să se obțină

---

[1]) Marx și Engels, Opere alese, v. II, p. 150.

metale mult mai tari. Metodele de analiză cu razele X, defectoscopia cu aceste raze, analiza spectrală și altele sînt diferite aplicații ale fizicii care au permis să se studieze structura aliajelor metalelor și să se ajungă la rezultate atît de uimitoare în ce privește calitatea materialelor metalice.

Tot pe baza cercetărilor din domeniul fizicii se construiesc actualmente mașinii de calcul electronice cu acțiune foarte rapidă, care substituie munca a zeci de mii de calculatori. Importanța acestor mașini pentru industrie este enormă. De exemplu, ele găsesc aplicație largă în tehnica nucleară unde este necesar un volum foarte mare de calcule care nu s-ar fi putut efectua atît de precis și rapid cu mașinile de calcul de sistem vechi.

Dezvoltarea automatizării, care este o înaltă treaptă de mecanizare, caracterizează progresul actual în producție. Ea a putut fi realizată datorită în bună parte, cercetărilor din domeniul fizicii. Este desigur bine cunoscută importanța automatizării pentru mărirea productivității muncii pe de o parte, și ușurarea muncii grele pe de altă parte. Noile principii de automatizare și comandă la distanță în procesul de producție se bazează pe noi capitole ale fizicii moderne și anume : electronică, radiofizică, optică etc.

Pentru crearea aparaturilor noi necesare în automatică trebuiau rezolvate anumite probleme ale electronicii, de exemeplu teoria și metodele calculului sistemelor electronooptice, trebuiau găsite metodele de obținere a fasciculelor electronice și de dirijare a lor, procesele aprinderii și stingerii, a descărcărilor în gaze, în aparate ionice ș.a.m.d. Toate aceste nevoi practice au implicat rezolvarea a nenumărate și complicate probleme ale fizicii.

În automatică se folosesc din ce în ce mai multe aparate cu semiconductoare, fiind mult superioare tuburilor electronice. Studiul teoretic al semiconductoarelor obține o importanță din ce în ce mai mare în fizică.

Descoperirea posibilității unor aplicații practice ale energiei nucleare a mărit enorm resursele de energie care stau la dispoziția societății. În felul acesta omenirea și-a asigurat energia pentru multe sute de ani.

Mari perspective are construcția motoarelor atomice care s-a realizat în ultimul timp datorită de asemenea, cercetărilor din fizica nucleară. La fel, producerea izotopilor radioactivi și a radiațiilor gama are o importanță practică mare fiind necesară în industria metalurgică, în studiul proceselor de topire și solidificare a metalelor, la controlul furnalelor înalte și al calității producției, în industria construcției de mașini unde mărește mult productivitatea mașinilor.

În general, pe baza aplicațiilor energiei atomice se dezvoltă cu succes electrificarea, mecanizarea, automatizarea producției.

Am adus aici numai cîteva exemple din numeroasele posibilități de aplicare în tehnică a rezultatelor dobîndite de fizicieni.

*

Închei acest articol cu o scurtă expunere privind contribuția fizicienilor din țara noastră la perfecționarea și progresul tehnicii, la mărirea productivității și la ridicarea nivelului cultural și material al oamenilor muncii.

În universitățile noastre se formează în prezent, cadre tinere de fizicieni cu pregătire temeinică în specialitatea lor. După terminarea studiilor ele muncesc și obțin realizări în agricultură, medicină, biologie, metalurgie, în prospecțiuni geologice etc. Universitățile noastre dau specialiști în aplicarea izotopilor radioactivi, în aplicarea metodelor roentgenografice de analiză, formează spectroscopiști — atît de necesari în metalurgie, cercetează

și construiesc aparate electronice, studiază semiconductoarele, întocmesc harta magnetică a țării atît de importantă pentru prospecțiuni. De asemenea ei publică monografii, manuale, broșuri și articole în diverse reviste de specialitate și de popularizare a științei, țin conferințe care sînt ascultate cu mult interes de un public din ce în ce mai numeros. Toate aceste manifestări ridică continuu nivelul cultural al oamenilor muncii, ceea ce este strîns legat și de ridicarea productivității muncii.

În institutele noastre de cercetări fizice, în laboratoarele din învățămîntul superior, se cercetează diverse probleme care interesează direct industria, construcțiile, transportul, agricultura, medicina și alte domenii de activitate. De exemplu, cercetările din domeniul acusticii contribuie la rezolvarea multor probleme legate de construcția mai adecuată a sălilor de conferințe și spectacole, precum și a caselor de locuit.

Consfătuirea națională de spectroscopie aplicată ținută recent la București, a arătat cît de utile sînt consultațiile date de spectroscopiștii noștri diferitelor unități din producție.

Cele cîteva exemple menționate ilustrează destul de bine contribuția fizicienilor la progresul tehnicii și al industriei din țara noastră. Este cert însă, că potențialul fizicienilor noștri ar permite o contribuție mult mai mare. Vina acestei situații însă nu se poate arunca în întregime numai asupra fizicienilor; ea se datorește în bună parte, lipsei de înțelegere din partea unor reprezentanți din tehnică și industrie care cred că progresul în domeniul lor de activitate nu poate fi realizat decît numai de ei, pentru că nu-și dau încă seama de rolul științei în dezvoltarea tehnicii și a forțelor de producție.

Credem însă, că în scurtă vreme această defazare între nevoile producției și contribuția științei noastre va fi complet lichidată și că specialiștii noștri în fizică vor pune la dispoziția patriei întregul lor potențial științific, după cum solicită Hotărîrea Congresului al II-lea al P.M.R.

SIMETRIA FIGURILOR PLANE FINITE

Conf. univ. **TIBERIU ROMAN**

1. Definiția simetriei, dată în lucrările cele mai noi, diferă de cea cunoscută din geometria elementară, fiind mai cuprinzătoare, și anume:

Numim simetrie a unei figuri orice auto-congruență a ei, adică orice transformare congruentă care face ca figura să se transforme în ea însăși. (V. exemplele din **2** *a*, [1]) *b, d, e*; **11** *b*; ultimele două din **12**; **13** *e*).

Două simetrii sînt diferite dacă cel puțin un punct A al figurii respective este transformat prin aceste simetrii în două puncte diferite A_1 și A_2. În caz contrar, cele două simetrii sînt *echivalente.*

Pentru cazul figurilor plane am văzut [1]) că nu există decît urmă-

1) Trimiterile din acest articol se referă la paragrafele articolului „Introducere elementară la studiul simetriei", apărut în numărul 5/1958 al acestei reviste.

toarele *simetrii* (pe care le vom numi şi *operaţii de simetrie*): identificarea, translatarea, rotirea, oglindirea, oglindirea-lunecarea.

Fiecare din aceste operaţii de simetrie se defineşte cu ajutorul unor elemente geometrice simple, pe care le vom numi *elemente de simetrie:* un vector (translatarea), un centru de rotire şi un unghi orientat (rotirea), o axă (oglindirea), o axă şi un vector paralel cu ea (oglindirea-lunecare).

2. Figuri simetrice finite şi infinite. Am avut exemple (la **2** *e*, la **11** *b* şi **13** *c*) de figuri infinite care posedau anumite operaţii de simetrie din care nu lipsea translatarea cu un anume vector. Putem concepe şi figuri plane (de exemplu, o tabelă de şah nelimitată) care să posede printre alte operaţii de simetrie şi două translatări. În schimb, *toate figurile finite* pe care le-am avut ca exemplu în cele ce preced, *nu admit translatarea ca operaţie de simetrie.*

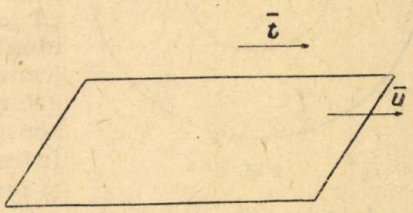


Fig. 1

Să dovedim în general, această proprietate. Să presupunem că o figură finită F ar admite ca operaţie de simetrie, o translatare de vector $\bar{t}$, nenul. Să ducem un vector $\bar{u}$, paralel, egal şi de acelaşi sens cu $\bar{t}$ şi care să taie conturul lui F, ieşind din interiorul său (fig. 1). Transformatele, prin translatarea dată, a punctelor din interiorul şi de pe conturul lui F prin care trece $\bar{u}$, se vor găsi în afara lui F. Prin urmare, translatarea dată nu-i o operaţie de simetrie a lui F, căci nu duce la o autocongruenţă a figurii[2]). Evident că, totodată, este exclusă şi oglindirea-lunecare dintre operaţiile de simetrie ale unei figuri finite.

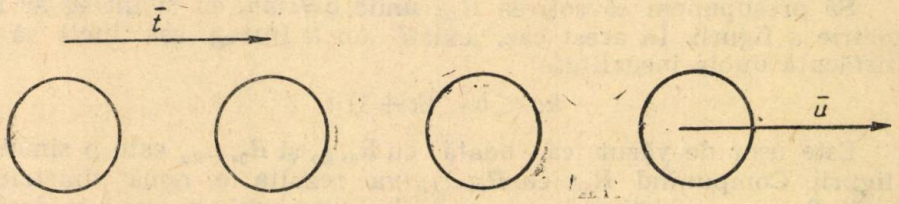


Fig. 2

Fiecare punct al unei figuri simetrice finite are un număr finit de *puncte omoloage* (care se obţin din punctul dat, prin toate simetriile figurii respective). Fiecărei astfel de figuri i se asociază un centru geometric, *punct fix* faţă de toate aceste operaţii de simetrie[3]).

În cazul unei figuri simetrice infinite, fiecare punct are o infinitate de puncte omoloage, care se deduc unele din altele fie prin trnslatare, fie prin celelalte operaţii de simetrie ale figurii respective.

---

2) În cazul că figura este formată din mai multe domenii, fără puncte comune (ex. fig. 2) $\bar{u}$ se va lua astfel încît să taie conturul domeniului celui mai depărtat, parcurgînd figura în sensul vectorului $\bar{t}$.

3) Punctul fix al unei figuri simetrice finite poate să nu aparţină figurii (ex. în cazul unei coroane circulare, fig. 3).

3. Grupul simetriilor unei figuri plane finite. Dacă o figură[4]) admite două simetrii S_1 şi S_2, ea trebuie să admită şi simetria $S_1 \cdot S_2$ (ca şi $S_2 \cdot S_1$ care diferă de $S_1 \cdot S_2$, dacă compunerea celor două operaţii este necomutativă). Ţinînd seama de cele stabilite la **7, 9, 12,** se poate arăta că *simetriile unei figuri formează grup*, faţă de operaţia de compunere a transformărilor. Se lasă în seama cititorului să verifice că sînt îndeplinite toate proprietăţile cerute în **12.**

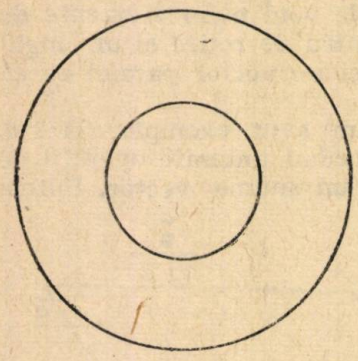


Fig. 3

Ţinînd seama de precizările de la 2 (II),[5]) rezultă că o figură nu poate admite ca simetrii decît rotiri (printre care şi identificarea) şi oglindiri faţă de o axă (centrul de rotire coincizînd cu centrul geometric iar axa oglindirii trecînd prin acest centru). Aceste congruenţe se compun între ele, dau rezultatele indicate în **7** *b, d, f* şi formează grup. Deci, simetriile unei figuri sînt legate prin anumite relaţii, sînt determinate de anumite teoreme, de studiul cărora ne vom ocupa mai jos.

4. Grupul simetriilor definit printr-o rotire de 360°/n (n întreg). Să considerăm o figură care are ca simetrie pe $R_{0,\alpha}$, o rotire de un unghi α[6]) în jurul centrului O.

Numim *unghi elementar* al rotirilor în jurul punctului O cel mai mic unghi a pozitiv al unei rotiri admise de figura dată. Puterile succesive ale acestei rotiri (de amplitudine $2a$, $3a$, ...) sînt şi ele simetrii ale aceleiaşi figuri.

Să arătăm că în şirul $R_{0,a}$, $R_{0,2a}$ $R_{0,3a}$ ... al rotirilor se găsesc toate rotirile, simetrii ale figurii date.

Să presupunem că rotirea $R_{0,b}$ unde $b \neq ma$, cu m întreg ar fi o simetrie a figurii. În acest caz, există un k întreg aşa încît să fie satisfăcută dubla inegalitate

$$ka < b < (k+1)\,a. \qquad (1)$$

Este uşor de văzut că, odată cu $R_{0,\,ka}$ şi $R_{0,\,-ka}$ este o simetrie a figurii. Compunînd $R_{0,b}$ cu $R_{0,\,-ka}$ va rezulta o nouă simetrie a figurii $R_{0,\,b-ka}$, o rotire de un unghi $b-ka$, pozitiv şi mai mic decît a (cum rezută din (1), scăzînd ka din fiecare membru al inegalităţii). Dar existenţa rotirii $R_{0,\,b-ka}$ contrazice ipoteza noastră că a este unghi unitate. Deci $b = na$ (n întreg).

Această concluzie este valabilă şi pentru $b = 360°$. (Este clar că $R_{0,360°}$ este întotdeauna o simetrie a figurii, căci este chiar deplasarea identitate). Prin urmare, *unghiul elementar este* $360°/n$ (n întreg).

---

4) În acest articol, prin figură vom înţelege o figură plană finită. De cîte ori va fi vorba despre altfel de figuri se va preciza.

5) Notaţia (II) după un număr de paragraf indică trimiterea la paragraful corespunzător al acestui articol.

6) Aci şi în restul articolului, sensul unui unghi α de rotire este sensul direct trigonometric, dacă α este o mărime pozitivă; unitatea de măsură a unghiurilor este gradul sexagesimal.

Grupul simetriilor unei figuri, grup definit prin $R_{\overline{0,a}}$ se numeşte *grup ciclic de ordinul n* (dacă $a=360°/n$) şi se notează prescurtat C_n. Elementele lui C_n sînt rotirile în jurul lui O, de amplitudine

$$a,\ 2a,\ 3a,\ \ldots,\ na$$

elemente care pot fi obţinute prin ridicarea la puteri succesive a lui $R_{0,a}$. Rotirile din acest grup de amplitudine β, superioară lui 360°, sînt cuprinse în şirul de mai sus, fiind identice, ca rezultat, cu cele de amplitudine $\beta - 360°$ (sau $\beta - m \cdot 360°$, m fiind primul întreg pentru care această diferenţă rămînînd pozitivă, devine inferioară lui 360°).

Exemple pentru $n=3$ am avut la **12** (penultimul exemplu), pentru $n=4$ la **13** *e*), iar pentru $n=5$ în diagrama florală din fig. 4

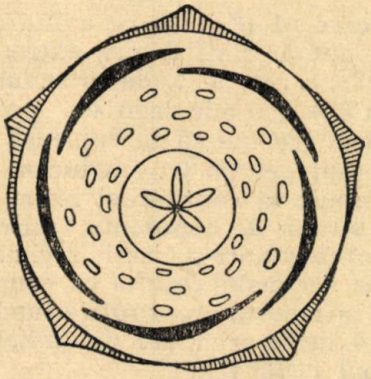


Fig. 4

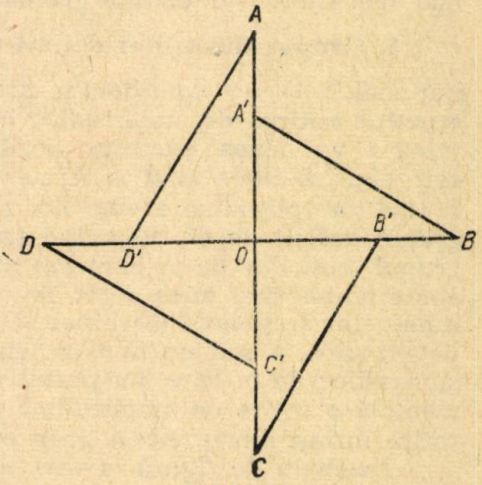


Fig. 5

Observare. Figurile care admit drept simetrii doar rotiri se pot prezenta în două forme (ex. fig. 13 (I) şi 5 (II) [7]) care nu se pot suprapune decît în urma unei oglindiri. Astfel de forme ale unei figuri se numesc enantioforme.

Tabela grupului ciclic de ordin n se poate scrie uşor. Pentru a simplifica scrierea, vom nota în loc de $R_{0,k\alpha}$ doar R_k, nicio confuzie nefiind posibilă. Este clar că $R_k = R_1^k$, şi $R_h \cdot R_k = R_{h+k}$ pentru $h+k<n$ şi $R_h \cdot R_k = R_{n-(h+k)}$ pentru $h+k>n$. Tabela de grup se scrie cu aceste notaţii, într-una din următoarele forme:

E	R_1	R_2	...	R_{n-2}	R_{n-1}		E	R_1	R_2	... R_{n-2}	R_{n-1}
R_1	R_2	R_3	...	R_{n-1}	E		R_{n-1}	E	R_1	... R_{n-3}	R_{n-2}
R_2	R_3	R_4	...	E	R_1		R_{n-2}	R_{n-1}	E	... R_{n-4}	R_{n-3}
.	.	.	...	.	.		.	.	.	... .	.
.	.	.	...	.	.	sau	.	.	.	... .	.
.	.	.	...	.	.		.	.	.	... .	.
.	.	.	...	.	.		R_2	R_3	R_4	... E	R_1
R_{n-1}	E	R_1	...	R_{n-3}	R_{n-2}		R_1	R_2	R_3	... R_{n-1}	E

7) Notaţia (I) după numărul unei figuri, indică trimitirea la articolul citat la 1); iar (II) indică figurile din prezentul articol, atunci cînd poate exista o confuzie; altminteri notaţia (II) va fi exclusă.

În prima tabelă, toate liniile (sau coloanele) se obţin prin permutări circulare din prima linie (coloană); în a două tabelă, pe diagonala principală se găseşte deplasarea identitate (elementul unitate al grupului) şi, în afară de prima linie, celelalte linii se obţin din prima tabelă inversînd ordinea.

Să notăm cu S_1 rotirea în jurul lui O, de amplitudine $\gamma = m\alpha$, unde m întreg este mai mic decît n şi prim cu el. Lăsăm în sarcina cititorului să arate că şirul rotirilor

$$S_1,\ S_1^2,\ S_1^3,\ \ldots,\ S_1^n$$

conţine aceleaşi elemente ca cele din prima linie a tabelelor de grup de mai sus. Cum s-ar enunţa geometric acest rezultat?

5. Grupul simetriilor definit printr-o rotire de $\alpha = \frac{360^\circ}{\varepsilon}$ (ε număr iraţional, > 1). Să considerăm arcul de cerc 01 (fig. 6), ca avînd α°; repetînd rotirea de amplitudine α, de un număr finit de ori, extremitatea 1 va ocupa succesiv poziţiile 2, 3, ... m, n unde punctul 0 este cuprins între m şi n. Arcul $0m$ (sau $0n$) mai mic decît 01, poate fi luat ca aplitudine a unei noi rotiri, care trebuie să se cuprinsă în grupul definit de 01. Repetînd raţionamentul pentru $0n$, deducem că grupul rotirilor de la care am plecat trebuie să conţină şi rotiri de amplitudine mai mică decît $0n$. Ţinînd seama de cunoscuta teorie a numerelor iraţionale (care pot fi reprezentate printr-o fracţie zecimală neperiodică, avînd un număr nelimitat de zecimale) rezultă că grupul simetriilor de la care am pornit trebuie să admită drept rotire fundamentală o rotire de amplitudine mai mică decît orice arc dat (adică o rotire infinit mică). Acest grup este *grupul ciclic* C_∞.

Exemplu de figură avînd acest grup de simetrii este un inel plan (fig. 7).

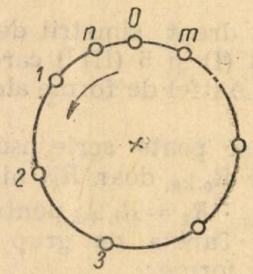


Fig. 6

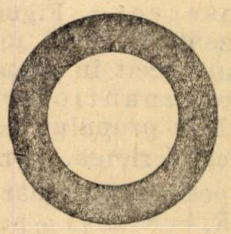


Fig. 7

6. Aplicaţii. a) Să se construiască forma enantiomorfă a diagramei florale din fig. 4. Prin ce se deosebesc aceste două forme?

b) Pentru ce valori ale lui n o figură care are un grup al simetriilor definit printr-o rotire de $\frac{360^\circ}{n}$, admite un centru de simetrie în sensul geometriei elementare?

c) Fig, 8 reproduce două rozete sculptate în piatră: prima la biserica mînăstirii Cozia (construită în 1386) şi a doua la biserica

episcopală din Curtea de Argeş (construită între 1512—1516). Să se găsească unghiul unitate al rotirilor admise de aceste rozete. Să se scrie tabelele de grup respective.

Fig. 8a

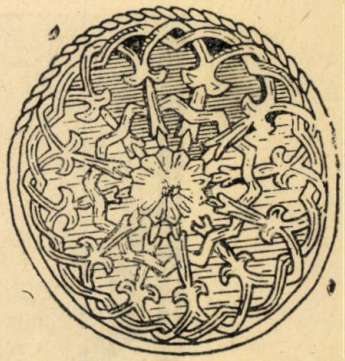


Fig. 8b

d) Luînd ca element fundamental un triunghiu dreptunghic scalen, să se construiască o rozetă plană care să aibă grupul simetriilor definit printr-o rotire de $\frac{360^\circ}{n}$ pentru $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6$.

(În fig. 9 se dă un exemplu pentru $n = 3$).

e) Să se arate că grupul ciclic C_n este comutativ.

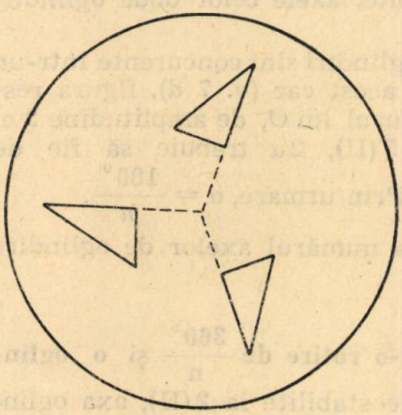


Fig. 9

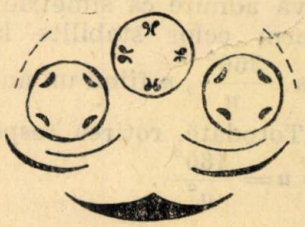


Fig. 10

f) Să se arate că elementele E, R_3, R_6, din C_9 formează un grup; idem E, R_2 din C_4.

Să se arate că elementele E, R_2, R_4, R_6, R_8, R_{10}, sau E, R_3, R_6, R_9 sau E, R_4, R_8 sau E, R_6 (din C_{12}) formează patru grupuri (care se numesc *subgrupuri* ale lui C_{12}). Să se generalizeze aceste proprietăţi pentru C_n. (Se va considera $n = pq$, unde p şi q sînt numere întregi).

7. Grupul simetriilor, definit printr-o oglindire față de o axă. Dacă o figură admite ca simetrie numai o oglindire S față de o axă (de ex. fig. 10[8]), 11[9]) grupul simetriilor respective se notează C_s și este de ordinul doi, avîd ca elemente E și S (vezi și **8**).

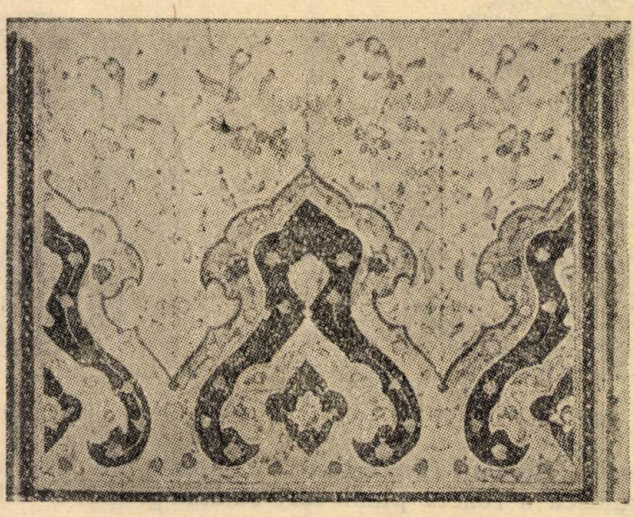


Fig. 11

8. Grupul simetriilor, definit prin două oglindiri față de axe. Deoarece ne ocupăm de figuri plane finite, axele celor două oglindiri nu pot fi paralele (v. **2** (II) **7** *e*).

Să considerem că axele celor două oglindiri sînt concurente într-un punct O și că formează un unghi α. În acest caz (v. **7** *d*), figura respectivă admite ca simetrie o rotire în jurul lui O, de amplitudine 2α. Conform celor stabilite la **4** (II) și **5** (II), 2α trebuie să fie de forma $\frac{360^\circ}{n}$, n fiind un număr natural. Prin urmare, $\alpha = \frac{180^\circ}{n}$.

Totodată, rotirea respectivă face ca numărul axelor de oglindire să fie $n = \frac{180^\circ}{\alpha^\circ}$.

9. Grupul simetriilor, definit printr-o rotire de $\frac{360^\circ}{n}$ și o oglindire față de o axă. Ținînd seama de cele stabilite la **2** (II), axa oglindirii trebuie să treacă prin O, centrul rotirii, deoarece ne ocupăm de figuri finite plane.

Dar dacă prin O trece o axă de oglindire, trec n asemenea axe care, considerate vecine două cîte două, în sens direct, formează unghiuri

---

8) Care reprezintă diagrama florii bărbătești de arin.

9) Care reprezintă capul unei pagini, dintr-un manuscris indo-persian din secolul al XVI-lea, aflat în Muzeul de artă al R.P.R.

egale de cîte $\frac{180^\circ}{n}$. În adevăr, după **7** *i*, unghiul a două axe vecine nu poate fi mai mare de $\frac{360^\circ}{2n} = \frac{180^\circ}{n}$, iar după **7** *d*, acest unghiu nu poate fi mai mic de $\frac{180^\circ}{n}$. Dacă numărăm toate axele în sens direct, atunci a $n+1$ — a axă formează cu prima unghiul $n\frac{180^\circ}{n} = 180^\circ$, deci este în prelungirea ei, aşa că numărul total al axelor este n.

Rezultatele din paragraful precedent şi de mai sus se pot exprima astfel: o figură plană finită care admite ca simetrii două oglindiri faţă de axe concurentă ce formează un unghi $\alpha = \frac{180^\circ}{n}$ admite o rotire de $\frac{360^\circ}{n}$ şi n oglindiri în total; dacă admite o rotire de $\frac{360^\circ}{n}$ şi o oglindire faţă de o axă ce trece prin centrul de rotire, atunci admite n oglindiri, faţă de axe situate astfel încît unghiurile a oricare două axe vecine sînt egale.

În fig. 12 se dă schema unei rozete plane care are ca simetrii o rotire de 90° şi oglindiri faţă de patru axe ce trec prin centrul de rotire. Pentru a scrie grupul simetriilor acestei rozete vom nota cu R_1 rotirea de 90°, R_2 rotirea de 180°, R_3 rotirea de 270°, cu E rotirea de 0° (sau de 360°); cu S_1 oglindirea faţă de axa orizontală, cu S_2, S_3, S_4 oglindirile faţă de axele ce urmează în sensul rotirii directe.

Tabela grupului simetriilor rozetei din fig. 12 este:

E	R_1	R_2	R_3	S_1	S_2	S_3	S_4
R_1	R_2	R_3	E	S_4	S_1	S_2	S_3
R_2	R_3	E	R_1	S_3	S_4	S_1	S_2
R_3	E	R_1	R_2	S_2	S_3	S_4	S_1
S_1	S_2	S_3	S_4	E	R_1	R_2	R_3
S_2	S_3	S_4	S_1	R_3	E	R_1	R_2
S_3	S_4	S_1	S_2	R_2	R_3	E	R_1
S_4	S_1	S_2	S_3	R_1	R_2	R_3	E.

Se recomandă cititorului să construiască efectiv acest tabel, verificînd prin transformările plane ale unui triunghi al figurii 12, că prin compunerea rotaţiilor şi oglindirilor respective se obţine ceea ce este indicat. Se observă că acest grup este necomutativ (de ex.: $R_3 S_3 = S_4$; $S_3 R_3 = S_2$) şi că toate elementele sale pot fi generate de două elemente: R_1 şi S_1 (de ex.: $S_2 = S_1 R_1$; $R_2 = R_1 R_1 = R_1^2$; $S_3 = S_1 R_2 = S_1 R_1^2$; $S_4 = S_1 R_3 = S_1 R_1^3$; etc.) care se numesc elemente generatoare ale grupului.

Un astfel de grup, ale cărui elemente pot fi generate ca mai sus, de două elemente (o rotire şi o oglindire) se notează prescurtat C_{nv}.

Pentru cazul $n = 1$, obţinem grupul C_s din **7** (II).

10. Aplicaţii. a) Luînd ca element fundamental un triunghi dreptunghi scalen, să se construiască o rozetă plană care să aibă grupul

simetriilor definit printr-o rotire de $\frac{360^\circ}{n}$ (pentru $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6$) și o oglindire față de o axă paralelă cu o catetă a elementului fundamental. Pentru $n = 4$ construcția este dată de fig. 12.)

Să se scrie tabelele grupurilor C_{nv} pentru $n = 1, 2, 5$.

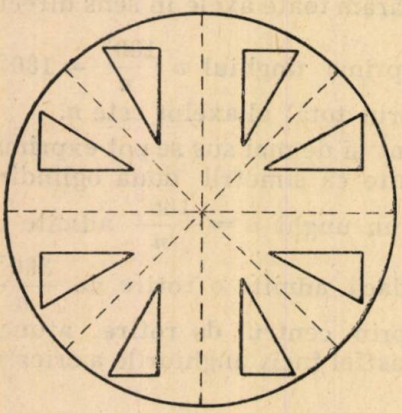


Fig. 12

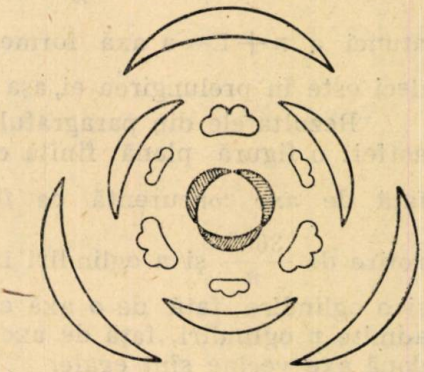


Fig. 13

b) Să se arate că C_{2v} coincide cu grupul simetriilor dreptunghiului, de la sfîrșitul lui **12.**

c) Să se găsească elementele de simetrie ale diagramei florale a lalelei din fig. 13.

Să se arate că grupul simetriilor triunghiului echilateral (v. **2** *b* (I)) coincide cu cel al simetriilor diagramei florale a lalelei, fiind C_{3v}. Să se scrie tabela acestui grup.

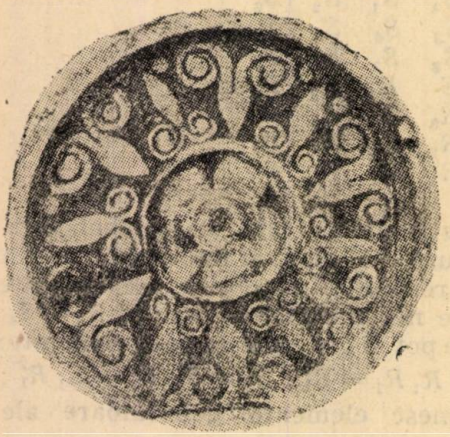


Fig. 14

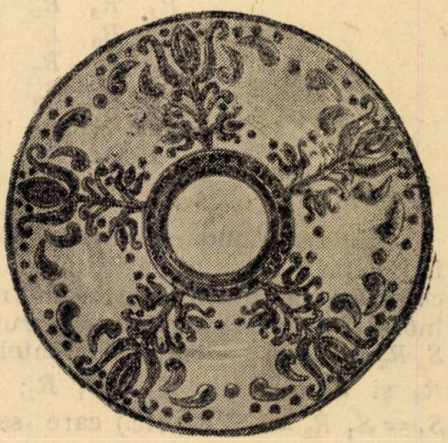


Fig. 15

d) În fig. 14 este reprodus un disc de ceramică smălțuită de pe friza mînăstirii Neamț (reg. Bacău), construită în 1497. Să se arate că grupul de simetrii al acestui disc este C_{6v}. Se va face abstracție de ornamentul central care are grup de simetrie C_{5v} ca și de anumite

aproximații în desenul meșterului olar de acum mai bine de patru secole și jumătate.

Să se scrie tabela acestui grup.

e) Să se arate că C_{2v} și C_4, deși sînt ambele grupuri de ordinul patru, au totuși structuri diferite.

f) Să se arate că grupul C_{2v} conține următoarele subgrupuri: (E, R); (E, S_1); (E, S_2), iar grupul C_{4v}, următoarele subgrupuri: C_4, C_{2v}, C_2 și patru C_s.

g) Să se găsească subgrupurile grupurilor C_{3v} și C_{6v}.

h) În fig. 15 este reprodusă o farfurie de ceramică de Elena Istrate (din expoziția profesorilor de desen — aprilie-mai 1958, București). Să se găsească grupul de simetrii respectiv, subgrupurile sale și elementele generatoare.

Într-un articol viitor se va prezenta simetria figurilor plane infinite.

INVENTATORUL RADIOULUI

Prof. I. GAVRILĂ, Sibiu

INVENTAREA radioului este rezultatul unei serii de descoperiri științifice. De la I. C. Maxwell, care a creat teoria electromagnetică a luminii (1863), H. Hertz, care a verificat experimental teoria lui Maxwell reușind să producă pentru prima dată unde electromagnetice (1888) și pînă la Popov, încă alți savanți au îmbogățit știința cu noi descoperiri, care au contribuit la inventarea radioului. Fizicianul Branly a realizat un detector automat destinat să înlocuiască rezonatorul lui Hertz, Augusto Righi a reușit să obțină unde electromagnetice mai puternice, Lebedev produce unde scurte de cîțiva milimetri etc. Dar numai A. S. Popov, marele savant rus, a fost acela care în urma unor ingenioase descoperiri și experiențe a reușit să construiască, primul în lume, un aparat care să recepționeze undele electromagnetice emise. De aceea este și recunoscut ca inventatorul radioului.

*

Inventatorul rus A. S. Popov, unul din marii savanți care a contribuit la revoluționarea științei și tehnicii, s-a născut în anul 1859, într-un oraș muncitoresc din Uralul de Nord. El a urmat școala din Dolmatov, apoi seminarul din Permi, pe care după 4 ani l-a părăsit și s-a înscris la facultatea de fizică și matematică din Petersburg, pe care a terminat-o în mod strălucit.

De mic, Popov îndrăgea tehnica. El construia singur, modele a tot felul de mecanisme. Avea o minte ageră și inventivă. Îi plăcea să știe tot, să învețe și să verifice în practică, cele învățate. La facultate se număra printre cei mai buni studenți.

După terminarea studiilor Popov a intrat conferențiar la Școala de ofițeri de mine, care avea cel mai mare laborator din Rusia. Aici a construit el „înregistratorul de tulburări atmosferice". În urma unor experiențe îndrăznețe, el a îmbinat armonios în aparatul său, toate elemetnele nece-

sare recepționării undelor electromagnetice. A înlocuit rezonatorul lui Hertz cu unul mai perfecționat, mărindu-i puterea, a perfecționat coherorul lui Branly și, anexîndu-i o sonerie electrică pentru scuturarea coherorului, un releu pentru fixarea automată a închiderii și întreruperii circuitului. De coheror a legat o sîrmă de cupru lăsată liberă la un capăt: antena de recepție (o ingenioasă invenție a sa). La capătul celălalt al coherorului a făcut legătura cu pămîntul, pentru mărirea razei de acțiune a aparatului, reușind să facă primul aparat de radiorecepție din lume.

În ziua de 7 mai 1895, în amfiteatrul de fizică al Universității din Petersburg, genialul inventator și om de știință A. S. Popov, a expus în fața savanților ruși uimiți de admirație, invenția sa: aparatul de înregistrare a undelor electromagnetice, „înregistrator de tulburări atmosferice" cum îl numea el. Experiența de laborator care a urmat expunerii sale, a confirmat cu succes, cele arătate. Aparatul lui Popov a recepționat pentru prima oară în lume, undele electromagnetice radiate de un vibrator pe care-l mînuia asistentul P. N. Rîbkin, din fundul sălii. De fiecare dată cînd Rîbkin închidea circuitul emițătorului, soneria de la receptor răspundea printr-un sunet scurt sau lung, după cum emițătorul producea o singură oscilație electromagnetică sau mai multe, semnalînd interceptarea undelor emise. Așa au fost transmise și recepționate primele semnale fără ajutorul unor fire de legătură. Așa a luat ființă primul aparat de radiorecepție din lume.

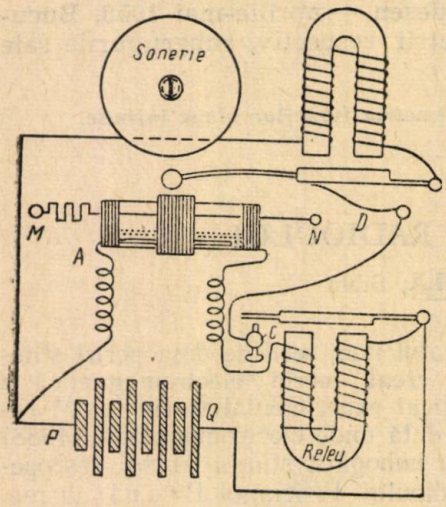


Fig. 1

Înlocuind soneria cu un aparat telegrafic, transformînd aparatul său într-un adevărat radio-receptor adaptat pentru comunicațiile fără fir, folosind pentru prima dată antena la aparatul de emisie, Popov reușește 10 luni mai tîrziu (martie 1896), în cadrul comunicării făcute la Societatea de fizică din Petersburg, să recepționeze în laboratorul de fizică, la 250 m distanță de emițător care se afla în altă sală, prima telegramă transmisă în acest mod și care cuprindea în semn de omagiu, numele genialului descoperitor al undelor scurte, Heinrich Hertz. De asemenea, în același an el mărește raza de acțiune a aparatului său la 5 km, iar mai tîrziu la 40 km (1899), cînd a transmis o telegramă vasului spărgător de gheață „Ermank" pentru salvarea unor pescari naufragiați, care numai astfel au putut scăpa cu viață.

Cu toate că faptele dovedeau contrarul, unele ziare din anul 1896 (vara), încercau să acorde prioritate în invenția radioului, tînărului italian G. Marconi, care în anul 1892 (2 iunie) a prezentat cererea spre a fi brevetată această invenție. La Congresul Electrotehnic Internațional ținut la Paris în anul 1900, s-a stabilit definitiv prioritatea lui Popov în invenția radioului. De asemenea, marele savant Augusto Righi, profesor la Universitatea din Bologna, care l-a avut student pe Marconi,

confirmă prioritatea lui Popov în descoperirea radioului, în cartea „Die Telegraphie ohne Draht", apărută în 1903, în care scrie că „...Popov a descris oficial aparatul său în 1895, pe cînd Marconi și-a anunțat patentul numai în 2 iunie 1896" și că „...în părțile esențiale ale aparatelor sale Marconi nu poate avea prioritate...".

Problema priorității invenției radioului a frămîntat mulți ani și după aceea, lumea și presa științifică. Toate dovezile însă, au fost în favoarea lui Popov. Încercările lui Marconi de a obține brevet pe patentul său în Germania, au fost sortite eșecului, în timp ce lui Popov i s-au făcut propuneri de cumpărarea brevetului său. Pentru a se curma aceste discuții, în anul 1908 s-a organizat o comisie specială formată din celebrități științifice, care au purtat corespondență cu Lodge, Branly și alți mari savanți competenți, în urma cărui fapt comisia a constatat în cadrul unui raport documentat, prioritatea lui Popov în invenția radiolui. Inventatorul coherorului, Branly, declară semnificativ:

„Nu m-am gîndit niciodată la transmiterea de semnale ..... Telegrafia fără fir s-a născut într-adevăr din experiențele lui Popov" („Invenția radioului de către A. .S. Popov", Ed. 1945, p. 108).

Chiar și Marconi a fost nevoit să afirme în cartea sa „Amintirile mele" (1940), că el s-a inspirat în construirea aparatelor sale practice citind din revistele tehnice engleze experiențele lui Hertz, Righi, Popov și Lodge asupra producerii transmisiunii și recepției undelor electromagnetice, fără a lucra după o severă metodă științifică, deoarece atunci cunoștințele sale erau destul de limitate.

*

Inventarea radioului de către Popov a însemnat o importantă cucerire a tehnicii. În urma demonstrării posibilității transmiterii și recepționării undelor electromagnetice radioul a parcurs un drum ascendent trecînd din perfecționare în perfecționare, atingînd un stadiu înalt în zilele noastre.

Prima perioadă a istoriei radiotehnicii începe cu aparate de radiorecepție folosite pentru recepționarea semnalelor aparatelor de emisie cu scîntei, care aveau un dispozitiv primitiv pentru recepționarea undelor electromagnetice numit coheror. Apoi coherorul a fost înlocuit cu detectorul de cristal. Aceste aparate aveau însă, mari neajunsuri. Pe lîngă faptul că emisiile se supropuneau, emisiile acustice erau foarte dificile. Perfecționarea tehnicii a dus atunci, la folosirea arcului electric și a alternatorului pentru aparatele de emisie. Dar și acestea s-au dovedit imperfecte.

Descoperirea tubului electronic a constituit o adevărată revoluție în dezvoltarea radiotehnicii. Utilizarea tubului electronic ca generator de oscilații întreținute la aparatele de radioemisie, a creat posibilitatea transmiterii în mod practic a sunetului (aparatele de radioemisie cu scîntei fiind folosite mai mult pentru radiotelegrafie), contribuind în mod simțitor la dezvoltarea radiotelefoniei și radiodifuziunii. De asemenea, descoperirea tubului electronic a dat posibilitatea să se folosească radio-comunicațiile pentru transmiterea imaginilor fixe (telefotografia) și a celor mișcătoare (televiziunea). Radioul este folosit pe scară largă în aviație, marină, în armată etc.

Invenția radioului de către Popov, este o realizare însemnată pusă în slujba omenirii. Radioul înlesnește posibilitatea comunicării între oameni la distanțe mari, pe pămînt, pe apă și în aer, pătrunzînd pînă la cele mai

îndepărtate colțuri ale pămîntului, contribuind la dezvoltarea culturală a popoarelor.

Cu toate că inventarea radioului s-a făcut în Rusia, din cauza dezinteresării guvernului țarist de această problemă, radioul a luat o dezvoltare mare abia după instaurarea puterii sovietice. V. I. Lenin a acordat o importanță deosebită radioului pe care l-a numit „ziar fără hîrtie și fără distanță". El a avut o participare directă în organizarea și construirea primelor laboratoare de radiotehnică. Cu sprijinul și îndrumarea Partidului comunist al Uniunii Sovietice, numeroși savanți ca M. A. Bonci-Bruevici, Papalexi, L. Buziing și alții, au contribuit la înflorirea radiotehnicii în U.R.S.S., care este pusă în slujba educării și culturalizării maselor și în slujba păcii.

NOTE MATEMATICE

Generalizarea problemei 2886

Se dă triunghiul ABC și un punct M în același plan cu el. O transversală (Δ) *taie laturile AB, BC, CA respectiv în N, Q. P. Prin vîrful B se duc dreptele* (Δ_1), (Δ_2), (Δ_3) *care determină pe MA, MC, PQ respectiv punctele E, F, I. Fie punctele* $R \equiv (MN, BE)$, $D \equiv (BI, AC)$, $L \equiv (BF, MQ)$, $K \equiv (FD, IL)$, $S \equiv (ED, RI)$. *Să se arate că punctele P, K, M, S sînt colineare.*

Soluție.— Se observă că triunghiurile *MLF* și *PID* sînt omologice avînd intersecțiile laturilor omoloage coliniare.

În adevăr, $(LF, PD) \equiv B$; $(ML, PI) \equiv Q$, $(MF, PD) \equiv C$, iar punctele *B, Q, C*, sint coliniare prin construcție.

Deci, în virtutea teoremei triunghiurilor omologice putem afirma că dreptele care unesc vîrfurile omoloage sînt concurente într-un singur punct; în cazul nostru, punctul *K* se află pe dreapta *MP*.

Procedînd analog pentru triunghiurile omologice *RME* și *PID* demonstrăm că și punctul *S* se află pe dreapta *MP*. Deci punctele *P, K, M, S* sînt coliniare.

Pentru *M* luat pe cercul circumscris triunghiului *ABC*, *P, N, Q* proiecții ale punctului *M* pe laturile *AC, AB, BC* și pentru *E, F, I* proiecții ale vîrfului *B* pe *MA, MC, NQ* obținem problema 2886.

D. Motoargă, elev cl. X-a, Breaza

CALEIDOSCOP FIZIC

1. **Calefacția.** Din observația zilnică se știe că picăturile de apă căzînd pe o placă de metal puternic încălzit(se unesc în una sau mai multe globule extrem de mobile, care prin forma și rapiditatea mișcării lor seamănă cu globulele de mercur. Puțin cîte puțin globulele de apă își micșorează volumul, ea pare că se evaporă fără a fi fost obiectul unei fierberi.

Această vaporizare specială a fost numită *calefacție*. Lucrurile se pot petrece și invers, dacă se introduce într-un vas cu apă rece o mică capsulă de metal în prealabil încălzită pînă la roșu; capsula plutește cîtva timp la suprafața apei și numai după ce s-a răcit suficient se ajunge un moment cînd se aude șueratul obișnuit produs de metalul fierbinte scufundat în apă; un nor de vapori însoțește acest șuerat.

Apa nu este singurul lichid susceptibil de a produce fenomenul de calefacție. Toate lichidele sînt capabile de a fi aduse în stare de calefacție. În acest fenomen globula de lichid nu atinge suprafața metalică încălzită la roșu, deoarece sub lichid se formează o pătură izolantă de vapori care nu permite contactul direct al lichidului cu placa.

Experiența lui Poggendorf. Cu ajutorul unei sonerii și a unei baterii de buzunar se realizează un circuit prin intermediul unei capsule metalice în care se găsește o globulă de apă în care se înfige firul conductor (fig. 1). Încălzirea pînă la roșu se poate face printr-o lampă cu spirt sau mai bine, printr-un bec cu gaz metan sau aragaz. Se constată că atît timp cît durează fenomenul de calefacție nu circulă curentul electric și deci soneria nu funcționează. În momentul cînd după retragerea flăcării calefacția încetează., globula ajungînd în contact cu capsula stabilește circuitul și soneria funcționează.

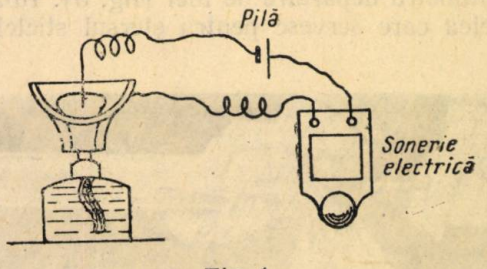


Fig. 1

Amintim cu această ocazie că fenomenul de calefacție este deosebit de periculos la cazanele mașinilor cu vapori care nu au fost curățite la timp de calcarul ce se depune cu încetul din apă. Această pătură de calcar interpusă face ca tabla cazanului nemai fiind în contact cu apă, să se încălzească pîn la roșu. Dacă în acest moment crusta de calcar capătă o spărtură, apa vine în contact cu tabla și se produce calefacția, apoi evaporarea bruscă și deci presiunea poate să crească cu mult peste limita de rezistență a cazanului și astfel are loc explozia acestuia.

2. **O nivelă de apă originală.** Nivelele cu bulă de aer sînt instrumente costisitoare și delicate; mai mult, trebuie formată o anumită deprindere pentru a învăța să te servești de ele, deoarece nu indică nivelul decît pentru o singură direcție.

Nivela pe care o vom descrie aici, din contră, este ușor de realizat de oricine și ușor de folosit, deoarece ea indică nivelul în toate sensurile.

Străpungeți cu un ac cu gămălie un dop și legați gămălia acestui ac cu un fir de ață. Introduceți într-o sticlă dopul astfel pregătit și fixați cu puțină ceară cealaltă extremitate a firului de fundul sticlei (fig. 2).

Se toarnă apoi apă în sticlă pînă ce dopul plutește și cînd firul este bine întins, vîrful acului va ieși din lichid și cînd apa se va liniști, adică va fi în repaus, vîrful va lua o poziție fixă. Astupați acum sticla cu un dop în care ați implîntat o tijă rigidă (de exemplu un ac lung) și reglați înclinarea acestui dop în așa fel încît, dacă sticla este așezată pe o suprafață orizontală vîrful acului de la plutitor și acela al tijei să fie exact unul în fața celuilalt. Nivelul astfel reglat, fixați cu ceară roșie dopul în gîtul flaconului pentru a împiedica deplasarea tijei.

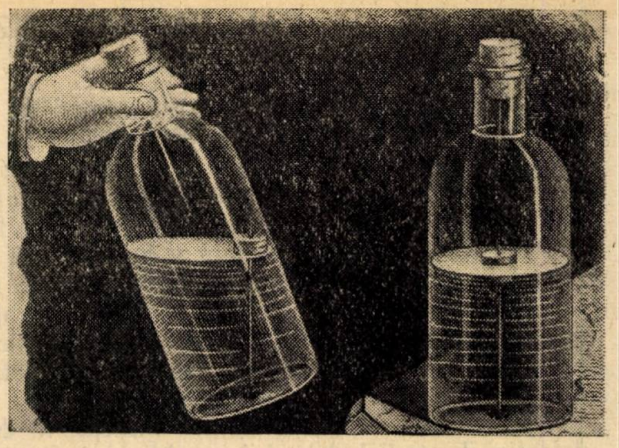


Fig. 2

3. **Mașină electrostatică din sticlă de lampă.** Lipiți un inel lat de 2—3 cm, din hîrtie de staniol, în jurul sticlei de lampă, cam pe la mijlocul ei (se poate folosi în acest scop și un tub de sticlă dintre acelea care se găsesc în laborator). Lipiți de asemenea o panglică îngustă din aceiași hîrtie de staniol de la una din extremitățile sticlei, în lungul ei, pînă la aproape un centimetru depărtare de inel (fig. 3). Înfășurați apoi, o perie cilindrică din acelea care servesc pentru ștersul sticlelor de lampă sau a cilindrilor de sticlă din laborator, cu o bucată de pînză de mătase și frecați energic cu ea interiorul tubului, evitînd să atingeți cu degetele hîrtia de staniol. Dacă această operație se face la întuneric, de fiecare dată cînd veți retrage peria din cilindrul de sticlă se va observa o frumoasă scînteie luminoasă care se produce între cele două benzi de cositor, demonstrînd astfel electrizarea prin frecare.

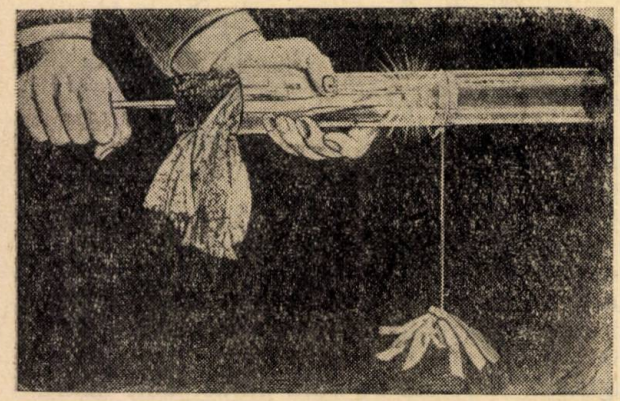


Fig. 3

Cu această mașină electrică atît de simplă se pot repeta în mic, o bună parte din experiențele de electricitate efectuate în laboratorul școlii. Astfel, dacă deasupra inelului de staniol se leagă o sîrmă de cupru sau de fier, iar de extremitatea acesteia se atîrnă mici benzi de hîrtie subțire (foiță), prin frecare interioară — ca mai înainte — însă folo-

sind cealaltă extremitate a tubului, inelul metalic se electrizează, electricitatea se transmite prin firul de cupru micilor benzi de foiță și acestea se depărtează unele de altele.

Prin acest dispozitiv se demonstrează deci:

1. Electrizarea corpurilor rele conducătoare prin frecare (sticla).

2. Corpurile bune conducătoare (hîrtia și firul metalic) transmit electricitatea de la un corp electrizat (sticla) la un corp neelectrizat (hîrtia).

3. În fine, corpurile încărcate cu același fel de electricitate se resping (foițele).

Trebuie să vă reamintim că umiditatea împiedică reușita experiențelor de electrostatică. Se va alege deci, pentru efectuarea experienței, un timp uscat (cu umiditatea scăzută) și dacă se vor încălzi la foc peria, pînza și sticla, succesul experienței este asigurat.

4. **Presiunea atmosferică.** Diferitele experiențe care se pot vedea în fig. 4, nu sînt altceva decît diferite variante ale experienței clasice cu emisferele de Magdeburg.

Numai că aceste experiențe pot fi realizate fără ajutorul unei mașini pneumatice. Desigur, prin mijloacele care vor fi arătate mai jos nu vom putea obține decît un vid parțial, însă, care va fi destul pentru ca experiențele să poată fi efectuate și deci, concluziile să poată fi trase.

Dacă vrem ca o farfurie să adere la gura unui pahar, suspendați paharul cum se vede în figură și faceți să ardă sub el o bucată de hîrtie. Aerul se va dilata prin încălzire (în interiorul paharului), iar după aceea prin răcirea lui va produce un vid relativ în pahar. Acest vid va fi deajuns pentru ca presiunea atmosferică să facă să adere de pahar farfuria de porțelan pe care ați apăsat-o bine pe marginea paharului, înainte de a se răci aerul cald conținut în acesta. Împiedicați pătrunderea aerului din exterior în pahar dacă se unge ușor cu vaselină marginea paharului.

Sticla poate să adere la farfurie însă, deoarece gîtul sticlei este mic, această experiență este mai delicată. Putem să realizăm totuși în sticlă un vid suficient dacă se așază gura sticlei deasupra unui vas cu apă care fierbe. Sticla se va umple cu vapori de apă. Presați apoi gura sticlei pe farfurie, după ce în prealabil marginile ei au fost unse, și cînd prin răcire s-a produs un vid suficient în sticlă se va observa că ridicînd farfuria sticla rămîne lipită de ea.

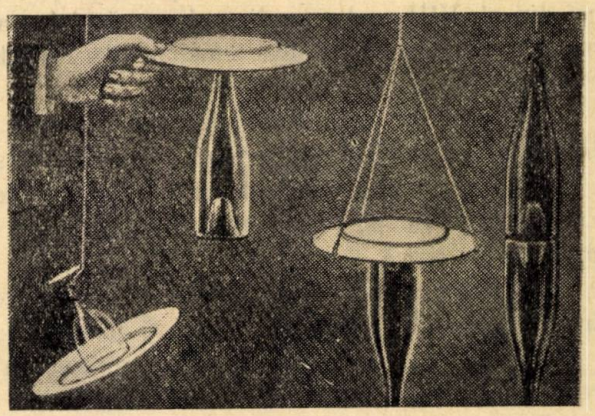


Fig. 4

Două sticle lipite prin bazele lor sau o sticlă lipită prin baza ei de o farfurie sînt experiențe ușor de realizat. De astă dată, fundul sticlei este acela care trebuie menținut un timp deasupra vaporilor de apă.

Nu vom intra aici în calcule pentru determinarea forțelor de susținere

în cazul experiențelor descrise. Reamintim doar că presiunea aerului, adică apăsarea pe centimetru pătrat este de 1,033 kg. Deci, dacă ținem seamă că baza sticlei oferă o suprafață de circa 30 cm^2 urmează, că realizîndu-se un vid înaintat în acest spațiu s-ar putea suspenda de acest fund o greutate de 30 kg. Vidul realizat în cadrul experienței este relativ mic, totuși cîteva kilograme vor putea fi susținute.

V. A.

PENTRU CERCURILE DE ELEVI

DESPRE ACTIVITATEA CERCULUI DE FIZICĂ DE LA ŞCOALA MEDIE DIN GĂIEŞTI

CERCUL de fizică de la școala medie din Găiești a început activitatea în anul școlar 1955—56, sub conducerea și îndrumarea tov. profesor de fizică *Petre Bocu.*

Ședințele cercului, teoretice și practice, s-au desfășurat bilunar. Pentru o activitate cît mai valoroasă, în fața comitetului de conducere al cercului s-au ridicat două mari probleme:

— antrenarea a cît mai mulți elevi sîrguincioși și interesați,

— alegerea unor teme cît mai atractive și totodată importante, care să trezească în mod deosebit, interesul lor pentru fizică.

În ciuda greutăților întîmpinate, obiectivele propuse au fost în general atinse. La început, cei care participau la cerc erau puțini, în special cei din cl. VIII-a, dar cu timpul numărul lor a crescut. Cu fiecare ședință nouă a cercului varietatea temelor era simțită, iar valoarea referatelor creștea.

Ordinea de zi a ședințelor era stabilită de tov. profesor de fizică împreună cu elevii din comitetul de conducere și cuprindea:

— Prezentarea unui referat de către un elev membru al cercului,

— Discuții pe marginea lui, la care, pe lîngă elevi participa și tov. profesor de fizică,

— Soluționarea unui anumit număr de probleme pentru fiecare clasă, în concordanță cu materia parcursă la curs,

— Precizarea ordinei de zi pentru ședința viitoare și propunerea spre rezolvare de noi probleme.

Pentru deprinderea elevilor cu întocmirea de referate, tov. profesor *Petre Bocu* a ținut la început un ciclu de conferințe din „electromagnetism".

Au urmat apoi, referate prezentate de elevi. Menționăm referatele și numele celor ce le-au pregătit: Lucrul mecanic la mecanisme simple *(Ixaru Gr. Liviu),* Ultrasunetele *(Tudorache Ștefan),* Experiențe simple cu ultra-

sunete *(Lăzărescu A. și Anton Paul)*, Electroliza și legile lui Faraday și aplicațiile ei în tehnică *(Jurubiță Petre)*, Radioactivitatea, fenomene și legi generale *(Tîrtan C. Gabriel)* etc.

Tot tov. prof. *P. Bocu* a mai prezentat și referatele: „Mărimi și unități în fizică" și „Descărcări electrice în gaze rărite". În legătură cu acest din urmă referat, tov. profesor a prezentat elevilor cl. a X-a, practic, cîteva experiențe cu tuburi Croockes, Geissler și Röentgen, demonstrînd cu acest prilej, cîteva din bine cunoscutele proprietăți ale razelor anodice, catodice și Röentgen (devierea umbrei de către un magnet puternic, efectul caloric, presiunea lor manifestată prin efecte mecanice, luminiscența sărurilor, (fotografii), impresionarea emulsiilor fotografice etc.).

Programul variat precum și subiectele alese atrăgea la fiecare ședință a cercului, noi membri dornici să-și îmbogățească cunoștințele lor de fizică. Participarea elevilor la ședințele cercului a fost numeroasă. Astfel, în anul școlar 1956—57, din 5 clase de învățămînt mediu ale școlii, cercul a avut 46 membri dintre care 38 din clasele IX—X.

Activitatea cercului a fost susținută și de Gazeta cercului de fizică, care publica articole de cunoaștere a noutăților din știință și tehnică, popularizînd în același timp și revistele Gazeta matematică și fizică, seria B și Știință și tehnică, în rîndurile elevilor.

În aproape trei ani de activitate, 1955—58, cercul a avut peste 30 de ședințe.

Rezultatele activității extrașcolare la fizică nu au întîrziat să se arate. În 1957 din 19 elevi admiși la etapa III-a a „Olimpiadei de fizică", 11 elevi au fost evidențiați, iar dintre aceștia unul a mers la etapa finală (pe țară).

În prezent, colectivul de conducere a cercului de fizică format din elevi și profesori, caută să îmbunătățească această activitate printr-o tot mai bună organizare a ședințelor, în scopul ridicării nivelului la fizică, al elevilor.

Gabriel C. Tîrtan, absolvent, Găiești

PROBLEME REZOLVATE

Problema E: 917

Să se arate că dacă între laturile a, b, c, ale unui triunghi oarecare există relațiile $2b = a + c$ *și* $b^2 = ac$, atunci $a = c$.

I. Cochințoiu, student

Soluție. — Putem scrie:

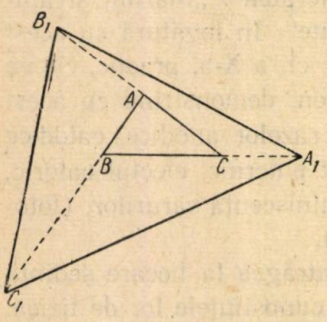
$$b^2 = \frac{(a+c)^2}{4} = ac$$

sau $\quad a^2 + 2ac + c^2 = 4ac$, de unde $a^2 - 2ac + c^2 = 0$

sau $\quad (a-c)^2 = 0 \quad , \quad a - c = 0 \quad ; \quad$ deci $a = c$.

Problema E : 920

Se dă triunghiul oarecare ABC. Prelungim latura AB dincolo de B pînă în C_1, astfel ca $AC_1 = BC + CA$; prelungim latura BC dincolo de C pînă în A_1, astfel ca $BA_1 = BA + AC$; prelungim latura CA dincolo de A pînă în B_1, astfel ca $CB_1 = CB + BA$.



Notăm cu P și P_1 perimetrele triunghiurile ABC și $A_1B_1C_1$. Să se stabilească inegalitățile: $\frac{3}{2} < \frac{P_1}{P} < 3$.

Stelian Gh. Mărculescu, Orașul Stalin

Soluție. — Din textul problemei avem:

$AC_1 = AC + CB$ sau $AB + BC_1 = AC + CB$ sau $BC_1 = AC + CB - AB$; $BA_1 = BA + AC$ sau $BC + CA_1 = BA + AC$ sau $CA_1 = BA + AC - BC$; $CB_1 = CB + BA$ sau

$$CA + AB_1 = CB + BA \text{ sau } AB_1 = CB + BA - CA.$$

Din triunghiul A_1CB_1 avem:

$A_1B_1 < CA_1 + CB_1$ sau înlocuind pe CA_1 și CB_1 cu valorile lor de mai sus avem: $A_1B_1 < BA + AC - BC + CB + BA$ sau

$$A_1B_1 < 2\ AB + AC.$$

La fel din triunghiul B_1AC_1 avem:

$B_1C_1 < AB_1 + AC_1$ sau $B_1C_1 < BC + BA - CA + AC + CB$ sau $B_1C_1 < 2\ BC + AB$.

La fel din trunghiul A_1BC_1 avem:

$A_1C_1 < A_1B + BC_1$ sau $A_1C_1 < BA + AC + AC + BC - AB$ sau $A_1C_1 < 2\ AC + BC$.

Adunînd membru cu membru ultimele trei inegalități avem :

$A_1B_1 + B_1C_1 + A_1C_1 < 2AB + AC + 2BC + AB + 2AC + BC$ sau $A_1B_1 + B_1C_1 + A_1C_1 < 3\ AB + 3\ BC + 3\ AC$; $A_1B_1 + B_1C_1 + A_1C_1 < 3\ (AB + BC + CA)$ sau $P_1 < 3P$

Avem apoi, observînd figura:

$$B_1C + CA_1 < B_1C_1 + A_1C_1 \text{ și înlocuind pe } B_1C \text{ și } CA_1$$

cu valorile lor de mai sus,

$$BC + AB + AB + AC - BC < B_1C_1 + A_1C_1$$

sau

$$2\ AB + AC < B_1C_1 + A_1C_1,$$

Analog obținem

$$2\ AC + BC < B_1C_1 + B_1A_1;$$
$$2\ BC + AB < A_1B_1 + A_1C_1$$

Adunăm membru cu membru, obținem :

$$3\ (AB + BC + AC) < 2\ (A_1B_1 + B_1C_1 + A_1C_1),$$

deci

$$\frac{3}{2} < \frac{P_1}{P} < 3.$$

Problema E: 925

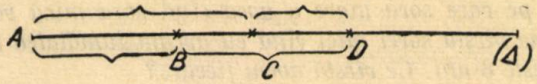
Dacă A, B, C, D sînt patru puncte situate pe o dreaptă (Δ) în ordinea dată, să se demonstreze că:

$$(AC^2 + BD^2) - (AB^2 + CD^2) = 2\ AD \cdot BC.$$

Gheorghe I. Stoian, student București

Soluție. Fie: $AB = a$, $BC = b$, $CD = c$. În aceste condiții relația de demonstrat devine:

$$(a + b)^2 + (b + c)^2 - (a^2 + c^2) = 2b\ (a + b + c).$$



Într-adevăr, avem:

$$(a + b)^2 + (b + c)^2 - (a^2 + c^2) = a^2 + 2\ ab + b^2 + b^2 + 2\ bc + c^2 - a^2 - c^2 =$$
$$= 2\ ab + 2\ b^2 + 2\ bc = 2\ b\ (a + b + c).$$

Problema E: 935

Două găini și o rață costă 55 *lei. Două rațe și o gîscă costă* 80 *lei. Două gîște și o găină costă* 75 *lei. Cît costă fiecare în parte?*

Simion St. Petre

Soluție. — Din enunțul problemei rezultă că 3 găini, 3 rațe și 3 gîște costă $55 + 80 + 75 = 210$ lei. Deci, o găină, o rață și o gîscă costă $210 : 3 = 70$ lei. Două găini, două rațe și două gîște costă $70 \cdot 2 = 140$ lei.. Dar două găini și o rață știm că costă 55 lei, deci o rață și două gîște costă $140 - 55$ lei $= 85$ lei. Știm că două rațe și o gîscă costă 80 lei, aceasta înseamnă că trei rațe și trei gîște costă $85 + 80 = 165$ lei, adică o rață și o gîscă costă $165 : 3 = 55$ lei. Cum am găsit că o găină, o rață și o gîscă costă 70 lei, rezultă că o găină costă $70 - 55 = 15$ lei.

Știm că două gîște și o găină costă 75 lei, rezultă că două gîște costă $75 - 15 = 60$ lei, adică o gîscă costă 30 lei.

Deci, o găină și o gîscă costă $30 + 15 = 45$ lei.

Știind că o găină, o rață și o gîscă costă 70 lei, rezultă imediat că o rață costă $70 - 45 = 25$ lei.

Deci, găina costă 15, lei, rața 25 lei și gîsca 30 lei.

Problema E: 938

Se consideră expresiile:

$$E_1 = (a + x)\ (b + x)^2 + (b + x)\ (c + x)^2 + (c + x)\ (a + x)^2$$
$$E_2 = (a + x)^2\ (b + x) + (b + x)^2\ (c + x) + (c + x)^2\ (a + x).$$

Să se arate că expresia $E = E_1 - E_2$ *este independentă de* x.

Gheorghe I. Stoian, student

Soluție. — Notăm: $a + x = A$, $b + x = B$, $c + x = C$. În aceste condiții-uni, vom avea:

$$E = AB^2 + BC^2 + CA^2 - A^2B - B^2C - C^2A = (AB^2 - A^2B) +$$
$$(BC^2 - C^2A) + (CA^2 - B^2C) = AB\,(B - A) + C^2\,(B - A) +$$
$$+ C\,(A - B)\ (A + B) = (A - B)\ (AC + BC - AB - C^2) =$$
$$(A - B)\,[C(B - C) - A\ (B - C)] = (A - B)\ (B - C)\ (C - A).$$

Însă $A - B = (a + x) - (b + x) = a - b$

și analog: $B - C = b - c$; $C - A = c - a$,

prin urmare: $E = (A - B)\ (B - C)\ (C - A) = (a - b)\ (b - c)\ (c - a)$.

Problema E: 939

Eu aveam vîrsta sorei mici cînd sora mare avea vîrsta pe care eu o voi avea cînd sora mică va avea vîrsta mea. Sora mare avea vîrsta mea cînd sora mică avea jumătatea vîrstei pe care sora mare o avea cînd sora mică va avea vîrsta mea. Iar sora mare avea vîrsta sorei mici cînd eu aveam jumătatea vîrstei pe care sora mică o va avea peste 8 ani. Ce vîrstă avem fiecare?

Paul R. Popescu, student Bucureşti

Soluţie. — Fie x, y, z vîrsta sorei mari, a mea şi a sorei mici, respectiv. Eu aveam vîrsta sorei mici acum $y - z$ ani, cînd sora mare avea $x - (y - z)$ ani, iar sora mică va avea vîrsta mea peste $y - z$ ani, cînd eu voi avea $y + (y - z)$ ani şi conform problemei, avem:

$$x - (y - z) = y + (y - z) \text{ sau}$$
$$x = 3y - 2z. \tag{1}$$

Sora mare avea vîrsta mea acum $x - y$ ani, cînd sora mică avea $z - (x - y)$ ani, iar sora mică va avea vîrsta mea peste $y - z$ ani, cînd sora mare va avea $x + (y - z)$ ani, şi conform problemei:

$$z - (x - y) = \frac{x + (y - z)}{2}$$

sau

$$3z - 3x + y = 0 \tag{2}$$

Sora mare avea vîrsta sorei mici acum $x - z$ ani, cînd eu aveam $y - (x - z)$ ani, iar sora mică peste 8 ani va avea $z + 8$ ani şi conform problemei,

$$y - (x - z) = \frac{z + 8}{2}$$

sau:

$$2y - 2x + z = 8 \tag{3}$$

Formăm sistemul cu ecuaţiile (1), (2), (3):

$$x = 3y - 2z$$
$$3z - 4x + y = 0$$
$$2y - 2x + z = 8$$

înlocuind pe x din prima în celelalte:

$$3z - 9y + 6z + y = 0$$
$$2y - 6y + 4z + z = 8$$

sau

$$z = \frac{8y}{9}, \text{ şi } 5z - 4y = 8$$

deci, $40y - 36y = 72$ şi $y = 18$;
rezultă $z = 16$ şi $x = 22$.

Problema E: 949

Trei lucrători au efectuat o lucrare pentru suma de 579 lei. Ştiind că primul a lucrat 47 ore, al doilea 70 ore, iar al treilea 76 ore, se întreabă cît li se cuvine la fiecare?

I. Munteanu, Zapodeni

Soluţie. — Calculul costului unei ore de lucru pentru un lucrător: $579 : 193 = 3$ lei ora de lucru.

Suma primită de primul muncitor est $47 \cdot 3 = 141$.

Suma primită de al doilea lucrător este $70 \cdot 3 = 210$ lei.

Suma primită de al treilea lucrător este $76 \cdot 3 = 228$ lei.

PROBLEMELE PROPUSE LA OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

ETAPA REGIONALĂ DIN 30 MARTIE 1958

Grupa I. m. clasa VIII-a

3187. — Să se afle valoarea numerică a polinomului

$$P(x) = x^3 - 3x^2 - 3x - 1$$

pentru $x = 1 + \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4}$.

E. Vişa, Timişoara

3188. — Să se rezolve sistemul

$$\begin{aligned} x + y + z &= 3a \\ ax + 2by + bz &= (a+b)^2 \\ bx + 2ay - az &= a^2 - b^2 \end{aligned}$$

Gh. D. Simionescu

3189. — Se consideră un trapez $ABCD$ (AB baza mare, BC şi AD laturile neparalele). Fie M un punct pe latura BC şi P intersecţia dreptei AM cu paralela dusă prin D la BC. Să se arate că:

a) dacă $AM = AB$, atunci $DM = PC$;

b) dacă M este mijlocul lalurii BC şi $AB = 2DC$, atunci AC, DP şi paralela dusă prin M la bazele trapezului sînt trei drepte concurente.

Corneliu Georgescu, Craiova

Grupa II. m. clasa IX-a de zi şi serală

3190. — Pentru care valori a lui m ecuaţia

$$\frac{x + 2m}{mx - 3} + 1 = 0$$

admite rădăcină pozitivă subunitară.

M. Haivas

3191. — Să se construiască triunghiul ABC în care se cunoaşte latura $BC = a$, raza cercului circumscris R şi raportul $\frac{AB}{AC} = \frac{m}{n}$.

C. Ionescu-Ţiu

3192. — Se dau două cercuri O_1 şi O_2 de raze R şi r secante în A şi B. Tangenta în A la cercul O_2 taie cercul O_1 în C, iar tangenta în A la O_1 taie cercul O_2 în D. Să se arate că $AC^2 \cdot BD = AD^2 \cdot BC$.

M. Haivas

Grupa III. m. clasa X-a

3193. — a) Să se demonstreze că polinomul

$$P(x) = \frac{x^n}{n-1} + \frac{x^{n-1}}{(n-1)(n-2)} + \frac{x^{n-2}}{(n-2)(n-3)} + \ldots + \frac{x^3}{3 \cdot 2} + \frac{x^2}{2 \cdot 1} - 1$$

este divizibil prin $(x - 1)$.

b) Să se afle cîtul împărţirii lui $P(x)$ prin $(x - 1)$.

E. Vişa, Timişoara

3194. — Un trunchi de piramidă triunghiulară regulat are latura bazei mari a metri, latura bazei mici b metri și unghiul format de muchia laterală cu muchia bazei mari, care pornesc din același vîrf, egală cu c radiani.

a) să se calculeze volumul trunchiului de piramidă,

b) să se afle valorile unghiului c pentru care problema este posibilă,

c) să se generalizeze discuția dc la punctul 2) de mai sus pentru un trunchi de piramidă regulat avînd n fețe laterale,

Gh. Pîslaru, Bacău

3195. — a) Să se stabilească identitatea

$$\operatorname{tg} 15^\circ \operatorname{tg} 35^\circ \operatorname{tg} 55^\circ \operatorname{tg} 75^\circ = 1$$

b) Să se rezolve ecuația

$$\operatorname{tg}(5^\circ - x)\operatorname{tg}(25^\circ - 2x)\operatorname{tg}(45^\circ - 3x)\operatorname{tg}(65^\circ + 2x)\operatorname{tg}(85^\circ + x)\operatorname{tg} kx = 1$$

Tiberiu Roman

3196. — Să se arate că expresia

$$E = 5^{n+2}\,7^{2n} - 2^{2n} \cdot 5^{2n+2}$$

este divizibilă cu 3625, oricare ar fi numărul natural n.

(Redacția revistei M.F.L., Cluj)

Grupa V m. anul I școli profesionale

3197. — Un triunghi oarecare ABC are laturile $AB = 13$ cm, $BC = 21$ cm și înălțimea $AD = 12$ cm. Din D se duce perpendiculara DE pe latura AC.

Să se afle latura AC și segmentele determinate pe ea de punctul E.

M. Gologan, București

3198. — Trei strungari se găsesc în întrecere. Ei au realizat împreună 3900 piese. Primul a depășit norma cu 40 %, al doilea a depășit norma cu 200 piese, al treilea a depășit norma cu un sfert din realizarea totală a celui de al doilea. Să se spună care strungar a cîștigat întrecerea?

I. Gh. Soare, București

3199. — Intre două orașe A și B avem o șosea. La ora 8 pleacă din A spre B un biciclist cu viteza de 20 km/oră și un turism cu viteza de 60 km/oră, iar din B spre A pleacă în același moment un camion cu viteza de 40 km/oră. Intîlnirea dintre camion și biciclist are loc la 40 minute după întîlnirea dintre camion și turism. Să se afle distanța între cele două orașe, ora și locul fiecărei întîlniri.

A. Șaichin

Grupa VI m. și VII m: anul II școli profesionale

3200. — Un cort în formă de paralelipiped drept, cu baza în formă de pătrat cu latura de 4 m, are un acoperiș în formă de piramidă cu înălțimea egală cu a paralelipipedului și egală cu jumătate din diagonala patratului de bază. Pentru fixare, de fiecare vîrf al bazei piramidei se leagă cîte o frînghie duse în prelungirea muchiilor laterale ale piramidei care sînt apoi fixate de cîte un țăruș în pămînt. Să se calculeze cîtă pînză trebuie pentru acest cort și cîtă frînghie pentru sprijinirea lui.

* * *

3201. — Să se rezolve sistemul:

$$x - ay + a^2z = a^3$$
$$x - by + bz^2 = b^3$$
$$x - cy + c^2z = c^3$$

* * *

3202, Unghiurile x, y, z fiind unghiuri din primul cadran, să se calculeze

a) $\dfrac{\sin x + \operatorname{tg} x}{\operatorname{cosec} x + \operatorname{cotg} x}$ știind că $\sec x = \dfrac{3}{2}$;

b) $\operatorname{tg} y - \dfrac{\sin z - \cos z}{\sin z + \cos z}$ știind că $\cos y = \dfrac{4}{5}$, $\operatorname{tg} z = 7$.

M. Gologan

Grupa VIII m. anul I școli tehnice de maiștri

3203. — Se consideră patrulaterul $ABCD$ în care $AB = AD = a$, $\measuredangle A = 90°$; $\measuredangle C = 60°$: $\measuredangle D = 135°$. Să se afle: a) perimetrul și aria patrulaterului; b) lungimea diagonalei AC.

* * *

3204. — Care este costul unui kilogram dintr-un aliaj neprelucrat știind că prin tăiere a rămas neîntrebuințat 38% din materialul intrat în lucru și că astfel costul acestui deșeu rămîne 50% din valoarea lui neprelucrat. Prin șlefuire s-a fărămițat 1% din greutatea materialului neprelucrat intrat în lucru; iar acestui material fărămițat nu i se atribuie nici o valoare.

Costul ambalajului gata fasonat este de 1,25% din prețul de vînzare; iar manopera este de 30% din prețul vînzării.

Piesele fasonate se vînd cu 60 lei kilogramul.

C. Ionescu-Țiu

3205. — Să se demonstreze identitatea

a) $$\frac{\cos x + \sin x}{1 - \operatorname{tg} x} + \frac{\cos x - \sin x}{1 + \operatorname{tg} x} = \frac{2 \sec x}{1 - \operatorname{tg}^2 x}$$

b) Ce devine identitatea de mai sus dacă se înlucuiește $\operatorname{tg} x = t$, iar $\sin x$, $\cos x$ și $\sec x$ se exprimă tot în funcție de t. Verificare.

Ion Păunel, Buzău

Grupa IX m, anul II școli tehnice de maiștri

3206. — Față de OX trebuie trimisă o rază de lumină din punctul $A(0,2)$ pentru ca reflectată într-un punct B pe OX să să treacă prin punctul $C(4,5)$.

a) să se scrie ecuațiile dreptelor AB și BC,

b) să se afle coordonatele intersecției dreptei AC cu XX',

c) să se arate că dintre triunghiurile cu baza AC și cu al treilea vîrf pe axa XX' triunghiul ABC are perimetrul minim,

d) să se afle poziția unui punct M pe axa XX' astfel ca diferența $(MC-MA)$ să fie maximă.

C. Ionescu-Țiu

3207. — Se consideră piramida regulată $VABC$ cu latura bazei a şi unghiurile diedre ale feţelor laterale cu planul bazei de 60°.

a) Să se calculeze volumul şi aria piramidei.

b) Printr-una din laturile bazei se duce planul perpendicular pe muchia opusă. Să se calculeze raportul volumelor celor două piramide formate din piramida iniţială.

Călin Tudor

Grupa X m., anul III şi IV şcoli pedagogice

3208. — Un elev a cumpărat de 10,50 lei 1,100 kg bomboane, orez şi griş. Se ştie că preţul orezului este 3/4 din preţul bomboanelor, iar preţul grişului este 1/2 din cel al orezului. Cantitatea de orez este dublă cît cea de griş, pe cînd cantitatea de bomboane este 5/4 din cantitatea de orez. Să se afle cantitatea şi preţul fiecărui articol.

Florica Pătraşcu

3209. — Avînd contract cu statul, un ţăran a livrat centrului de colectare a raionului său, 350 kg cartofi şi 280 kg varză, încasînd suma totală de 367,50 lei. In schimbul preţului celui de-al doilea transport de varză în greutate de 93 kg, el a cumpărat de sămînţă 70 kg cartofi (în acelaşi preţ de contractare) primind un rest de 1 leu. Cu cît a vîndut ţăranul kilogramul de cartofi şi varză?

S. Boiceanu

3210. — Inălţimea unui triunghi echilateral este prelungită dincolo de vîrf cu o lungime cît ea şi prin capătul acestei prelungiri este dusă o perpendiculară pe prelungire. Să se afle volumul şi aria corpului obţinut prin rotirea triunghiului în jurul acestei perpendiculare, ştiind că latura triunghiului este a.

CHESTIUNI PROPUSE LA OLIMPIADA DE FIZICĂ

ETAPA REGIONALĂ DIN 30 MARTIE 1958

Grupa I f, clasa VIII-a

TEORIE — CINEMATICA ŞI DINAMICA MIŞCĂRII CIRCULARE *)

3211. — Printr-un tub orizontal aflat în barajul unui lac de acumulare curge un jet de apă cu debitul de 1 m/s. Tubul se găseşte la înălţimea de 20 m deasupra solului, iar jetul de apă cade la 4 m depărtare de piciorul barajului. Să se calculeze:

a) viteza jetului de apă la ieşirea lui din tub,

b) puterea jetului de apa în kW şi CP;

c) energia în kgm pe care ar putea să o furnizeze acest jet de apă într-o lună (30 zile), dacă apa ar curge incontinuu.

Se va lua $g = 10\,m/s^2$.

---

*) Nu se trimite şi răspuns la teorie, ci numai rezolvarea problemelor numerotate.

Grupa II f, clasa a IX-a

TEORIE — LEGEA BERNOULLI ŞI APLICAŢIILE EI

3212. — Un avion care are motorul de 240 CP se ridică la înălţimea de 1000 m. Avionul cîntăreşte 3,5 tone. In cît timp execută avionul ascensiunea şi cîtă benzină consumă considerînd că, pentru ascensiune motorul foloseşte numai 35% din puterea lui totală, iar randamentul motorului este de 25%.

Puterea calorică a benzinei este de 11000 kcal/kg.

Grupa III f. Clasa X-a

TEORIE — ACŢIUNEA CÎMPULUI MAGNETIC ASUPRA CURENTULUI ELECTRIC (FORŢA ELECTROMAGNETICĂ); CARACTERIZARE ŞI APLICAŢII

3213. — Rezistenţa interioară a unui generator de curent continuu este de 0,4 ohmi, iar rezistenţa exterioară a circuitului este de 1 ohm, voltajul fiind E.

a) Care este intensitatea curentului?

b) Cum va varia intensitatea, dacă va fi măsurată cu un ampermetru care are rezistenţa de 0,01 ohmi?

c) Se scoate ampermetrul şi se măsoară tensiunea la bornele generatorului cu un voltmetru. Care este rezistenţa exterioară faţă de primul caz?

Grupa IV f, clasa XI-a

TEORIE — REFRACŢIA, LEGI ŞI APLICAŢII

3214. — O lumînare este situată la 1 m depărtare de un ecran. Intre ecran şi lumînare se aşează o lentilă convergentă cu distanţa focală de 9 cm. La ce depărtare de lumînare trebuie aşezată lentila, pentru ca pe ecran să se formeze imaginea clară a lumînării?

Grupa V f, anul I şcoli profesionale

TEORIE — FRECAREA ŞI RANDAMENTUL MAŞINILOR

3215. — Un fierăstrău circular (pînză) cu diametrul de 40 cm, trebuie să aibă în timpul funcţionării o viteză de tăiere de 12 m/s. Fierăstrăul este acţionat de un motor printr-o transmisie cu curea. Diametrul roţii de transmisie de pe axul motorului este de 120 mm. Ştiind că viteza de rotaţie a motorului este de 1000 rotaţii pe minut, se întreabă, care va fi diametrul roţii de transmisie ce trebuie montată pe axul fierăstrăului circular.

Grupa VI f, anul II şcoli profesionale

TEORIE — LEGILE CURENŢILOR DERIVAŢI ŞI APLICAŢIILE LOR

3216. Să se calculeze în cît timp un ibric electric cu o putere de 450 W fierbe o cantitate de 0,5 litri apă cu o temperatură iniţială de 18°C. Se presupune că numai 80% din cantitatea de căldură produsă de rezistenţa de încălzire a ibricului este utilizată la încălzirea apei, restul pierzîndu-se în mediul înconjurător.

Grupa VII, anul I şcoli profesionale cu predarea fizicii într-un an

TEORIE — DILATAREA TERMICĂ CU EXEMPLE LEGATE DE PRACTICĂ

3217. — O locomotivă avînd greutatea de 120 tf, se opreşte pe un pod cu deschiderea de 30 m. Dacă unul din picioarele podului suportă 80 tf să se calculeze la ce distanţă de picioarele podului s-a oprit locomotiva.

Grupa VIII f, anul I şcoli tehnice de maiştri

TEORIE — MOTOARE ELECTRICE CU ARDERE INTERNĂ

3218. — O pîrghie de grad I are distanţa a_1 de la punctul de sprijin S_1 pînă la forţa F, egală cu 20 cm, iar celălalt capăt aflat la distanţa $b_1 = 2$ cm, faţă de punctul de sprijin S_1 trage de altă pîrghie de gradul III într-un punct A, cu ajutorul unui cablu. Acest punct A este depărtat de punctul de sprijin S_2 al pîrghiei a doua cu distanţa $a_2 = 6$ cm, iar locul de aplicare al rezistenţei de învins R este depărtat cu distanţa $b_2 = 28$ cm faţă de S_2. Să se afle valoarea forţei F pentru valoarea rezistenţei $R = 3$ kgf, neglijîndu-se frecările, iar apoi să se afle F real pentru un randament al ansamblului egal cu 72%.

Grupa IX f, anul I şcoli pedagogice de 6 ani

TEORIE — MIŞCAREA UNIFORM VARIATĂ, GRAFICELE VITEZEI ŞI SPAŢIULUI

3219. — Să se construiască graficele vitezei si ale spaţiului parcurs de un mobil în funcţie de timp, acceleraţia fiind 1,5 m/s^2. Viteza iniţială se consideră nulă.

PROBLEME PROPUSE *)

3220. — Să se calculeze valoarea raportului dintre grosimea unei lame şi lungimea de undă a razelor care interferă cu ajutorul ei. Distanţa unghiulară dintre franjele luminoase este de 0,031 415 9, iar indicele de refracţie al lamei faţă de aer este $n = 0{,}318\ 309\ 8$. In cazul unei lame groase, franjele de aceiaşi lungime de undă dar de ordine diferite se dispun aproape unele de altele.

Emil N. Stăncescu, student Politehnică

3221. — Dacă laturile unui triunghi sînt date de relaţiile

$$a = m\ (1 + n^2);\quad b = n\ (1 + m^2)\ \text{şi}\ c = (m + n)\ (1 - mn).$$

Să se arate că înălţimea din C este dată de relaţia $h_c = 2\ mn$; iar raza cercului exînscris cuprins între laturile unghiului C este $r_c = 1 - mn$.

C. Ionescu-Ţiu

---

*) VIII: (3228, 3243, 3244, 3246, 3247, 3253, 3257): IX (3223, 3224, 3225, 3227, 3231, 3232, 3235 3227, 3238, 3241, 3249, 3250, 3252, 3255); X (3220, 3221, 3222, 3226, 3229, 3230, 3233, 3234, 3239, 3240, 3242, 3245, 3251, 3254, 3256).

3222. — Să se demonstreze inegalităţile :

$$\sin(60^\circ + 2x)\sin(60^\circ + 2y)\sin(60^\circ - 2x - 2y) \leqslant$$
$$\leqslant \sin(60^\circ - x)\sin(60^\circ - y)\sin(60^\circ + x + y) \leqslant$$
$$\leqslant \sin\left(60^\circ + \frac{x}{2}\right)\sin\left(60^\circ + \frac{y}{2}\right)\sin\left(60^\circ - \frac{x}{2} - \frac{y}{2}\right),$$

x şi y fiind cuprinşi între 0° şi 150°.

C. Ionescu-Ţiu

3223. — Se dau trei cercuri C_1, C_2, O_3 şi trei puncte fixe A_1, A_2, A_3. Se cere să se construiască un cerc C. aşa fel ca axa radicală a lui C şi C_1 să treacă prin A_1, axa radicală a lui C şi C_2 să treacă prin A_2, axa radicală a lui C şi C_3 să treacă prin A_3.

* * *

3224. — Se dau cercurile C_1 şi C_2 de centre A şi B, şi fie S_1 şi S_2 centrele lor de omotetie. Să se arate că cercul cu diametrul S_1S_2 face parte din fascicolul determinat de cercurile C_1 şi C_2.

* * *

3225. — Se dau trei cercuri A. B, C cu centrele a. b, c. Pe laturile ab, bc, ca, ale triunghiului abc se iau punctele a', b', c' aşa fel ca dreptele aa', bb', cc' să fie concurente în m. Se consideră cercul A' cu centrul în a' şi care aparţine fasciculului ce conţine pe B şi C, cercul B' cu centrul în b' şi aparţine fasciculului de cercuri ce conţin pe A şi C şi cercul C' cu centrul în c' ce aparţine fasciculului de cercuri ce conţin pe A şi B. Să se arate că cele trei fascicule (AA'), (B, B'). (C, C') au un cerc comun.

* * *

3226. — Se dau în spaţiu dreptele D_1 şi D_2 şi planele P_1 şi P_2. Se cere să se ducă o dreaptă D ce se sprijină pe D_1 şi D_2, este paralelă cu P_1 şi face un unghi dat α cu planul P_2.

* * *

3227. — Se dă un trapez dreptunghic $ANCD$ cu unghiurile drepte în A şi D. Se prelungeşte CD. cu segmentul $DE = CD$. Dreapta care uneşte E cu B taie AD în punctul M. Unim M cu C şi din M ducem paralela MN la laturile paralele ale trapezului. Să se arate că:

a) Dreapta MN este bisectoarea unghiului CMB.

b) Diagonalele DB şi AC sînt concurente într-un punct P situat pe MN astfel încît $PM = PN$.

Mihail Botez

3228. — Dacă b este baza unui sistem de numeraţie mai mare decît 3, atunci valorile numerice ale expresiilor $E_1 = b^2 - 3b + 2$ şi $E_2 = 3b - 3$ sînt numere răsturnate.

Simion Sorin, profesor Ploeşti

3229. — Să se arate că în orice triunghi avem relația:

$$\sin^2 \frac{A-B}{2} + \sin A \cdot \sin B + \sin^2 \frac{C}{2} = 1.$$

Simion Sorin, profesor Ploești

3230. — Generatoarea unui con circular drept face cu planul bazei unghiul α. Să se ducă printr-o tangentă la baza conului, un plan care să împartă volumul conului în medie și extremă rație.

Radu Stroe, student București

3231. — Din fiecare vîrf al unui tetraedru oarecare luat ca centru se construiește cîte o sferă a cărei rază este $^1/_2$ din rădăcina patrată a sumei patratelor muchiilor care pleacă din acel vîrf. Să se arate că centrul radical al ceior 4 sfere astfel formate este centrul de greutate al tetraedrului.

C. Coșniță

3232. — Fie A_1 punctul de tangență cu cercul circumscris al unui cerc tangent exterior acestuia și în același timp, tangent laturilor AB și AC, ale unui triunghi oarecare ABC. Se obțin în mod analog, punctele B_1 și C_1.

Să se demonstreze că dreptele AA_1, BB_1 și CC_1 sînt concurente.

Chestiune analoagă pentru cazul cînd cercurile în chestiune sînt tangente interior cercului circumscris.

Ștefan S. Mihăiescu

3233. — Se dă ecuația:

$$x^2 + 4xy - xy^2 - 6x + 1 = 0 \qquad (1)$$

1°. Să se determine condițiile necesare pentru ca x și apoi y să aibă valori reale.

2°. Să se determine numerele reale α și β, așa încît aplicînd în (1) transformarea

$$x = X + \alpha\,; \quad y = Y + \beta \qquad (2)$$

ecuația în X și Y astfel obținută să conțină numai termeni de gradul al doilea și al treilea.

3°. Punînd în această ecuație:

$$Y = tX \qquad (3)$$

Să se exprime X și Y în funcție de t, așa încît dînd lui t toate valorile admisibile, să se determine coordonatele punctelor curbei reprezentate de ecuația de la punctul 2°.

4°. Să se demonstreze că atît ecuația (1), cît și cea obținută prin transformarea (2), reprezintă aceiași curbă, interpretîndu-se geometric transformarea (2).

N. C. Ciomu

3234. — Să se rezolve în numere întregi, ecuația:

$$xyzt - 5\,xyz - 4\,xyt - 3\,xzt - 2\,yzt + 20\,xy + 15\,xy + 12\,xt + \\ + 10\,yz + 8\,yt + 6\,zt - 60\,x - 40\,y - 30\,z - 24\,t + 119 = 0.$$

Șaganai Nusfet, student București

3235. — Medianele m_a, m_b, m_c întîlnesc cercul circumscris triunghiului ABC în punctele A', B', C'. Notînd cu a, b, c laturile triunghiului $\overline{ABC}$ și cu a', b', c' segmentele $\overline{B'C'}$, $\overline{A'C'}$, $\overline{A'B'}$, se cere relația

$$\frac{a \cdot m_b}{a' \cdot m_c} + \frac{b \cdot m_c}{b' \cdot m_a} + \frac{c \cdot m_a}{c' \cdot m_b} = 3.$$

Iacob Hadîrcă, Breaza

3236. — Să se arate că în orice triunghi avem relația:

$$a^2 \cos (B - C) + (b^2 + c^2) \cos A = 2bc.$$

Istodor Valentin

3237. Dacă trei triunghiuri $A_1B_1C_1$, $A_2B_2C_2$. $A_3B_3C_3$ sînt două cîte două omologice și centrele de omologie sînt coliniare, atunci și triunghiurile $A_1A_2A_3$, $B_1B_2B_3$, $C_1C_2C_3$, sînt două cîte două omologice și au centrele de omologie coliniare.

* * *

3238. — Să se rezolve în numere întregi ecuația:

$$2x^2 - 5xy + 2y^2 = 17.$$

Oct. Nanu, elev Iași

3239. — În orice triunghi avem:

$$\begin{aligned} &\sin 2A \cos^2 B + \sin 2B \cos^2 A + \\ &+ \sin 2B \cos^2 C + \sin 2C \cos^2 B + \\ &+ \sin 2C \cos^2 A + \sin 2A \cos^2 C = \\ &= \sin A \cos A + \sin B \cos B + \sin C \cos C. \end{aligned}$$

* * *

3240. — Să se calculeze suma:

$$1 + (1+2) \sin x + (1+2+3) \sin^2 x + (1+2+3+4) \sin^3 x + \ldots$$
$$\ldots + (1+2+3+\ldots+100) \sin^{99} x.$$

* * *

3241. — Fie $ABCD$ un trapez isoscel cu laturile paralele AB, CD, și P un punct oarecare de pe cercul O circumscris trapezului. Să se demonstreze că perpendiculara din B pe CP se întîlnește pe cercul O cu perpendiculara din D pe AP.

Gh. Buicliu

3242. — Să se stabilească identitatea:

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \ldots p + 2 \cdot 3 \cdot 4 \ldots (p+1) + \ldots + (m+1)(m+2)\ldots(m+p) = \frac{(m+1)\ldots(m+p+1)}{p+1}.$$

* * *

3243. — Să se construiască triunghiul ABC cunoscînd raza R a cercului circumscris, distanța de la centrul cercului circumscris pînă la mijlocul laturii $\overline{BC}$ și unghiul format de raza $\overline{OA}$ cu înălțimea AD a triunghiului.

I. Mateescu, Giurgiu

3244. — Bisectoarea unghiului A din paralelogramul $ABCD$ întîlnește diagonala BD în Q și latura BC în T. Fie un punct oarecare P pe segmentul QT. Dreptele BP și DP întîlnesc laturile DC și BC în M respectiv N, Să se demonstreze că $BN = DM$.

* * *

3245. — În cercul O se duce diametrul fix BH. Fie M, P două puncte mobile pe cercul O și O_1, O_2, O_3 centrele cercurilor circumscrise triunghiurilor OPH, OHM, OMB. Cercurile (O_1), (O_3) se taie a doua oară în C. Să se arate că: 1^0. Cercurile (O_2) și $O_3)$ sînt ortogonale; 2^0. AN fiind perpendiculara coborîtă din intersecția dreptelor BP, MH și BH, să se arate că dreptele BM, PH, AN sînt concurente.

N. C. Ciomu

3246. — Regulatorul centrifugal de la o locomobilă a unei gospodării colective, avînd ramurile centrifugale din material ușor și bile din material dens, face 300 rotații pe minut, dezvoltînd o forță centrifugă de 20 de ori mai mare ca greutatea unei bile, iar bilele se ridică la înălțimea maximă.

Cît este de lungă una din ramurile centrifugale?

P. Țeaha

3247. — Un camion cu greutatea de 1,96 tf se mișcă uniform cu o viteză de 72 km/h. La un moment dat este frînat. Din acest moment și pînă la oprire mai parcurge 40 m.

1. Care este forța de frînare în kgf și N?
2. Cît este de mare lucrul mecanic al acestei forțe în kgm și j?
3. Cît timp a durat mișcarea uniform încetinită a camionului?

* * *

3248. — Un automobil cu masa de 2,5 tone dezvoltă o forță de tracțiune de 700 kgf. El pornește din stare de repaos pe o șosea asfaltată cu coeficient de frecare $\mu = 0{,}01$. După cît timp de la pornire atinge viteza de 1 500 cm/s. Calculele se vor face în MKS și MKfS.

M. Gogan, T. Severin

3249. — Cît de mare este viteza avionului dacă la un tub Pitot s-a măsurat presiunea 0,05 At și densitatea aerului $\varrho = \frac{1{,}2 \text{ kg}}{\text{m}^3}$?

* * *

3250. — Ce greutate posedă 5 000 cm^3 de oxigen avînd presiunea 120 at și temperatura 27,3 °C, dacă greutatea moleculară a oxigenului este 32 g.

* * *

3251. — Lungimea medie de undă a radiației unei lămpi electrice este de 0,5 μ. Să se calculeze numărul fotonilor emiși de o lampă de 150 W în unitatea de timp. Se dă $h = 6{,}62 \cdot 10^{-27}$ erg·s și viteza luminii $c = 300\,000$ km/s.

Ilie Rizescu, Roșiorii de Vede

3252. — Un camion cu puterea medie a motorului de 44 CP se aprovizionează cu 242 kg benzină de putere calorică $q = 11\,000$ kcal/kg şi parcurge în diferite direcţii un spaţiu total de 1 281 km, cu viteza medie de 54 km/h. Se cere să se afle:

1. Cantitatea de benzină consumată de motor pentru parcurgerea spaţiului amintit;

2. Cantitatea de apă ce s-ar putea încălzi de la punctul ei de solidificare pînă la punctul ei de fierbere, fără schimbări de stare de agregare, prin arderea benzinei rămase la sfîrşitul cursei camionului;

3. Greutatea camionului considerînd că acesta cu puterea şi viteza amintită urcă o pantă de 0,01 pe o şosea, cu $\mu = 0{,}09$.

P. Teaha

3253. — Ce cantitate de acid sulfuric şi zinc sînt necesare pentru a obţine 112 l hidrogen (în condiţii normale);

Care va fi volumul ocupat de hidrogenul obţinut la temperatura de 20°C şi sub presiunea de 10 at.

Radu Răşcanu, elev Bucureşti

3254. — Cîţi ioni de hidrogen au participat la transportul electricităţii, cînd la electroliza H_2SO_4 s-a degajat 250 cm^3 de hidrogen avînd presiunea 750 mm şi temperatura 27,3°C?

Iuliu Gross

3255. — Cilindreea unui motor este 123 cm^3, iar alezajul 52 mm. Se cere puterea motorului dacă presiunea gazelor pe suprafaţa cilindrului este 5 at, numărul exploziilor pe minut este 1 500.

Ştefan Stoican, Alexandria

3356. — O sferă metalică cu raza de 3 m este legată la polul unei baterii avînd f.e.m. 200 V.

a) Cît de mare este sarcina electrică cîştigată de sferă?

b) Să se afle sarcina cîştigată, dacă polul este legat la o armătură a unui condensator. Suprafaţa unei armături este 2 m^2, iar între armături este aşezat un strat de parafină de 2 mm.

* * *

3257. — Un pod de fier avînd masa de 1 200 tone, este fixat la un capăt pe cînd celălalt capăt se reazimă pe o rolă cu raza de 10 cm. Lungimea podului la 14°C este de 45 m. Vara în timpul zilei, podul fiind de culoare închisă, temperatura lui se ridică pînă la 50°C. Să se calculeze:

1. Cu cît se lungeşte podul din cauza încălzirii? Coeficientul de dilatare liniară a fierului este 0,000 012.

2. Unghiul cu care se roteşte axul rolei cînd podul îşi schimbă lungimea.

3. Ce cantitate de huilă cu putere calorică 7 000 kcal/kg ar trebui să ardem pentru a provoca în mod artificial aceiaşi dilatare, presupunînd că nu ar fi pierderi de căldură? Căldura specifică a fierului este 0,11 kcal/kg·grad.

Iuliu Amberg

EXERCIŢII ŞI PROBLEME PENTRU ŞCOALA DE 7 ANI*)

E: 1133. — Clasele V şi VI ale unei şcoli elementare, au depus împreună la CEC, suma de lei 1300, cu 5% dobîndă pe an. Să se afle: ce sumă a depus fiecare clasă la CEC, dacă diferenţa dobînzilor acelor sume este 25 lei.

B. Baieră

E: 1134. — La G.A.C. „Drumul Belşugului" din comuna Bujoreni, raionul R. Vîlcea, un colectivist a lucrat în total, 42 zile fiind plătit la primul avans, pentru 6 zile a 5 lei ziua; la împlinirea a 40 de zile i s-a dat un avans socotind tot 5 lei ziua, iar la lichidare i s-a socotit 6,50 lei ziua. Cît a primit colectivistul la al doilea avans şi cît a primit la lichidare?

D. D. Bulucea, elev R. Vîlcea

E: 1135. — Un strungar depăşeşte norma primei luni cu 10%, în a doua lună depăşeşte norma cu 6%, iar în a treia lună cu 1/6 de normă. Să se afle care este norma ştiind că suma depăşirilor de normă este de 49 piese.

Florin Brezeanu, elev Tîrgovişte

E: 1136. — Latura patratului $ABCD$ este egală cu a. Pe diagonala AC se ia punctul O estfel încît $PC = \frac{AC}{4}$. Fie E intersecţia lui BP cu CD, O centrul patratului şi M intersecţia lui BP cu perpendiculara din O pe BC.

1^0. Să se calculeze CE; 2^0. Să se arate că triunghiul OEM este soscel.

Corneliu Georgescu, Craiova

E: 1137. — Ce rezistenţă ne trebuie să punem în serie cu un bec de 100 V şi 60 W, dacă la priză avem un curent de tensiune egală cu 220 V. Cîţi metri de sîrmă de nichelină cu secţiunea de 0,5 mm^2, ne trebuie pentru a pune în serie cu un bec de 100 V şi 100 W?

St. Găletuşe, elev T. Severin

E: 1138. — Se topeşte un aliaj de argint cu titlul 0,836 cu altul al cărui titlu este 0,900 şi se obţine 5 kg de un nou aliaj cu titlul 0,860. Cît s-a topit din fiecare aliaj?

Ilie Rizescu, elev Roşiorii de Vede

E: 1139. — La 2 iunie există în contul „Produse fabricate", la debit, suma de lei 4800, reprezentînt preţul de cost a 40 de perechi de ghete. La 2 iunie se vînd 8 perechi de ghete cu un cîştig de 15% şi suma se pune în casa întreprinderii. La 3 iunie se livrează unui magazin, 20 perechi de ghete cu un beneficiu de 10% şi se cere ca preţul să fie depus în contul întreprinderii la bancă.

---

*) Clasa V (E: 1134, 1141, 1143, 1150, 1151, 1152); VI (E: 1133, 1135, 1138 1139, 1140, 1144, 1145, 1146, 1153, 1154, 1155); VII (E: 1136, 1137, 1147, 1149, 1156 1157, 1158).

La 4 iunie apare o reducere astfel că întreprinderea vinde 10 perechi de ghete cu un preţ cu 2% sub preţul de cost şi banii încasaţi îi pune în casa de bani.

Ce operaţie se face la contul „Produse fabricate" şi care va fi soldul la 15 iunie?

C. I. Ţ.

E: 1140. — Folosind tabelele din aritmetica de clasa VI, p. 226—229, să se calculeze raza unei sfere cu volumul de 1958 dm^3 ştiind că volumul sferei este dat de formula $V = \frac{4}{3}\pi R^3$; apoi să se afle aria aferei dată de formula $A = 4\pi R^2$,

C. I. Ţ.

E: 1141. Un bazin de capacitate anumită este prevăzut cu trei ţevi pentru umplere. Prima ţeavă poate umple singură bazinul în 15 ore; debitul ţevii a doua este $\frac{3}{5}$ din debitul primei ţevi, iar prin ţeava a treia intră $\frac{1}{2}$ din cantitatea de apă ce curge, în acelaşi interval de timp, prin primele două ţevi. În cîte ore va fi plin bazinul dacă cele trei ţevi vor fi deschise deodată?

(Clasa V, OMMF-1958, Craiova)

E: 1142. Două trenuri pleacă din staţiile A şi B, unul spre altul. Primul tren are viteza de 42 km/oră, iar al doilea tren pleacă cu două ore mai tîrziu şi are o viteză de 56 km/oră. Distanţa dintre staţii fiind de 476 km se cere;

a) dupa cîte ore de la plecarea primului tren se vor întîlni cele două trenuri?

b) cu cîte ore după plecarea primului tren ar trebui să plece din staţie al doilea tren, ca întîlnirea să aibă loc la mijlocul distanţei dintre staţii?

(Cl. V, OMMF-1958, Craiova)

E: 1143. — De pe o suprafaţă de teren s-a obţinut o recoltă de in şi de cînepă. Recolta de in la ha este de $6\frac{1}{20}$ q, iar recolta medie de in reprezintă $\frac{8}{11}$ din recolta cînepii. Ştiind că suprafaţa semănată cu cînepă este $1\frac{13}{14}$ ori mai întinsă decît cea cultivată cu in şi că $\frac{5}{11}$ din întreaga recoltă este de $136\frac{1}{3}$ q, să se afle:

a) cantitatea totală a recoltei în quintale;

b) suprafaţa fiecărui fel de recoltă.

(Cl. V, OMMF-1958, Craiova)

E: 1144. — Cîţi muncitori trebuie să tragă de frînghia unui scripete mobil pentru a ridica o greutate de 1 000 kg, dacă fiecare muncitor depune un efort de 25 kgf?

Dar pentru a ridica greutatea la 10 metri, pe ce distanţă va lucra forţa muncitorilor?

(Cl. VI, OMMF-1958, Craiova)

E: 1145. — Producţia unei întreprinderi a fost planificată a se realiza în părţi egale trimestriale. Pe trimestrul I însă, s-a depăşit planul cu 6% din producţia planificată pe celelalte trimestre; pe trimestrul II s-a depăşit planul cu 8% din producţia planificată pe ultimele două trimestre; pe trimestrul III s-a depăşit planificarea cu 16% din producţia planificată pe ultimul trimestru; iar pe acest din urmă trimestru, s-a lucrat în ritmul planificat.

Pe ce trimestru s-a lucrat mai mult? ce fracţiune de timp din ultimul trimestru a fost folosită în contul anului următor?

(Cl. VI, OMMF-1958, Craiova)

E: 1146. — Se dă un patrat $ABCD$ cu latura egală cu a. Se prelungeşte BC cu $CC_1 = a$ şi DA cu $AA_1 = a$. Să se arate că patrulaterul A_1BC_1D este un paralelogram şi că triunghiul BDC_1 este dreptunghic.

(Cl. VI, OMMF-1958, Craiova)

E: 1147. — Latura unui triunghi echilateral este egală cu a. Să se calculeze lungimea segmentului care uneşte mijloacele a două înălţimi.

(Cl. VII, OMMF-1958, Craiova)

E: 1148. — Se dă:

$$A = 1 + \frac{2x}{3 + \frac{4x}{5}}; \quad B = 9 - \frac{4 - \frac{15}{x}}{2}.$$

Să se calculeze valoarea expresiei:

$$E = \left(\frac{A^2 + AB + B^2}{A + B} + \frac{A^2 - AB + B^2}{A - B}\right) \cdot \left(\frac{B}{A} - \frac{A}{B}\right).$$

(Cl. VII, OMMF-1958, Craiova)

E: 1149. — Un motor Diesel de 500 CP lucrează cu un randament de 35%. Ce cantitate de combustibil-petrol cu puterea calorică de 11 000 kcal/kg este necesară pentru funcţionarea motorului timp de 8 ore?

(Cl. VII, OMMF-1958, Craiova)

E: 1150. — Să se calculeze valoarea expresiei:

$$\frac{1}{7} - \left(\frac{8}{10} - \frac{12}{7} + \frac{4}{55}\right) + \frac{6}{385}.$$

(Cl. V, OMMF-1958, Galaţi)

E: 1151. — Suma a trei numere întregi este 1 000. Să se afle acele numere știind că al doilea fiind împărțit cu primul dă restul zero și cîtul 7; iar al treilea fiind împărțit cu al doilea dă cîtul 9 și restul 6.

(Cl. V, OMMF-1958, Galați)

E: 1152. O gospodărie colectivă iernează 65 boi asigurîndu-le cîte o rație de 20 kg fîn pe zi de fiecare animal timp de 90 zile. După 25 zile mai intră în gospodărie 15 boi care sînt hrăniți din același fîn, iar pentru completarea rației se mai dă cîte 1 kg grăunțe în loc de $2\frac{5}{10}$ kg fîn.

— La cîte kg de fîn s-a redus rația unui animal?

— Cîte kg de grăunțe se mai dau în plus la fiecare animal?

(Cl. V, OMMF-1958, Galați)

E: 1153. Numărul 100 se împarte proporțional cu numerele $1\frac{1}{2}$, $2\frac{5}{6}$, $2\frac{1}{3}$. Ce procent revine la fiecare parte?

(Cl. VI, OMMF-1958, Galați)

E: 1154. O baie are capacitatea de 37 dal și curge în ea apa prin două robineteî unul cu apă rece care dă 15 litri apă în 2 minute, și altul care dă 40 litri apă caldă în 7 minute.

Încît timp se umple baia, robinetele curgînd împreună?

Cîtă apă rece și cîtă caldă curge în baie?

(Cl. VI, OMMF-1958, Galați)

E: 1155. — Un automobil merge cu o viteză constantă de 36 km/oră, timp de $3\frac{1}{2}$ ore. La înapoiere, după ce merge cu aceiași viteză 66 km, se oprește și stă $\frac{1}{2}$ oră. Cu ce viteză trebuie să-și continuie drumul pentru a ajunge la timp? Dacă plecarea a avut loc la ora 11 și 40 minute, la ce oră a avut loc oprirea?

(Cl. VI, OMMF-1958, Galați)

E: 1156. — Să se calculeze valoarea expresiei:

$$x\,y\,z - \sqrt{x^2-1}.\ \sqrt{y^2-1}.\ \sqrt{z^2-1}.$$

pentru

$$x = 1\frac{1}{4}, \quad y = 1\frac{1}{12}, \quad z = 1\frac{1}{24}.$$

(Cl. VII, OMMF-1958, Galați)

E: 1157. — Un triunghi dreptunghic are catetele $AB = 120$ cm, $AC = 35$ cm. Să se afle:

1) înălțimea ce cade pe ipotenuză; 2) mediana triunghiului; 3) distanțele centrului de greutate la laturile triunghiului.

(Cl. VII, OMMF, Galați)

E: 1158. — Un corp a cărui greutate este de 660 grame, cîntărește în apă, 572 grame. Se cere: ce greutate trebuie să-i adăugăm pentru a-l cufunda complet în mercur cu densitatea 13,5?

(Vl. VII, OMMF-1958, Galați)

EVIDENŢIAŢII LA ETAPA REGIONALĂ A „OLIMPIADEI DE MATEMATICĂ" DIN 30 MARTIE 1958

REGIUNEA BACĂU. *Clasa VIII* — Dabu Răzvan (s.m. Tg. Neamţ), Băluţă Gh. (s.m. Adjud), Bordea Dan (s.m. 1 P. Neamţ). *Clasa IX* — Grill Alfred (s.m. 1 Bacău), Popa Cornelia (s.m. 2 **P.** Neamţ). *Clasa X* — Ilioiu Constantin (a.m. 1 Roman), Mircea Dan (s.m. 1 P. Neamţ), Sîrbu Mihai (s.m. 1 Bacău). *Anul II* — Ailincăi Constantin (şc. profesională P. Neamţ).

REGIUNEA BAIA MARE. *Clasa VIII* — Ziman Otilia (s.m. 1 Satu Mare), Adam Magda (s.m. 3 Satu Mare). *Clasa IX* — Fazekas Anton (s.m. 1 Baia Mare). *Glasa X* Weisler Hervart (s.m. 1 Satu Mare), Vornicescu Nicolae (s.m. 1 Baia Mare), *Anul III* — Pîntea Ioan (şc. pedagogică Sighet).

ORAŞUL BUCUREŞTI. *Clasa VIII* — Comino Ioana (s.m, 16), Costescu Vasile (s.m. 18), Dăscălescu Florin (s.m. 13), Elian Anca (s.m. 17), Golea Adina (s.m. 10), Hoară Anghel (s.m. 10), Lazăr Şerban (s.m. 12), Lupaş Diana (s.m. 1), Reiter Ăndrei (s.m. 26), Schwartz Adrian (s.m. 22), Selian Sergiu (s.m. 13), Sterian Domnica (s.m. 16), Voiculescu Georgeta (s.m. 20), Anghelescu Elisabeta (s.m. 19), Avram Speranţa (s.m. 7), Bălăceanu Mihai (s.m. 22), Constantinescu Mircea (s.m. 13). Căzănescu Virgil (s.m. 1), Duţică Cristian (s.m. 7), Gheciu Dorin (s.m. 13), Lungu Rodica (s.m. 17), Marinescu Sorin (s.m. 17), Nechiti Gh. (s.m. 1), Nucă Avrenia (s.m. 16), Pitiş Florian (s.m. 22), Rădulescu Ioan (s.m. 11), Verona Andrei (s.m. 12), Vişa Ionela (s.m. 7), Cătănescu Vasile (s.m. 11), Geicu Mirela (s.m. 22), Florescu Dan (s.m. 22), Necşoiu Dan (s.m. 1), Şerban Radu (s.m. 18), Segal Adrian (s.m. 17), Valeriu Otto (s.m. 7), Aniţescu Dan (s.m. 17), Deleanu Denise (s.m. 16), Ghiţescu Anca (s.m. 1), Ionescu-Bujor Mircea (s.m. 13), Olteanu-Stoica Victor (s.m. 17), Pană Sorin (s.m. 12), Solomon Eugenia (s.m. 22), Socolescu Anca (s.m. 12), Vintilă Zaharia (s.m. 8), Corîciu Ileana (s.m. 15), Doniga Petre (s.m. 1), Frăsineanu Georgeta (s.m. 20), Făgărăşanu Teodor (s.m. 20), Iovănescu Radu (s.m. 3), Macovski Mihai (s.m. 13), Savîscan E. (s.m. 24). Stanciu Virginia (s.m. 1), Schoenfeld Adina (s.m. 12), Vlădescu Barbu (s.m. 1), Andreieşu Cristina (s.m. 19), Cheţa Dan (s.m. 12) Cristescu Mircea (s.m. 11), Dimian Alexandru (s.m. 20), Duma Andrei (s.m. 13), Finţescu Elena (s.m. 10), Fischler Alexandru (s.m. 18), Gherghiceanu Paul (s.m. 11), Isbăşoiu Eugen (s.m, 11), Kell George (s.m. 7), Lascu Dan (s.m. 12), Lepădatu Niculina (s. m. 20), Marinescu Daria (s.m. 16), Mustaţă Marin (s.m. 8), Manea Alexe (s.m. 22), Niculescu Ion (s.m. 2), Popescu Petre (s.m. 28), Roşu Liviu (s.m. 13), Scafa Ştefan (s.m. 17), Spiegel M. (s.m. 19), Solomon Alexandru (s.m. 12), Popa Alexandru (s.m. 20).

Clasa IX — Brăileanu Ioana (s.m. 10), Butucea Ecaterina (s.m. 10), Mereuţă Dan (s.m. 13), Melencovici I. (s.m. 11), Răşcanu Radu (s.m. 1), Rădăceanu Eduard (s.m. 1), Stoichescu Dan (s.m. 20), Vişan Graziella (s.m. 10), Dascălu Dan (s.m. 1), Ioachim Alexandru (s.m. 1), Muşat Mihai (s.m. 4), Rujan Ovidiu (s.m. 20), Zalosieski Alexe (s.m. 13), Bărbulescu Lucia (s.m. 10), Crăciun Mircea (s.m. 20), Lupaş Laurenţiu (s.m. 1), Soare Ştefan (s.m. 12), Teleman Nicolae (s.m, 1).

Clasa X — Goran Benone (s.m. 7), Iulian Maria (s.m. 10), Săulescu C. (s.m. 7), Petrescu Iulian (s.m. 11), Popov Vasile (s.m. 23), Stepănescu Aurelia (s.m 10), Dragomirescu Mihai (s.m. 12), Ionescu Traian (s.m. 1), Lupan Mircea (s.m. 1), Nicolau C. (s.m. 4), Albeanu Ştefan (s.m. 12), Cîlţan Ion (s.m. 20), Coban Basarab (s.m. 20), Constantinescu Mihai (s.m. 12), Eftimie Radu (s.m. 18), Crăciun Dan (s.m. 20), Marinică Viorica (s.m. 22), Oprică Mihai (s.m. 17), Schiopulescu Dan (s.m. 1), Ardeleanu Vera (s.m. 28), Brînzaru Elena (s.m. 10), Constantinescu Constantin (s.m. 23), Cristescu Rodica (s.m. 22), Ionescu Dan (s.m. 1), Ionescu Sorina (s.m. 15), Nicolescu Miron (s.m. 1), Udrea Constantin (s.m. 20).

Clasa XI serală — Plutti Anastase (s.m. 13), Simion Gheorghe (s.m. 20). *Şcoli profesionale — Anul I* — Bucur Gheorghe (sc. Gr. Preoteasa). *Anul II* — Ghinea Gheorghe (sc. Tudor Vladimirescu).

Şcoli de maiştri — Anul II — Gotesman Sorin Octav (sc. M.I.G.)

REGIUNEA BUCUREŞTI. *Clasa VIII* — Dicu Mihai (Giurgiu), Ion Vasile (Urziceni). *Clasa IX* — Popescu Radu (Giurgiu). *Clasa X* — Brişcă Virgil (Giurgiu), Leonte Alexandru (Roşiorii de Vede). Beşu Georgeta (Alexandria), Vasilescu Florian (Giurgiu), Vişinescu Mihai (Giurgiu).

REGIUNEA CLUJ. *Clasa VIII* — Florescu Petru (s.m. 4 Cluj), Benga Gheorghe (s.m. 4 Cluj), Pop Valentin (s.m. 5 Cluj), Pop Florin (s.m. 4 Cluj). *Clasa IX* — Bayer Marta (s.m. 7 Cluj), Szabo Iosif (s.m. 7 Clui). *Clasa X* — Chisăliță Adrian (s.m. 4 Cluj), Săsărman Gheorghe (s.m. 4 Cluj), Pamula Adrian (s.m. 4 Cluj).

Școala profesională construcții c.f.r. Anul II — Apahideanu Aurel.

REGIUNEA CONSTANȚA. *Clasa VIII* — Encica Mihai (s.m. 1 Constanța), Pop Cristian (s.m. 1 Constanța), Constantinescu Aurel (s.m. 1 Cohstanța). Manciu Petre (s.m. 1 Constanța), Busuioc Viorica (s.m. 1 Constanța), Nicolae Fănica (s.m. 2 Constanța). *Clasa IX* — Ursu Ilie (s.m. 2 Constanța). *Clasa X* — Prepeliță Valeriu (s.m. 1 Constanța).

REGIUNEA CRAIOVA. *Clasa VIII* — Nicolaescu Doina (s.m. 3 Craiova), Stănică Ion (s.m. 1 Caracal), Bolovan Viorel (s.m. Băilești), Adam Gheorghe (s.m. 3 Tîrgu Jiu), Cancer Anca (s.m. 1 Tîrgu Jiu), Gheorghe Elena (s.m. 3 Craiova), Roman Dan (s.m. 1 Turnu Severin), Neamțu Mihal (s.m. 2 Tîrgu Jiu), Stahie Luminița (s.m. 3 Craiova), Stănescu Ortansa (s.m. 3 Craiova), Rusănescu Constantin (s.m. 1 Caracal). *Clasa IX* — Anghelescu Mircea (s.m. 2 Craiova). *Clasa X* — Brînzan St. (s.m. 2 Craiova).

REGIUNEA GALAȚI. *Clasa VIII* — Sternlicht Abraham (s.m. 3 Galați), Măgurele Viorica (s.m. 2 Galați), Compăneanu Ioan (lic. mil. Galați), Moscovici Heinrich (s.m. 2 Tecuci), Neagu Mihail (lic. mil. Galați), Belcescu Mihai (s.m. 2 Tecuci), Tătaru Petre (s.m. 2 Tecuci). *Clasa IX* — Ghidalison Mia (s.m. 3 Galați). *Clasa X* — Cruceanu Dan (s.m. 1 Focșani), Vidrașcu T. (s.m. 2 Tecuci).

REGIUNEA HUNEDOARA. *Clasa VIII* — Muntean Georgeta (s.m. Simeria), Busuioc Angela (s.m. 1 Deva), Naidin Monica (s.m. 2 Alba Iulia), Lupan Horia (s.m. 2 Alba Iulia), Albu Toma (s.m. 1 Petroșani), Moț Doina (s.m. Hunedoara), Torneanu Elena (s.m. Orăștie). *Clasa IX* — Pănculescu Mihai s.m. Petroșani), Orend Anke (s.m. Petroșani), Iacob Alexandru (s.m. Zlatna), Popescu Gheorghe (s.m. 1 Petroșani), Szallasy Andrei (s.m. Petroșani). *Clasa X* — Bergthaler Cristian (s.m. Petroșani). *Școala tehnică de maiștri din Brad* — Pocuțe Teodor.

REGIUNEA IAȘI. *Clasa VIII* — Diaconescu Mircea (s.m. 3 Iași), Homutescu Virgil (s.m. 3 Iași), Perju Natalia (s.m. 4 Iași), Bivol Ariadna (s.m. 4 Iași), Ocneanu Traian (s.m. 3 Iași), Ițicescu Alexandru (s.m.m. Hîrlău), Lazăr Dana (s.m. 2 Iași), Arsene Grigore (s.m. 1 Bîrlad), Brădescu Aurel (s.m. 3 Iași), Moraru Dan (s.m. 1 Vaslui). *Clasa IX* — Masgras Vasile (s.m. 3 Iași), Croitoru Romulus (s.m. 3 Iași). *Clasa X* — Nanu Octavian (s.m. 3 Iași), Spulber Dorian (s.m. 1 Bîrlad), Kim-Riong'zin (s.m. 3 Iași), Barbu Viorel (s.m. 3 Iași), Schwartzenberg Tivka (s.m. 1 Iași).

REGIUNEA AUTONOMĂ MAGHIARĂ. *Clasa VIII* — Ionescu Radu (s.m. „Papiu Ilarian" Tg. Mureș), Branea Silvia (s.m. 3 Tg. Mureș), Mureșan Tudor (s.m. „Papiu Ilarian" Tg. Mureș), Arkosy Csaba (s.m. „Ianos Bolyai, Tg. Mureș), Agostin Agostin (s.m. „I. Bolyai" Tg. Mureș). *Clasa IX* — Kramli Janos (s.m. „Ianos Bolyai, Tg. Mureș), Szabo Andra (s.m. „Ianos Bolyai" Tg. Mureș), Veegh Sandor (s.m. „Ianos Bolyai" Tg. Mureș). *Clasa X* — Fleșeriu Călin (s.m. „Papiu Ilarian Tg. Mureș).

REGIUNEA PITEȘTI. *Clasa VIII* — Sain Filofteia (s.m. 2 Cîmpulung Muscel), Oltu Orest (s.m. 1 Drăgășani), Bădescu Horia (s.m. Curtea de Argeș), Georgescu Ion (s.m. Slatina), Lungu Marcel (s.m. Slatina), Frigură Cornel (s.m. 1 Pitești), Rădoescu Dan (s.m. 1 R. Vîlcea). *Clasa IX* — Giurea Simona (s.m. 1 Cîmpulung Muscel), Păltineanu Gabriel (s.m. 1 Curtea de Argeș). *Clasa X* — Ixariu Liviu (s.m. 1 Găești), Bică Constantin (s.m. 1 Pitești), Vlăducă Gheorghe (s.m. 1 Pitești), Oprea Ilie (s.m. 1 Slatina), Nanu Rodica (s.m. 2 Pitești). *Școala profesională Colibași — Anul II* — Radu Petre. *Școala pedagogică — Anul III* — Răducanu Stanca (Cîmpulung Muscel).

REGIUNEA PLOEȘTI. *Clasa VIII* — Popescu Valentin (s.m. 1 Ploești), Ștefănescu Ana (s.m. 1 Ploești), Negrea Ștefan (s.m. 3 Ploești), Gheorghiu Nicolae (s.m. 1 Ploești), Nicolaescu Mihaela (s.m. 1 Ploești), Reuss Liviu (s.m. Ploești), Badea Constantin (s.m. Moreni), Caloianu Octavian (s.m. 1 Ploești), Coman Dumitru (s.m. Moreni), Constantinescu Marcel (s.m. 3 Ploești). *Clasa IX* — Dumitrescu Vladimir (s.m. 1 Ploești), Nicolescu Basarab (s.m. 1 Ploești), Nicolae Viorel (s.m. 1 Ploești), Timuș Dan (s.m. 1 Ploești), Tudor Gheorghe (s.m. Moreni), Trifan Corneliu (s.m. 1 Ploești), Grosescu Radu (lic. mil. Breaza), Moflic Emilian (s.m. Moreni), Gheorghe Cezar (s.m. 1 Buzău), Tomescu Ion (s.m. 1 Ploești), Tăbușcă Pavel (s.m. 1 Ploești), Petrescu Virgil (s.m. 1 Ploești). *Clasa X* — Cîrnu Mircea (s.m. 3 Tîrgoviște), Constantinopol Alex. (s.m. 1 Ploești), Ianovitz Rudolf (s.m. Ploești), Ștefănescu Mirela

(s.m. 2 Cîmpina), Motoargă Dumitru (lic. mil. Breaza), Crăciun Nicolae (s.m. 1 Ploeşti), Oproiu Vasile (s.m. Pucioasa). *Şcoala pedagogică Buzău. Clasa VIII* — Marinescu Nicolae. *Şcoli profesionale: Anul I* — Cacoveanu Constantin (şcoala petrol-chimie Tîrgovişte). *Anul II* — Vlad Costică (şcoala petrol-chimie Tîrgovişte). *Şcoli tehnice maiştri. Anul I* — Călin Nicolae (Cîmpina).

REGIUNEA STALIN. *Clasa VIII* — Garabedian Rodica (s.m. 1 Oraşul Stalin), Tatu Felicia (s.m. 3 Sibiu), Anghel Damian (s.m. 5 Oraşul Stalin), Macovei Rodica (s.m. 3 Sibiu), Bucur Mariana (s.m. 3 Sibiu), Schuster Edda (s.m. Mediaş), Teodorovici Rodica (s.m. 1 Oraşul Stalin), Savu Silvia (s.m. 1 Oraşul Stalin), Gaşman Gheorghe (s.m. 1 Oraşul Stalin), Micu Doina (s.m. 3 Sibiu). *Clasa X* — Stoian Mircea (s.m. 1 Oraşul Stalin), Weber Edda (s.m. 2 Sibiu). *Clasa XI serală* — Vajda Sandor (s.m. 4 Oraşul Stalin).

REGIUNEA SUCEAVA. *Clasa VIII* — Croială Elena Despina (s.m. „Dragoş Vodă", Cîmpulung Mold.), Mateescu Gh. Dumitru (lic. mil. Cîmpulung), Loevschi Eugen (s.m. 1 Suceava), Nicolae Florian (lic. mil. Cîmpulung Moldovenesc). *Clasa IX* — Weinstein Marcel (s.m. 2 Rădăuţi).

REGIUNEA TIMIŞOARA. *Clasa VIII* — Popa Dorina (s.n. 4 Lugoj), Săbăduş Şoimiţa (s.m. 3 Timişoara), Coşereanu Sanda (s.m. 3 Timişoara), Mîrzea Petru (s. m. 1 Timişoara) Hiriş Viorel (s.m. 1 Timişoara), Sfetcu Ion (s.m. 1 Lugoj), Bolza Mariana (s.m. 3 Timişoara), Stuiber Erik (s.m. 1 Caransebeş), Suciu Cornel (s.m. 7 Timişoara), Sufleţel Georgeta (s.m. 3 Timişoara), Heghi Adriana (s.m. 3 Timişoara), Torga Bujor (s.m. 1 Lugoj), Rusu Ioan (s,m. „Oţelul Roşu"), Gheju Petru (s.m. Făget). *Clasa IX* — Azzolla Giovanni (s.m. „Oţelul Roşu"), Bernath Walter (s.m. 1 Timişoara), Hoffmann Ernest (s.m. 2 Timişoara), *Clasa X* — Baumstark Gertruda (s.m. 2 Timişoara), Corneliu Toma (s.m. 1 Timişoara), Triponescu Iuliu (s.m. 1 Timişoara), Demşoreanu Brutus (s.m. 1 Arad), Iobessu Alexandru (s.m. 1 Timişoara). *Şcoala medie „G. Dimitrov". Anul I* — Kleits Zoltan (Arad), Udrea Petru (CMR, Reşiţa). *Şcoala profesională. Anul II* — Şerb Aurel (Arad), Gramann Eduard (CMR Reşiţa). *Şcoli pedagogice. Anul III* — Enache Marin (Timişoara). *Anul IV* — Ştefan Iosefa (Timişoara).

EVIDENŢIAŢII LA ETAPA REGIOANALĂ A „OLIMPIADEI DE FIZICĂ" DIN 30 MARTIE 1958

REGIUNEA BACĂU. *Clasa VIII* — Ursu Constantin (s.m. Buhuşi), Dabu Răzvan (s.m. Tg. Neamţ), Munteanu Gh. (s.m. 2 Bacău), Georgescu Gh. (s.m. 1 Bacău), Frunză I. (s.m. 1 Bacău), Kloezer E. (s.m. 1 Bacău), Brill Ana (s.m. 2 Bacău). *Clasa IX* — Gogu Alex. (s.m. 2 Roman), Mircea Dan (s.m. 1 P. Neamţ), Popoaia M. (s.m. 1 Borca Ceahlău), Bocec Adr. (s.m. 1 Roman). *Clasa X* — Tiţaru Ioan (s.m. 1 Bacău), Pricop Mihai (s.m. 1 Bacău), Cocîrvei Dorel (s.m. 1 Bacău), Dobronăuţeanu S. (s.m. 1 Bacău), Ioaniţescu G. (s.m. 1 Bacău), Oprea Paul (s.ml. Bacău). *Clasa XI serală* — Gavrilescu V. (s.m. P. Neamţ.

REGIUNEA BAIA MARE. *Clasa IX* — Sava Nicolae (s.m. 1 Satu Mare), Fazekaş Anton (s.m. 1 Baia Mare), Tomoiagă Dorin (s.m. 1 Sighet). *Clasa X* — Wiesler Hervart (s.m. 1 Satu Mare), Weisler Eervin (s.m. 1 Satu Mare), Goran Ioan (s.m. 1 Satu Mare), Săveanu Mircea (s.m. 1 Satu Mare), Moldoveanu Gheorghe (s.m. 1 Baia Mare).

ORAŞUL BUCUREŞTI. *Clasa VIII* — Dobre Nicolae (s.m. 13), Toma Adrian (s.m. 3), Olteanu Stoica Victor (s.m. 17), Ailincăi Ioana (s.m. 22), Brüll Erika (s.m. 17), Corbuleanu Maria (s.m. 1), Căzănescu Virgil (s.m. 1), Alterescu Ivonne (s.m. 10), Fotescu Eleonora (s.m. 17), Făgărăşanu Teodor (s.m. 20), Moraru Florian (s.m. 17), Nicolau Cristina (s.m. 17), Stan Mircea (s.m. 1), Scafa Ştefan (s.m. 17), Trandafir Cornelia (s.m. 15), Elian Anca (s.m. 17), Gavrilescu Şerban (s.m. 12), Herţa Alexandra (s.m. 15), Nemeş George (s.m. 1), Popescu Ioana (s.m. 10), Popescu Iolanda (s.m. 22), Rujescu Dan (s.m. 1), Roşulescu Radu (s.m. 20), Rădulescu Ion (s.m. 11), Schoenfeld Adina (s.m. 10), Ivănescu Radu (s.m. 3), Ionescu Zoe (s.m. 17), Marinescu Olga (s.m. 10), Răceanu Radu (s.m. 11). *Clasa IX* — Anghelescu Nicolae (s.m. 12), Ştefănescu Mihai (s.m. 8), Bărbulescu Lucia (s.m. 10), Cornea V. (s.m. 8), Dobrescu

Dan (s.m. 12), Jaliu Cristel (s.m. 15), Nistor Viorica (s.m. 15), Braşoveanu Dan (s. m. 24), Ghelmeziu Nicolae (s.m. 1), Iliescu Andrei (s.m. 1), Iordănescu S. (s.m. 1), Muşat Mihai (s.m. 4), Robitu Ileana (s.m. 10), Sălăgeanu Simona (s.m. 10), Soceanu Alexandru (s.m. 8), Son Violeta (s.m. 17), Timbălaru Jean (s.m. 17), Vasilescu Gabriel (s.m. 1), Isbăşescu A. Mircea (s.m. 1), Bălăşescu Doina (s.m. 15), Cazan Liana (s.m. 10), Dascălu Dan (s.m. 1), Ioachim Alexandru (s.m. 1), Maior Ileana (s.m. 10), Rădulescu Laura (s.m. 10), Sezon Magdalena (s.m. 22), Vişan Graţiela (s.m. 10), Zamfirescu Doina (s.m. 10). *Clasa X* — Stănescu Maria (s.m. 15), Antoniu Sorin (s. m. 11), Budoiu Elena (s.m. 15), Popescu Manuela (s.m. 22), Poricel Marina (s.m. 22), Tunski Adela (s.m. 17 serală), Sandu Constantin (s.m. 17), Angelescu Elena (s.m. 22), Bînă Mihai (s.m. 11), Hakman Dan (s.m. 1), Isbăşescu Mihai (s.m. 1), Păun Rodica (s.m. 7), Rădulescu Mihai (s.m. 7), Şerpescu Elena (s.m. 10), Vintilă Ioana (s.m. 7), Bogdan Ioana (s,m. 22), Geamănu Anghel (s.m. 1), Manolescu Anton (s.m. 11), Moraru Mircea (s.m. 17), Pavlu Mircea (s.m. 12), Pîrîu Mariana (s.m. 10), Petrescu Iulian (s.m. 11), Ionescu Sorina (s.m. 15), Schwartz Tobias (s.m. 17), Vlad Constantin (s.m. 17). *Clasa XI* — Dobre Petre (s.m. 13 serală). *Şcoli profesionale* — *Anul I* — Deloi Silviu (sc. „Tudor Vladimirescu"), Mocanu Ion (s.m. „23 August"), Florea Gheorghe (sc. „Tudor Vladimirescu"). *Anul II* — Radu Ion (sc. „23 August").

REGIUNEA BUCUREŞTI. *Clasa X* — Vişinescu Mihai (Giurgiu), Profirescu Marcel (Giurgiu), Mocanu Eugenia (Roşiorii de Vede).

REGIUNEA CLUJ. *Clasa VIII* — Melasz Otto (s.m. 2 Aiud), Czabo Carol (s. m. 1 Dej), Cseke Peter (s.m. 7 Cluj), Bayer Erika (s.m. 3 Cluj), Friedmann Kristina (s.m. 3 Cluj), Raţiu Constantin (s.m. Cîmpia Turzii), Rusu Elena (s.m. 2 Turda), Gavrilescu Liviu (s.m. 1 Dej), Crăciun Nicolae (s.m. Luduş), Gall Maria (s.m. 2 Cluj), Simon Victor (s.m. 6 Cluj), Stoica Aurel (s.m. 6 Cluj). *Clasa IX* — Bayer Marta (s.m. 7 Cluj), Szekely Sandor (s.m. 7 Cluj), Szabo Ioszef (s.m. 7 Cluj), Maior Istvan (s.m. 7 Cluj), Lebgyel Laszlo (s.m. 7 Cluj), Micu Radu (s.m. 4 Cluj), Ilyes Gyorgy (s.m. 7 Cluj), Gyorffy Attila (s.m. 7 Cluj), Mathe Magda (s.m. 11 Cluj), Ungur Alexandrina (s.m. 2 Cluj), Gyulafalvy Marta (s.m. 2 Zalău), Simpăleanu Marin (s.m. 1 Turda), Ferdesi Liliana (s.m. 2 Cluj). *Clasa X* — Szigeti Laszlo (s. m. 7 Cluj), Tont Istvan (s.m. 1 Cluj), Szekely Margit (s.m 2 Aiud), Jurcă Andrei (s.m. 6 Cluj), Garda Maria (s.m. 2 Cluj), Săsărman Gheorghe (s.m. 4 Cluj), Many Erika (s.m. 2 Cluj), Dan Aron (s.m. 1 Turda), Pop Dumitru (s.m. 4 Cluj), Lazăr Dorin (s.m. Ocna Mureşului), Boer Miklos (s.m. 1 Cluj), Mărgineanu Florin (s.m. 6 Cluj), Niculescu Vasile (s.m. 4 Cluj), Triteanu Ion (s.m.m. Cîmpia Turzii), Babeş Victor (s.m. 4 Cluj), Dărăban Dan (s.m. 1 Turda), Amariei Hortensia (s.m. Luduş), Dragoş Eugen (s.m. 6 Cluj).

REGIUNEA CONSTANŢA. *Clasa VIII* — Encica Mihai (s.m. 1 Constanţa), Verioti Paul (s.m. 3 Constanţa), Suciu Ion (s.m. 3 Constanţa), Sburlan Liviu (s.m. 3 Constanţa), Borogan Aurel (s.m. Medgidia), Marinescu Cornel (s.m. 2 Constanţa), Năstase Ştefan (s.m. Feteşti), Zlăteanu Tudor (s.m. 3 Constanţa). *Clasa X* — Pascu Nicolae (s.m. 1 Constanţa), Nedelcu Doina (s.m. 2 Constanţa), Mihăilă Maria (s.m. 2 Constanţa), Simion Eugen (s.m. 1 Constanţa). *Clasa XI serală* — Ghengiomer Kemal (Constanţa), Munteanu C. (Tulcea), Cuşnerenco Ilie (Constanţa).

REGIUNEA CRAIOVA. *Clasa VIII* — Bundaru Mircea (s.m. 1 Turnu Severin), Cancer Anca (s.m. 1 Tîrgu Jiu), Vega Constantin (s.m. 1 Caracal), Adam Gheorghe (s.m. 3 Tîrgu Jiu), Neamţu Mihai (s.m. 2 Tîrgu Jiu), Mangu Ion (s.m. 3 Tîrgu Jiu), Stănică Ion (s.m. 1 Caracal). *Clasa IX* — Dăruială Mărgărit (s.m. 1 Turnu Severin), Diaconescu Mihai (s.m. 2 Tîrgu Jiu), Atanasiu Elena (s.m. 1 Turnu Severin), Vlădoianu Sanda (s.m. 1 Tîrgu Jiu), Bistreanu Ion (s.m. 2 Tîrgu Jiu), Vîlceanu Sabin (s.m. 3 Tîrgu Jiu), Georgescu B. (s.m. 1 Turnu Severin). *Clasa X* — Stratan Gheoghe (s.m. 1 Caracal), Tudora Mihai (s.m. 2 Craiova), Vasile Florin (s.m. 2 Craiova), Dincă Gheorghe (s.m. 1 Caracal), Cernăianu Gh. (s.m. 1 Craiova), Ioran Mircea (s.m. 1 Craiova), Vlădoianu Vladimir (s.m. 2 Craiova), Stancoveanu G. (s.m. 2 Craiova), Dăţu Cornel (s.m. 1 Craiova).

REGIUNEA HUNEDOARA. *Clasa VIII* — Costina Mihai (s.m. „Avram Iancu" Brad), Rosenfeld Tiberiu (s.m. Haţeg). *Clasa IX* — Uliu Florea (s.m. Orăştie), Andras Hilda (s.m. Haţeg). *Clasa X* — Juncan Nic. (s.m. Deva), Balogh Csaba (s.m. maghiară Deva), Oberlander Horst (s.m. Hunedoara), Botineţ Ecaterina (s.m. Orăştie).

REGIUNEA GĂLAŢI. *Clasa VIII* — Mihăilescu Claudia (s.m. „Unirea" Focşani). *Clasa IX* — Popoiu Constantin (s.m. 3 Galaţi), Lupu V. (s.m. 3 Galaţi). *Clasa X* —

Cruceanu Dan (s.m. „Unirea" Focşani), Grosu Gheorghe (s.m. 1 Galaţi), Rădescu Eugen (s.m, „Unirea" Focşani), Boldeanu Ichim (lic. mil. Galaţi), Creţu Dorina (s.m. 2 Focşani).

REGIUNEA IAŞI. *Clasa VIII* — Iancu Ioana (s.m. 2 Iaşi), Slătineanu Alina (s.m. 2 Iaşi), Slătineanu Mariana (s. m. 2 Iaşi), Calistru Rodica (s.m. 2 Iaşi), Constantiniu Angela (s.m. 1 Iaşi), Lazăr Dana (s.m. 2 Iaşi), Căzănaru Olimpia (s.m. 2 Iaşi). *Clasa IX* — Mi ăilescu Simona (s.m. 2 Iaşi), Hamsa Nausica (s.m. 2 Bîrlad), Munteanu Cristina (s.m. 2 Iaşi), Guţu Sultana (s.m. 2 Bîrlad), Antohi Ioana (s.m. 2 Bîrlad), Otrocol Maria (s.m. 2 Bîrlad), Diaconu Veronica (s.m. 2 Bîrlad), Pascu Adriana (s.m. 2 Bîrlad). *Clasa* X — Nanu Octavian (s.m. 3 Iaşi), Novetchi Cornel (s.m. 1 Bîrlad), Anghel M riana (s.m. 2 Iaşi), Ghibu Costin (s.m. 3 Iaşi), Tetraru Constantin (s.m. 3 Iaşi), Creţu Nicolae (s.m. 1 Bîrlad).

REGIUNEA AUTONOMĂ MAGHIARĂ. *Clasa VIII* — Molnar Eleonora (s.m. „I. Bolyai" Tg. Mureş), Kotro Laszlo (s.m. Tîrgu Secuesc), Stoica Emil (s m. „Papiu Ilarian" Tg. Mureş). *Clasa IY* — Szabo Andras (s.m. „I. Bolyai" Tp. Mureş), Wolfart Zoltan (s.m. „*J.* Bolyai" Tg. Mureş), Kramli Janos (s.m. „I. Bolyai" Tg. Mureş). *Clasa* X — Suciu Petru (s.m. 2 Gheorgheni), Ambrus Laszlo (Miercurea Ciuc), Bako Istvan (s.m. „I, Bolyai" Tg. Mureş), Szep Gabor (Miercurea Ciuc).

BEGIUNEA ORADEA. *Clasa XI* — Cureş Liana (s.m. 2 Oradea). *Clasa* X — Benedec Ferenc (s.m. 4 Oradea), Kiss Ferenc (s.m. 4 Oradea), Szilagy Şandor (s.m. 4 Oradea), Benixky Ştefan (s.m. 4 Oradea), Dalacu Nicolae (s.m. 1 Oradea), Gheorghiu Mircea (s.m. 1 Oradea), Mihele Vasile (s.m. 1 Oradea).

REGIUNEA PITEŞTI. *Clasa VIII* — Strătilă Şerban (s.m. 1 Piteşti), Vlaheli Dan (s.m. 1 Piteşti), Frigură Cornel (s.m. 1 Piteşti), Grigoriu Ioana (s.m. Horezu), Oltu Orest (s.m. Drăgăşani), Iliescu Dan (s.m. Curtea de Argeş). *Clasa IX* — Diţă Petre (s.m. 1 Piteşti), Dobre Gheorghe (s.m. 1 Piteşti), Miriţescu Ion (s.m. 1 Piteşti), Radu Mircea (s.m. 1 Piteşti), Florescu Emil (s.m. 1 Piteşti), Marinescu Dan (s.m. 1 R. Vîlea), Mazilu Petre (s.m. 1 R. Vîlcea), Dumitriu Grigore (s.m. 1 R. Vîlcea). *Clasa* X — Marcu D. Lucia (s.m. 2 R. Vîlcea), Deliu D. Vasile (s.m. 1 R. Vîlcea), Vaduvă Gheorghe (s.m. 1 Piteşti), Cîrstea Zenica (s.m. 2 R. Vîlcea), Iarinay Crista (s.m. 2 R. Vîlcea), Ciocănescu Maria (s.m. 1 Cîmpulung Muscel), Ţurcanu Rodica (s.m. 2 Cîmpulung Muscel), Trilov Eugen (s.m. Găeşti),

REGIUNEA PLOEŞTI. *Clasa VIII* — Popescu Valentin (s.m. 1 Ploeşti). *Clasa IX* — Grosescu Radu (lic. mil, Breaza), Mihail Dan (s.m. Sinaia), Zamfirescu Dinu (s.m. 2 Cîmpina), Dumitriu Georgeta (s.m. 1 Tîrgovişte), Timuş Dan (s.m. 1 Ploeşti), Ivănescu Toma (s.m. 3 Tîrgovişte), Tomescu Ioan (s.m. 1 Ploeşti), Butoi Octavian (s.m. Moreni), Sava Radu (s.m. Sinaia), Petrescu Virgil (s.m. 1 Ploeşti), Manea Constantin (s.m. Pucioasa), Cocoş Vasile (s.m. Sinaia), Şerbănoiu Nicolae (s.m. Pucioasa). *Clasa* X — Crăciun Nicolae (s.m. 1 Ploeşti), Dumitrescu Dan (s.m. 1 Cîmpina), Cîrnu Mircea (s.m. 3 Tîrgovişte), Barovache Petre (s.m. 3 Tîrgovişte), Oproiu Vasile (s.m. Pucioasa), Pascu Ion (s.m. Moreni), Voinescu Nicolae (s.m. 1 Ploeşti), Patrichi Marin (s.m. 1 Buzău), Ionescu Sorin (s.m. 1 Buzău). *Clasa XI serală* — Zaharescu Gh. (Sinaia), Atanasiu Doina (Sinaia).

REGIUNEA STALIN. *Clasa VIII* — Savu Silvia (s.m. 1 O. Stalin), Garabedian Rodica (s.m. 1 O. Stalin), Popescu Rodica (s.m. 6 O. Stalin). *Clasa IX* — Hiemesch Oswaldt (s.m. 2 O. Stalin), Krammer Horst (s.m. 2 Sibiu), Stern Ivan (s.m. 1 O. Stalin), Grosu Radu (s.m, 5 O. Stalin), Crişan Corina (s.m. 1 Mediaş), Matac Rodica (s.m. 2 Făgăraş), Gusbeth Gheorghe (s.m. 1 O. Stalin). *Clasa* X — Lupescu Horia (s.m. 1 O. Stalin), Fabian Mihai (s.m. 1 Sighişoara), Gellner Dieter (s.m. 4 Sibiu), Sipoş Mircea (s.m. 1 Făgăraş), Ancuşa Victor (s.m. 1 Sibiu), Samoilă Cornel (s.m. 1 O. Stalin).

REGIUNEA SUCEAVĂ. *Clasa VIII* — Onciulescu Ion (s.m. 1 Rădăuţi). *Clasa IX* — Norocel Gheorghe (s.m. 2 Fălticeni), Socoliuc Gheorghe (s.m. 1 Suceava). *Clasa* X — Iroaie Rodica (s.m. 2 Suceava).

REGIUNEA TIMIŞOARA. *Clasa VIII* — Fett Reinhold (s.m. Timişoara), Vida Ion (s.m. Reşiţa), Stuiber Erik (s.m. 1 Caransebeş), Lindacher Horst (s.m. 2 Timişoara), Il'n Dan (s.m. Reşiţa), Koszegi Karol (s.m. 3 Arad). *Clasa IX* — Azzolla Giovanni (s.m. „Oţelul Roşu"), Palade Alexandru (s.m. 3 Timişoara), Popescu Dorina (s.m. 3 Timişoara), Soukoup Louise (s.m. 9 Timişoara), Lorincz Hajnal (s. m. 4 Timişoara), Muhle Klara (s.m. 2 Timişoara), Buschinger Helmuth (s.m. 4 Lugoj), Vermeşan Carmen (s.m. 3 Timişoara), Toma Ştefan (s.m. 1 Timişoara),

Albert M. (s.m. 9 Timişoara). Cuşmaru Dady (s.m. 3 Timişoara), Jădăneanţu Mihai (s.m. 3 Timişoara), Samide Gert-Dieter (s.m. Reşiţa), Levitzky Angela (s.m. 1 Caransebeş), Munteanu Ana (s.m. „Oţelul Roşu"), Crişan Doina (s.m. 2 Arad).

Clasa X — Pries Wilhelm (s.m. 2 Caransebeş), Demşoreanu Brutus (s.m. 1 Arad), Gligor Mircea (s.m. 1 Timişoara), Scriban Romulus (s.m. 1 Arad), Voinea Stelian (s.m. 1 Timişoara), Barabaş Lajoş (s.m. 2 Arad), Langer Agnes (s.m. 4 Timişoara), Gacichievici O. (s.m. 2 Arad), Bendea Rodica (s m. 2 Arad), Blystyar Norbert (s.m. Bocşa-Vasiovei), Crulic Maria (s.m. 2 Lugoj), Kyraly Viorica (s.m. Reşiţa), Gherghina Dorina (s.m. Reşiţa).

RUBRICA REZOLVITORILOR DE PROBLEME

EVIDENŢIAŢI

Pînă la 1 martie 1958 s-au evidenţiat următorii rezolvitori de probleme: *Găletuşe Stelian* (absolvent Turnu-Severin), *Popescu Paul* (student electronică Bucureşti), *Nanu G. Octavian* (cl. 10 s. m. 3 Iaşi), *Motoargă Dumitru* (cl. 10 Breaza), *Diţă Petre* (clasa 9 s. m. 1 Piteşti), *Baltac Vasile* (facult. electrotehnică Timişoara) *Brînzei P. Dan* (cl. 10 s. m. 3 Iaşi), *Ichim Ion* (absolvent Buzău), *Niculescu Furtuna* (absolvent Cîmpina), *Ianuş I. Stere* (absolvent Constanţa) *Mărgineanu Gr. Constantin* -(absolvent Craiova), *Osiceanu Dan* (absolvent Stalina), *Vrăjitoru Mihai* (cl. 10 s. m. 1 Aiud), *Mihai Mircea* (cl. 10 Brăila), *Strătescu Ion* (student construcţii Bucureşti), *Stan C. Dumitru* (Academia tehnică militară Bucureşti), *Arhangelski Iuni* (absolvent Bucureşti), *Gheorghe Al. Cezar* (cl. 9 Buzău), *Cîrnu Mircea* (cl. 10 Tîrgovişte), *Deutch Herbert* (absolvent Rădăuţi), *Diaconescu Corneliu* (absolvent Rîmnicu-Vîlcea), *Buşilă Ioana* (absolventă Bucureşti), *Marghitan Gheorghe* (cl. 10 Suceava), *Sîrbu Mihai* (cl 10 Bacău), *Teodorescu Nicolae* (student matematici Bucureşti), *Brezeanu Florin* (cl. 9 Tîrgovişte), *Ixaru Gr. Liviu* (cl. 10 Găeşti, *Gavril Gheorghe* (absolvent Piatra Neamţ), *Banu Corneliu* (cl. 10 Pucioasa), *Răduică Nicolae* (absolvent Bucureşti), *Oprescu I. Vasile* (cl. 10 Pucioasa), *Bărbulescu Marcel* (absolvent Stalina), *Grozescu Radu* (cl. 9 Breaza), *Ciobanu N. Mihai* (absolvent Giurgiu), *Bădescu N. Nicolae* (absolvent Giurgiu), *Kim-Yan-Su* (M. S.) (cl. 10 s. m. 3 Iaşi), *Pătrulescu Corneliu* (cl. 10 Pucioasa), *Vasilescu Florin* (cl 10 s. m. 1 Giurgiu), *Mititelu M. Ştefan* (cl. 10 Calafat), *Pop Corneliu* (cl. 10 s. m. 1 Oradea), *Demayo Adriana* (studentă matematici Bucureşti), *Muşat I. Mihai* (cl 9 s. m. 4 Bucureşti), *Turconu Aurel* (clasa 10 s. m. 1 „M. Sadoveanu" Iaşi), *Miriţescu V. Ioan* (clasa 9 Petroşani), *Dobrişan Marina* (absolventă Ploieşti), *Subu Teofil* (absolvent Timişoara), *Lupu V. Ioan* (clasa 10 Vaslui), *Niculescu Vasile* (clasa 10 s.m. 4 Cluj), *Indoleanu Ioan* (facut. mat. fiz. Cluj), *Moisin Laurenţiu* (absolvent Cîmpina), *Pries Wilhelm* (clasa 10 s. m. 2 Caransebeş), *Valiu Georgeta* (absolventă Bucureşti), *Rădescu E. Eugen* (clasa 10 Focîani), *Tîrtan C. Gabriel* (absolvent Găeşti), *Revin Eugen* (clasa 10 s. m. 23 Bucureşti), *Nastac I. Viorel* (clasa 11 seral Iaşi), *Cănuţă G. Vasile* (clasa 10 Tîrgovişte), *Toma Corneliu* (clasa 10 s. m. 1 Timişoara), *Crutarciuc Corneliu* (clasa 10 Petroşari), *Voinicescu Nicolae* (clasa 10 Baia Mare), *Alexandru Horia* (absolvent Bucureşti) *Savin Viorel* (clasa 10 Arad), *Turburan Ion* (clasa 10 Breaza), *Ciobanu Victor* (absolvent Bucureşti), *Moldoveanu Tudor* (clasa 10 Breaza), *Babeş Victor* (clasa 10 Cluj), *Tudorov Dumitru* (clasa 10 s. m. 1 Constanţa), *Fonoş Ioan* (absolvent Lugoj, *Iordănescu C. Silvian* (clasa 9 Petroşani), *Grigorescu Grigore* (clasa 10 Pucioasa), *Trepăduş Vasile* (absolvent Slatina), *Leotescu Petru* (clasa 10 Pucioasa), *Grădinaru Pimen* (absolvent Tulcea), *Ionescu Alexe* (clasa 10 s, m. 1 Timitoara), *Pleş Nicolae* (clasa 10 Pucioasa), *Chiriac Gh. Valeriu* (clasa 7 Păuneşti-Adjud), *Văluţă E. Mihai* (clasa 10 Cîmpulung Muscel), *Stoican Ştefan* (absolvent Alexandria), *Eftimie Radu* (clasa 10 s. m. 18 Bucureşti), *Stancu Natalia* (clasa 8 s. m. 8 Bucureşti).

Pînă la 1 martie 1958 sau primit cîte cel puţin zece probleme bine rezolvate din ultimele trei numere şi trimise în plic aşezate în ordinea lor numerică, de la următorii rezolvitori de probleme:

ADJUD (Reg. Bacău). *Şcoala medie.* Clasa IX. Apostol Vasile (?817, 36, 40, 41, 45, 48, 61, 63, 73, 74, 75, 78, 80), Avădanii Steliana (2813, 41, 48, 61, 63, 74, 78, 83, 94, 96, 98), Drăgan Elena (2841, 48, 61, 74, 75, 78, 83, 96, 94), Gurămultă V. Ion (2807, 09, 11, 15, 17, 18, 21, 26, 29, 37, 48, 41, 61, 63, 74, 75, 78, 80, 94, 96, Pescaru Vasile (2817, 37, 41, 48, 61, 63, 74, 75, 78), Petroiu Relu, (2840 41, 48, 61, 74, 78, 79, 80, 85), Pravăţ Vasile (2807, 17, 41, 48, 61, 63, 74, 75, 78, P), Sumlaner Ana (2801, 41, 45, 48, 63, 74, 75, 78, 94, 96). Casa X. Blănaru Clemensa (2811, 41, 48, 61, 63, 75, 78, 96), Călinescu Lucia (3811 (2811, 48, 48, 61, 63, 75, 78, 96), Grigoriu Maria (2813, 41, 48, 61, 63, 67, 75, 78, 96, 98), Nunu Aurora (2841, 48, 61, 63, 74, 75, 78, 94, 96, Popescu Marcela (2807, 11, 13, 37, 41, 48, 61, 63, 63—65, 67, 73—80), Seciu Steliana (2813, 31, 48, 61, 63, 67, 75, 78, 96), Taraş Elena (2811, 41, 48, 61, 63, 75, 78, 95).

Şcoala de 7 ani Păuneşti (Adjud) Clasa V. Moise Gh. Niculae (F: 1024, 27, 40, 50), Novac I. Virginica (E: 985-87, 90, 97, 1022, 40, 48, 50), Popa Violeta (E: 940, 48, 50, 85, 87, 97—99), Vasilache Maria (E: 1000, 17, 23, 25, 26, 28, 35, 40, 47, 48, 50, 52, 57, 60). Clasa VI. Ignat Gh. Gheorghe (E: 1023, 40, 43, 48, 50). Marinov Costică (E: 1007, 40, 43, 48, 50), Novac Felicia (E: 1017, 23 29, 49, 43, 48, 50), Ştefan Felicia (E: 1023, 27, 40, 43, 48, 50). Clasa VII. *Chiriac Gh. Valeriu*, E: 1000, 03, 04, 17, 21, 25—27, 29—32 35, 37, 39, 40, 42, 43, 47, 48, 50, 52, 53, 57, 66) Marin I. Angela (E: 993, 94, 1027, 40, 43, 48, 70). Roman G. Simion (E: 1003, 14, 25, 28, 40, 43, 48), Teodorescu Mariana (E: 994, 1003. 07, 09, 25, 26, 40, 41, 43, 48, 50).

AIUD (reg. Cluj). *Şcoala medie nr. 1* Clasa X. *Vrăjtoru Mihai* (2898, 801, 02, 04, 11, 13—16 18, 27, 39, 79—81, 83, 90, 91, 93—97, 809, 12, 19, 20, 26, 30, 31, 33, 40—42, 48, 63—67).

ALBA IULIA. *Şcoala medie nr. 2.* Clasa X. Demec Dan (P), Trifu Mircea (2772, 78, 79, 81, 83, 90, 91, 94, 96, 98, 99, 801—03, 06, 13, 15, 27, 61, 74(. *Absolvent* Gruian Ştefan 2811, 22, 30, 61, 63, 65, 67, 70. 72, 74, 91, 96).

ALEXANDRIA. Absolvent *Stoican Ştefan* (2826, 27, 41, 48, 52, 62—64, 66, 68—82, 87, 90—93, 96, 98, 905, 06, P).

ANINA (Timişoara). Clasa X. Almăjan Iancu (2811, 61, 63, 65, 67, 70, 73—75, 79), Damian Dumitru (2807, 11, 17, 41, 61, 67, 73—76, 79(, Negrea C. Dan (2811, 17, 61, 63, 65, 70, 72—75, 78, 79).

ARAD. *Şcoala medie nr. 1 „Ion Slavici"*. Clasa X. Bernath Robert (2811, 27, 61, 64, 65, 68, 72, 74, 75, 78, 79, Codreanu Lucian (2841, 45, 48, 59, 61—80, 82), Demşoreanu Brutus (2839, 40, 45, 59, 75—79, 82). Nadiu Gh. (2845, 59, 61, 70—72, 74, 75, 78, 79), *Savin Viorel* (2807, 11, 16, 17, 25, 27, 40, 45, 48, 58, 59, 61, 63—70, 72, 73—76 78, 79, 80—82).

Şcoala medie nr. 3 Cl sa X. Raduly Csaba (2811, 27, 59, 61, 64—67, 70, 72). *Absolvenţii* Barsony Androi (2827, 45, 46, 59, 61, 63—76, 78—82), Bupte Doina (2858-61, 63—82), Ludoşan Anca (2806, 45, 59, 61, 63—75, 77, 78, 91). Profesor Roşculeţ Gh. Despre ecuaţiile trigometrice de gradul II).

BACĂU. *Şcoala medie nr. 1 „G. Bacovia"*. Clasa X. *Sîrbu Mihai* (2808, 01, 09, 11, 13—18, 21, 22, 26, 28, 29—31, 43—45, 48, 49, 59, 61, 63—65, 67, 68, 70—76, 78—80, 82), Titalu Ion (2813. 14, 26, 30, 41, 59, 60, 61, 64, 67, 70, 74, 77),

Absolvent Puiu C. Alexandru (2807, 11, 13, 61, 63, 72, 75, 78), Vigder Armad (P).

BAIA DE ARIES. Cîmpeni (reg. Cluj). Clasa VIII. Totolici Gabriel (2811, 15, 63, E: 1018, 26, 27, 34, 42, 48—52, 55—57, 60, 61, 73, 65, 66, P).

BAIA MARE. Clasa IX. Atanasiu Moisă. (2731, 50, 57, 64. 65, 816, 17, 45, 79, 91). Clasa X. Moldovan Gheorghe (2841, 48, 49, 60, 61, 63—65, 67, 70, 75, 78—80), Racolţr Mihail (2808, 11, 17, 27, 30, 31, 41, 47—49, 60, 61, 63—65, 67, 70—76, 78—80, 90, 94, 96, 97).

BĂICOI (reg. Ploeşti). Clasa X. Crăciun Nicolae (2811, 13 15, 16, 60, 61, 63, 64, 72—78, 96).

BÎRLAD. *Şcoala medie nr. 1.* Clasa VII. Mateescu Liliana (E: 1027—32, 36, 37, 39, 40, 42, 46). Clasa IX. Popescu Gh. (2807, 11, 14—18, 21, 29). Clasa X. Spulber Dorian (2807, 11, 16, 17, 26, 27, 41, 45, 90, 91, 96, P).

Şcoala de 7 ani nr. 4. Clasa V. Epstein Max Ary (E: 1025—28, 35 40, 49, 50, 52, 57, 60, 62, 63. 66), Parfenie Magda (E: 1027, 28, 40, 49, 50, 52, 53, 57 60 62), Clasa VII. Butnariu Artin E: 1025—28, 35, 40, 49, 50, 52, 53 57, 60, 62). Froimovici Schaie (E: 1025 27, 28, 40, 49, 50, 52, 53, 57, 60, 62), Lazarovici Gica (E: 1037, 39, 40, 49, 50, 52, 53, 55, 57, 60)' Răduceanu Ruxandra E: 1037, 39, 40, 49, 50, 52, 53, 55. 57, 59. 60, 62).

BOLINTINUL DIN VALE. *Şcoala medie.* Clasa VI. Stoian Marin (E: 1052, 57, 61, 63, 66); Clasa VIII. Ghiţă R. Tudor (2815, 20, E: 1025—29, 31, 32, 34, 35), Radu V. Nicolae (E: 1039, 40, 53—56, 59, 60). Clasa IX. Alexandru S. Cornel (2813, 15, 25, 63, 74, 79, 96), Borangic George (2813, 15, 24, 25, 33, 63, 73, 74, 79, 96), Răduţă Apolodor 2813, 26, 29, 47, 73, 79, 96). Clasa X. Dincă Vasile (2807, 11, 15, 17, 29, 32—34, 41, 70, 79), Lăzărescu Mihai 2807, 11, 16, 17, 32—34, 41, 52, 70, 72, 79).

BOTOŞANI. Clasa VIII. Groci Zogu (2811, 17, 64, 67, 70, 72—76, 90, 91, 94, 96) Grosu Virgil (E: (1025, 27, 27, 31, 32, 35—37, 39. 40, 43, 44, 48, 50). Clasa X. Vizitiu Adam (2807, 11, 64, 65, 67, 70—76, 79, 82, 94, 96).

BRĂILA. *Şcoala medie nr. 2.* Clasa VIII. Arion V. Constantin (E: 1025, 27—32, 35, 36, 39, 40, 48, 49), Popescu L. Doru (E: 1025, 27—29, 32, 40, 43, 48, 49). Clasa X, *Mihai Mircea* (2772, 78. 84, 88, 94, 96—98, 800—04, 06, 08, 09. 14, 22, 27, 30 26, 46, 48, 49, 53, 59—61, 63—65, 67, 68, 70—77, 80—82). *Absolvent*, Balaban Petru 2872, 98, 99, 801, 02, 04, 06 61, 63—65, 67—70 71, 74, 75, 85, 96).

BREAZA. *Liceul militar „D. Cantemir".* Clasa IX. Beldescu Nicolae (2811, 18, 21, 26, 41, 42, 45, 46, 48, 49, 61, 78, 94, 96), *Grosescu Radu* (3776, 79, 81, 83, 90, 91, 89, 807, 09, 11, 15—18, 21, 26, 27, 29, 45, 48, 49, 61, 63, 72. 74, 76, 78—80. 82, Lungulescu Gh. (2841. 42, 45, 46, 48, 49, 61, 63, 74, 75, 78, 79, 94, 96). Casa X. Dobrescu Theodor (2808, 11, 26, 42, 48, 59—61, 63, 65, 67, 70—77, 79, 80, 82), Moldoveanu A. Ion (2861, 63, 65, 67, 70, 71—76, 78, 82, 85, 90, 94, 98), *Moldoveanu Teodor* 2811, 21, 27, 41, 24, 42, 45, 48, 49, 59, 60, 61, 64—80, 82, 96), *Motoargă Dumitru* (2807—09. 11—16, 18, 21, 22, 24, 26 27, 29—35, 37, 41. 42, 44—46, 48, 49, 52, 54, 55, 58—82, 85—88, 90—94, 96, 900—02, 05, 06), *Turburan Ion* (2811), 18, 21, 27, 31, 41, 42, 45, 48, 49, 59, 60, 61, 63—80, 82, 96).

BUCUREŞTI. *Studenţi: Damoyo Adriana* fac. matem.) 2811, 14, 27, 30, 46, 48) 53, 58, 60, 61, 63—75, 77, 78, 87, 90, 91, 94, 96—98, P), Martin Traian (fac. matem., (2807, 09, 11, 17, 32, 48, 58—61, 63, 65—68, 70—80, 93. P), *Popescu Paul* (fac. electronică) (2737, 40, 52, 60. 65, 75, 84, 87, 91, 807—16, 18, 21, 22, 24, 26, 27. 29—34, 40 | 44, 48—50, 52, 57—82, 84, 90—94, 96—98, P), *Stan C. Dumitru* (Acad. tehn. mil.) (2807—09, 11, 16, 17, 21, 26, 27, 36, 37, 41, 43, 45, 48, 53, 58—82, P) *Strătescu Ion* (fac constr.) (2807—09, 11, 14, 20—22, 26, 27, 30, 31, 37, 42, 43, 45—49, 58—61, 63—82, P), *Teodorescu Nicolae* (fac. matem.) (2807—09, 13, 16, 18, 22, 24, 26, 27, 30, 41, 42, 47—50, 60, 61, 63—80, Tudor M. Gheorghe (fac. matem. (2822, P, N.

Absolvenţi: Alexadru Horia 2841, 42, 45, 46. 48, 52, 58—69, 71—82, P), Alexe N. Dan (2848, 58, 59, 62, 64—69, 71), Anghel Claudia (2807, 11, 61, 63, 65—70, 73, 74, 77, 78, 81) *Arhalgenski Iuni* (2837, 41, 45, 48, 52, 58—61, 63—69, 71—83, 87, 88, 90—900, 905, P). Bălescu O Dan (2809, 16, 31, 41, 45. 57, 59, 60, 62, 64, 65, 68, 71, 72, 77, 79, 96, 98), *Buşilă Ioana* (2814, 40, 83, 90—92,94, 96, 98, 903), *Ciobanu Victor*, (2807, 09, 11, 15, 17, 19, 27, 29, 30, 40, 41, 45, 48, 57—82, P), Frîncu Gh. (2807, 17, 30, 41, 46, 47, 51, 59, 61, 63—66, 68—71, 73, 74. 76—78, Gîrboveanu Constantin (2859—61, 63—78, 80, 82, 91, 96, Harmata Mihai (2790, 816, 21, 26, 36, 41, 48, 49, 61, 63—65, 67, 71. 72, 84, 75, 80, 82, 91, 97), Ionescu V. Corneliu (2848, 52, 59, 61. 63—72, 74—80, 90. 93, 94, 96, 905), Ionescu Michel (2813, 59, 61. 65, 67, 70, 73, 74, 76, 79, 88), Popa E. Nestor (2763, 65, 67, 827, 43, 55, 58. 71. 72, 81, 82), Radu S. Valentin (2811, 52, 53, 65, 67, 70—77, 80, 81), *Răduică Nicolaie* (2792, 93, 95, 99, 800, 11, 13, 16, 27, 35, 41, 45, 48, 58—61, 63—74, 76—81), *Valiu Georgeta* (2807, 12, 17, 21, 31, 45. 48, 57—61, 63—70, 73—78, 85, 90, 91, 94, 98).

Şcoala medie nr; 1 „N. Bălcescu". Clasa VII, Chimion Teodor (E: 1025—29, 35). Clasa VIII. Bruda Octavian (E: 1025, 27, 29—31, 37, 40, 48, 52, 55, 60, 62, 66, P). Clasa IX. Isbăşescu A. Mircea (2776, 79, 90, 91, 95, 99, 807, 11, 13—15, 17, 10, 34), Lupaş Laurenţiu (2807, 09, 11, 13—16, 18, 21, 22, 25, 26, 29, 31, 37, 41, 45, 47—49, 53, 61, 63, 74, 76, 78, 79), Răşcanu Radu (2813—18, 29, 34, 41, 66, 94, 96, P)' Teleman N. (2807—09, 11, 14, 18, 22, 23, 26, 27, 31, 33). Clasa X. Ionescu Dan (2807, 08, 27, 30, 48, 60, 67, 91, 96), Paşcanu C. (2827, 60, 61, 63, 70, 72, 74—77, 98).

Şcoala Medie nr. 3. Clasa X. Murgan A. T. (2811, 17, 46, 61, 67, 70, 74, 75, 79, 80, 98).

Şcoala medie nr. 4. „Aurel Vlaicu". Clasa IX. Cojocaru H. Paul (2807, 11, 29, 45, 48, 61, 63, 65, 67, 73—75, 78), *Muşat I. Mihai.* (2831, 37, 45, 46, 48, 49, 58, 59—61, 63—67, 69—78, 80, 82, 91, 94, 96—98). Clasa X. Bădiliţă Luminiţa (2841, 46, 48—50, 59—80), Cişlam Cornel (28 8, 59—61, 63—65, 67, 70—80), Toader M. Gheoghe (2845—49, 62, 63—65, 67, 70, 73—76, 78, 79).

Şcoala medie nr. 7 „I. L. Caragiale". Clasa VIII. Valeriu D. Mihai (E: 1027, 29, 31, 32, 34, 35, 37, 39, 40, 55), Valeriu Vlad (2815—17, 29, E: 1013—15, 17—23, 24—27, 39—31).

Şcoala medie nr. 8. Clasa VIII. *Stancu Natalia* (2807, 09, 16, 17, 21, 85, 94, 903, E: 1025—23, 52—63, 65, 66), Clasa IX. Soceanu V. Alex. (2807, 09, 11, 16, 17, 41, 45, 48, 61, 96).

Şcoala medie nr. 10 .Clasa IX. Bărbulescu Lucia 2749, 90, 91, E: 984—86, 89, 96, 97, 1004, 14, 14, 17—19, 21, 24).

Şcoala medie nr. 11 „D. Cantemir". Clasa VIII. Stoicescu Cristian (2774, 2894, E: 1045, 52, 53, 55—57, 59—62, 66). Clasa X. Antoniu I. Sorin (2809, 31, 40, 45, 48, 52, 58, 60, 61, 63, 64, 67, 74), Bînă N. Mihai (2861, 64, 65, 70, 71, 73, 75, 78, 80), Manolescu Anton (2826, 35, 61, 63—65, 67, 68, 70—72), Petrescu Iulian (2845, 48, 58—61, 63—71, 73—76, 78).

Şcoala medie 13. Clasa VIII. Mihăiescu Cristian (2813, 41,45, 63, E: 1026, 37, 39, 42, 44—46). Clasa IX. Soare X. Ştefan (2808, 09, 11, 12, 14—28, 20—22, 24, 26, 27, 29—31, 33, 34). Clasa X. Bruda Dan (2807, 08, 27, 48, 61, 63, 65, 67, 70, 73, 73, 74). Clasa X. Duţă Victor (2807, 11, 26, 41, 48, 65, 67, 70, 71, 73, 73, 77, Glasberg Vladimir (2700—02, 04, 15, 25, 28, 31, 32, 34, 36, 39, 41), Moldoveanu A. (2859—61, 63—67, 69—78, 79, 90), Savu Gabriel (2907, 08, 11, 16, 27, 30, 31, 48, 61, 63, 64, 67, 70, 74—76, 79, 80, 82).

Şcoal medie nr. 13 „Mihai Viteazu" Clasa IX. Popescu I. Ovidiu (2708, 41, 65, 66, 81, 85, 848, 49, 61, 78). Clasa X. Boerescu N. Adrian (2807, 11, 16, 29, 41, 61, 63, 64, 67, 70, 74, 75), Chirică Laurian (2707, 15, 17, 20, 29, 34, 46, 72, 74, 75, 78, 90, 92, 98, 803, 48, 60, 64, 78).

Şcoala medie nr. 15. Clasa IX. Jaliu Cristel (2807, 11, 16, 21, 26, 41, 45, 61, 74, 78, 85, 96), Clasa X. Ionescu Sorina (2758, 61, 66, 83, 94—801, 03, 04, 06, 12).

Şcoala medie nr. 17 „Matei Basarab". Clasa VI. Halneru Radu (E: 1026—28, 35, 36, 40, 43, 50, 54, 57, 60). Clasa VIII. Licareţ Nic. (E: 1018, 19, 26, 28, 30—32, 39, 42, 50, 51), Olteanu Stoica Victor (2896, E: 1052—57, 59—64), Segall Adrian (E: 1029—32, 34, 35, 37, 39, 40, 46, 48, 49). Clasa IX. Panait Nicoleta (2779, 91, 99, 813, 15, 17, 29, 35, 61, 63, 73, 74). Clasa X, Băjenaru Mircea (2859—61, 63—65, 67, 68, 70—75, 77, 78).

Şcoala medie nr. 18 „Mihail Eminescu". Clasa X. *Eftimie Radu* 2841, 43, 45, 48, 60, 61, 63—77, 80, 82, 90, 91, 96, 98, 903), Rădan A. Cristian (2813, 27, 48, 61, 63, 64, 67, 70, 75, 76, 78, 80. 90, 94, 98, 98).

Şcoala medie nr. 19. Clasa VIII. Anghel Adrian (2817, 63, E: 1028, 30, 31, 39, 46, 52, 55, 57, 60, 66).

Şcoala medie nr. 20 „Gh. Şincai". Clasa IX. Ciorîcă Constanţa (2841, 45—47, 61, 63, 74, 78, 82, 96). Clasa X. Albeanu Ştefan (2848, 61, 64, 70, 74, 75, 79, 80, 91, 98), Corban Basarab (2858, 63, 64, 67, 70, 74, 79, 80, 91, 96, 98, 901), Crăciun M. Dan (2863, 64, 67, 70, 76, 78, 79, 80, 91, 96), Nicolae Mihail (2811, 14, 65, 74, 76, 79, 81, 82), Udrea (Constantin (2858, 60, 63—65, 67, 71, 73, 74, 76, 79). Clasa XI *serală*. Pildner Rudolf (2813, 26, 35, 65—68, 70—73, 82, 85, 94). Simion Gheorghe (2807, 09, 11, 13, 17, 27, 29, 61, 63, 64, 74—76, 78—80).

Şcoala medie nr. 22 „Gheorghe Lazăr". Clasa VIII. Niţă Georgeta (E: 1021—24, 28, 29, 35, 40, 50, 52, 56, 57, 60, 61), Clasa IX, Chirilă Rodica (2841, 45, 61, 63, 72, 78, 80, 82, 96, P). Clasa X. Ciorănescu Ioana (2779, 83, 94, 95, 98, 804, 08, 11, 16, 17, 26).

Şcoala medie nr. 23. Clasa X, Bistriceanu Mihai (2807—09, 11, 16, 17, 27, 29, 30, 41, 60, 61), *Bevin S. Eugen* (2807—09, 12, 16, 26, 41, 45, 48, 53, 61, 63—80, 82), Stoenescu T. Gh. (2809, 26, 36, 41, 42, 53, 55, 61, 73, 74, 77, 78, 80, 81, 90, 91, 94), Voinescu A. 2808, 11, 13, 17, 27, 36, 42, 43, 46, 48, 60, 61, 63—71, 74—80).

Şcoala profesională de ucenici confecţii textile. An I. Marin Doina (E: 1013, 19, 21, 22, 24, 25, 40, 50, 52, 57, 60).

Şcoala de 7 ani nr. 29. Clasa IV. Florea G. Alexandru (E: 985, 87, 89, 1013, 17, 24, 40).

Şcoala de 7 ani nr. 145. Clasa V. Marinescu Elena (E; 985, 87, 89, 90, 1001, 13, 22, 24, 25, 26. 28). Clasa VI. Iancu Georgeta (E; 985, 87, 89, 90, 1001, 13, 22, 25, 26, 28, 57), Marinescu Elorica (E; 985, 87, 89, 90, 93, 1001, 13, 22, 25, 26, 28, 57). Clasa VII. Bogdan Maria (E: 984—87, 89, 90, 93—95, 97, 1002, 04, 06, 08), Denitoiu Marius (E: 985, 87, 89, 90, 1001, 13, 22, 25—28, 57). Clasa VII. Marin Smaranda (E:

1013, 19, 21, 22, 24, 25, 40, 50, 52, 57, 60), Mitu Florica (E: 1013—15, 17, 19, 21—23, 25—28, 31, 32, 40, 48), Necula Gicu (E: 1013—15, 17, 19, 21—23, 25—28, 31, 32, 40, 48), Necula Gicu (E; 1013—15, 17, 19, 21, 22, 24—26, 28, 29, 40, 54, 59), Petrache Toma (E: 1013, 17, 19, 21, 22, 24—26, 28, 29, 40), Radu Gherghina (E: 985, 87, 89, 90, 1013, 22, 24, 25—28, 40), Velicu Virginia (E: 1013—15, 17, 19, 21—23, 25, 26, 28, 09, 31).

BUZĂU. *Şcoala medie nr. 1 „B. P. Haşdeu"*. Clasa IX. Gheorghe Alex. Cezar (2807—09, 11—22, 24—27, 29—49)). *Absolvenţi*: Grigorescu Gabriel (2807, 08, 11, 12, 15, 21, 22, 27. 29—31, P). Ichim Ion (2781, 86, 88, 807—09, 11—14, 16—18, 20—22, 26, 30, 31, 33, 35, 36, 42, 43, 46, 49, 55, 59—61, 53—68, 79—72, 74—82), Velescu Constanţa (2845, 59, 61, 64, 65, 74—76, 78, 85, 91, 96, 98, P).

BUZIAŞ. *Şcoala medie*. Clasa VII. Samson Eugenia (E: 1037, 40, 44, 50. 55, 56, 61, 65).

CALAFAT. *Şcoala medie*. Clasa VII. Criveanu Nicolae (E: 1027—29, 31, 40, 43, 50, 57, 60), Mircea Anton (E: 1013, 15, 17—19, 21, 29, 39, 40, 53, 59). Clasa IX. Petrescu F. Gh. (2779, 99, 807, 11, 15, 17, 29, 46, 61, 63, 73, 74, 79, P). Clasa X. Mititelu M. Ştefan (2837, 38, 46—48, 52, 59, 61, 63, 65—81, 91—94, 96, 98, 905, 06, P), Urziceanu Constantin (2852, 58, 59, 61, 63—67, 60—79).

CĂLĂRAŞI. *Şcoala medie „N. Bălcescu"*. Clasa IV. Ioniţă M. Rodica (2811, 16, 17, 46, 53, 61, 72, 75, 76, 78, 903), Sicoe Corneliu (2807, 09, 11, 17, 25, 26, 29, 45, 48, 61, 63, 74, 78, 79, 99). Clasa X. Burcu Virgil (2807, 17, 41, 48, 63, 67, 70, 71, 73, 79, 80, 98), Chiriacescu Sergiu (2807, 16, 67, 48, 61, 63—65, 74, 77, 82, 92, P), Negru Octavian (2807, 11, 48, 61, 63, 67, 73—75, 79, 80). *Absolvenţi:* Borcea N. Nicolae (2841, 45, 49, 59, 61, 65—67, 69, 70—81, 85, 96, 98), Rotaru Dumitru (2859, 60, 61, 63, 65, 67, 70—80),

CARACAL. *Şcoala medie nr. 1.* Clasa VIII. Dimian Ion (2845, E: 1037, 40, 47, 49. 52, 53, 57, 60, 63, 65), Ivănuş A. Lucian (2811, 15, 17, 85, 88, 94, E: 1025, 52, 53, 55—57, 60, 62, 66). Clasa X. Leoveanu Constantin (2788, 806, 11, 45, 61, 63, 64, 67, 74, 79), Rădulescu N. Victor (2857—69), Văsuică N. Ion (2789, 11, 41, 45, 63, 64, 74, 90, 94, 96).

CARANSEAEŞ. *Şcoala medie nr. 2 „Oţelul Roşu"*. Clasa VI. Pries Eduard (E: 1025, 27, 29, 30, 37, 39, 40, 47, 50, 52, 53, 81). Azzola Giovauni (C), Havlic Bogdana (2807, 11, 15, 29, 46, 48, 94). Clasa X. Mitran Ovidiu (2821, 43. 48, 49, 59, 61, 64, 66, 67, 69—75, 77, 79—82, 85, 90, 91), Pries Wilhem (2808, 21, 22, 30, 37, 40, 49, 54, 55, 60—63, 66, 68, 69, 71, 74, 82, 83, 85, 87, 88, 90. 91, 94. 96, 98, 903, 04, P. N). *Absolvenţi:* Radu Nicolae (2841, 63, 65, 67, 68, 70, 72, 73, 78, 79, 82), Săbăilă Petre (2852, 61, 63, 65, 67, 69—71. 73, 74, 76—78).

CÎMPINA. *Şcoala medie nr. 2 „N. Grigorescu"*. Clasa VI. Jipa G. Constantin (E: 1040, 43, 44, 50, 52, 54, 57, 60—62, 66). Clasa VII. Stanciu D. Petre (2845, E: 1037, 39, 40, 43, 48—50). Clasa VIII. Tănase Mihai (E: 1052, 53, 55—59, 62, 63, 65, 66). *Absolvenţi:* Moisin Laurenţiu (2808, 11, 15, 16, 18, 26, 27, 29, 31, 58—61, 70—82). Niculescu Furtună (2775, 76, 82, 811, 18, 14, 35, 41, 45, 47, 48, 52, 53, 55, 58—60, 63—67, 69—80, 86—88, 90, 91, 93, 94, 96, 98, 901, 03, 05).

CÎMPIA TURZII. Ctasa X. Cîmpion Vasile (2807, 08, 11, 13, 17, 48, 61, 63, 64, 73, 74, 76, 78, 90).

CÎMPULUNG MOLDOVENESC. *Liceul militar „Ştefan cel Mare"*. Clasa IX, Boldişteanu Aurel (2811, 13, 17, 74, 75, 80. 94, 96, 98). Clasa X. Anghelina Mihail (2808, 11, 13, 17, 27, 29, 30, 67, 70, 76, 80, 90, 94, 96, 98), Ciauş Mihai (2807, 11, 13, 63, 65, 66, 69—71, 74, 75, 90, 96), Durdoi Gh. (2793, 98, 803, 06, 07, 11, 13, 15, 17, 29, 31, 40, 44, 61, 67, 75, 78), Leaţ Gh. Mihai (2811, 13, 15, 61, 63, 65, 67, 70, 72—76, 79, 80, 88, 92), Merchez A. Conttantin (2811, 13, 15—17, 27, 29, 32, 48, 58, 61, 63. 65. 67, 70, 72—76, 79, 80, 92, 96, 98), Rizea D. Ion (2772, 79, 92, 803, 06—08, 11, 17, 48, 60, 61, 63, 67, 74, 76, 80), Tapu I. Eugen (2808, 11, 17, 18, 27, 30, 63, 67, 70, 76, 90, 96, 98, 980, 84).

CÎMPULUNG MUSCEL. *Şcoala medie nr. 1.* Clasa VIII. Simionică I. Traian (E: 942—60). Clasa X. Văluţă E. Mihai (2808—11, 13, 15, 16, 29, 31, 41, 44, 48, 61, 63, 64, 67, 70, 72—76, 78—80, 82, 91, 96, 98), Vasilescu V. Mihail (2807, 08, 16, 29, 48, 63, 64, 67, 74—76, 79, 80). *Şcoala medie nr. 2.* Clasa IX. Bănică Constantin (2815, 16, 29, 34, 41, 61, 63, 72, 78, 79, 85, 94, P). *Şcoala pedagogic An I.* Fianu Ortansa (E: 1027, 29, 31, 35, 40, 52, 59, 60), Nicolaescu C. Elena (E: 1025—29. 31, 32, 35, 40, 42, 49, 50, 52—58, 60, 61, 63, 66), Nicolaescu M. Rodica (1025, 27—29, 31, 35, 40, 48—50, 52—58, 60, 61, 63, 66, Rujan Adriana (E: 1025, 27, 35, 37, 40, 50, 52, 53, 55, 57, 60, 61, 63, 66).

CLUJ. *Studenți:* Bîrzan Romanel (Inst. Polltehnic) (2846, 48, 57—59, 62, 64, 65, 67, 68, 81, 85, 87, 88, 90, 91, 94, 96—98, 900, 02, 03, 06, P), Indoleanu Ion (Fac. Matem.) (2772, 809, 11, 21, 25, 26,31, 41, 45, 48, 49, 61, 63—71, 73—78, 80, 87, 94, 96, P). *Institutul pedagogic An. III.* Iacob Maria (2807, E: 1027, 29, 40, 50, 52, 53, 57, 60, 66), Seisărman Rafila (E: 1027, 29, 40, 50, 52, 53, 57, 60, 66), Vais Septimiu (2807, E: 1027, 28, 31, 32, 40, 49, 52, 57, 60).

Școala medie nr. 4. Clasa VIII. Patzelt Hanelore (2845, E: 1015, 26, 27, 29, 31, 35, 37, 39, 40, 46, 50), Pop Florin (E: 1028, 29, 31, 32, 34, 35, 37, 39, 42, 80). Clasa IX. Lungu Șerban (2790, 91, 99, 804, 07, 15, 29, 31, 61, 63, 74, 809, 14, 21, 41, 45, 48, 49, 73, 78, 80, 82, 96), Moxa F. (2807, 11, 17, 45, 48, 61, 63, 74, 78, 80, 82), Patzelt Carol (795, 99, 807, 11, 16, 17, 45, 48, 61, 63, 74, 75, 78, 80, 82), Stegăroiu Dan (2811, 16, 17, 45, 48, 61, 63, 73, 74, 78, 82). Clasa X. Babeș Victor (2807, 08, 11, 17, 27, 41, 45, 48, 59, 61—80, 82), Botez Ștefan (2807, 11, 61, 63, 67, 70, 74, 75, 76, 78), Bunea Mircea (2811, 15, 29, 64, 72, 73, 77, 82, 91, 96), Chisăliță Adrian (2807, 08, 11, 13, 14, 16—18, 22, 27, 30, 31), Niculescu Vasile (2807, 08, 11, 12—18, 21, 22, 27, 29—31, 41, 42, 45, 48, 59, 61, 63, 65—68, 74, 75, 78, 79, 82), Pamula Adrian (2861, 63, 65, 67, 68, 70—74, 79,

Școala medie nr. 5 „G. Barițiu". Clasa VIII. Rocașiu Ștefan (E: 1030, 39, 40, 42, 50, 52, 55, 60, 65, 66). Clasa X. Criveiu Iuliu (2845, 61—65, 67, 70—74).

Școala medie nr. 6. Clasa VIII, Hebedeanu Liviu (E: 984, 87, 89, 90, 1037, 39, 40, 42, 43, 48, 50, 53, 55, 57, 60, 65). Clasa X. Dragoș Eugen (2806, 16, 17, 27, 30, 37, 41, 59, 61, 65, 67, 70, 71, 74, 76. 79, 80, 82), Răducanu Niță (2841, 49, 59, 63, 65, 67, 70—76, 78, 79).

CONSTANȚA. *Școala medie nr. 1 „Mircea cel Bătrîn".* Clasa IX. Anghel Lucia (2809, 17, 40, 45, 85, 96, 903), Stavrositu Vasile (2807, 11, 14, 15, 17, 18, 29, 41, 54, 61, 63). Clasa X. Mărăcine O. Pompiliu (2845, 50, 61, 63, 64, 66, 67, 69, 70, 75, 78—80). Clasa XI *serală.* Tutorof Dumitru (2809, 11, 27, 30, 41, 45, 48, 60—64, 66—70, 72—80, 83, 85, 91, 94, 96, 901, P). *Absolvenți:* Ianuș I. Stere (2546, 47, 765, 67, 75, 81, 82, 88, 808, 12—15, 18, 21, 22, 29, 33, 35, 43, 48—50, 52, 55, 59. 63, 66, 69, 71—73, 76—77, 79—81, 88, 91, 94, 96, 97. P). *Școala medie nr. 3,* Clasa VIII. Dobre I. Nicolae (1037, 39, 40, 56, 57, 59, 60, 62, 65, 66).

CORABIA. Clasa IX. Begea I. Constantin (2807, 09, 11, 15, 41, 48, 61, 63, 74, 78).

CRAIOVA. *Studenți:* Bretcovici Marin (Fac. mec-agr.) (2859, 61, 63, 65, 66, 69—75. 77, 79—81, 96), Piscati I. Sorin (2807, 11, 17, 27, 41, 45, 61, 63, 64, 67, P). *Absolvenți:* Codreș Iulian (2808, 13, 30, 59—61, 63—67, 69—71, 73—80), Dumitru T. Dionis (2715, 19, 20, 22, 66, 807—09, 11, 13—15, 26, 29, 31, 32, 41, 48, 49, 52, 55, 60. 62, 66, 68, 71), Mărgineanu I. Constantin (2808, 09, 11, 13, 15, 16, 21, 24, 26, 29—31, 41, 43, 45, 48, 49, 58—82). Mihail M. Gheorghe (2808, 09, 13, 16, 30, 41, 60, 62, 64, 66—68, 70, 73, 76, 79, 80, 85, 96, 901, P). Rădulescu Ecaterina (2841, 48, 60, 61, 63, 64, 70, 71, 73, 78, 96, 98), Vruș Doina (2801, 04, 16, 17, 59—61, 63, 65, 67, 70—74, 78, 98), Zdrîncă D. Ion (2807, 08, 11, 13, 27, 31, 59—61, 63, 67, 69, 70, 73, 75, 80).

Școala medie nr. 1 „N. Bălcescu". Clasa VIII. Pavel N. Radu (2811, 45, E: 1027, 29—32, 39, 46, 50, 52, 55—57, 60). Clasa X. Bacria N. Vasile (2807, 11. 13, 17, 40, 61, 67, 70, 73—76, 79, 96). Chițan Nicolae (2811, 61, 63—65, 67, 70—76, 79, 91, 96), Cojocaru A. Marin (2813, 15, 29. 63, 65, 67, 71, 75, 79, 92), Duțu N. Cornel (2811, 17, 41, 45, 48, 59, 61, 63—65, 67, 70—72), Preoteasa S. G. (2811, 13, 61, 63, 67, 71, 74, 76, 78, 79, 96). Clasa X. Seralâ, Cenușă Gheorghe (2861, 74, 78, 79, 88, 90, 92, 96).

Școala tehnică exploatare c. f. r. An III. Buretea I. Mircea (2845, 63, 67, 70—73, 75—79, 82). *Școala tehnică de drumuri și poduri,* Chirvicea P. Mihai (2807—09, 11, 13. 16, 27, 30, 41, 60, 63, 64, 66, 70, 73, 79, 80, 93) *Centrul școlar auto, An II.* Vlădoiu G. Ioan (2811, 61, 63, 67, 73—75, 77—80, 82, E: 1029, 35, 39, 40, 43. 43—51), *Căminul școală nr. 8.* Clasa VII. Răileanu Floarea (E: 1015, 17—19, 21, 24, 26, 28, 39, 42, 45, 46, 48, 50).

CURTEA DE ARGEȘ. Clasa VIII. Iliescu G. Dan (E: 1013, 24—30, 40, 47, 50, 57), Marinescu Mircea (E: 1025—27, 29, 31, 39, 40, 48, 52, 53, 63, 62).

DEJ. *Școala medie nr. 2.* Clasa X. Custură Paula (2807, 13, 17, 29, 40, 41, 45, 48, 49, 61, 63, 67, 75, 79). Pușcașu Ana (2807, 11, 13, 16, 17, 29, 40, 41, 48, 49, 61, 63, 67, 75, 79), Suciu Voichița (2811, 16, 17, 29, 40, 41, 48, 61, 63, 67, 75, 79), Văclaș Maria (2811, 13, 15, 17, 29, 41, 48, 49. 61, 63, 67, 75, 79).

DEVA. *Absolvent:* Borza Horia (2778, 84, 91, 99, 802, 04, 06, 07, 09, 16, 48, 60, 61, 63).

DRAGOMIREȘTI (Bacău), Clasa VII. Strar M. Lorica (E: 1040, 57, 60, 62, 63).

DRĂGĂȘANI (Pitești). *Absolvent*: Dumitru I. Mircea (2873-75).

FĂGĂRAȘ. *Școala medie nr. 1.* Clasa VIII. Vamanu V. Dan (E: 1037—40, 42, 45—47, 49, 50). Clasa X. Săbăduș Mihai (2841, 63, 64, 67, 70, 74—76, 94, 96).

FĂGET. (Timișoara). Clasa X, Biţoianu Adrian (2841, 49, 61, 63, 64, 67, 70, 74—76, 78, 79), Burlacu Mihai (2841, 49, 61, 63, 64, 67, 70, 74—76, 78—80, 82). *Absolvenți:* Anatenos P. Petru (2772, 78, 90—92, 98, 802, 06, 11), Botintoni Mircea (Glodna Romînă) (2790, 91, 98, 804, 06, 07, 11, 13, 16, 36, 52, 61, 63—67, 69—76, 78—80).

FOCȘANI. *Școala medie „Unirea".* Clasa VIII. Popa D. Nicolae (2809, 11, 13, 15, 27, 29, 32, 46, 48, 61, 63, 65—67, 70—75, 77, 80, 82). Clasa X. Ghiuș I. Viorel (2772, 79, 90—92, 94—96, 98—801, 04), Munteanu Valeriu (2790—92, 94, 98, 99, 806, 08, 13. 27, 29, 44, 45, 48, 49, 60, 61, 63, 65, 67, 70—73, 75, 76, 78—80), Rădescu E. Eugen (2808, 13, 16, 22. 24, 26, 32, 36, 37, 40, 42, 44, 46, 49, 58, 67, 69, 71—73, 76, 78—81, 83, 90—92, 94, 96, 98), *Absolvent:* Chiciora I. Gheorghe (2826, 35, 72—74, 78—80, 90, 98).

GĂEȘTI. *Școala medie nr. 1.* Clasa X. Ioniță St. Neagu (2845, 61, 63, 64, 67. 75—79), Ixaru Gr. Liviu (2686—715, 19, 20, 25, 27, 31, 32), Triboi Eugen (2700, 20, 31, 33, 41, 42, 57, 59, 79, 91, 92, 94, 98, 801, 02, 04, 16, 17, 27, 29, 61, 63, 64, 67, 70, 74, 76, 77, 79). *Absolvenți:* Cristea Constantin (P), Tîrtan C. Gabriel (2697—99, 707, 08, 11, 24, 30, 38, 39, 41, 52—55, 62, 70, 73, 75, 78, 84, 87, 89, 95, 802, 06, 09. 14, 20, 25, 39, 51, N. P).

GĂLĂȚENI. (București). *Școala de 7 ani Sf. Gheorghe.* Clasa VII. Vițică I. Mihail (E: 1009, 25—28, 35, 36, 40, 43, 52, 60—63, 66).

GALAȚI. *Liceul militar „Mihai Viteazu".* Clasa VIII. Apostolache Dumitru (E: 1031, 40, 50, 52, 56—58, 60, 66), Boeru Mihail (E: 1039, 40, 44, 50, 52, 55, 57, 59, 60, 62, 63). Clasa X. Giurgea Victor (2841, 45, 48, 59, 61, 63—65, 67, 70—80, 82, 96). *Școala medie nr. 2.* Clasa X. Olaru Rodica (2811, 13, 27, 30, 37, 66, 70, 74, 79, 80), Turcu Ecaterina (2808, 11, 17, 43, 61, 67, 70, 74, 79, 80). *Școala medie nr. 3.* Clasa IX. Ghidalisan Mia (2811, 17, 45, 48, 61, 63, 74, 78, 82, 96). Clasa X. Biriș Mihai (2826, 61, 63, 64, 78—80, 82, 96, 98), Boju Nădejdea (2827, 61, 63, 64, 78—80, 82, 96, 98). Dumitru Ioana (2827, 61, 63, 64, 78—80, 82, 96, 98). Grigoraș Margareta (2827, 61, 63, 64, 78, 79, 80, 82, 96, 98), Moise Viorica (2817, 48, 61, 64, 67, 75, 78, 80, 96, 98), Nicolaescu Gheorghe (2827, 61, 63, 64, 78—80, 82, 96, 98), Popleșeanu Marilena (2807, 11, 27, 48, 61, 63, 64, 67, 70, 79, 80. 96), Stan Alexandru (2827, 61, 63, 64, 78—80, 82, 86, 98), Stan Aneta (2811, 27, 61, 63, 64, 67, 70, 79, 82, 96, 98). Steiberg Mircea (2827, 61, 63, 64, 78, 80, 82, 96, 98. *Absolvent:* Carp Gelu (2861, 65—68, 70—82).

GIURGIU. *Școala medie nr. 1.* Clasa VIII. Dicu Mihai (E: 1013—15, 19, 21, 22, 24, 25, 27, 29, 30, 35). Clasa X. Profirescu D. Marcel (2772, 79, 90, 91, 93, 95, 96 98, 99, 802, 13, 15, 17, 27, 29. 61, 63, 74—76, 79), Vasilescu Florian (2807, 11, 13, 16—17, 25, 27, 37, 45, 61, 63—80, 85, 88, 90, 91, 94, 96—98, P). *Absolvenți:* Ciobanu N. Mihai (2835, 45, 48, 52, 59—61, 63—82, 88, 91—94, 96—99, 905, P), Petre Gheorghe (2772, 78, 79, 81, 84, 90, 91, 94—96, 98—803, 06, 63, 73, 82).

HOREZU (Pitești) *Școala medie.* Clasa IX. Apostoloiu Victor (2840, 41, 45, 48, 61, 63, 73, 74, 78, 79, 94, 96), Clasa X. Băluță Dumitru (2840, 15, 17, 29, 40, 41, 61, 63, 67, 70, 73—76, 79), Ispas I. Mihai (2807, 11, 15, 17, 29, 40, 41, 63, 67, 68, 70, 73—76, 78' 79), Rădulescu L. Ion (2807, 11, 13, 15, 29, 41, 61, 63, 67, 70, 73—76, 79, 95, 96). *Absolvent:* Rădescu N. Nicolae (2809, 17, 25, 27, 30, 41, 45, 48, 58—80, 91, 96, 97, P). *Școala pedagocică.* Mihuț I. Ion (2813, 16, 17, 40, 60, 61, 63—65, 70, 74, 78).

HUNEDOARA. Clasa X. Oberlander Horst (2814, 15, 18, 21, 26, 27, 29, 30, 44, 49). *Absolvent:* Costache V. Mihail (2827. 59, 61—65, 67, 70—77).

IANCA (Galați). *Absolvent:* Catrina I. Vasile (2835, 41, 59, 63—73, 76, 77, 79—82, 90).

IABLANIȚA. (Timișoara). *Școala de 7 ani.* Clasa V, Blindaru Maria (E: 1040, 43, 48—50). Clasa VII. Trăilescu Mircea (E: 1040, 43, 44, 47—50).

IAȘI. *Student*: Rotar Constantin (2807—09, 11—13, 15, 17, 18, 21, 26—31).

Școala medie nr. 1 „M. Sadoveanu". Clasa VIII. Caceanuov Claudia (2809, 11, 17, E: 1028—31, 34, 42, 45, 50. 52, 54—62, 66), Dascălu D, Paul (E: 1039, 40, 43, 44, 47, 48, 50, 97), Matei Ana (2808, 11, 16, 17, 27, 45, 48, 61, 67, 70, 94), Mihai Ion (E: 1025—28, 30, 31, 35, 40, 50), Wolfsohn Arland (E: 1025, 27, 29—32, 35, 40, 49, 50). Clasa IX. Olănuță Laurențu (2807, 09, 11, 13, 17, 61, 74, 78, 85, 96), Simovici Dan (2816, 18, 19, 26, 30, 31, 65, 67, 91, 94, 98, P), Sobol Arnold (2807, 11, 16—18, 26, 29).

Clasa X. Antohi Nelu (2809, 11, 16, 21, 24, 27, 30, 45, 48, 78), Burăh Hary (2807, 08, 11, 15—19, 21—24, 26, 27, 30, 41, 45, 48, 49, 53, 55, 61, 70, 71, 75), Lucescu Viorel (2808, 17—19, 21, 24, 26, 27, 30, 41, 42, 44, 45, 48, 49, 60), Manole Corneliu (2804, 18, 19, 22, 24, 41, 42, 44, 49, 53—55, 60, 61, 63, 70—74, 77, 82), Plămădeală Ilie (2806, 07, 11, 15—19, 21, 24, 27, 41, 45, 48, 49, 63, 75, 78). Schwertzenberg T. (2807, 08, 11, 16, 21, 30, 45, 48, 67, 70, 75, 79), Stupeanu Dan (2807—09, 11, 16—19, 22, 24, 27, 30, 45, 48), Stancu Mihail (2808, 11, 16, 19, 22, 24, 30, 41, 44, 49, 53, 60, 70, 71), Turceanu Aurel (2803, 04, 06—09, 11, 16—19, 22, 26, 27, 30, 41, 42, 45, 48, 61, 63, 64, 67, 69—78). *Clasa X serală* Nastac I. Viorel (2807, 08, 11, 13—18, 21, 26, 27, 31, 33, 40—42, 49, 61, 63, 64, 74, 76, 80, 90—91, 94, 903).

Şcoala medie nr. 3 „C. Negruzzi". Clasa X. Brînzei P. Dan (2835—37, 41—48, 50, 51, 53—55, 58, 61, 62, 64—66, 68—81, 88, 90—92, 94, 96, 900, 03, 06, P), Ce-Chang-Hen (2811, 17, 61, 63, 65, 67, 70, 73—75, 79), Kim-Yang-Su (M. S.) (2808, 13, 15—17, 26, 27, 29—31, 35, 44, 48, 60, 61, 63—65, 67, 70, 71, 74—76, 78—80, 82, 90—92, 94, '96, 98, 900, 06), Nanu G. Octavian (2742, 44, 49, 63, 72, 74, 75, 80, 90—92, 98, 800, 06, 09, 12—17, 20—22, 24, 31, 33, 34, 36, 37, 40—43, 45, 47, 49, 50, 53, 55, 56, 59, 63—67, 69, 70, 73, 75—79, 81, 87, 88, 90, 91, 96—98, 901—03, 06, P), Paraschiv Viorel (2984, 67, 91. 98, 63, 70, 73, 90, 92, 901, 03).

Şcoala medie nr. 5 Claca VIII. Dragoslav Iulian (2811, 16, 63, E: 1038, 40, 45, 47—49, 53, 55—57),

Şcoala medie nr. 6. Clasa XI. *serală*. Botez Gheorghe (2807, 11, 14—17, 25, 29, 36, 37, 53. 59, 61, 74, 75).

Prof. Gaiu Emanoil. (Notă de aritmecă).

LUGOJ. *Şcoala medie nr. 1.* Clasa VIII. Sfetcu Ion (2807, 09, 16, 29, 55, E: 1025—32, 34, 34, 37—42, 44—50). Clasa X. Boja Nicolae (2861, 63, 65, 67, 70, 72, 73, 78—80), Morgenstein Igo (2813, 17, 27, 29, 63, 64. 67, 70, 78, 81, 91), Sufană Constantin (2789, 804, 08, 11, 16—18. 24 26, 27, 30, 32, 98). *Absolvent:* Fonoş Ioan (2772, 74, 79, 81, 83, 90—93, 95, 96, 98, 801—04, 06, 11, 19, 15—18, 26, 27, 30, 31).

MĂCIN. (Galaţi). Barău Costel (2848, 61, 64, 65, 70, 74, 75, 78, 79. 93. 96).

ORADEA. *Şcoala medie nr. 1.* Clasa X. Baciu Ioan (2848, 61, 63, 67, 70, 74—76, 78, 94, 96), Nicolae Magda (2848, 61, 63, 65, 67, 70, 71, 74, 75, 78, 96), Pop Corneliu (2772, 76, 78, 79, 81, 83, 90—92, 94—802, 04, 06, 08, 09, 11, 13, 15, 16, 24, 27, 29, 30, 31, 48, 66, 67, 69). *Şcoala medie nr. 2.* Clasa VIII. Bărbulescu Aurelia (E: 986, 96, 99, 1018, 21, 24, 31, 32, 55, 56).

ORAŞUL STALIN *Şcoala medie nr. 1.* Clasa VIII. Savu Silvia (2841, 42, 78. E: 1038, 47—50, 52—57. 66), Teodorovici Rodica (E: 1013, 14, 17, 19, 21—29, 35), *Şcoala de 7 ani nr. 3.* Clasa VI. Buimovici Rodica (E: 1013, 14, 17, 22—24, 26—29. 35), Cadar Tamara (E: 1013, 14, 17, 22, 26—29, 33) Cazan Nicoleta (E: 1013, 14, 17, 22—29, 35), Crăciun Virgil (E: 1013, 14, 17, 22—24, 26—28), Popovici Ana (E: 1025—29, 35).

PETROŞANI. *Şcoala medie nr. 1.* Clasa IX, Popescu Gheorghe (2779, 90, 307, 14, 17, 25, 29, 45, 48, 61, 74, 94), Roşculescu Mihai (2814, 17, 45, 48, 49, 61, 63, 74, 78. 96). Clasa X. Bertghaler Cristian (2807—09. 11—16, 18, 19, 21—22, 26. 27, 29—31, 33), Crutarciuc Corneliu (2807—09. 11—16, 18, 19, 21, 22, 27, 29, 31, 41—43, 45, 48, 49, 61, 63, 64, 67, 74, 75, 78, 79). Clasa X. Oproiu Tiberiu (2807, 11, 15, 16, 26, 29, 41, 45, 48, 61, 67).

PIATRA NEAMŢ. *Şcoala medie nr. 1.* Clasa VIII. Crivăt T. Ioan (E: 1026—28, 37, 39, 40, 42, 48-50). Clasa X. Măzăreanu Const. (2808, 09, 11, 14, 16, 18, 22, 26, 27, 30). *Absolvenţi:* Cimpoieşu Teodora (2861, 63, 65—67, 70-72, 74, 76, 78, 80, 91, 96), Gavril Gheorghe (2814, 15, 36, 37, 46—48, 52, 53, 55, 57—82), Rosenberg Hary (2835, 41, 61, 63—67, 70—79).

PITEŞTI. *Şcoala medie nr. 1 „N. Bălcescu"*. Clasa IX. Diţă Petre (2779, 90, 91, 95, 99, 807, 09, 11, 15—18, 22, 26, 29—31, 33, 34, 38, 40, 41, 45—49, 61—63, 64, 66, 67, 69, 73—75, 77—80, 83, 85, 88, 90, 94, 96, 906, P). Iordănescu C. Silvan (2779, 90 91, 95, 99, 809, 11, 15—17, 22, 26, 29, 34, 40, 41, 45—49, 61, 63, 67, 74, 75, 78—80), Miriţescu V. Ion (2779, 90—92, 95, 99, 809, 11, 15, 17, 22, 29, 34, 40, 41, 45—49, 61, 63, 67, 74, 75, 77—80). Clasa X. Dimaciu Iulian (2826, 30, 31, 41, 61, 63, 67, 70, 73, 74, 94, 96), Vlăducă Gigel (2841, 48, 61, 63, 66, 67, 69, 70, 73—79, P).

Şcoala medie nr. 2. Clasa X B Nanu Rodica (2811, 45, 58, 59, 61, 64, 65, 67, 70, 71, 73—76, 78), S

Şcoala medie nr. 3. Clasa IX. Alexe I. Stefan (2807, 11, 15—17, 29, 40—42, 48, 61, 85, 94, 96), Săndiţă Ion (2807, 11, 15—17, 29, 40, 41, 48, 85, 94, 96), Scarlat

Nicolae (2807, 11, 15—17, 29, 37, 40—42, 45, 49, 61, 63, 67, 70, 74, 75, 78, 85, 94, 96) Clasa X. Nedeicov Maria (2807, 13, 17, 45, 70, 67, 75, 77—79), Popescu Zarafina (2861, 63, 67. 70, 72, 74, 75, 77—79).

PREDEAL. *Şcoala medie.* Clasa X. Olteanu I. Ilie (2861, 63—65, 67, 70—76, 79, 90, 96, 98).

PLOEŞTI, *Absolvenţi :* Curelea A. Iulian (2857, 58, 60, 61, 63—80), Dobrişan Marina (2807, 09, 11, 13—16, 29—30, 35, 41, 45, 52, 61, 73—80, 94, 96).

Şcoala medie nr. 1 „I. L. Caragiale". Clasa VII. Lazea Adrian (E: 1026, 29, 40. 50, 52, 54, 55, 57—60, 66). Clasa VIII. Costache G. Ioan (2809, 15, 16, 29, E: 1025, 29—32, 40, 50), Gheorghiu A. Neculai (2779, E: 997, 1009, 28, 31, 32, 34, 35, 37, 39, 40), Gologan I. Radu (E: 1017, 21, 24, 28, 29, 31, 32, 35, 39, 40, 43, 45, 48—50, 52, 55, 57, 60, 65, 66), Ştefănescu Ana (E: 1025—29, 31, 32, 34, 35), Zotea A. Magdalena (E: 1013, 15, 19, 21, 25, 27—29, 31, 32). Clasa IX. Andrescu Cătălin (2713, 35, 59, 64, 65, 69, 90, 807, 09, 13, 17, 29, 40, 45, 48, 51, 63, 74, 78, 94). Anghelina N. Gheorghe (2790, 91, 99, 802, 06, 07, 09, 13, 15—17, 29, 30, 40, 45, 48; 51 61, 63), Baby Steluţa (2781, 92, 807, 09, 11, 14, 16, 18, 21, 31, Badalia D. Floalea (2774, 78, 79, 91, 809, 11, 14, 16—16, 26), Banciu Elena (2731, 32, 59, 64, 65, 79, 83, 90, 91, 807, 09, 13, 15—17, 29, 34, 63), Călin Eugen (2713, 31, 35, 59, 64, 65, 79, 83, 90, 91, 807, 09, 13, 15, 17, 29, 63), Canton Nedeia (2790, 813, 29, 45, 48, 51, 61, 63, 74), Constantinescu Emanoil (2713, 83, 91, 95, 801, 809, 11, 13, 15—17, 29, 63, 73, 78), Dumitriu Constantin (2802, 07, 13, 15, 16, 45, 48, 74, 78), Ene P. Dumitru (2755, 58, 59, 74, 76, 78, 79, 90, 95, 96), Georgescu Mariana (2807, 13, 17, 29, 40, 45, 48, 51, 61, 63, 74, 78, 94, 96), Georgesscu C. Tudor (2759, 64, 65. 79, 83, 90, 807, 09, 13, 15—17, 27, 30, 34), Gheorghiu Nicolae (2713, 31, 35, 59, 64, 65, 79, 90, 91, 807, 13), Hartular Maria (2713, 31, 64, 65, 59, 79, 83, 91, 807, 09, 13, 15—17, 29, 34, 45, 48), Iacomi Mircea (2774, 78, 79, 91, 90, 807, 09. 11, 14, 16—18, 26), Ionescu G. Ioan (2790, 807, 13, 15, 17, 29, 40, 45, 48, 51' 61, 63), Jurcă Marta (2790—93, 807, 09, 11, 14, 16, 18, 21, 31), Martinescu Răducan (2813, 31, 59, 64, 65, 79, 90, 813, 16, 17, 29, 34), Muşat Paul (2811, 14—18, 24, 26, 27, 29), Clas IX. Nicolae Viorel (2774, 76, 78, 91, 95, 96, 807, 09, 11, 16, 21, 27), Petrescu V. Virgil (2807—09, 11, 13, 15—17, 27, 29, 30, 40, 45, 48, 51, 61, 63, 67, 73, 74, 78, 79, 85, 88, 94, 96(, Podianu Voica (2713, 31, 32, 59, 64, 90, 91, 807, 09, 13, 15—17, 29, 34), Popescu Gheorghe (2758, 74, 76, 78, 79, 91, 95, 99, 811, 16, 17, 24, 26), Stoican Carmen (2807, 13, 17, 29, 40. 43, 61, 65, 74, 78, 94, 97), Timuş M. Dan (2774, 76, 78, 79, 81—83, 90, 91, 95, 96, 99), Trifan M. Corneliu (2807—09, 13, 15—17, 29, 30, 40, 45, 48, 51, 61. 63, 73, 74, 78, 79, 96). Clasa X. Chichiriţă Teodor (2863, 64, 67, 70, 71, 75, 76, 79, 80, 82, 91, 94, 96), Chiochină Constantin (2772, 78, 81, 82, 94, 03, 04, 11, 12, 13, 31), Costea F. Gheorghe (2848, 63—65, 67, 71, 75, 76, 79, 80, 82, 91, 94, 96), Costeanu I. Teodor (2807—09, 11, 18, 48, 61, 63—65, 67, 70, 73, 75—79, 96), Crosan Octavian (2841, 45, 61, 67, 74—76, 78—80), Dabija Bogdan (2772, 807—09, 16—18, 45, 58, 60, 61, 63, 64, 67, 75), Dumitrescu Eduard (2807—09, 11, 18, 61, 64, 67, 70, 74, 75, 78). Enache Ion (2807—09, 11, 18, 48, 61, 93—65, 67, 70, 74—76, 78, 79), Mihnea Claudiu (2807—09, 11, 18, 31, 45, 48, 61, 63—65, 67, 70, 73—79, 96), Moianu Nicolae (2808, 11, 17, 40, 41, 45, 48, 60, 61, 67, 74—76, 78, 82), Năstase Victorian (2811, 13, 16, 30, 41, 48, 61, 64, 76, 78, 91), Rădoiaş Aurel (2811, 13, 15, 16, 27, 41, 60, 61, 63, 64, 72—78), Siniţaru Al. Victor (2807, 11, 14, 16, 17, 26, 27, 30, 32, 41, 45, 48, 61, 63), Taga S. Mihail (2807, 08, 11, 12, 15—17, 24, 26, 27, 29, 30, 32, 41, 45, 48, 61, 63, 67, 70, 74—76, 79, 80, 82).

Şcoala medie nr. „Mihai Viteazu". Clasa VIII. Pampu Virginia (2894, 95, E: 1037, 39—42, 44, 51, 55 65), Petroşanu I. Constantin (E: 984—87—87, 89, 90, 1017, 40, 50, 53, 67),

Şcoala medie nr. 4. Clasa VIII. Băcescu Geta (2807, 09, 16, 17, 45, 61, 63, 75, E: 1026, 55, 57). Clasa X. Negru Vasile (2772, 807—09, 16—18, 45, 58, 60, 61, 63, 64, 90, 75).

Şcoala de 7 ani Gherghiţa (Cricov). Clasa VII. Simboşanu Ştefan (E: 1052, 53, 56, 57, 63, 65, 66, 68).

PUCIOASA. Clasa VIII. Neacşu. D. Nicolae (E: 1025—29, 31, 32, 35 37, 40, 45, 49, 50, 52, 53, 56, 57, 60, 66), Ungureanu Corneliu (E: 1026—32, 35, 37, 39, 40, 45, 50), Vasiloiu C. D, (1026—32, 37, 39, 40, 45, 50, 85). Clasa X. Banu Corneliu (2808, 11, 13, 14, 16, 17, 27, 29—31, 41, 42, 46, 49, 61, 63—70, 72—82), Dragomir Paul (2808, 11, 13, 16, 27, 29—31, 48, 49, 58, 61, 63—67, 69, 70, 73—80, 82), Grigorescu Grigore (2808, 11, 13, 14, 16, 27, 29—31, 46—49, 61, 63—67, 69, 70, 73—75, 77—82), Leotescu Petre (2808, 11, 13, 14, 16, 27, 29—31, 46—49, 61, 63—67, 69, 70, 73—75, 77—82),

Oprescu I. Vasile (2808, 11, 13, 14, 27, 30, 31, 37, 40—42, 46—49, 59, 61, 63—73, 75—82), Otiac Florian (2808, 11, 13, 16, 17, 27, 30, 42, 46, 48, 49, 58, 61, 63—65, 69, 70, 73—76, 78—80), Pătrulescu Cornelia (2808, 13, 14, 27, 29—31, 42, 46, 48, 49, 58, 61, 63—67, 69—80, 82), Petrescu Dionisie (2808, 11, 13, 14, 16, 27, 30, 42, 46, 48, 49, 58, 61, 63—67, 70, 73—80, 82), Pleş Nicolae (2806, 08, 11, 13, 14, 16, 17, 27, 31, 42, 48, 49, 57, 58, 61, 63—67, 70—80, 82), Rizea O. Maria (2808, 11, 13, 14, 27, 29—31, 42, 46, 48, 49, 61, 63, 64, 67, 70, 72—74, 76, 78—80, 86), Şerbănoiu Ion (2808, 11, 13, 14, 16, 27, 29, 30, 40, 46, 48, 49, 58, 61, 63—67, 69, 73—75, 77—80), Şerbănoiu Nicolae (2811, 15—17, 29, 34, 48, 61, 63), Şerbănescu Rozalia (2808, 13, 27, 29, 30, 40, 42, 48, 49, 61, 63—67, 69—80, 82), Ştefănescu Virgil (2808, 11, 13, 16, 27, 30, 48, 49, 61, 63—65, 69, 73—76, 78), Voinea Petre (2808, 11, 13, 14, 27, 29, 30, 46, 48, 49, 61, 63—65, 67, 69, 70, 73—76, 78, 79, 82),

RĂDĂUŢI. *Absolvent Deutsch Herbert* (2836, 37, 40, 41, 43—45, 47—50, 52, 53, 55, 57—82).

REŞIŢA. *Absolvent :* Trăilă Doru (2852, 62, 66, 68, 69, 75—77, 79, 96).

RÎMNICU SĂRAT. *Şcoala medie nr. 2.* Clasa VIII. Asanache Horia (E: 1030, 31, 34, 35, 37, 51—57, 60, 66). Clasa IX. Burghelea Dan (2818, 34, 35. 37, 42, 45—47. 49, 53, 55. 80),

RÎMNICU VÎLCEA. *Şcoala medie nr. 1.* Clasa VIII. Bulucea D. Dumitru (E: 1034, 39, 52, 53, 55—57, 60, 63, 66) Clasa IX. Parlapaă Florin (2807, 09, 11, 13, 15—17, 26, 29, 34, 40). Clasa X. Constantinescu I. Ion (2811, 13, 60, 61, 63, 67, 72, 72, 74, 76, 79, 96), Ohogeanu I. Ilie (2841, 45, 48, 61, 63, 72—75, 78, 79, 85, 91, 96, 98). Voinescu N. Emilian (2807, 11, 17, 27, 41, 48, 67, 70, 79, 85, 91, 98). *Absolvent Diaconescu Corneliu* (2835, 37, 41, 45, 48, 52, 59—61, 63—76, 78—83, 88, 90, 91, 93, 96—99, 905, P).

ROMAN. *Şcoala tehnică maiştri.* An II. Nicolăiasa Vasia (2811, 16, 34, 40, 41, 59, 63, 64, 68, 71,72,79, 80, 88, 96, P). Absolvenţi: Maierson Bruno (2816, 41, 61, 63, 67, 71, 72, 75, 78, 79, 80, 96), Tamba Gheorghe (2772, 78—81,90, 94, 804, 06, P).

ROŞIORII DE VEDE. Clasa X. Leonte Alexandru (2807, 93—67, 69, 71, 74, 80, 82).

SATU MARE. *Şcoala medie nr. 1 „M. Eminescu".* Clasa VIII. Neuhauser Alexandru (E: 1025, 28, 30, 35, 37, 39, 40, 48, 57, 60), Roşian Atanasie (E: 1028, 29, 37, 39, 40, 48—50, 52. 60). Ziman Otilia (E: 1013, 15, 24, 28, 29, 32, 39, 40, 42, 46). Clasa X. Lazăr Gheorghe (2790, 92, 801, 04, 13, 14, 17, 29, 29, 75, 79), Wisler Hervart (2796, 802, 03, 06, 48, 59—61, 64—70, 74—76, 78—80).

SÎNICOLAUL MARE. Clasa VIII. Kyri Rose Masie (E: 1013, 15, 17, 19, 21—24, 28, 47).

SIBIU. *Şcoala medie nr. 1 „Gh. Lazăr".* Clasa VI. Carp Dan (E: 1025—29, 35, 60, 62). Claxa IX. Craioveanu Mircea (2807, 09, 11, 14, 16, 21, 22, 26, 31, 33). Clasa X. Ancuşa Victor (2799, 801, 02, 07, 11, 13, 15, 16, 63, 67, 73, 74). Rin-In-Sîn (2811, 15, 29, 32, 41, 48, 49, 63, 64, 67, 70, 73—76, 79, 80, 82, 90, 91, 94, 96, P). *Absolvent.* Golescu Aldxandru 2811, 18, 26, 35, 42, 55. 61, 63, 64, 66, 68, 70, 74—76, 78, 79).

SIMERIA (Hunedoara). Ardeleanu Tiberiu (2861, 63—65, 67, 69, 70, 74—76).

SINAIA. Clasa XI *serală.* Zaharescu Gheorghe (2859, 61, 63, 65, 66, 70—76, 78), Popa I. Constantin (2861 63, 65, 67, 70, 72—76, 78, 96, 98) absolvent Stănicel Dan (2859, 61, 65, 67, 70—76, 78, 79, 82, 98).

SIGHIŞOARA. *Şcoala medie nr. 1.* Clasa VIII. Mihai Eliza (2759, 834, E: 984—86, E: 984—86, 1025—29).

SLATINA. *Şcoala medie nr. 1.* Clasa IV. Bărbulescu Vasile (2807, 09, 11, 21, 41, 45, 48, 61, 63, 67, 78). Clasa X. Becheanu Mircea (2807, 08, 17, 48, 60, 61, 63, 64, 67, 74, 75). Absolvenţi: *Bărbulescu Marcel* 2822, 24—26, 33, 35, 36, 40, 41, 45, 48—50, 53—55, 61, 63, 64, 67, 74, 78, 84, 85, 87, 90, 91, 93, 94, 96, 98, 903, 06), Dorobanţu Valeriu (2847, 52, 53, 55, 85. 88, 90, 91, 93, 94, 96, 98, 903, 05, 56, P), Marcu Nicolae (2807, 11, 13, 15, 17, 46, 48, 61, 65, 67, 70, 73, 74, 77), *Osiceanu Dan* (2554, 779, 91, 98, 99, 801, 02, 04, 07, 09, 11, 13, 15—17, 18, 24, 29—31, 35, 36, 48, 50, 52—54, 61, 63—65, 67, 70—81), Trandafir Alexandru (2826, 40, 52, 65, 67, 68, 70—72, 79, 93, 96, 98), *Trepăduş Vasile* (2835, 36, 41, 43, 45, 48, 50, 52, 53, 59—61, 63, 65, 67—81).

SUCEAVA. *Şcoala medie „Ştefan cel Mare"* Clasa X. *Marghitan Gheorghe* (2796, 98, 99, 801, 04, 06, 07, 09, 11, 16, 17, 19, 30, 41, 45. 48, 61, 63—75, 77 | 80, 82, 90, 91).

TECUCI. *Şcoala medie nr. 1.* Clasa X. Sulugiuc Silvia (2807, 09, 11, 14, 16 30, 32, 66. 69, 85, 94). Şcoala medie nr. 2. Clasa VII. Paiu Marioara (E: 1031, 32,

34, 37, 39, 42, 44, 46, 51, 55). Clasa VIII. Moscovîci H. (E: 1025, 27—29, 52, 55—57, 59, 60), Tătaru Petru (2894, E: 1028, 31, 32, 40, 45, 53, 55—57, 59, 60, 65, 66). Clasa IX. Brandea Ion (2807, 11, 15, 16. 29, 46, 47, 61, 63, 74, P). Clasa X. Vidraşcu Traian (2807, 08, 11, 13, 15, 17, 25, 29, P).

Şcoala de 7 ani Ciorăşti. Clasa VII. Puştiu Iordache (E: 1040, 42, 44, 50, 52—60).

TIMIŞOARA. *Student: Baltac Vasile* (fac. electroteh.) (2814, 33, 42, 45, 47, 48, 50, 52, 53, 55, 59—61, 63—79, 90—94, 96, 98, 900, 02, 03, 04, 06, P). *Absolvent; Subu Teofil* (2813, 15, 28, 29 32, 34, 45, 52, 57—59, 61—68, 70—80, 82, 93, 99). *Soldat* Dincă Vasile (2835, 59, 61, 65, 70, 72, 79, 93, 96).

Şcoala tehnică de maiştri electrotehnici. An. I. Grăjdeanu Stelian (2790—92, 801, 04, 07, 13, 15, 19, 59, 61, 63, 65, 72, 75, 78).

Şcoala medie nr. 1. Clasa VII. Zălog Alexandru (E; 1039, 40, 43, 48, 50, 52, 55, 57, 60 65, 66). Clasa X. *Ionescu Alexandru* (2776, 83, 803, 07, 09, 10, 12, 14-16, 18—20, 25—27, 29, 30, 34, 36, 37, 43, 48, 64, 65, 67, 68, 70, 73, 74), *Toma Corneliu* 2706, 13-15, 17, 20, 28, 30—32, 35, 59, 65, 72, 79, 89—91, 99, 802—04, 07, 13, 15, 18, 25, 27, 29, 34), Tripănescu Iuliu (2772, 78, 79 83, 94, 95, 98, 806, 08, 48, 61, 65, 67, 70, 74, 79, 80).

Şcoala medie nr. 3. Clasa VII. Nicolescu Carmen (E: 1052, 53, 57, 60, 66, 71—73, 76, 77).

Şcoala medie nr. 5. Clasa X. Bailuc Alexandru (2860, 61, 63, 67, 73, 76, 78, 79), Rîţă Teofil (2772, 75, 90, 91, 94, 98, 99, 801—03, 07, 11, 15—17, 20, 27, 30, 36, 41, 44, 48, 61, 63, 64, 66, 67, 70).

TÎRGOVIŞTE, *Şcoala medie nr. 3.* Clasa IX. *Brezeanu Florin* (2807, 11, 13, 16, 17, 22, 26, 28, 31, 33—35, 39—41, 45, 48, 59, 61, 63, 65—80, 82, P). Clasa X. *Cănuţă Gr. Vasile* (2719, 34, 79, 96, 99, 801, 04, 08, 09, 18, 30, 32, 36, 40, 45, 48, 52, 53, 61, 63—67, 69, 70, 72—76, 78, 79, 82), *Cîrnu Mircea* (2742, 52, 67, 80, 86, 92, 93, 97, 99, 807—09, 11—13, 15, 16, 18, 21, 22, 24, 26, 27, 29—37, 39—41, 43—46, 48—50, N).

TIRGU JIU. *Şcoala medie nr. 1* Clasa V. Aniţescu N. Maria (E: 1013, 25—27, 35, 40, 48, 50, 52, 54, 59, 60). *Şcoala medie nr. 2 „Tudor Vladimirescu"* Clasa IX. Davidoiu C. Gheorghe (2807, 11, 15, 17, 29, 45, 48, 49, 61, 63, 66, 69, 74, 75, 78, Popescu V. Ion (2807, 11, 15, 17, 25, 29, 34, 37, 46—48, 61, 63), *Absolvent* Comănescu Ion (2554, 657, 65, 72, 76, 79, 90, 92, 98, 801—06).

TIRGU-LĂPUŞ (Baia Mare). Clasa X. Opriş Ion (2774, 99, 807, 11, 61, 67, 69, 70, 74, 77, 79, 80).

TIRGU MUREŞ. *Şcoala medie nr. 1 „Papiu Ilarian"*. Clasa IX. Antoniuc V Bogdan (2809, 11, 13, 16, 18 21, 22, 48, 63, 73, 74, 79, 80). Clasa X. Ghetmăneţ Octavian (2807. 08, 11, 13—17, 20, 27, 41, 48, 49, 60, 63), Sarlea Dora (2859—61, 63, 65, 67, 69, 73, 74, 77—79).

TIRGU NEAMŢ. *Absolvent* Stîngu Nicolae (2807, 13, 17, 31, 48, 52, 59—61, 63—68, 70—80).

TULCEA. *Absolvent Grădinaru Pimen* (2740). 2, 43, 46, 48, 57, 59, 64, 66, 78, 96, 99—802, 04, 07, 08, 11, 41, 42, 46, 47, 57' 58, 68, 78—82).

TURDA, *Chimist operator* Marcu Cristian (2813, 61, 63, 65, 79).

TURNU SEVERIN. *Absolvent Gălătuşe Stelian* (2772, 77, 79—81, 904-804, 06, 07, 11, 13, 15—47, 26, 27, 36, 45, 48, 49, 52, 59—61, 63—82, 88, 90—94, 96, 98—900, 05, 07, 08, 11, 13, 17, 18, 20, 24, 32, 38, 41, P). *Şcoala medie nr. 1.* Clasa VIII. Bojucă M. Ştefan (E: 1025—27, 29—32, 35—40, 43, 47, 48, 52, 53, 55—57), Ciortan Gabriela (E: 1030—32, 35, 37, 39, 44, 46. 52), Roman Dan (E: 1025—29, 31, 35, 39, 40, 47, 49). Clasa X. Lazărnoiu Gheorghe (2860, 63, 65, 72, 73, 79, 907, 16, 18, 23, 33, 38, 41 44), Sîrbu Aristică (2813, 17, 45, 65, 67, 70, 73—76, 79, 907, 18, 20, 24, 41, 44, 51, 53, 90). *Şcoala medie nr. 3.* Clasa X. Malu Cercel (2807, 11, 13, 16, 17, 26, 27, 48, 61, 64, 67, 74, 75). *Şcoala profesională de ucenici.* An. II. Cismăroiu Ion (2811, 61, E: 1025, 27—29, 32, 37, 40, 45, 46, 55), *lăcătuş* Urdă I. Sever (E; 1025—27, 29, 31, 32, 40, 45, 50—52, 57, P).

URLAŢI. *Absolvent* Georgescu C. Sebastian (2845, 63, 65, 67, 70, 73—75, 77—79).

VĂSLUI. Clasa X. *Lupu. V. Ioan* (2807, 11, 13, 16, 17, 22, 27, 30, 48, 52, 61, 63—65, 67, 70—72, 74=80, 90—94, 98, P), Maftei V. Ion (2807, 11, 13, 17, 27, 29, 30, 41, 45, 48, 52, 90—92, 98, P), Volocaru Constantin (2807, 11, 13, 15—17, 27, 29, 30, 48, 52, 63, 67, 70, 73, 77, 90—93, 96, 98). *Absolvent* Mihăilă Nelson (2807, 11, 13, 17, 30, 48, 52, 67, 70, 71, 78, 90).

VRANCEA (Galaţi). Clasa X. Tutoveanu Emil (2841, 65, 70—75, 75, 91, 94, 96).

ZALĂU- Maroti C. Cornel (2790, 98, 99, 806, 17, 19, 61, 63, 65, 67, 75, 78).

ZELETIN (Bacău) *Şcoala de 7 ani.* Absolvent Andrei Aripina (E: 1052—60).
ZLATNA (Hunedoara) *Şcoala medie nr. 1* Clasa IX. Cristescu Oraţiu (2807, 11, 13, 15, 17, 29, 34, 40, 48, 63, 94), Iacob Alexandru (2807. 11, 13, 15, 17, 29, 40, 48, 94, 96). Clasa X. Cîmpeanu Mircea (2807, 11, 13, 15, 29, 40, 46, 48, 63, 94).

* * *

Se primesc soluţii la problemele propuse din ultimele *trei* numere apărute ale G.M.F.B. Fiecare problemă trebuie *rezolvată separat,* iar problemele să fie aşezate In *ordinea lor numerică* ,apoi probleme propuse, însoţite eventual de un borderou. Nu se iau în seamă problemele care nü corespund, iar probleme rezolvate pentru şcoala de 7 ani nu se primesc de la elevii claselor a IX-a, a X-a, a XI-a, sau de la *studenţi* şi nici soluţiile trimise în număr mai mic de *zece.*

POŞTA REDACŢIEI

Limoşanu Ştefan, com. Gherghiţei, Cricov, Ploeşti. Problemele ce aţi propus nefiind însoţite de rezolvarea lor nu se pot publica.

— La întrecerea între cercurile de matematică şi fizică între şcolile medii din ţară, s-au înscris pînă la 1 aprilie 1958: şcoala medie nr. 1 „Nicolae Bălcescu" formată din 14 clase de învăţămînt mediu. Aşteptăm noi înscrieri. Reamintim că adeziunile de înscriere făcute prin direcţia şcolii se mai primesc pînă la 15 august 1958. Se va indica şi numărul de clase de învăţămînt mediu ale şcolii respective. Regulamentul acestei întreceri este publicat în GMF-B nr. 1 din ianuarie 1958, p. 26—28.

— *Şerban Elena,* Galaţi. Pentru neprimirea revistelor GMF-B la care v-aţi abonat, trebuie să reclamaţi oficiului P.T.T.R., deoarece redacţia nu se ocupă cu abonamentele.

— *Duţică Cristian,* Bucureşti. Pentru clasificarea rezolvitorilor de probleme din GMF-B pe anul 1958, se ţine seamă de toate problemele anunţate la rubrica rezolvitorilor în cele 12 numere ale anului 1958; elevii de clasa a 8-a pot trimite şi rezolvări din problemele propuse pentru şcoala de 7 ani din ultimele trei numere apărute.

— *Mai multor corespondenţi.* Plicurile care conţin mai puţin de 10 probleme rezolvate nu se iau în considerare. Problemele propuse nesemnate nu pot fi urmate de nume de autor.

— *Lupu V. Ioan,* Vaslui. Problemele ce aţi propus fiind prea simple nu se pot publica.

— *Maftei Ioan,* Vaslui. Observarea dv. este justă: problema E: 1054 semnată de I. Strătescu se află şi în Algebra de clasa X, pag. 146; iar problema 2513 propusă de Gh. Bercea e mai fost publicată într-o revistă sovietică din 1953.

— *Opriş Ioan,* elev, Tîrgu Lăpuş. Am primit angajamentul ce vi l-aţi luat de a fi un harnic rezolvitor de probleme din GMF-B.

— *Comănescu Ion,* Tg. Jiu. Evidenţierile elevilor de şcoli medii se fac după cantitatea, calitatea rezolvărilor problemelor şi felul ordonat de prezentare a soluţiilor.

— *Toma Marin,* Hunedoara. La întrebările ce aţi pus găsiţi răspuns citind anunţul „Redactarea soluţiilor publicate în GMF-B, pe coperta 3-a.

— *Deutsch Herbert,* Rădăuţi. Problema 1897 care se mai află în Cursul special de trigonometrie de Novoselov, la pagina 172, a fost trimisă de O. Nanu, ca generalizarea altei probleme din GMF-B.

Explicaţia ce aţi dat privitoare la evidenţiaţii de la pagina 439 şi 445/1957 este justă, fiind două rubrici.

Abonamentul la GMF-B se poate face prin oficiul poştal local, vînzarea cu exemplarul fiind făcută în număr mic de exemplare.

— *Berchea Gheorghe,* inginer. Nota trimisă asupra generalizării teoremei lui Menelaus fiind cunoscută, nu se poate publica.

MAGYAR ORSZÁGOS KÖNYVTÁR 1883

REDACTAREA SOLUȚIILOR

— *Rezolvarea fiecărei probleme* trebuie făcută separat, cu toate calculele necesare, iar figurile să fie desenate cu îngrijire. Nu se vor trimite soluțiile mai multor probleme pe aceiași foaie: fiecare soluție trebuie să fie precedată de numărul de ordine al problemei, enunțul complet și numele propunătorului. După soluționarea fiecărei probleme scrieți citeț numele, clasa și *școala unde urmați* sau ocupația și adresa și apoi trimiteți problemele așezate în *ordinea lor numerică*, iar pe adresă menționați: *Redacției G.M.F. seria B*

— *Se primesc soluții* numai la problemele și exercițiile din ultimele trei numere apărute.

— *Soluțiile ce se vor anunța* la rubrica rezolvitorilor în tot cursul anului 1958 se vor socoti la premierea colaboratorilor pe anul 1958.

— După apariția numărului 10 al G.M.F.-B, corespondenții evidențiați în cursul anului 1958 sînt rugați să-și întocmească cîte o *fișă* cuprinzînd numele, adresa lor și tabelul cu toate problemele ce au rezolvat, așezate în *ordinea lor numerică* și care au fost anunțate la rubrica rezolvitorilor în numerele 1—10, apoi să o trimită redacției în plicul cu alte probleme rezolvate, în vederea *clasificării și premierii pe anul 1958*.

— *Problemele ce se propun* de către colaboratorii revistei, să fie clar compuse, însoțite de soluții, să fie personale și nu luate din cărți sau reviste, iar trimiterea lor să se facă odată cu problemele rezolvate. Elevii sînt sfătuiți să înceapă a propune probleme, numai după ce au soluționat un număr destul de mare de exerciții și probleme. Problemele propuse necorespunzătoare nu se pot publica. Dacă un corespondent constată că unele probleme propuse mai există publicate în cărți sau reviste, este rugat să ne arate precis *volumul* și *pagina* unde s-a mai publicat enunțul sau soluția problemei respective.

— În redactarea unei soluții trebuie alese *notații potrivite*, subliniate părțile principale, iar calculele numerice să fie făcute cu mare îngrijire. *Figurile* trebuie făcute corect, clar, cu linii pline și punctate. De multe ori aceste reguli îndeplinite conduc la soluția problemei. Adesea dintr-o problemă simplă pot ieși chestiuni interesante. Soluțiile mai dificile se obțin uneori prin încercări succesive și studiind chestiuni în legătură cu problema de rezolvat.

— Corespondentul nostru care a citit și a înțeles deplin multe din soluțiile publicate, a rezolvat multe din probleme propuse, poate și este îndemnat să încerce să schițeze cîte o *notă* scoasă dintr-o observare făcută cu ocazia rezolvării unei chestiuni mai grele. Aceste note este bine să fie redăcute de mai multe ori înainte de a fi trimise pentru a se evita ca în expunerea făcută să fie scrise *vorbe fără rost*, iar ideile trebuie să deștepte *interes pentru cititor*.

— *Ordinea și îngrijirea* în prezentarea unei idei pot fi îndeplinite dacă harnicul nostru corespondent a făcut mai multe rezolvări, dacă a citit și a înțeles deplin, multe soluții și articole publicate și dacă a studiat îndeajuns chestiunea de care se ocupă.

— Tovarășii colaboratori elevi sînt rugați să ne trimită date asupra activității lor extrașcolare la matematică și la fizică, asupra activității cercurilor de matematică sau de fizică la care iau parte și asupra modului de desfășurare a „Olimpiadei de matematică și fizică", pentru ca apoi, prin revistă, să se poată realiza cu succes, un schimb de experiență. Abonamentele la GMF — seria B se fac individual și prin oficiul poștal local pe lunile ce urmează pînă la finele anului 1958, socotindu-se prețul de 1,50 lei exemplarul.

— Cei care doresc să-și procure contra cost următoarele numere vechi din GMF-B: anul 1954 (nr. 5, 11, 12); 1955 (nr. 12); 1956 (nr. 6—12) și din 1957 (nr. 1—6), pot trimite suma respectivă prin mandat poștal la cont. 038065, Editura Tehnică, B.R.P.R. DOB.

— Reclamații în legătură cu tirajul revistei GMF-B, cu întîrzierea sau neprimirea abonamentelor se pot face Direcției regionale P.T.T.R. a regiunii respective, iar în București Oficiului de difuzarea presei în Capitală, Piața Scînteii nr. 1.

BIBLIOTECA SOCIETĂȚII DE ȘTIINȚE MATEMATICE ȘI FIZICE DIN R. P. R.

1.	E. RUSU	Bazele teoriei numerelor.
2.	A. I. MARKUȘEVICI	Șiruri recurente.
3.	N. N. VOROBIEV	Numerele lui Fibonacci.
4.	P. S. ALEXANDROV	Introducerea în teoria grupurilor.
5.	I.S. SOMINSKI	Metoda inducției matematice.
6.	GH. MIHOC	Elemente de calculul probabilităților
7.	H. IONESCU	Calcule numerice.
8.	A. I. MARKUȘEVICI	Arii și logaritmi.
9.	A. I. GHELFOND	Rezolvarea ecuațiilor în numere întregi.
10.	O. SACTER	Despre conice și alte curbe.
11.	ION IONESCU	Maxime și minime geometrice.
12.	F. I. ZIGHEL	Cometele.
13.	S. SKLOVSKI	Radioastronomia.
14.	V. ATANASIU	Structura materiei.
15.	V. V. SARONOV	Soarele și observarea lui.
16.	O. KREINDLER	Elemente de calcul vectorial.
17.	B. B. KUDRIAVȚEV	Experiențe simple cu ultrasunete.
18.	M. V. PENTKOVSKI	Nomograme.
19.	A. KAHANE	Elemente de teoria congruențelor de drepte.
20.	GH. ȚIȚEICA	Culegere de probleme de geometrie, (revăzută și completată de G. D. SIMIONESCU).
21.	A. HALANAY	Introducere în teoria calitativă a ecuațiilor diferențiale.
22.	N. STĂNESCU	Electronul.
23.	V. SERGIESCU	Introducere în fizica solidului.
24.	G. N. BERMAN	Cicloida.
25.	C. BORȘ	Noțiuni de geometrie proiectivă.
26.	AL. SANIELEVICI	Introducere în radioactivitate.
27.	M. HEROVANU	Introducere în fizica atmosferei.
28.	C. G. BEDREAG	Bibliografia fizicii romîne.
29.	I. S. DUBNOV	Erori în demonstrațiile geometrice.

C. 11100 — Atel. poligr. Editura Tehnică

Lei 1,50

E 1426

KAT

SOCIETATEA DE ŞTIINŢE
MATEMATICE ŞI FIZICE DIN R.P.R.

Institut. de Documentare Tehnică
BUCUREŞTI
ОБМЕН - CSERE
VYMENA - WYMIANA
TAUSCH - СМЕНА

GAZETA MATEMATICĂ ŞI FIZICĂ

SERIA B

PUBLICAŢIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Országos Műszaki Könyvtár TULAJDONA

Anul IX — iulie 1958

7

EDITURA TEHNICA

GAZETA MATEMATICĂ ŞI FIZICĂ

(SERIA B)

Anul IX — Nr. 7 — iulie 1958

SUMARUL

	Pag.
1. Declarația Federației Mondiale a oamenilor de știință	369
2. Olimpiadele de Matematică și Fizică 1958	370
3. Evidențiați etapei finale a olimpiadelor de matematică și fizică 1958	377
4. O sută de ani de la nașterea lui Max Karl Planck de S. Pamfil	380
5. Asupra unor secțiuni într-o prismă triunghiulară	386
6. Caleidoscop matematic de Elemer Kiss	389
7. Note matematice	393
8. Noutăți de știință și tehnică	395
9. Probleme rezolvate (2442; 2468; 2594; 2647; 2652; 2653; 2654; 2708; 2719; 2722; 2724; E: 956; 959, 960; 1000)	396
10. Probleme propuse (3258—3285)	406
11. Problemele date la Olimpiada de matematică 1958, (etapa finală) (3286—3310)	410
12. Exerciții și probleme pentru școala de 10 ani: (E: 1159—E. 1180)	415
13. Din activitatea cercului de matematică de la școala medie din orașul Calafat	419
14. Poșta redacției	419
15. Rubrica rezolvitorilor de probleme	421

ANUL IX 7 IULIE

COMITETUL DE REDACŢIE

Atanasiu V., lector, redactor pentru fizică; **Boiangiu A.**, asistentă univ., **Ionescu Bujor C.**, prof. univ.; **Ionescu-Ţiu C.**, profesor, redactor pentru matematică; **Muşat I.**, profesor; **Negulescu A.**, profesoară; **Petrovanu A.**, profesor; **Pop Alex.**, profesor; **Rădulescu N.**, profesor; **Sacter O.**, conf. univ., redactor responsabil; **Simionescu D. Gh.**, conf. univ.

REDACŢIA: Str. Academiei, 14 — Tel. 4.46.53 — Bucureşti I

Articolele, notele, recenziile, problemele propuse sau rezolvate, corespondența privitoare la activitatea matematică și fizică a școlilor, precum și orice material informativ care ar putea interesa redacția noastră se vor trimite pe adresa de mai sus.

GAZETA
MATEMATICA ȘI FIZICA (SERIA B)
PUBLICAȚIE LUNARĂ PENTRU TINERET
Anul IX, Nr. 7 iulie 1958

DECLARAȚIA FEDERAȚIEI MONDIALE A OAMENILOR DE ȘTIINȚĂ

De mai mulți ani Federația Mondială a Oamenilor de Știință a atras atenția asupra primejdiilor pe care le au în față generația noastră și generațiile viitoare, în urma exploziilor experimentale cu arme nucleare.

Mărimea acestor riscuri nu poate fi, nici chiar astăzi, evaluată cu precizie, dar mulți specialiști competenți le consideră ca foarte grave.

Față de aceste primejdii Federația Mondială a repetat cu stăruință că este necesară încheierea unui acord internațional pentru încetarea exploziilor experimentale, acord a cărui violare clandestină ar deveni imposibilă prin adoptarea unui sistem adecvat de control. O astfel de măsură este nu numai de importanță vitală pentru sănătatea unui foarte mare număr de ființe din lumea întreagă dar ea ar constitui de asemenea prima etapă, atît de necesară, către restabilirea încrederii reciproce între marile puteri.

Acuma este bine stabilit, de pildă, că un sistem de control relativ modest care ar dispune de posturi la distanțe de 800 km între ele, ar face aproape sigură detectarea unor explozii experimentale chiar atît de slabe ca cele corespunzînd la 1000 tone de T.N.T.). Un astfel de sistem ar impieta în cea mai mică măsură asupra suveranității statelor și stabilirea sa a fost deja în principiu acceptată de către puterile reprezentate în fosta comisie de dezarmare a Organizației Națiunilor Unite. Punerea sa în funcțiune ar furniza o experiență folositoare pentru organizarea unui control mai larg care ar putea să constituie un element important al unui acord general de dezarmare.*

Negocierea unui acord internațional pentru încetarea exploziilor experimentale ar putea să prevină marile primejdii pentru pacea mondială care ar decurge din extinderea fără restricții a armelor nucleare la alte țări, chiar din cele mici. Ea ar putea stăvili actuala cursă a înarmărilor — care absoarbe aproape jumătate din mijloacele tehnice și științifice ale lumii — și ar împiedica-o să devoreze o proporție și mai mare din tezaurele statelor. Aceasta ar facilita prin urmare folosirea unor mari mijloace pentru construcția pașnică spre cel mai mare folos al tuturor popoarelor.

Este un fapt bine cunoscut că încetarea exploziilor experimentale cu arme nucleare a constituit timp de mai mulți ani, un important subiect de tratative în sînul subcomitetului pentru dezarmare al Națiunilor Unite, fără însă să se ajungă la vreun acord.

Pentru motivele mai sus arătate, Federația Mondială a Oamenilor de Știință salută călduros hotărîrea Guvernului Uniunii Sovietice de a sus-

*) Trinitrotoluen.

penda exploziile nucleare experimentale. Ea cheamă cu insistență guvernele interesate să ia măsuri asemănătoare pentru suspendarea exploziilor experimentale și să stabilească, pe cale de tratative un sistem eficace de control care să asigure respectarea acestei măsuri. Acesta ar constitui o primă etapă pe calea unui acord general pentru interzicerea tuturor armelor nucleare și ar înlătura cursa nebunească o înarmărilor, de asemenea aceasta va contribui într-o măsură importantă la o reglementare militară și politică generală acceptabilă pentru toate puterile, ceea ce va duce la o pace stabilă și trainică.

C. F. Powell
Membru al Societății Regale
Laureat al Premiului Nobel
Președinte al Federației Mondiale a Oamenilor de Știință

OLIMPIADELE DE MATEMATICĂ ȘI FIZICĂ 1958

A IX-a olimpiadă de matematică și fizică pentru elevii școlilor medii, profesionale, tehnice de maiștri și pedagogice s-a încheiat.

Concepute ca o continuare și dezvoltare a tradițiilor pozitive ale celor 37 concursuri anuale ale vechii „Gazete Matematice", olimpiadele de matematică și fizică organizate de Societatea de științe matematice și fizice din R.P.R. (S.S.M.F.) se bucură pe an ce trece, de tot mai multă popularitate, trezesc interes stimulator în vederea pregătirii temeinice de specialitate.

Prezentarea principalelor rezultate și învățăminte ale ediției din acest an a olimpiadelor se face urmărind: organizarea olimpiadelor, participarea elevilor și școlilor, problemele și temele propuse, pregătirea candidaților, conținutul cultural-educativ general, sprijinul primit, greutăți și lipsuri întîmpinate, propuneri pentru viitor.

Organizarea olimpiadelor în acest an s-a prezentat îmbunătățită prin apariția regulamentului și a eșalonării materiei pe etape, în G.M.F.-B și M.F.L. nr. 12/1957, ca și prin suprimarea etapei școlare. Anunțarea din vreme a schemei organizatorice a olimpiadelor (începînd cu nr. 10/1957 al periodicelor pentru tineret ale S.S.M.F.), prevederile detaliate ale regulamentului, formarea în luna ianuarie 1958 a celor 16 comisii regionale și a 198 comisii locale și raionale, formarea comisiei centrale și solicitarea filialelor S.S.M.F. în vederea obținerii de probleme propuse pentru diferite etape, au fost principalele măsuri organizatorice care au asigurat desfășurarea — în bune condițiuni, în general — a olimpiadelor din acest an.

Pentru popularizarea olimpiadelor, comisiile locale și regionale au folosit: cercurile pedagogice, ședințele cu directorii pe de o parte, cercurile de elevi pe școală și oraș și gazetele lor de perete, pe de altă parte. În unele regiunea (Iași, Ploești) organizațiile U.T.M. au participat de asemenea, la acțiunea de popularizare.

Comisiile locale și în special cele regionale și-au format colective atît pentru problemele organizatorico-administrative (obținerea sălilor de clasă, repartizarea elevilor, procurarea hîrtiei, a etichetelor, asigurarea cazării și mesei elevilor și profesorilor veniți din regiune, procurarea biletelor pentru spectacole și pentru deplasări, procurarea cărților de premii și repartizarea

lor etc.) ca și pentru cele de conținut (traducerea și dictarea subiectelor, supravegherea elevilor, corectarea tezelor etc.).

Trebuie subliniate astfel de activități ca: revizuirea tuturor propunerilor comisiilor locale în vederea asigurării uniformității de apreciere și a trierii celor mai valoroase lucrări (Baia Mare, Ploești, Pitești), repartizarea elevilor în săli pe baza unor planuri afișate la intrare (București, Constanța, Ploești, Tîrgu Mureș), verificarea de către comisia regională a lucrărilor cele mai bune după notarea lor de subcomisii de cîte doi profesori (București, Galați, Ploești). Este izolată situația sezisată la Cluj, unde tezele au fost corectate de un singur profesor, nerespectîndu-se astfel, în întregime, regulamentul.

Numeroase comitete ale filialelor S.S.M.F. au analizat pregătirea și desfășurarea olimpiadelor pînă la un anumit moment luînd și hotărîri corespunzătoare pentru îndeplinirea celorlalte sarcini: instruirea (personală sau în scris) a președinților comisiilor (București, Hunedoara, Iași, Timișoara, Tîrgu Mureș), controlul pe teren al etapelor (președintele filialei Baia Mare a luat contact cu patru comisii locale), asigurarea sprijinului secțiilor de învățămînt și cultură (în aproape toate regiunile), analiza olimpiadelor în ansamblul lor (Bacău, Deva, Pitești, Ploești, Timișoara).

Unele comisii locale (Turnu Severin, Vaslui, Bîrlad, Anina, Bocșa-Vasiovei, Bozovici, Orșova, Reșița, Făget, Lipova, raioanele „23 August", Griviția Roșie, Stalin din București) au informat incomplet sau tîrziu comisia regională asupra etapei locale; cîteva comisii regionale (Cluj, Galați, Iași, O. Stalin), au analizat sumar și superficial, desfășurarea olimpiadelor pe teritoriul lor, neajutînd astfel suficient la descoperirea și lichidarea lipsurilor existente, la îmbunătățirea în viitor a acestei acțiuni.

Biroul S.S.M.F. a trimis delegați în cîteva centre la etapa locală (Deva, Hunedoara, Sibiu, Suceava, Giurgiu, unele raioane din Capitală) și în toate centrele la etapa regională (tov. prof. univ. *N. Teodorescu*, m. cor. al Acad. R.P.R., prof. univ. *M. Ghermănescu*, conf. univ.: *H. Ionescu, T. Roman, O. Sacter, Gh. D. Simionescu, A. Saichin*, profesorii: *T. Ignat, C. Ionescu-Tiu, F. Păsărică, A. Petrovanu, N. Stănescu*, lectorii: *I. Filimon, D. Flondor*, asistenții: *P. V. Ștefănescu* și *A. Deleanu*.

În comisia centrală a olimpiadelor, în comisiile etapei finale, ca și la festivitatea de încheiere, numeroși membri ai Consiliului S.S.M.F. au luat parte activă.

În desfășurarea etapei finale a intervenit o modificare față de regulament, în sensul că s-a schimbat ordinea celor două lucrări scrise pentru a se da timp suficient de corectare lucrărilor de fizică.

În comisiile de corectare a lucrărilor scrise au intrat profesori din provincie și din București. Comisiile de examinare orală la matematică au fost alcătuite astfel: pentru cl. VIII-a: *C. Georgescu* (Craiova), *Valentina Nanu* (Pitești), *S. Postolache* (Bacău), *O Sacter, I. Stoian* (Cluj); pentru cl. IX-a: *A. Goia* (O Stalin), *C. Ionescu-Tiu, N. Mihăileanu, P. Simon* (Tîrgu Mureș); pentru cl. X-a: *Olimpia Gheorghiu, I. Grigore* (Ploești), *P. Perebiceanu* (Alba Iulia), *Gh. Popescu, Gh. D. Simionescu;* pentru școli profesionale, tehnice și pedagogice: *M. Gogolan, Gh. Mazilu* (Iași), *Ș. Petrescu, A. Șaichin, I. Soare*.

Comisiile lucrărilor practice la fizică au fost alcătuite astfel: pentru cl. VIII-a: *Olimpia Bînă, N. Cancer* (Tîrgu Jiu), *C. Nicolescu* (Ploești); pentru cl. IX-a: *R. Ciric* (Caransebeș), *G. Gîlcă* (Bîrlad), *S. Pamfil, Geor-*

geta Popp, C. Rusescu (Focșani); pentru cl. X-a și a XI: *O. Constantinescu* (O. Stalin), *V. Dragu* (Constanța), *Angela Negulescu, N. Stănescu, M. Țarălungă* (Bacău), și au lucrat în laboratoarele școlilor medii nr. 22 „Gh. Lazăr", respectiv nr. 17 „Matei Basarab" și nr. 15.

Participarea școlilor și elevilor a fost masivă și în acest an. După datele comunicate de comisiile regionale și cele calculate (în cazul datelor incomplete ale unor comisii locale), la etapa locală (raională în București) din 9 martie, au participat 12 750 elevi la matematică, reprezentînd 434 școli din 182 centre, și 8 210 elevi la fizică, reprezentînd 359 școli din 172 centre.

Comparînd cu situația din anul trecut, numărul participanților s-a micșorat cu 4%, dar numărul centrelor a crescut cu 28 la matematică și 33 la fizică.

Creșterea numărului participanților la etapa locală din acest an, este mai importantă la matematică, în regiunile: Timișoara și Autonomă Maghiară (cu peste 30%), Craiova (25%), Ploești (peste 12%), iar la fizică, în regiunile Timișoara (aproape 30%) și Craiova (15%). În regiunile Timișoara, Craiova, Oradea a crescut cu 8, respectiv 7 și 4, numărul localităților în care a avut loc olimpiada de matematică; iar în regiunile Baia Mare, Bacău, Constanța, Iași cu cîte două. Regiunile din care au participat cel mai mare număr de școli la această etapă sînt: Timișoara (54 la matematică și 41 la fizică), Ploești (44 la matematică, 36 la fizică), orașul București (39, respectiv 35), Cluj (35, respectiv 33), Stalin (35, respectiv 29). În celelalte regiuni acest număr variază între 23 și 14 — la matematică — 22 și 11 — la fizică. Cel mai mic număr de școli participante (sub 15 la fiecare specialitate), se găsește în regiunile Suceava, Oradea, Constanța.

Față de centrele în care s-au format comisii locale, olimpiada n-a avut loc în: Fierbinți, Videle (reg. București), Filiași, Bălcești, Vînju Mare (reg. Craiova), Teiuș, Lupeni (reg. Hunedoara), Șimleu, Valea Crișului (reg. Oradea), Drăgănești-Olt (reg. Pitești), Siret (reg. Suceava), Moldova Nouă, Nădlac (reg. Timișoara), Subcetate (R.A.M.). În localitățile Borca (reg. Bacău), Hațeg (reg. Hunedoara) nu a avut loc olimpiada de matematică, iar în Bolintinul de Vale, Slobozia, Titu, Zimnicea (reg. București), Zeletin, Moinești (reg. Bacău), Băilești (reg. Craiova), Sebeș, Zlatna (reg. Hunedoara), Bozovici, Orșova, Buziaș (reg. Timișoara) — cea de fizică.

Scăderea numărului participanților la etapa locală din acest an este mai importantă la matematică, în regiunile: Hunedoara (cu 28%), Stalin (24%), Cluj și Constanța (cu 20%), Galați, Baia Mare, orașul și regiunea București (cu 15%, respectiv 12% și 14%), iar la fizică, în regiunile: Hunedoara (cu 31%), Iași (cu 22%), orașul și regiunea București (cu 10%).

Micșorarea participării elevilor în multe regiuni, cu toată creșterea numărului de școli și localități antrenate se datorește în unele locuri părerii greșite că este bine să participe doar elevi care vor fi admiși cu certitudine la etapa următoare, în alte locuri, coincidenței acestei etape cu acțiuni locale (concursuri sportive, artistice, reuniuni tovărășești) și nu în puține locuri, unui interes mai redus al comisiilor locale, al unor profesori și organizații ale U.T.M.

La etapa locală au fost evidențiați 2 641 elevi din 178 centre, la matematică — și 2 465 elevi din 165 centre, la fizică — ceea ce reprezintă o creștere importantă față de anul 1957.

La etapa regională (din zilele de 30—31 martie) au participat 2 198 elevi reprezentînd 385 școli din 176 centre — la matematică, și 2 047 elevi reprezentînd 314 școli din 167 centre — la fizică; aceasta reprezintă o creștere de 47% pe total, față de 1957 (la fizică fiind o creștere de 75%, chiar).

În vederea acestei etape s-au deplasat circa 1 800 elevi.

Această creștere masivă se explică prin importanța pe care o au matematica și fizica pentru formarea tineretului, prin rezultatele mai bune obținute de elevi la etapa locală, prin interesul mai viu al unor părinți și profesori (la Pitești, Craiova, O. Stalin s-au interesat nu numai de punctajul obținut, dar și de greșelile comise în vederea lichidării lor), prin prestigiul pe care și-l consolidează din ce în ce mai mult olimpiadele organizate de S.S.M.F.

La etapa regională au fost evidențiați 347 elevi din 90 localități — la matematică (față de 233 în 1957) și 404 elevi din 86 localități (față de 356 în 1957), la fizică.

La etapa finală (din zilele de 3—5 mai) au participat efectiv, 181 elevi din 95 școli la matematică și 188 elevi din 104 școli la fizică. Au absentat opt dintre elevii admiși la această etapă.

Problemele și temele tuturor etapelor au fost alese de comisia centrală de concurs, pe baza propunerilor primite din partea filialelor și a unor profesori. La matematică s-au selecționat probleme propuse de profesori din Bacău, București, Buzău, Cluj, Craiova, Ploești, Timișoara, Turnu Severin; iar la fizică din București, Timișoara.

În general, temele au fost considerate mai potrivite nivelului elevilor decît în ceilalți ani, gradate de la o etapă la alta, cu puncte de dificultate variabilă pentru a permite atît antrenarea elevilor cît și selecționarea lor pentru etapa următoare. A existat preocuparea ca, la clasa a VIII-a matematică, să se propună probleme accesibile noilor elevi de pe băncile școlii medii, ca la școlile profesionale, tehnice de maiștri și pedagogice să se dea probleme adecuate profilului lor, ca la fizică să se ceară aplicații în tehnică și în viața curentă a tuturor fenomenelor și legilor studiate.

Totodată, problemele și temele date au urmărit și chestiuni importante cum ar fi identități condiționate, valoarea aritmetică a radicalilor $\sqrt{x^2} = |x|$, rezolvări, discuții de ecuații și sisteme de ecuații, reprezentări grafice, meoda inducției complete, generalizarea unor probleme și discuția respectivă, reprezentarea clară a unor configurații geometrice plane și în spațiu, folosirea îndemînatică a relațiilor matematice cunoscute, efectuarea în mod rațional a calculului algebric — la matematică; masa și greutatea, densitatea corpurilor solide, lichide și gazoase, elementele caracteristice ale curentului electric, cîmpul electric și magnetic, noțiunile de electronică și electrotehnică cuprinse în programă, cunoașterea și folosirea diferitelor sisteme de unități de măsură ca și a legilor cantitative — la fizică.

Comisiile regionale și locale au sezisat unele lipsuri ale problemelor propuse; redăm pe cele mai importante: problemele de matematică pentru clasa a IX-a, atît la etapa locală cît și la cea regională au fost mai dificile în comparație cu cele pentru cl. a VIII-a și a X-a, au pus prea puțin accentul pe algebră, care se studiază mai amplu în școli (de aceea dintre elevii prezentați la etapa raională în București — de exemplu — au fost admiși la etapa regională 16% la clasa a IX-a față de 35% și 25% la clasa a VIII-a, respectiv a X-a); problemele de matematică pentru anul II școli profesio-

nale, la etapa raională, au fost mai simple decît cele pentru anul I al acelorași școli și cuprindeau prea puțin din materia anului II; tema de fizică la cl. a VIII-a etapa locală și regională, presupunea o putere de sinteză pe care elevii nu o au încă la această vîrstă; problemele de fizică au fost în general, considerate prea simple, la primele două etape, ceea ce a făcut să cadă un accent prea puternic pe expunerea temei teoretice, „învățată" din manual sau din alte cărți și uneori (ca la cl. a X-a, etapa regională) depășind programa olimpiadelor; în unele regiuni, o anumită neîndemînare a elevilor în abordarea problemelor de fizică îi face pe profesori să considere că s-au propus probleme confuze (cl. a X-a).

Problemele propuse la toate etapele se publică în numerele 5—8 ale G.M.F. — seria B și în M.F.L.

Pregătirea candidaților la diferitele etape ale oliampiadelor s-a dovedit foarte variată. Existența unor subiecte unice pe țară, asigurarea unor criterii obiective de apreciere, prezența delegaților S.S.M.F. în toate centrele regionale și a profesorilor din țară la etapa finală, permit să se facă unele constatări comparative. Astfel, problemele de matematică pentru cl. a VIII-a etapa regională, sînt apreciate de unele comisii regionale, ușoare (București, Timișoara), altele potrivite (Oradea, Tîrgu Mureș), altele relevă greutățile întîmpinate de elevi în rezolvarea lor (Bacău, Galați).

Există numeroase școli ai căror elevi obțin rezultate frumoase la olimpiade. Vom cita întîi pe acelea care au obținut mai multe evidențieri la etapa finală la ambele specialități: școala medie nr. 1 „Nicolae Bălcescu" București (2 la matematică, 4 la fizică); s. m. nr. 1 din Giurgiu (2 la matematică și 1 la fizică); s. m. nr.10 din București (1 la matematică și 2 la fizică); nr. 1 din Piatra Neamț (1 la matematică și 2 la fizică) sau la cîte o specialitate: nr. 1 Ploești (8 la matematică); nr. 17 București (7 la fizică). Au mai obținut cîte două evidențieri școlile medii: nr. 12, 13, 15, 22 din București, nr. 3 din Iași, nr. 1 din Orașul Stalin, „D. Cantemir" din Breaza, nr. 1 din Focșani, nr. 2 din Tîrgu Mureș, nr. 1 din Cîmpina, nr. 2 din Bîrlad, nr. 2 din Constanța ca și școala profesională a uzinelor „G. Dimitrov" din Arad și școala pedagogică din Timișoara.

Desigur că sînt numeroase școlile care s-au evidențiat la celelalte etape: nu le putem cita pe toate din lipsă de spațiu.

Trebuie să adăugăm cîteva cuvinte despre școlile la care se constată un efort mai redus: școlile medii nr. 15 și 22 din București, care au 7—8 clase paralele participă la nivelul unor școli mult mai mici; cei 37 participanți ai școlii medii nr. 2 Roman, la etapa locală de matematică nu au obținut nici o evidențiere; școlile medii nr. 1, 8, 9, 10 Cluj; nr. 2, 3 Ploești; nr. 4, 6, 9, 10 Timișoara; nr. 3, 4, 6, 7 Orașul Stalin, obțin rezultate slabe la toate etapele; mai multe școli din regiunile Suceava, Oradea, Constanța, Craiova obțin rezultate modeste la etapele locală și regională; la etapa finală, școlile din regiunea Pitești nu au obținut nici o evidențiere (ca și în 1957), iar cele din regiunile Baia Mare, Suceava, Craiova, R.A.M. nu au nici un evidențiat la matematici. Trebuie remarcat și faptul că școlile din centrele universitare vechi: Cluj și Timișoara, ca și cele din centrele noi: Craiova, Galați, obțin rezultate relativ slabe față de alte orașe mai mici, din țară.

Este necesar să subliniem și unele aspecte privind cunoștințele de specialitate ale elevilor, cărora urmează să li se acorde o atenție mai susținută în viitor.

Efectuarea calculelor în mod rațional, organizat și rapid nu se cere în toate școlile; la etapa locală și regională, problema I-a a cl. a VIII-a nu trebuia notată cu punctajul maxim decît dacă s-ar fi dat o soluție simplă, elegantă, cu minimum de calcule; la cl. a X-a etapa regională, unii profesori consideră că elevii lor au fost obosiți pentru că au avut de efectuat anumite calcule pentru rezolvarea celor patru probleme (fiecare în parte depășea greutatea unei probleme mijlocii).

Formalismul în cunoștințele de algebră și trigonometrie persistă și nu este combătut întotdeauna: axa de simetrie a parabolei (problema I-a cl. a IX-a etapa locală) este considerată de unii profesori „geometrie analitică"; problema II-a, anul II școli profesionale (etapa locală) a fost abordată rezolvînd ecuația de gradul doi, în loc de a folosi relațiile între rădăcini și coeficienți, ceea ar fi simplificat foarte mult calculele; la problema III-a, cl. a VIII-a, etapa locală, unii elevi au căutat toate cazurile cunoscute ale discuției ecuației generale de gradul întîi; la problema II-a, cl. a VIII-a, etapa regională, unii elevi simplifică soluțiile obținute fără a pune condiția ca numitorul să fie diferit de zero și fără a studia ce devine sistemul în cazul că numitorul respectiv se anulează; la clasa a X-a, unii elevi adaugă un multiplu al perioadei funcției respective la rezultatul final, neținînd seamă de faptul că ecuația trigonometrică rezolvată conținea un multiplu al arcului necunoscut; la problema II-a, cl. a IX-a, etapa regională și finală, au fost elevi care s-au mulțumit să considere numai punctul interior care împarte un segment într-un raport dat.

La geometrie se întîmplă greutăți în ce privește posibilitatea de a lega între ele cunoștințe pe care elevii le posedă, de a analiza just și complet o configurație, de a exprima concis și exact un raționament.

La Ploești, la etapa regională, s-a discutat cu profesorii din regiune lipsurile constatate în timpul etapei locale; la etapa regională, la Tîrgu Mureș s-a expus elevilor punctele subiectelor de fizică, iar la Iași s-a analizat rezolvarea celor de matematică; la București s-a expus participanților, rezolvarea problemelor de matematică propuse la etapa finală.

Ar fi foarte indicat ca fiecare comisie să analizeze concret progresele și lipsurile constatate în timpul olimpiadelor, să comunice constatările secțiilor de învățămînt respective și să le discute cu ocazia consfătuirilor regionale sau în ședințele cercurilor pedagogice.

Conținutul cultural-educativ general al olimpiadelor este o contribuție la educarea multilaterală a tineretului. Seriozitatea, perseverența, ordinea, încrederea în puterea științei și a omenirii care o creează se formează și în cursul olimpiadei.

Totodată se dă o contribuție importantă la educarea patriotică a tineretului, prin cunoașterea orașelor de reședință a regiunilor și a Capitalei, prin vizitarea muzeelor și monumentelor istorice (Baia Mare, Constanța, Galați, Deva, Iași, Ploești, Suceava), a unei biblioteci istorice (Tîrgu Mureș), prin vizitarea unor întreprinderi (Bacău, Iași), a unui laborator (Ploești), a observatoarelor astronomice (din Cluj și din București), prin cunoașterea numărului mare de elevi fruntași din țară.

Educarea estetică nu este de loc neglijată, întrucît elevilor li s-au oferit spectacole de teatru (Bacău, București, Craiova, Iași, Pitești, Ploești), de cinematograf (Baia Mare, Deva, Ploești, Tîrgu Mureș), un concert simfonic (Oradea), vizitarea de expoziții de arte plastice (București, Deva, Tîrgu

Mureș), vizionarea unor programe artistice organizate de școli, în cinstea participanților la etapa regională (București, Suceava, Timișoara) sau de ansamblul U.T.M., la etapa finală. Amatorii de sport au asistat la meciuri la Ploești și Suceava, iar participanții la etapa finală au vizionat un spectacol dat de Circul de stat al U.R.S.S.

Paralel cu acțiunile de mai sus, s-au organizat consfătuiri cu cititorii G.M.F. — seria B (la Baia Mare, Constanța, Galați, Iași, Pitești, Suceava) și s-au prezentat conferințe științifice generale (Cluj, Deva, Galați, Oradea, Orașul Stalin) sau numai pentru profesori (Baia Mare, Timișoara).

Este foarte important pentru educarea elevilor ca, în tot timpul olimpiadei, să domnească o atitudine de seriozitate și de delpină obiectivitate, ca elevii să fie evidențiați în funcție de rezultatele pe care le obțin pe baza cunoștințelor, deprinderilor și aptitudinilor personale constatate cu ocazia acestui concurs.

Trebuie semnalat și faptul că premiile în obiecte (la etapa finală s-au distribuit: 2 biciclete, 4 ceasuri brățară, 4 aparate foto, 10 serviete diplomat, 2 truse compas, 3 rigle de calcul, 10 serviete vinilin import, 14 serviete vinilin, 4 genți sport), cele în cărți (la etapa regională și finală), diplomele de merit și insignele acordate participanților la etapa finală au un rol stimulator atît pentru elevii respectivi, cît și pentru colegii lor, constituie — după ani — un obiect drag, care marchează o etapă încheiată cu succes pe calea fiecăruia spre perfecționare.

S p r i j i n u l p r i m i t în decursul oplimpiadei constă, în primul rînd, în munca stăruitoare a mii de profesori, în vederea pregătirii elevilor, pentru trezirea și întreținerea gustului pentru studiul matematicii și fizicii; apoi munca susținută de organizare a etapelor succesive în cît mai bune condițiuni, renunțînd la multe ore și zile de odihnă.

Mulțumirile Consiliului S.S.M.F. trebuie să meargă în această direcție, mai ales.

Conform sarcinilor ce le aveau, toate secțiile de învățămînt și cultură au acordat sprijinul cerut de filialele S.S.M.F. în probleme organizatorice și de asigurare a bazei materiale; inspectori ai secției au asistat la olimpiade (în orașul și regiunea București, în regiunile Baia Mare, Bacău, Iași Ploești, Timișoara, R.A.M.). Numeroase școli medii, facultățile din București, Iași, Cluj, institutul agronomic din Galați au oferit localurile, internatele, cantinele, pentru nevoile etapelor olimpiadelor.

Comitetele regionale U.T.M. au urmărit în unele locuri, desfășurarea olimpiadei; contribuția dată a fost însă, cu mult sub posibilitățile organizației.

G r e u t ă ț i l e ș i l i p s u r i l e constatate sînt de diferite categorii. O parte din ele au fost enumerate în cele ce preced, dar mai trebuie adăugate cîteva.

Tendința de supraîncărcare a unor elevi se menține și aceasta face ca unii elevi să participe la multe concursuri. Faptul că olimpiadele (etapa locală și regională) au avut loc în aceeași zi la matematică și la fizică a făcut ca elevii participanți la ambele specialități să se prezinte obosiți după amiază sau să absenteze. Rămîne de discutat dacă este indicat ca în anul viitor să rămînă în vigoare prevederea că un elev poate participa la ambele specialități ale olimpiadei.

Au existat greutăți în asigurarea fondurilor pentru transportarea elevilor din toate centrele, la etapa regională (regiunea Craiova, Constanța, Oradea).

În majoritatea centrelor regionale nu s-au găsit suficiente cărți potrivite pentru a fi distribuite ca premii și astfel s-a ajuns să se acorde unor elevi, monografii sau tratate de nivel suprauniversitar sau cu un conținut foarte special.

Organele locale (directori de școli, inspectori ai secției de învățămînt și cultură) nu privesc întotdeauna cu același interes toate activitățile extrașcolare și aceasta, de multe ori, în dauna școlii și a pregătirii elevilor lor.

Există greutăți în multe locuri, de a se găsi timpul potrivit și sălile pentru pregătirea suplimentară a elevilor, prin cercurile de specialitate, în vederea olimpiadelor.

Unii elevi neadmiși la etapa următoare se consideră nedreptățiți, alții se lasă demobilizați pentru studiul ulterior sau sînt stimulați chiar în această direcție de persoane din jur.

Analiza etapelor locală și regională nu se face cu toată atenția și ascuțimea pentru a trage toate informațiile și concluziile posibile.

Propunerile pentru ediția viitoare ale olimpiadelor se desprind din cele ce preced.

Regulamentul trebuie îmbunătățit, în special în coordonarea lui cu regulamentele celorlalte concursuri. Conținutul educativ multilateral al olimpiadelor trebuie adîncit. Trebuie asigurată colaborarea unui colectiv cît mai larg de profesori în buna pregătire și desfășurare a olimpiadelor, din punct de vedere organizatoric, al subiectelor și temelor cît și al obiectivității și conștiinciozității.

Trebuie îmbunătățită legătura olimpiadelor de matematică și fizică cu pregătirea pentru viață, puterea creatoare a tineretului.

Este necesar ca premiile și diplomele ce se acordă să fie considerate ca încununarea unui efort depus, nu o plată a învățăturii și cu atît mai puțin să nu devină motorul întregii olimpiade.

Felicitînd pe evidențiați olimpiadelor din 1958, le urăm succes în munca lor viitoare, pusă în slujba înfloririi Republicii Populare Romîne.

EVIDENȚIAȚII OLIMPIADELOR DE MATEMATICĂ ȘI FIZICĂ 1958

Premiați la matematică

Premiul I

Popescu Gh. Valentin, cl. VIII s. m. 1 Ploești
Nicolescu A. Basarab, cl. IX s. m. 1 Ploești
Brișcă Virgil, cl. X s. m. 1 Giurgiu

Premiul II

Golea Adina, cl. VIII s. m. 10 București
Ioachim Alexandru, cl. IX s. m. 1 București
Popescu Radu, cl. IX s. m. 1 Giurgiu
Bergthaler Cristian, cl. X s. m. Petroșani
Spulber Dorian, cl. X s. m. 1 Bîrlad
Marinescu Nicolae, an. I șc. pedagogică Buzău
Ștefan Iosefa, an IV șc. pedagogică Timișoara

Premiul III

Lazăr Șerban, cl. VIII ș. m. 12 București
Moscovici Heinrich, cl. VIII ș. m. 2 Tecuci
Săbăduș Șoimița, cl. VIII ș. m. 3 Timișoara
Gheorghe A. Cezar, cl. IX ș. m. 1 Buzău
Grosescu Radu, cl. IX ș. m. „Dimitrie Cantemir" Breaza
Nicolae Viorel, cl. IX ș. m. 1 Ploești
Barbu Viorel, cl. X ș. m. 3 Iași
Cîrnu Mircea, cl. X ș. m. 3 Tîrgoviște
Mircea Dan, cl. X ș. m. 1 Piatra Neamț
Nanu Octavian, cl. X s. m. 3 Iași
Kleits Zoltan, an I ș. prof. „G. Dimitrov" Arad
Șerb Aurel, an. II, ș. prof. Arad

Menționați la matematică

Garabedian Rodica, cl. VIII ș. m. 1 Orașul Stalin
Gheorghiu Nicolae, cl. VIII ș. m. 1 Ploești
Macovei Rodica, cl. VIII ș. m. 3 Sibiu
Nicolae Fănica, cl. VIII ș. m. 2 Constanța
Sterian Domnica, cl. VIII ș. m. 16 București
Dascălu Dan, cl. IX ș m. 1 București
Tomescu Ion, cl. IX ș. m. 1 Ploești
Trifan Corneliu, cl. IX ș. m. 1 Ploești
Ursu Ilie, cl. IX ș. m. 2 Constanța
Chisăliță Adrian, cl. X ș. m. 2 Cluj
Constantinopol Alexandru, cl. X ș. m. 1 Ploești
Ianovitz Rudolf, cl. X ș. m. 1 Ploești
Șchiop Alexandru, cl. X ș. m. 1 Oradea
Ailincăi Constantin, an. II ș. prof. Piatra Neamț
Pocuțe Teodor, an. II, ș. maiștri Brad
Enache Marin, an. III, ș. ped. Timișoara.

Premiați la fizică

Premiul I

Dobre Nicolae, cl. VIII ș. m. 13 București
Țimbălaru Ion, cl. IX ș. m. 17 București
Stănescu Maria, cl. X ș. m. 15 București.

Premiul II

Katro Laszlo, cl. VIII ș. m. Tîrgu Secuesc
Olteanu Victor, cl. VIII ș. m. 17 București
Grosu Radu, cl. IX ș. m. 5 Orașul Stalin
Son Violeta, cl. IX ș. m. 17 București
Socoliuc Gheorghe, cl. IX ș. m. Suceava
Cruceanu Dan, cl. X ș. m. 1 Focșani
Vișinescu Mihai, cl. X ș. m. 1 Giurgiu.

Premiul III

Căzănescu Virgil, cl. VIII s. m. 1 București
Munteanu Gheorghe, cl. VIII ș. m. 2 Bacău
Jaliu Cristel, cl. IX ș. m. 15 București
Popoiu Constantin, cl. IX ș. m. Galați
Sălăgeanu Simona, cl. IX ș. m. 10 București
Kiss Ferenczm cl. X ș. m. Oradea
Lupescu Horia, cl. X ș. m. 1 Orașul Stalin
Popescu Manuela, cl. X ș. m. 22 București
Poricel Mariana, cl. X ș. m. 22 București
Tunschi Adela, cl. X ș. m. 17 București

Menționați la fizică

Adam Gheorghe, cl. VIII ș. m. 3 Tîrgu Jiu
Brüll Erika, cl. VIII ș. m. 17 București
Costina Mihai, cl. VIII ș. m. Hunedoara
Cancer Anca Ilina, cl. VIII ș. m. Tîrgu Jiu
Făgărășanu Teodor, cl. VIII ș. m. 20 București
Nicolau Cristina, cl. VIII ș. m. 17 București
Slătineanu Alina, cl. VIII ș. m. 2 Iași
Toma Adrian, cl. VIII ș. m. 13 București
Angelescu Nicolae, cl. IX ș. m. 2 București
Guțu Sultana, cl. IX ș. m. 2 Bîrlad
Grosescu Radu, cl. IX L. m. „Dimitrie Cantemir" Breaza
Hamza Nausica, cl. IV ș. m. 2 Bîrlad
Iliescu Andrei, cl. IX ș. m. 1 București
Iordănescu Șerban, cl. IX ș. m. 1 București
Mihai Dan, cl. IX ș. m. Sinaia
Vasilescu Gabriela, cl. IX ș. m. 1 București
Zamfirescu Dinu, cl. IX ș. m. Cîmpina
Demșoreanu Brutus, cl. X ș. m. Arad
Dumitrescu Dan, cl. X ș. m. Cîmpina
Gavrilescu Vasile, cl. XI seral ș. m. Piatra Neamț
Gengiomer Chemal, cl. XI seral ș. m. Constanța
Mircea Dan, cl. X ș. m. Piatra Neamț.
Rădescu E. Eugen, cl. X ș. m. 1 Focșani

Menționați pentru lucrările de laborator la fizică

Alterescu Ivonne, cl. VIII ș. m. 10 București
Neamțu Mihai, cl. VIII ș. m. 2 Tîrgu Jiu
Stoica Emil, cl. VIII ș. m. 1 Tîrgu Mureș
Scafa Ștefan, cl. VIII ș. m. 17 București
Azzola Giovani, cl. IX ș. m. Oțelul Roșu
Bayer Marta, cl. IX ș. m. Cluj
Wohlfart Zoltan, cl. IX ș. m. 2 Tîrgu Mureș
Antoniu Sorin, cl. X ș. m. 11 București
Budoiu Elena, cl. X ș. m. 15 București
Soran Ion, cl. X ș. m. Satu Mare.

---

100 DE ANI DE LA NAȘTEREA LUI MAX KARL PLANCK

prof. **S. PAMFIL**

LA 23 aprilie 1958 s-au împlinit 100 de ani de la nașterea marelui fizician al veacului nostru Max K. Planck.

Deși în rîndurile oamenilor de știință personalitatea și mai ales opera fizicianului german sînt îndeajuns de cunoscute, în masele largi ale poporului, Planck a rămas aproape necunoscut.

În articolul comemorativ de față, vom da o scurtă monografie privind etapele importante din viața fizicianului german și trăsăturile caracteristice ale operei sale. Planck-Max-Karl-Ernst-Ludwig s-a născut la 23 aprilie 1858 în orașul Kiel; tatăl său, Julius Wilhelm von Planck era jurist în orașul natal. Max urmează cursurile liceului din Kiel, luîndu-și diploma de maturitate în 1874, apoi se înscrie la universitatea din München, unde face trei ani de studii strălucite de fizică și matematică, sub îndrumarea fizicianului Philipp Jolly și a profesorilor de matematici Zeidel și Bauer.

În notele sale autobiografice, fostul student amintește cu căldură și recunoștință de profesorii săi din acea perioadă, deși îndrumarea lor nu a avut o înrîurire hotărîtoare asupra formării personalității științifice a ilustrului fizician de mai tîrziu. Philipp Jolly preda studenților săi disciplina fizicii drept o știință al cărei studiu — oricît de aprofundat ar fi fost — nu mai putea aduce nimic extraordinar în domeniul cercetării fenomenelor fizice. După părerea distinsului profesor german, problemele esențiale ale fizicii au ajuns în dezvoltarea lor la punctul final.

În această direcție Jolly nu exprima o părere izolată. Sfîrșitul veacului trecut a constituit într-adevăr, perioada de înflorire a fizicii clasice, și nu puțini erau învățații care susțineau că teoriile fundamentale ale fizicii au fost aproape integral clarificate. Astfel, savantul Thomson afirmă într-o cuvîntare, cam pe la sfîrșitul veacului al XIX-lea, că în studiul fizicii au mai rămas nelămurite două probleme sau „doi nori", cum se exprimă el. Una din ele se leagă de rezultatele negative ale experiențelor pentru constatarea sistemului „absolut" de interpretare a fenomenelor fizice pe baza eterului cosmic, experiențe efectuate în 1887 de Meichelson și Morly.

A doua problemă privește dificultățile încă nerezolvate din teoria radiațiilor termice.

Vorbind despre cei „doi nori", Thomson nu și-a dat totuși seama de importanța lor covîrșitoare.

Într-adevăr, învățatul englez nu și-a putut închipui că primul „nor" clarificat va duce la formularea teoriei relativității, iar al doilea va servi drept bază la elaborarea teoriei cuantice.

În 1887—1888, Planck și-a continuat studiile de perfecționare în domeniul fizicii la universitatea din Berlin, avînd ca profesori trei celebri fizicieni ai timpului: Helmholtz, Kirchhoff și Klausius. Îndrumarea pe care i-au dat-o acești trei mari dascăli și îndeosebi înrîurirea lui Klausius au contribuit la formarea personalității științifice a tînărului fizician, orientîndu-l pe calea cercetărilor creatoare de mai tîrziu. Planck și-a ales ca obiect principal de studiu termodinamica, lucrînd 25 de ani în acest domeniu și ajungînd la descoperirea caracterului cuantic al interacțiunii dintre radiație și substanță. În 1879 el își susține teza de doctorat. În același timp, pentru a obține catedra de fizică de la universitatea din München, el scrie o lucrare în care dezvoltă studiul celui de-al doilea principiu al termodinamicii, demonstrînd aplicarea lui în problemele concrete de fizică și chimie. În același studiu, Planck schițează teoria termodinamică a soluțiilor diluate.

În 1885, în vîrstă de 27 de ani, Planck este numit profesor extraordinar de fizică teoretică la universitatea din Kiel. După doi ani el publică „Principiul conservării energiei", lucrare de o însemnătate deosebită, cu puternic răsunet în cercurile științifice ale timpului. În 1847, Helmholtz, în referatul prezentat la o ședință a Societății de fizică din Berlin, formulase destul de limpede legea conservării energiei; ideile lui nu au trezit însă interesul și atenția fizicienilor din acel timp. După patru ani de profesorat la Kiel, Planck este transferat la Universitatea din Berlin, ca locțiitor al marelui fizician Kirchhoff, iar în 1892, în urma strălucitei sale activități didactice și a lucrărilor originale în domeniul fizicii, este numit profesor titular la catedra de fizică a Facultății de științe din Berlin, unde a predat patruzeci de ani. În 1894 este ales membru al Academiei de științe din Berlin; tot din acest an, pînă în 1923, el conduce și Institutul de fizică teoretică din capitala Germaniei.

Planck dobîndește faima mondială de învățat prin lucrarea sa despre radiația termică, apărută în 1901, — unde formulează pentru prima oară *teoria cuantelor*. Această teorie a izvorît din cercetările sale asidue asupra radiației corpurilor absolut negre.

Problema teoriei radiației termice s-a înscris în centrul atenției învățaților între anii 1859—1860, cînd Kirchhoff a descoperit legea care-i poartă numele și prin care s-a constatat rolul *corpului absolut negru*. După această lege, radiația oricărui corp poate fi exprimată prin radiația corpului absolut negru. Kirchhoff a demonstrat apoi, că intensitatea corpului aboslut negru, deci cantitatea energiei de radiație de frecvență ν, pe care o primește într-o secundă 1 cm^2 de suprafață a corpului absolut negru, nu depinde de substanța din care este format corpul, ci este determinată numai de frecvența ν a luminii și de temperatura absolută T a corpului cu care radiație se găsește în echilibru. *Prin legea lui Kirchhoff, întreaga problemă a radiației termice s-a redus la studiul radiației corpului absolut*

negru. Din acel moment strădaniile experimentatorilor s-au îndreptat exclusiv în această direcție.

După crearea corpului absolut negru, între anii 1885—1901, au devenit posibile măsurările experimentale ale intensității de radiere ale acestui corp. Determinările lui, efectuate de Lummer și Pringsheim în anii 1895—1900, au dovedit că în spectrul corpului absolut negru se află o anumită distribuție a energiei după frecvențe, adică după lungimea de undă.

Pe fig. 1 se văd curbele de repartiție a intensității radiației corpului absolut negru în funcție de lungimea de undă a radiației obținută la temperaturi variate. După cum s-a constatat experimental, pentru undele cele mai scurte ca și pentru undele cele mai lungi, intensitatea radiației care se înregistrează este mică; între regiunile intermediare însă intensitatea crește și atinge limita maximă la o anumită lungime de undă λ max. Cu cît temperatura crește, poziția limitei maxime se deplasează în direcția undelor din ce în ce mai scurte. Prin măsurări experimentale s-a demonstrat că acest fenomen se produce în perfectă concordanță cu *legea deplasării*, stabilită de învățatul Wien.

Produsul dintre temperatura absolută T și lungimea de undă corespunzătoare intensității maxime are o valoare constantă λT = constant.

Boltzmann utilizînd rezultatul la care ajunsese Maxwell cu privire la valoarea presiunii exercitate asupra peretului de către radiația absolut neagră și cu ajutorul relațiilor termodinamice, a demonstrat în 1884, *că energia totală din spectrul corpului absolut negru este proporțională cu temperatura absolută la puterea a patra, iar coeficientul de proporționalitate este o constantă universală*. Același rezultat fusese obținut cu cîțiva ani înainte de Stephan, pe cale empirică, fără demonstrarea științifică adecuată. Folosirea în studiul radiației termice a presiunii și temperaturii, iar într-o anumită măsură și a entropiei de către învățatul Boltzmann, a avut o însemnătate covîrșitoare pentru evoluția și dezvoltarea ulterioară a teoriei radiației termice.

În 1893, Wien a izbutit să formuleze teoria fundamentală asupra *legii deplasării*, iar în 1896, Wien și Planck au stabilit împreună, o lege conform căreia intensitatea de radiație a corpului absolut negru variază exponențial cu creșterea frecvenței, adică cu micșorarea lungimii de undă.

Lummer și Pringsheim au demonstrat experimental în 1899, că pentru majoritatea frecvențelor legea aceasta se confirmă și în fenomenele optice. Ei au măsurat intensitatea corespunzătoare fiecărei radiații emise de un corp negru și au construit o curbă de forma unui clopot. Ei au ajuns la următoarea concluzie: *dacă încălzim corpul, energia totală variază cu* T^4, *iar intensitatea maximă se deplasează către lungimile de undă mai mici*. De exemplu la încălzirea unei sîrme de fier se observă că sîrma dobîndește mai întîi o culoare roșie închisă, apoi roșie-portocalie, mai tîrziu roșie, și la urmă devine albă. Acest fapt dovedește că în experiența de încălzire a sîrmei de fier se emit toate radiațiile care constituie lumina albă. Fenomenul se poate explica, dacă admitem că în interiorul firului se constată prezența unor *oscilatori*, care pot emite toate aceste radiații. Pentru frecvențele mici s-a observat o nepotrivire sistematică între rezultatele teoretice și cele experimentale. Cercetările experimentale efectuate de alți fizicieni la începutul veacului nostru au demonstrat că intensitatea radiației corpului absolut negru, la o anumită temperatură crește proporțional cu pătratul frecvenței.

În cazul undelor lungi, acest fenomen se verifică exact. O lipsă serioasă însă în aceste rezultate o constituie așa-numitele *„catastrofe ultraviolete"*, care nu produc maximul de energie în funcție de lungimea de undă. S-a constatat că la mărirea frecvenței intensitatea de radiație crește fără limită tinzînd către infinit, deci energia totală de radiație nu se obține definitivă și proporțională cu T^4, așa cum stabilise legea lui Stephan-Boltzmann.

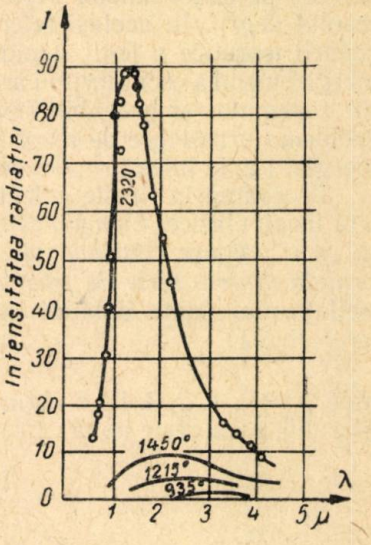


Fig. 1.

În acest stadiu se găsea problema radiației termice în anul 1900 cînd Planck a subilinat cercetările lui cu concluzii hotărîtoare. Studiile anterioare îi formaseră convingerea că hotărîtor pentru rezolvarea întregii probleme este rezultatul cercetărilor asupra legăturii dintre energie, entropie și frecvența radiației. Pornind de la faptul că substanța corpului absolut negru nu influențează decisiv asupra intensității radiației lui, Planck admite că în pereții cavității acestui corp există un mare număr de oscilatori alcătuiți dintr-o sarcină electrică punctiformă, mișcîndu-se liniar sub acțiunea unei forțe proporționale cu distanța și avînd un singur grad de libertate. Energia medie a unui astfel de oscilator U trebuie să fie:

$$U = kT, \tag{1}$$

unde k este constanta lui Boltzmann, iar T este temperatura absolută a corpului. Acest fapt rezultă din legea repartiției uniforme a energiei după gradele de libertate. Folosind electrodinamica Planck a ajuns la următoarea relație deosebit de importantă, care există între intensitatea radiației și energia medie a oscilatorului armonic:

$$E(\lambda, T) = \frac{\nu^2}{c^2}\,\overline{U} \tag{2}$$

Această formulă a îngăduit lui Planck să obțină importanta concluzie că legea distribuirii uniforme a energiei după gradele de libertate *nu se aplică la oscilatori.*

Munca asiduă desfășurată de Planck, ducîndu-l la această concluzie, l-a îndemnat să caute o nouă expresie pentru energia medie a oscilatorului armonic, care să poată da pentru intensitatea radiației o altă formulă a repartiției, *după frecvență,* adică o formulă care să exprime fenomenul așa cum rezultă din experiență. Inițial, Planck a încercat rezolvarea teoretică a acestei probleme pe o cale nu tocmai riguros științifică. Astfel, el a formulat pentru U și derivata lui în funcție de temperatură, ecuația diferențială, care să cuprindă termenii ce permit, trecînd de la frecvențe mari la altele mici, să se obțină pentru U expresii care duc la legile radiației corespunzătoare cu rezultatele experimentale în diferite regiuni de frecvențe.

În ședința din 19 octombrie 1900, a societății germane de fizică, Planck prezintă cele dintîi concluzii ale legii semiempirice privind radia-

ția termică, descoperită de el. Legea aceasta satisface postulatele termodinamicii, dar faptul cel mai important constă în aceea că, el alcătuise graficul corespunzător datelor experimentale pentru intensitatea radiației corpului absolut negru. În același referat fizicianul german sublinia necesitatea formulării teoretice a legii semiempirice descoperite de el. Pe baza calculului energiei medii a oscilatorului armonic, P l a n c k a folosit relația dintre entropia sistemului și probabilitatea stării ei, după formula lui B o l t z m a n n. Problema următoare de rezolvat cade în calcularea probabilității distribuirii energiei totale între grupele de oscilatori avînd o anumită frecvență.

Procedînd la aceste calcule, P l a n c k a ajuns la o concluzie necunoscută fizicii clasice. *Energia sistemului de oscilatori trebuie să ne-o imaginăm nu ca o valoare continuă și divizibilă la infinit, ci ca o valoare discretă, formată dintr-o serie de părți egale între ele.* P l a n c k a admis că energia oscilatorului poate dobîndi numai valori care sînt multiplii unei mărimi oarecare E_0:

$$E = n E_0, \tag{3}$$

unde $n = 0, 1, 2, 3$. El a obținut în acest mod, pentrù energia medie a oscilatorului, o expresie nouă:

$$U = \frac{E_0}{e^{\frac{E_0}{kT}} - 1}, \tag{4}$$

care la temperaturi mari coincide cu expresia (1). S-a dovedit că formula corespundea exact cu aceea pe care P l a n c k o obținuse din considerente semiempirice. Pentru ca legea termodinamică de deplasări, descoperită de W i e n să rămînă valabilă, trebuie considerat că porția elementară de energie a oscilatorului este proporțională cu frecvența

$$E_0 = h\nu, \tag{5}$$

însă, constanta h trebuie să devină o nouă constantă universală, care a și dobîndit mai tîrziu denumirea de *constanta lui P l a n c k*. Valoarea ei a fost calculată de P l a n c k:

$$h = 6{,}55 \cdot 10^{-27}\ \text{erg} \cdot \text{s},$$

iar calculele actuale au stabilit:

$$h = (6{,}623 + 0{,}005) \cdot 10^{-27}\ \text{erg} \cdot \text{s}.$$

Introducînd expresiile (4) și (5) în formula (2), P l a n c k obține *legea radiației termice*. Legea lui P l a n c k privea deci, pentru întreaga regiune a spectrului, distribuirea intensității după lungimile de undă, ceea ce coincidea cu rezultatele experimentale.

La ședința societății de fizică din 14 decembrie 1900, P l a n c k prezintă aceste constatări însoțite de concluziile teoretice și practice respective. *Ziua de 14 decembrie 1900 rămîne o dată memorabilă, revoluționară în istoria fizicii universale și este socotită ziua în care fizicianul german a prezentat actul de naștere al teoriei cuantice.*

Legea lui P l a n c k stabilește ca limită de trecere, în cazul frecvențelor mari și mici, legile de radiație formulate de W i e n și alții. După constantele stabilite de W i e n și S t e p h a n, pe cale experimentală, meritul deosebit al lui P l a n c k este de a fi calculat valorile constantelor h și k. Utilizînd apoi constanta lui B o l t z m a n n, el găsește valoarea numărului lui Avogadro și sarcina electronului, stabilind $e = 4{,}69 \cdot 10^{-10}$ u.C.G.S.es.

Cercurile științifice au primit cu rezervă și neîncredere teoria cuantică a lui Planck. El însuși a socotit la început cuantificarea energiei oscilatorului o simplă ipoteză, pe care își întemeia cercetările științifice.

Cercetătorii timpului au făcut numeroase și repetate încercări de a salva bazele clasice ale fizicii urmărind să demonstreze valabilitatea legii radiației pe căile oferite de fizica clasică.

Pasul hotărîtor în domeniul precizării și formulării teoriilor cuantice l-a făcut Einstein, în 1905, cînd a izbutit să demonstreze că energia de radiație se comportă ca și cum ar fi alcătuită din părticele independente a căror valoare este dată de $E_0 = h\nu$. Einstein a tras concluzia că, cuantele de energie au rol nu numai în procesele de interacțiune dintre radiație și substanță, dar și pentru radiația însăși care posedă o *structură cuantică discretă*. Tot el, a introdus ipoteza cuantelor de lumină considerînd cuanta de lumină o particulă limitată, avînd energia $h\nu$ și impulsul $\frac{h\nu}{c}$. Pe atunci fizicienii încercau să explice legile efectului fotoelectric și al luminiscenței pe baza teoriei ondulatorii a luminii. Rezultatele experimentale însă nu au confirmat concluziile acesteia. Pînă în anul 1918 Einstein și alți fizicieni de frunte au desfășurat o uriașă activitate pentru fundamentarea științifică a teoriei cuantelor.

Din 1913 teoria cuantelor pe care Planck a formulat-o cu destule rezerve, a intrat într-o nouă fază. Astfel, fizicianul N. Bohr a aplicat teoria cuantică la explicarea regularității spectrelor de linii, emițînd și păreri noi asupra structurii atomului. În acest fel s-a stabilit puntea de legătură între teoria radiației termice și concepția cuantică privind structura substanței. Einstein izbutește în 1916, să ajungă la demonstrarea formulei lui Planck pe baza concluziilor lui Bohr, referitoare la stările staționare ale atomului, pe cale de analogie între emanațiile și absorbțiile cuantelor de lumină cu dezintegrarea radioactivă. *Concepțiile lui Planck asupra caracterului cuantic de acțiune reciprocă a luminii cu substanța, au fost generalizate în electrodinamică, unde se efectuează în mod succesiv cuantificarea cîmpului magnetic și a altor cîmpuri.*

Electrodinamica cuantică modernă este strîns legată de opera și numele lui Planck. Pentru descoperirile sale revoluționare în domeniul fizicii, în 1918 i s-a decernat premiul Nobel.

El a avut o viață lungă, care i-a îngăduit să-și extindă cu succes cercetările și în domeniul teoriei relativității, ajungînd la concluzii deosebit de instructive. Ceea ce a realizat însă Planck în domeniul radiației termice a intrat definitiv în patrimoniul științei universale.

De numele lui Planck și de *constanta h* se leagă majoritatea realizărilor fizicii teoretice contemporane.

El s-a stins din viață la 4 octombrie 1947, în vîrstă de 89 ani, și a fost înmormîntat în orașul Göttingen.

Munca dîrză și rodnică a fizicianului Planck, servește drept pildă semenilor săi: el și-a închinat toată activitatea progresului științei și binelui omenirii.

ASUPRA UNOR SECŢIUNI ÎNTR-O PRISMĂ TRIUNGHIULARĂ

1. In articolul „*Secţiuni într-o prismă triunghiulară*" publicat în G. M. F. — A. nr. 2, 1958, se demonstrează o teoremă interesantă: „*Orice triunghi este proiecţia ortogonală a unui triunghi asemenea cu un triunghi dat*".

In particular: 1) orice triunghi e proiecţia ortogonală a unui triunghi echilateral; 2) a unui triunghi asemenea lui.

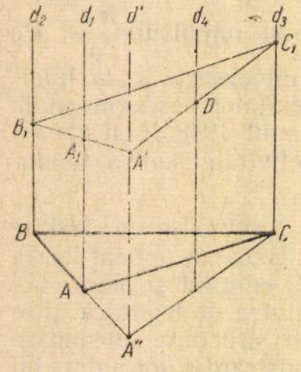


Fig. 1.

In cele ce urmează, vom expune o altă demonstraţie a acestei teoreme cunoscute.

Fie ABC, un triunghi oarecare, d_1, d_2, d_3 trei drepte perpendiculare pe planul ABC (fig. 1). Problema este să găsim punctele A_1, B_1, C_1 respectiv pe d_1, d_2, d_3 astfel încît triunghiul $A_1B_1C_1$ să fie asemenea cu un triunghi dat $\alpha\beta\gamma$. Ne putem limita la cazul cînd A_1 e omolog cu α, B_1 cu β, C, cu γ, celelalte cazuri (A_1 omolog cu β etc) se deduc prin permutări.

Este clar de la început, că unul din vîrfuri poate fi luat arbitrarpe dreapta respectivă (căci dacă găsim o soluţie $A_1B_1C_1$ putem deplasa acest triunghi printr-o translaţie paralelă cu dreptele).

2. Vom arăta întîi că problema se reduce la cazul cînd triunghiul dat este dreptunghic.

Fie $B_1A_1C_1$ un triunghi asemenea cu $\alpha\beta\gamma$ adică: $\widehat{B_1} = \widehat{\beta}$ (dat); $\dfrac{\overline{B_1C_1}}{\overline{B_1A_1}} = \dfrac{\overline{\beta\gamma}}{\overline{\beta\alpha}} = k$ (dat): Considerăm în planul Bd_1 o dreaptă d' paralelă cu d_1, astfel încît $\dfrac{\overline{BA''}}{\overline{BA}} = k$ şi deci $\dfrac{\overline{B_1A'}}{\overline{B_1A_1}} = k$, de unde $B_1A' = B_1C_1$.

Construcţia triughiului $A_1B_1C_1$ se reduce la problema: *să se construiască un triunghi isoscel $B_1A'C_1$ cu vîrfurile respectiv pe dreptele date d_2, d', d_3 şi astfel încît unghiul din vîrful laturilor egale $\widehat{B_1}$ să fie egal cu un unghi dat* β.

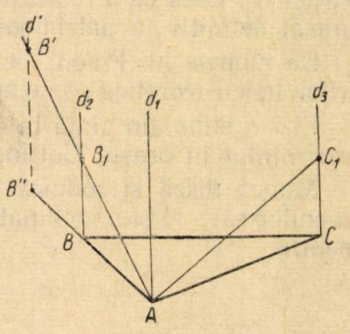


Fig. 2.

Pentru ca triunghiul $B_1A'C_1$ să fie isoscel este necesar şi suficient ca mediana din vîrf să fie şi înălţime. Locul geometric al mijloacelor segmentului $\overline{A'C_1}$, cînd A' descrie dreapta d' şi C_1 dreapta d_3, este o dreaptă d_4 paralelă cu d' şi d_3

și la egală distanță de ele. Trebuie deci să construim triunghiul dreptunghic B_1DC_1 având vîrfurile pe trei drepte date, unghiul $\widehat{D} = 90^0$ și unghiul din B_1 dat (egal cu jumătate din β).

Așa dar, problema dată revine la următoarea construcție: 1) *determinăm dreapta* d' $(A''A')$ *paralelă cu* d_1 *prin condiția* $\frac{\overline{BA''}}{\overline{BA}} = \frac{\overline{\beta\gamma}}{\overline{\beta\alpha}} = k$ (dat);

2) *ducem* d_4 *paralelă cu* d_3 *la mijlocul lui* CA'';

3) *construim triunghiul* B_1DC_1 *cu vîrfurile respectiv pe* d_2, d_4, d_3 *și astfel încît* $\widehat{D} = 90^0$, $\widehat{B_1} = \frac{\widehat{\beta}}{2}$;

4) *prelungind pe* C_1D *pînă la intersecția cu* d', *obținem triunghiul isoscel* $B_1A'C_1$ *avînd* $\widehat{B_1} = \widehat{\beta}$ *(dat); intersecția laturii* B_1A' *cu* d_1 *ne dă pe* A_1 *astfel încît în triunghiul* $B_1A_1C_1$, $\frac{\overline{B_1C_1}}{\overline{B_1A_1}} = \frac{\overline{\beta\gamma}}{\overline{\beta\alpha}} = k$ $\widehat{B_1} = \widehat{\beta}$, *deci* $B_1A_1C_1$ *este asemenea cu* $\alpha\beta\gamma$.

3. Tratăm acum problema construirii unui triunghi dreptunghic avînd vîrfurile pe 3 drepte paralele date, asemenea cu un triunghi dreptunghic dat, condiție care poate fi exprimată în forma: cunoscînd raportul catetelor k. Ca și la punctul precedent, această problemă poate fi adusă la una mai simplă în care raportul $k = 1$, adică la construcția unui triunghi dreptunghic isoscel. Fie de exemplu, în figura 2, să construim triunghiul B_1AC_1 cu $B_1AC_1 = 90^0$ și cu $\frac{\overline{AC_1}}{\overline{AB_1}} = k$. Considerăm în planul Ad_2 o dreaptă d' paralelă cu d_2 astfel încît $\frac{\overline{AB''}}{\overline{AB}} = k$; vom avea $\frac{\overline{AB'}}{\overline{AB_1}} = k$, $\overline{AB'} = \overline{AC_1}$, deci, vom avea de construit un triunghi dreptunghic isoscel.

In fig. 3, ABC fiind dat, să determinăm punctul B, de cotă $\overline{BB_1} = y$ și punctul C_1 de cotă $\overline{CC_1} = z$ astfel încît $\widehat{B_1AC_1} = 90^0$; $\overline{B_1A} = AC_1$ (y și z sînt pozftivi pentru punctele de deasupra planului ABC, negativi în cazul contrar). Avem $AB_1^2 = y^2 + c^2$; $AC_1^2 = z^2 + b^2$; $B_1C_1^2 = (y - z)^2 + a^2$ (relații valabile și cînd y și z au semne contrarii). Condițiile problemei devin:

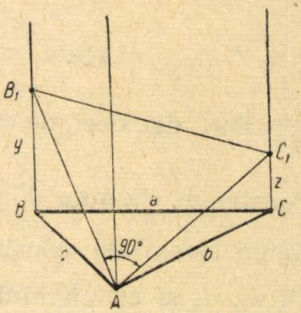


Fig. 3.

$$(1) \qquad (y-z)^2 + a^2 = y^2 + c^2 + z^2 + b^2$$

de unde $yz = -bc\cos A$

$$(2) \qquad y^2 + c^2 = z^2 + b^2$$

Prima relație $yz = -bc\cos A$, arată că

dacă A este obtuz, y și z au același semn; dacă A e ascuțit y și z au semne contrarii; dacă $A = 90^0$ sau y sau z este nul, ceea ce se poate vedea și direct.

Scoțînd pe z din prima și înlocuind în a doua, obținem:

$$y^4 - (b^2 - c^2)\, y^2 - b^2 c^2 \cos^2 A = 0,$$

ecuație de gradul II în y^2 cu rădăcini reale de semne contrarii. Alegem pentru y^2 rădăcina pozitivă

$$y^2 = \frac{1}{2}\left[b^2 - c^2 + \sqrt{(b^2 - c^2)^2 + 4b^2 c^2 \cos^2 A} \right].$$

Putem lua y sau pozitiv sau negativ. La fiecare valoare a lui y ecuația $yz = -bc\cos A$ ne dă o valoare pentru z; dacă y își schimbă semnul și z și l schimbă.

În concluzie: obținem două triunghiuri ca soluție; ele sînt simetrice față de planul ABC; dacă $\widehat{A} > 90^0$ un triunghi este de o parte a planului ABC (ca în fig. 3), celălalt de partea opusă, dacă $\widehat{A} < 90^0$ ipotenuza $\overline{B_1C_1}$ a triunghiului B_1AC_1 ca și cea a simetricului său, taie pe BC între B și C.

Revenind la problema generală, vedem că obținem tot două soluții reprezentate prin triunghiuri cu plane egale înclinate față de dreptele d (și alte soluții prin permutări).

4. *Observații.* 1) Dacă cele 3 drepte sînt în același plan, soluția dată rămîne valabilă. De exemplu, în cazul triunghiului dreptunghic isoscel, făcînd $A = 180^0$ obținem $y = b$, $z = c$, ceea ce se verifică foarte simplu (fig. 4). În cazul plan, însă, este de preferat o soluție mai simplă, directă. Fie (fig. 5) trei drepte paralele într-un plan d_1, d_2, d_3, și să construim triunghiul $A_1B_1C_1$ asemenea cu un triunghi dat

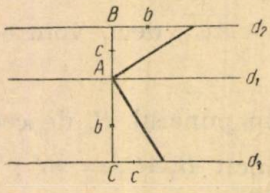


Fig. 4.

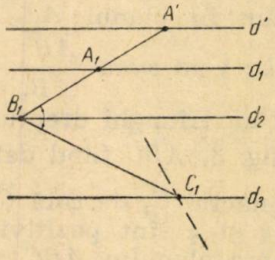


Fig. 5.

$\alpha\beta\gamma$. Este dat deci, de exemplu, unghiul $\widehat{B_1}$ și raportul $\dfrac{\overline{B_1C_1}}{\overline{B_1A_1}} = \dfrac{\overline{\beta\gamma}}{\overline{\beta\alpha}} = k$.

Construim dreapta d' paralelă cu d_1, astfel încît $\dfrac{\overline{B_1A'}}{\overline{B_1A_1}} = k$.

Acum avem de construit un triunghi isoscel $A'B_1C_1$ cu vîrfurile pe d', d_2, d_3 și cu unghiul $\widehat{B_1} = \beta$ (dat). Luăm pe B_1 arbitrar pe dreapta d_2; rotim pe d' de unghiul β în jurul lui B_1 și la intersecția lui d' rotim cu d_3 găsim pe C_1; apoi în B_1 construim unghiul dat și găsim

pe A_1. (Această construcție generalizează problema din manual: Să se construiască un triunghi echilateral avînd vîrfurile pe trei drepte paralele date).

2) Să presupunem acum că avem o prismă cu baza un paralelogram. Orice secțiune plană este un paralelogram. Este suficient ca un paralelogram să aibă un unghi drept pentru a fi dreptunghi. Deci, rezultatul de la punctul 3 poate fi interpretat astfel: într-o prismă cu baza un paralelogram, printr-un punct dat al unei muchii se pot duce o infinitate de plane astfel încît secțiunea să fie un dreptunghi. Se pot duce două plane egal înclinate față de secțiunea dreaptă astfel încît secțiunea să fie pătrat sau mai general, dreptunghi cu dimensiuni într-un raport dat.

Se pot duce o infinitate de plane astfel încît secțiunea să fie romb; se pot duce două plane astfel încît secțiunea să fie romb cu un unghi dat.

În linii mari, putem bănui astfel de rezultate în modul următor: printr-un punct dat trec o dublă infinitate de plane, în înțelesul că poziția lor depinde de doi parametri. De exemplu, în fig. 3, planul AB_1C_1 trecînd prin A este determinat de cei doi parametri y și z. Condiția ca să avem unghi drept sau laturi egale dă posibilitatea să scoatem un parametru în funcție de celălalt, deci planul va mai depinde de un parametru. Încă o condiție (unghi drept și raportul laturilor dat sau laturi egale și unghiul cuprins dat), conduce la două relații între cei doi parametri deci la un număr finit de soluții. Ca exercițiu, cititorul poate trata problema secțiunilor dreptunghiulare sau rombice în mod direct.

CALEIDOSCOP MATEMATIC

1. *O coincidență interesantă.* — Poliedrele regulate: tetraedrul, cubul, octaedrul, dodecaedrul și icosaedrul sînt cunoscute din antichitate (fig. 1—5). Se știe că nu mai există nici un poliedru regulat convex în afară de cele amintite. Prezintă un interes calculul razelor sferelor înscrise și circumscrise acestor poliedre.

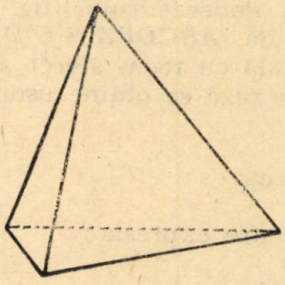


Fig. 1.

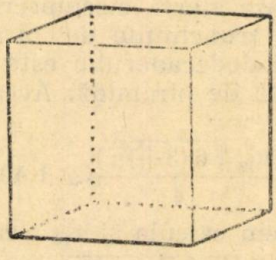
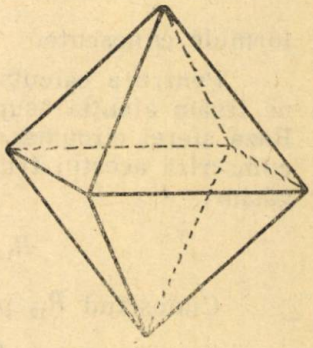


Fig. 2.



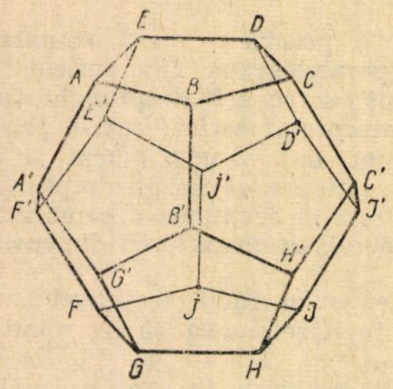


Fig. 4.

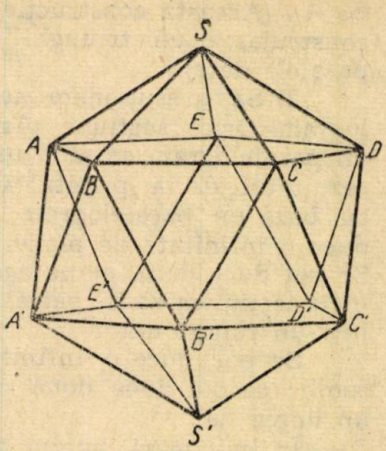


Fig. 5.

Notăm pentru acesta, razele sferelor înscrise în tetraedrul, cubul, octaedrul, dodecaedrul și icosaedrul, cu r_4; r_6; r_8; r_{12}; r_{20}, iar razele sferelor circumscrise cu R_4; R_6; R_8; R_{12}; R_{20} și lungimile muchiilor respective cu a_4; a_6; a_8; a_{12}; a_{20}; avem:

$$R_4 = \frac{a_4\sqrt{6}}{4} \approx 0{,}6123\ a_4,$$

$$r_4 = \frac{a_4\sqrt{6}}{12} \approx 0{,}2041\ a_4,$$

$$R_6 = \frac{a_6\sqrt{3}}{2} \approx 0{,}8660\ a_6,$$

$$r_6 = \frac{a_6}{2} \approx 0{,}5\ a_6,$$

$$R_8 = \frac{a_8\sqrt{2}}{2} \approx 0{,}7071\ a_8,$$

$$r_8 = \frac{a_8\sqrt{6}}{6} \approx 0{,}4082\ a_8$$

formule cunoscute.

Pentru a calcula raza sferei circumscrisă dodecaedrului (fig. 4), ne fixăm atenția asupra trunchiului de piramidă $ABCDEA'B'C'D'E'$. Raza sferei circumscrisă dodecaderului este egală cu raza sferei circumscrisă acestui trunchi de piramidă. Această rază se obține ușor și găsim:

$$R_{12} = \frac{a_{12}\sqrt{6(3+\sqrt{5})}}{4} \approx 1{,}4012\ a_{12}\cdot$$

Cunoscînd R_{12} putem calcula și r_{12}, care are expresia:

$$r_{12} = \frac{a_{12}\sqrt{10(25+11\sqrt{5})}}{20} \approx 1{,}1135\ a_{12}\cdot$$

Observînd că raza sferei circumscrisă icosaedrului (fig, 5), este egală cu raza sferei circumscrisă piramidei S $(ABCD)$. obţinem:

$$R_{20} = \frac{a_{20}\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{4} \approx 0{,}9510\ a_{20}\ ,$$

iar

$$r_{20} = \frac{a_{20}\sqrt{6(7+3\sqrt{5})}}{12} \approx 0{,}7557\ a_{20}\ .$$

Să presupunem acum că raza sferei circumscrise unui octaedru este luată egală cu 10 unităţi (adică $R_8 = 10$). Să înscriem în octaedrul nostru o sferă. In această sferă un tetraedru, iar în tetraedru o sferă. In ultima sferă obţinută înscriem un cub, în cub din nou o sferă. iar in această ultimă sferă un icosaedru şi în el o sferă. In sfîrşit, în sfera înscrisă în icosaedru, înscriem un dodecaedru, iar în acesta din nou o sferă.

Dacă calculăm cu ajutorul formulelor găsite razele sferelor obţinute găsim numerele 10 (R_8); 5,64 (R_4); 1,8 (R_6); 1,03 (R_{20}); 0,75 (R_{12}) şi 0,57 (r_{12}).

Notînd distanţa între Soare şi Pămînt cu 1, atunci numerele care exprimă distanţele planetelor pînă la Soare sînt următoarele: 9,5 (Saturn); 5,2 (Jupiter); 1,52 (Marte); 1 (Pămîntul); 0,72 (Venus); 0,38 (Mercur).

Comparînd aceste rezultate cu rapoartele dintre razele sferelor circumscrise poliedrelor regulate şi raza sferei înscrisă în dodecaedru, găsim că aceste rapoarte exprimă cu o aproximaţie destul de bună, raportul distanţelor unor planete pînă la Soare.

Aceste rezultate au fost observate de marele astronom Kepler. In acea vreme, Kepler era profesor de matematici. Se spune că ideea din problema tratată mai sus i s-a ivit în timpul unei lecţii. După ce a permis elevilor să părăsească clasa, el a rămas pînă seara tîrziu în acelaşi loc pînă ce a terminat culculele. Pînă atunci crezuse — după Copernic — că orbita fiecărei planete este un cerc.

2. *Rezolvarea ecuaţiei* $x^3 + x = a$ *cu ajutorul fizicii.* — Poate că mulţi nu s-au gîndit pînă acum la faptul că se poate rezolva o ecuaţie algebrică cu ajutorul fizicii. In cele ce urmează vom arăta un exemplu interesant şi simplu.

Să luăm două vase comunicate (fig. 6) unul de formă cilindrică,

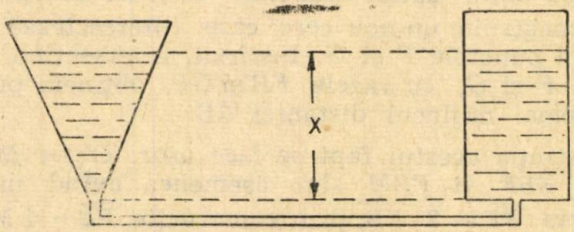


Fig. 6

iar celălalt de formă conică. Să presupunem că aria bazei cilindrului este 1 cm, iar înălţimea sa h cm. Luăm raportul între raza r a cercului bazei şi înălţimea h a conului egal cu $\sqrt{\frac{3}{\pi}}$, adică $\frac{r^2}{h^2} = \frac{3}{\pi}$.

Aceasta înseamnă că volumul conului este $V = h^3 \cdot$ Introducînd într-unul din vase a cm^3 de lichid, acesta ce ridică la o înălţime de m centimetri în fiecare vas. Ţinînd seama de cele spuse mai sus, în con se află un volum de lichid care se poate exprima cu numărul m^3, iar în cilindru un volum de lichid care se poate exprima cu numărul m. Suma acestora este tocmai a, adică:

$$m^3 + m = a \cdot$$

Comparînd această egalitate cu ecuaţia $x^3 + x = a$ se poate observa imediat că una din rădăcinile ecuaţiei $z^3 + x = a$ este tocmai $x = m$, înălţimea la care s-a ridicat lichidul introdus în vasele comunicante.

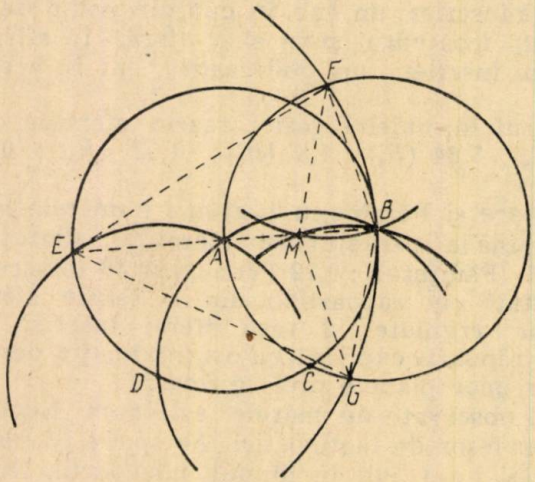


Fig. 7.

Rezultă că pentru a afla una din rădăcinile ecuaţiei $x^3 + x = a$, introducem a cm^3 de lichid în sistemul de vase comunicante descris mai sus, apoi măsurăm înălţimea m la care s-a urcat lichidul în ambele vase. Numărul m reprezintă valoarea uneia din rădăcinile ecuaţiei date.

3. *O construcţie numai cu compasul.* — Fiind date două puncte A şi B să găsim mijlocul distanţei între punctele A şi B numai cu compasul, adică fără a folosit în acest scop rigla.

Construcţia se execută după cum se vede în figura 7. Mai întîi construim două cercuri egale BCE şi ACF cu centrele în A, respectiv în B şi avind raza $\overline{AB}$. găsim punctul C. Cu aceiaşi deschidere de compas $\overline{AB}$ descriem cercul BAD cu centrul în C şi EAC cu centrul în D. Se obţin astfel punctele E şi D. Din punctul E găsit şi cu raza $\overline{ED}$ construim un nou cerc care intersectează cercul cu centrul în B, în punctele F şi G. Insfîrşit, intersectînd arcele de cerc cu centrele F şi G, cu razele FB şi GB. obţinem punctul M căutat, care este tocmai mijlocul distanţei AB.

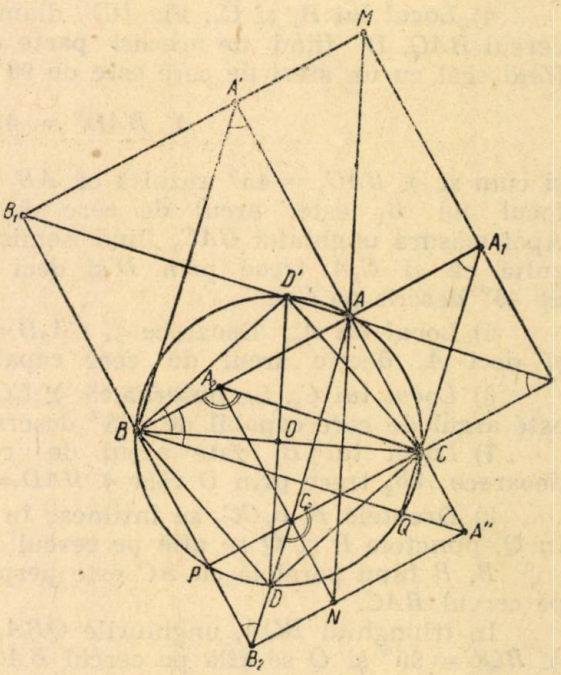
Demonstraţia acestui fapt se face uşor. Observăm că triunghiurile isoscele EBF şi FBM sînt asemenea avînd unghiul B comun. Deoarece avem: $\overline{EF} = 2\ \overline{FB}$, prin construcţie, $\overline{FB} = 2\,\overline{MB} = \overline{AB}$, rezultă că $\overline{MB} = 2\,\overline{AB}$.

Kiss Elemer, profesor Tîrgu Mureş.

O problemă cunoscută şi locuri geometrice interesante deduse din ea.

Un tînăr din ultima clasă de liceu m-a rugat să-i rezolv problema următoare, care, spunea el, i se pare foarte grea şi pe care a găsit-o într-o culegere de probleme date la un concurs. Iată enunţul problemei:

Fie $BB_1A'A$ şi AA_1C_1C pătratele construite în exterior pe catetele unui triunghi dreptunghic BAC. Dreptele B_1A şi C_1A_1 se întîlnesc pe înălţimea care pleacă din A în triunghiul BAC.



Singura dificultate pentru începători este poate numai figura complicată a problemei, dar de aceasta nu trebue să se sperie începătorii mai ales dacă fac figura cu rigla şi compasul.

Tînărul elev a rămas uimit de uşurinţa cu care i se rezolvă problema, cînd i-am arătat că proprietatea se deduce imediat, dacă se observă că triunghiurile dreptunghice $AA'M$, AA_1M, şi BAC sînt egale ca avînd catetele egale.

Mai mult de cît atît i s-a luminat faţa cînd după o scurtă examinare a figurei, a văzut că se găsesc şi alte proprietăţi interesante şi pe măsura puterilor lui matematice. Găsesc nimerit să tranmitem şi altor începători ceea ce se poate obţine din examinarea atentă chiar a unei probleme simple, ca precedenta.

Să construim şi spre interior pătratele $BB_2A''A$ şi CC_2A_2A. Vom observa mai întîi că B_2A'' şi C_2A_2 se întîlnesc într-un punct N aşezat tot pe înălţimea din A a triunghiului BAC, ceea ce se deduce din egalitatea triunghiurilor dreptunghice $AA''N$, AA_2N şi ABC.

Din aceste proprietăţi se deduce că A_1A' şi $A''A_2$ sînt egale între ele şi egale cu BC.

Iată acum şi cîteva locuri geometrice, cînd A se mişcă pe cercul de diametru BC:

1) *Locul lui M, şi N.* Deoarece $AM=BC$ şi are direcţia constant perpendiculară pe BC, locul lui M este un cerc şi anume cercul de diametru BC translatat cu lungimea BC pe direcţia perpendiculară pe BC şi în sensul de la A la M.

La fel locul lui N este cercul simetric precedentului faţă de BC.

2) *Locul punctelor* A' şi C_1 este un arc de cerc descris pe BC şi capabil de 45° deoarece:

$$\sphericalangle BA'A = \sphericalangle BA'C = \sphericalangle BA_1C = 45°$$

3) Locul lui A'' este arcul de cerc simetric precedentului faţă de BC.

4) *Locul lui* B_1 *şi* C_1. Fie DD' diametrul perpendicular pe BC în cercul BAC, D' fiind de aceeaşi parte cu A faţă de BC. Arcul BD' fiind egal cu un sfert de cerc este de 90° şi deci:

$$\sphericalangle BAD' = 45°$$

şi cum şi $\sphericalangle BAC_1 = 45°$ rezultă că AB_1 trece prin punctul fix D', deci locul lui B_1 este arcul de cerc de 45° descris pe coarda BD'. Apoi măsura unghiului CAC_1 fiind semisuma arcelor AD' şi AC, rezultă că şi C_1A trece prin D' şi deci locul lui C_1 este arcul de cerc de 45° descris pe CD.

5) *Locul lui* A_2. Deoarece $\sphericalangle CA_2B = 45°$ rezultă $\sphericalangle BA_2C = 135°$ şi deci A_2 decrie arcul de cerc capabil de 135° descris pe BC.

6) *Locul lui* C_2. Se observă că $\sphericalangle CC_2D = 135°$ şi deci locul lui C_2 este arcul de cerc capabil de 135° descris pe CD.

7) *Locul lui* B_2 este arcul de cerc de 45°, descris pe BD, deoarece AB_2 trece prin D căci $\sphericalangle BAD = 45°$.

8) Dreptele B_1B, CC_2 se întîlnesc în P iar A_1C, BA'' se întîlnesc în Q, punctele P şi Q se află pe cercul BAC.

B, B fiind paralelă cu AC este perpendiculară pe CC_2 deci P este pe cercul BAC.

In triunghiul BQA, unghiurile QBA_1 şi QA_1B sînt de 45°, deci $\sphericalangle BQC = 90°$ şi Q se află pe cercul BAC.

Din observaţiile precedente se mai deduce că *dreptele* B_1C_1 şi B_2C_2 *trec prin cîte un punct fix cînd A se mişcă pe cercul de diametru BC.*

Concluzia proprietăţilor elementare precedente este că şi cea mai simplă problemă analizată cu atenţie şi examinată pe mai multe feţe, poate pune în evidenţă proprietăţi noi, dintre care unele poate chiar necunoscute încă.

Gh. Bulelu

---

1. *Descoperirea elementului 102.* În anul 1957 a fost descoperit elementul 102 numit nobeliu. El trebuie să aibă o masă atomică de 253. Această descoperire se datorește eforturilor unite ale savanților suedezi, englezi și americani. El a fost obținut prin bombardarea curiumului (Cm) — elementul 96 — cu ioni de carbon 13, accelerați în ciclotronul Institutului Nobel din Stockholm. Nobeliul este foarte nestabil emițînd particule α cu o perioadă de la 10—12 minute.

2. *Viteză de 15 000 km/h... în laborator.* Studiul problemelor puse de încălzirea rachetelor prevăzută pentru ca să străbată atmosfera, cu viteze hipersonice, fac apel la puternice mijloace de cercetare. Utilajul folosit în acest scop cuprinde o suflerie cu încălzire în creștere, care permite încercarea de mici machete la viteze mergînd pînă la 15 000 km/h, într-un aer încălzit la 9300° C.

Această instalație cu performanțe uimitoare, se compune în esență din două părți: un rezervor cu aer comprimat conținînd un arc electric și o cameră de vid, în care se găsește macheta de încercat.

Cele două compartimente fiind separate printr-o diafragmă de material plastic, comprimă aerul la presiuni mari în primul compartiment, în timp ce vidul de 1/1 000 000 dintr-o atmosferă este realizat în cealaltă. Se aprinde arcul, și o explozie puternică se produce care sparge diafragma. Aerul se destinde în camera de experiență pe care o traversează cu viteze mergînd pînă la 15 000 km/h.

Din nefericire, jetul de aer nu durează decît o fracțiune de secundă (nu există de altfel, materiale care să poată rezista la temperaturi așa de ridicate). Durata totală pentru primele 100 experiențe a fost numai de 15 secunde.

3. *Doi giganți în aer.* Noul Tupolev, Tu-114, este un avion uriaș de 200 t, cel mai mare avion de curse lungi din lume, înzestrat cu patru turbopropulsoare antrenînd fiecare 2 elici contra-rotative. Cu o putere unitară de 12 000 CP, motoarele sale depășesc cu mult toate turbopropulsoarele actualmente de serviciu. Ele dau aparatului o viteză de zbor de ordinul a 800 km/h.

Capacitatea încărcăturii acestui aparat cu 2 punți, depinde de lungimea etapelor: ea variază de la 120 pasageri pentru legături intercontinentale de 7 000 km, la 220 pasageri pentru etape de 2 500 km.

Echipamentul electric cuprinde dispozitivele cele mai moderne de radio-navigație și pilotaj automat.

Dimensiunile acestui avion, capacitatea sa de încărcare și performanțele sale sînt astfel, încît pentru prima oară va fi posibil ca prețurile de transport să fie foarte apropiate de acelea aplicate de căile ferate.

*

Un alt uriaș prezentat la Moscova, este helicopterul MI-6, a cărui particularitate constă în aceea de a fi propulsat prin două turbo-reactoare.

Acest aparat ridicînd o sarcină de 12 t la 2 400 m a spulberat recordul stabilit de un Sikoroki în 1956 (6 t la 2 000 m).

MI-6 este primul helicopter care poate să transporte 70—80 pasageri în condiții de confort comparabile cu acelea ale unui avion de linie. Între altele el va putea transporta în locuri inaccesibile pe drum terestru, trac-

toare, buldozere și alte mașini grele, cît și încărcături importante de materiale de construcții etc.

Senzația cauzată în lume prin lansarea sateliților artificiali a făcut să treacă pe al doilea plan al actualităților, aceste noi realizări, care în alte împrejurări, ar fi uimit pe acei care se interesează de progresul transportului aerian.

4. *Motoare atomice.* După lansarea primului vas spărgător de gheață care funcționează cu combustibil nuclear, inginerii sovietici au pus la punct proiectul unei locomotive atomice care va dispune de o putere de 8 000 CP; această locomotivă va cîntări aproximativ 300 t și va consuma mai puțin de 15 g combustibil nuclear pentru 1 000 km.

Locomotivele atomice vor sircula pe căi ferate speciale cu un ecartament (distanța între șine) de 3—4,5 m și vor remorca vagoane de cîte 1 000 t capacitate. În acest mod, transporturile terestre vor lua proporțiile celor navale.

★

Primele zboruri cu avioane dotate cu reactoare atomice au avut loc în U.R.S.S. Avioanele atomice ce se vor construi în U.R.S.S. vor avea dimensiuni uriașe. Greutatea unui asemenea aparat va atinge 1 00 t, suprafața aripilor 5 000 m^2. Un asemenea avion cu 400 g combustibil nuclear, va putea face de mai multe ori înconjurul pămîntului, va dispune de un motor de 30 000—90 000 CP și va putea transporta aproximativ 1 000 persoane și peste 100 t materiale.

★

În U.R.S.S., s-au proiectat camioane atomice, care vor putea atașa 4 sau 5 remorci de cîte 15—20 t fiecare, iar în prezent, se lucrează la proiectarea unor automobile mici care să folosească energia nucleară drept combustibil.

În acest scop, cercetătorii sovietici au ajuns la concluzia că pilele cu stronțiu nu sînt corespunzătoare și se fac investigații în vederea punerii la punct a altor tipuri de baterii atomice cu grafit sau cu plumb.

V.A.

PROBLEME REZOLVATE

Problema 2442

Dispunem de două elemente galvanice identice a căror forță electro-motoare a fost determinată prin măsurare în circuit deschis și găsită egală cu 2 V. Rezistența interioară este necunoscută.

a) *Se montează între bornele unui element o rezistență R de 3 Ω și se constată că se obține un curent de 0,5 A. Care este rezistența interioară a elementului?*

b) *Dacă se montează cele două elemente în serie, ce curent vor da ele în rezistența R?*

c) *Ce curent vor da elementele în rezistența R dacă sînt montate în paralel?*

d) *Se taie rezistența R în trei bucăți identice între ele* R_1, R_2, R_3 *care se montează ca în schemă. Care va fi curentul obținut?*

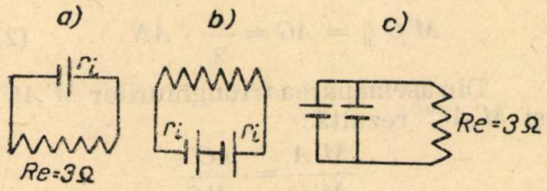
(Cercul de fizică, București)

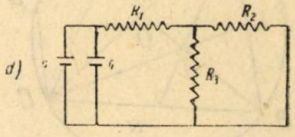
Soluție. — Conform legii lui Ohm:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_e + R_i}; \quad 0{,}5 \text{ A} = \frac{2 \text{ V}}{3\ \Omega + r_i}; \quad r_i = 1\ \Omega$$

b) In acest caz, $R_i' = 2 \cdot r_i = 2\ \Omega$

$$E = 2\,\mathcal{E} = 4\,V.$$





$$I = \frac{4\,V}{3\ \Omega + 2\ \Omega} = \frac{4}{5} A = 0{,}8\ A.$$

c) In acest caz: $R_i'' = \frac{r_i}{2} = 0{,}5\ \Omega$: $E = \mathcal{E} = 2\,V$ și

$$I = \frac{E}{R_e + R_i''} = \frac{2 \text{ V}}{3{,}5\ \Omega} = 0{,}57 \text{ A}.$$

d) Tăind rezistența R în trei bucăți identice, vom obține 3 rezistențe $R_1, = R_2, = R_3$ toate egale cu 1 Ω (rezistența direct proporțională cu lungimea).

Rezistențele R_2 și R_3 sînt montate în paralel. Rezistența lor echivalentă R_t va fi dată de relația:

$$\frac{1}{R_t} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_2} = \frac{2}{R_2} = \frac{2}{1}$$

$$R_t = 0{,}5\ \Omega.$$

R_t este legat în serie cu R_1. Deci rezistenta exterioară totală este:

$$R_e = R_t + R_1 = 0{,}5\ \Omega + 1\ \Omega = 1{,}5\ \Omega$$

Elementele sînt legate în paralel. Deci $E = \mathcal{E} = 2\,V$, $R_i = \frac{r_i}{2} = 0{,}5\ \Omega$

$$I = \frac{E}{R_e + R_i} = \frac{2\,V}{1{,}5 + 0{,}5} = 1\ A$$

Problema 2468

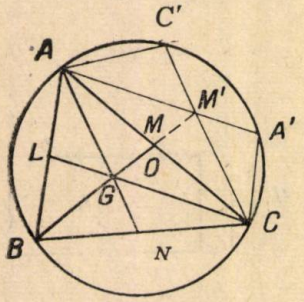
In cercul O este înscris triunghiul ABC în care se duc medianele AN, BM și CL. Mediana BM este prelungită cu o lungime MM' egală cu $\frac{1}{3}$ *din ea; dreptele AM' și CM' prelungite taie cercul în A' și C'.*

Să se arate că avem:

$$A'C \cdot CL = AC' \cdot AN.$$

Ioana Ciorănescu, elevă București

Soluție. — Din $M'G = GB$ rezultă:



$$AM' \parallel = GC = \frac{2}{3} \cdot CL \qquad (1)$$

și

$$M'C \parallel = AG = \frac{2}{3} \cdot AN \qquad (2)$$

Din asemănarea triunghiurilor $M'AC'$ și $M'AC'$ rezultă:

$$\frac{M'A}{M'C} = \frac{AC'}{A'C}$$

și ținînd seama de (1) și (2) rezultă relația din enunț:

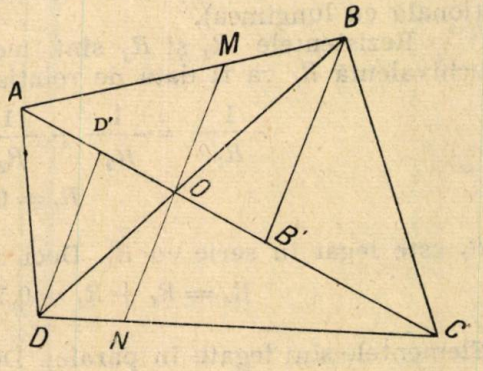
$$A'C \cdot CL = AC' \cdot AN.$$

Problema 2594

Intr-un patrulater ABCD, o dreapta variabilă ce trece prin punctul comun al diagonalelor AC și BD, taie laturile AB și CD în punctele M și N. Să se arate că $\frac{MA}{MB} \cdot \frac{ND}{NC} = constant.$

Gh. Dobrotescu, Predeal

Soluție. — Ducem $BB' \parallel MN$, $DD' \parallel MN$, (B' și D' sînt situație pe AC).



Avem:

$$\frac{MA}{MB} = \frac{AO}{OB'} \text{ și } \frac{ND}{NC} = \frac{OD'}{OC}.$$

deci

$$\frac{MA}{MB} \cdot \frac{ND}{NC} = \frac{AO}{OB'} \cdot \frac{OD'}{OC}.$$

Dar din asemănarea triunghiurilor $BB'O$ și $DD'O$ reiese că:

$$\frac{OD'}{OB'} = \frac{OD}{OB}.$$

Deci,

$$\frac{MA}{MB} \cdot \frac{ND}{NC} = \frac{AO}{OC} \cdot \frac{OD}{OB} = \text{constant}$$

Problema 2647

Fie A un punct oarecare pe axa radicală a două cercuri O, O'. Se duce secanta oarecare AMB în cercul O şi secanta oarecare ANC în cercul O', punctele M şi N fiind mai aproape de A de cît punctele B şi C. Triunghiurile ABC şi AMN sînt asemenea.

In cazul cînd punctul A este şi pe tangenta exterioară comună celor două cercuri se obţine enunţul problemei 2086 din GMF(B) anul VII, p. 511.

Gh. Buicliu

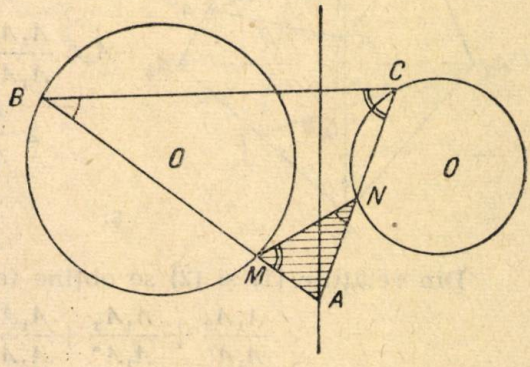
Soluţie. — Intr-adevăr, A fiind pe axa radicală a celor două cercuri avem:

$$AM \cdot AB = AN \cdot AC,$$

deci

$$\frac{AM}{AN} = \frac{AC}{AB}$$

ceea ce arată că triunghiurile ABC, AMN care au unghiul din A comun şi laturile adiacente acestui unghi proporţionale, sînt asemenea.



Din această asemănare rezultă că:

$$\sphericalangle ABC = \sphericalangle ANM \text{ şi } \sphericalangle ACB = \sphericalangle AMN,$$

adică patrulaterul $MBCN$ este inscriptibil.

In cazul problemei 2086 punctul A fiind în mijlocul lui TS este pe axa radicală (sau pe tangentă în punctul de tangenţă) a celor două cercuri.

Problema 2652

Dacă G_1 este centrul de greutate al feţei $A_2A_3A_4$, a tetraedului $A_1A_2A_3A_4$, iar A', A'', A''', O sînt intersecţiile unui plan oarecare cu A_1A_2, A_1A_3, A_1A_4, A_1G_1, atunci are loc relaţia:

$$\frac{A_1A_2}{A_1A'} + \frac{A_1A_3}{A_1A''} + \frac{A_1A_4}{A_1A'''} = \frac{3\,A_1G_1}{A_1O}$$

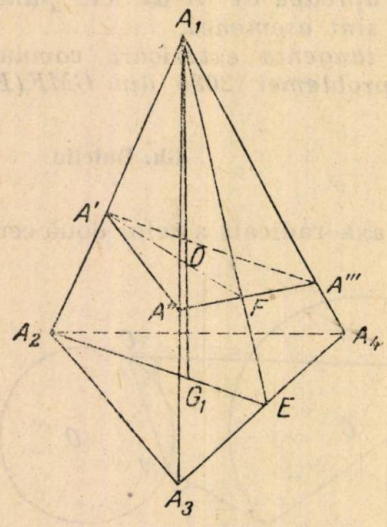
In cazul particular cînd O este centrul de greutate al tetraedrului se obţine problema 2341.

Marcel Bărbulescu, Slatina

Soluție. — Se observă că dreapta $A'O$ și mediana A_1E a fețeI $A_1A_3A_4$ se întîlnesc într-un punct F pe $A''A'''$.

In nota din G.M.F. (B), nr. 1, anul VII, p. 19, există teorema: „Dacă D este un punct pe latura BC a triunghiului ABC, iar M, O, N sînt intersecțiile unei drepte oarecare cu AB, AD, AC atunci are loc relația:

$$BD\frac{CA}{NA} + DC\frac{BA}{MA} = BC\frac{DA}{OA};$$



această relație aplicată la triunghiurile A_1A_2E și $A_1A_3A_4$ se obține respectiv:

$$2\,G_1E\frac{A_1E}{A_1F} + G_1E\,\frac{A_1A_2}{A_1A'} = 3\,G_1E\frac{A_1G_1}{A_1O}$$

$$A_4E\,\frac{A_1A_3}{A_1A''} + A_3E\,\frac{A_1A_4}{A_1A'''} = A_3A_4\frac{A_1E}{A_1F} \quad \text{sau}$$

$$2\frac{A_1E}{A_1F} + \frac{A_1A_2}{A_1A'} = 3\,\frac{A_1G_1}{A_1O} \qquad (1)$$

și

$$\frac{A_1A_3}{A_1A''} + \frac{A_1A_4}{A_1A'''} = 2\,\frac{A_1E}{A_1F} \qquad (2)$$

Din relațiile (1) și (2) se obține foarte ușor:

$$\frac{A_1A_2}{A_1A'} + \frac{A_1A_3}{A_1A''} + \frac{A_1A_4}{A_1A'''} = 3\,\frac{A_1G_1}{A_1O},$$

adică relația din enunț.

Observare. — Dacă $O \equiv G$, centrul de greutate al tetraedului $A_1A_2A_3A_4$ atunci:

$$3\,\frac{A_1G_1}{A_1O} = 3 \cdot \frac{4}{3} = 4$$

și ultima relație devine:

$$\frac{A_1A_2}{A_1A'} + \frac{A_1A_3}{A_1A''} + \frac{A_1A_4}{A_1A'''} = 4,$$

care corespunde problemei propuse 2341.

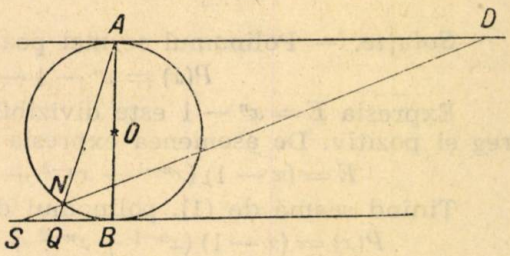
Problema 2653

La extremitățile unui diametru AB, ducem două tangente. Luăm pe tangenta din B segmentul $SB = \frac{AB}{2}$. Un punct Q divide segmentul SB în medie și extremă rație. Segmentul AQ taie cercul în punctul N, iar dreapta SN taie tangenta din A în punctul D. Să se demonstreze că $AD = 4\,SB$.

Francisc Lindner, Lipova

Soluție. — Din asemănarea triunghiurilor SNQ și AND rezultă:

$$\frac{SQ}{AD}=\frac{QN}{AN}.$$



Aplicînd puterea punctului avem:

$QB^2=QN\cdot QA$ sau $QN=\frac{QB^2}{AQ}$.

Prin urmare:

$$\frac{SQ}{AD}=\frac{QB^2}{AQ\cdot AN} \text{ sau } \frac{SQ}{QB}=\frac{AD\cdot QB}{AQ\cdot AN}.$$

Segmentul $NB\perp AQ$ și deci: $AQ\cdot AN=AB^2$.

Mai rezultă:

$$\frac{SQ}{QB}=\frac{AD\cdot QB}{AB^2}.$$

Conform enunțului mai avem: $\frac{SQ}{QB}=\frac{QB}{SB}$ și deci $\frac{AD\cdot QB}{AB^2}=\frac{QB}{SB}$ sau simplificînd și punînd $AB=2\,SB$, $\frac{AD}{4\,SB^2}=\frac{1}{SB}$ obținem $AD=\frac{4\,SB^2}{SB}=4\,SB$.

Problema 2654

Să se arate că pentru n întreg și pozitiv, fracția

$$\frac{5^{2n+3}+2^{n+3}\cdot 3^{n+2}+2^{n+2}\cdot 3^{n+1}}{3^{1957}+5^{1957}+7^{1957}-15^{1957}}$$

se simplifică cu 19.

I. Mateescu, Giurgiu

Soluție. — Notăm cu N_1 și N_2 respectiv numărătorul și numitorul fracției date. Avem:

$$N_1=5^{2n+3}+2^{n+3}\cdot 3^{n+2}+2^{n+2}\cdot 3^{n+1}=5^3\cdot 5^{2n}+2^3\cdot 3^2\cdot(2\cdot 3)^n+2^2\cdot 3\,(2\cdot 3)^n=$$
$$=5^2\cdot 5\,(5^2)^n+24\cdot 3\,(6)^n+12\cdot 6^n=25\cdot 5\cdot 25^n+24\cdot 3\cdot 6^n+12\cdot 6^n$$
$$=(19+6)\,5\,(19+6)^n+(19+5)\,3\cdot 6^n+12\cdot 6^n=M\,19+6\cdot 5\cdot 6^n+M\,19+$$
$$+5\cdot 3\cdot 6^n+12\cdot 6^n=M\,19+6^n\,(30+15+12)+M\,19+57\cdot 6^n=M\,19+$$
$$+3\cdot 19\cdot 6^n=M\,19.$$

$$N_2=3^{1957}+5^{1957}+7^{1957}-15^{1957}=(16-13)^{1957}+(13-8)^{1957}+$$
$$(8-1)^{1957}+(1-16)^{1957}$$

și ținînd seamă de dezvoltarea binomului lui Newton rezultă:

$$N=16^{1957}+M\,1957-13^{1957}+13^{1957}+M\,1957-8^{1957}+8^{1957}+$$
$$+M\,1957-1+1+M\,1957-16^{1957}=M\,1957=M\cdot 103\cdot 19=M\,19.$$

Deci fracția dată se simplifică cu 19.

Problema 2708

Să se arate că polinomul $P(x) = x^n - nx + n - 1$ *se divide cu* $(x-1)^2$ *şi să i se găsească şi cîtul, n fiind întreg şi pozitiv.*

* * *

Soluţie. — Polinomul se mai poate scrie sub forma:

$$P(x) = x^n - 1 - n(x-1).$$

Expresia $E = x^n - 1$ este divizibilă cu $x - 1$, pentru orice n întreg şi pozitiv. De asemenea expresia E se mai poate scrie:

$$E = (x-1)(x^{n-1} + x^{n-2} + x^{n-3} + \ldots + 1) \quad (1)$$

Ţinînd seamă de (1), polinomul devine (dînd şi factori comuni):

$$P(x) = (x-1)(x^{n-1} + x^{n-2} + x^{n-3} + \ldots + 1 - n). \quad (2)$$

Ştiind că expresia $E_1 = x^{n-1} + x^{n-2} + \ldots + 1 - n$, se mai poate scrie şi sub forma: $E_1 = x^{n-1} - 1 + x^{n-2} - 1 + \ldots x - 1 + 1 - 1$, şi că $(x^{n-1} - 1)$; $(x^{n-2} - 1)$ etc. sînt divizibili cu $x - 1$, deci E_1 devine:

$$E_1 = (x-1)(x^{n-2} + x^{n-3} + \ldots + 1) + (x-1)(x^{n-3} + x^{n-4} + \ldots + 1) + \ldots + (x-1) = (x-1)[x^{n-2} + 2 \cdot x^{n-3} + 3 \cdot x^{n-4} + \ldots + (n-1)].$$

Ţinînd seama de E_1 şi (2), $P(x)$ devine:

$$P(x) = (x-1)^2 [x^{n-2} + 2 \cdot x^{n-3} + 3 \cdot x^{n-4} + \ldots + (n-1)].$$

Deci, $P(x)$ este divizibil cu $(x-1)$, iar cîtul împărţirii este:

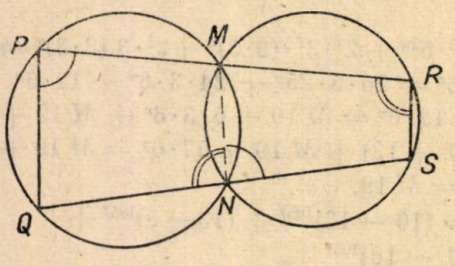
$$C = x^{n-2} + 2 \cdot x^{n-3} + 3 \cdot x^{n-4} + \ldots + (n-1).$$

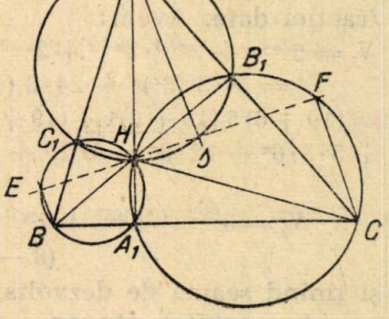
Problema 2719

Fie A_1, B_1, C_1 *picioarele înălţimilor unui triunghi* ABC *şi* H *ortocentrul lui. Prin* A *se duce o dreaptă oarecare care taie cercul* AB_1HC_1 *în* D, *iar prin* B *şi* C *se duc paralele la* AD *care taie respectiv cercurile* BA_1HC_1 *şi* CA_1HB_1 *în* E *şi* F. *Să se arate că punctele* D, H, E, F *sînt coliniare.*

E. Lerner, elev Bucureşti

Soluţie. — Se ştie că dacă prin punctul de intersecţie M a două cercuri se duce o secantă PMR, iar prin P şi R se duc două paralele





care taie cercurile respective în Q şi S, atunci punctele Q, S şi al doilea punct de intersecţie sînt coliniare.

În adevăr, deoarece $\sphericalangle QPM = \sphericalangle MNS$, rezultă că au același supliment, $\sphericalangle QNM$; deci Q, N, S sînt coliniare.

În cazul problemei, punctele E, H, D sînt coliniare și punctele E, H, F sînt de asemenea colineare. Deci punctele D și F sînt pe dreapta EH.

Problema 2722

Să se rezolve sistemul de ecuații:

$$(x+y+z)(ax+y+z) = k^2$$
$$(x+y+z)(x+ay+z) = l^2$$
$$(x+y+z)(x+y+az) = m^2.$$

(Olimpiada matematică, cl. 10, Ordjonikidze)

Soluție. — Adunînd ecuațiile obținem:

$$(x+y+z)(a+2)(x+y+z) = k^2+l^2+m^2$$
$$(x+y+z)^2 = \frac{k^2+l^2+m^2}{a+2};$$
$$x+y+z = \pm\sqrt{\frac{k^2+l^2+m^2}{a+2}} = \alpha.$$
$$\alpha[(a-1)x+\alpha] = k^2$$
$$x = \frac{k^2-\alpha^2}{\alpha(a-1)} \text{ și analog:}$$
$$y = \frac{l^2-\alpha^2}{\alpha(a-1)}; \quad z = \frac{m^2-\alpha^2}{\alpha(a-1)}.$$

Problema 2724

Să se arate că dacă $\frac{1}{A}+\frac{1}{B}+\frac{1}{C} = \frac{1}{A+B+C}$ *atunci* $\frac{1}{A^n}+\frac{1}{B^n}+\frac{1}{C^n} = \frac{1}{A^n+B^n+C^n}$ *pentru orice n impar.*

(Olimpiada matematică, cl. 9—10 Kiev)

Soluție. — Prima relație devine:

$$BC(A+B+C)+AC(A+B+C)+AB(A+B+C) = ABC,$$
$$ABC+BC(B+C)+A^2C+AC(B+C)+A^2B+AB(B+C) = ABC,$$
$$A^2(B+C)+A(B+C)(B+C)+BC(B+C) = 0,$$
$$(B+C)[A^2+(B+C)A+BC)] = 0,$$
$$(B+C)(A+B)(A+C) = 0.$$

Deci relația este valabilă doar cînd $B = -C$ sau $A = -B$, sau $A = -C$.

Relaţia fiind simetrică să demonstrăm că de exemplu, $B = -C$ relaţia doua este valabilă. Deoarece $n = 2p + 1$:

$$B^n = -C^n;\ \frac{1}{A^n} + \frac{1}{B^n} + \frac{1}{C^n} = \frac{1}{A^n} - \frac{1}{C^n} + \frac{1}{C^n} = \frac{1}{A^n};$$

$$\frac{1}{A^n + B^n + C^n} = \frac{1}{A^n - C^n + C^n} = \frac{1}{A^n}.$$

Deci,

$$\frac{1}{A^n + B^n + C^n} = \frac{1}{A^n} + \frac{1}{B^n} + \frac{1}{C^n}$$ în condiţiile date.

Problema E: 956

În darea de seamă a Comitetului regional de partid Iaşi s-a arătat că regiunea Iaşi are o suprafaţă agricolă de 887 226 hectare. Din întreaga suprafaţă a regiunii, 215 850 hectare aparţin sectorului socialist de stat, iar 73 211 hectare sînt cuprinse în sectorul socialist cooperatist (GAC şi întovărăşiri agricole). Să se calculeze:

1) *Cît la sută din suprafaţa agricolă a regiunii reprezintă sectorul socialist (de stat şi cooperatist)?*

2) *Ştiind că sectorul cooperatist reprezintă 13,80% din suprafaţa agricolă a gospodăriilor ţărăneşti, care este suprafaţa agricolă a gospodăriilor ţărăneşti din regiunea Iaşi?*

I. N. Munteanu

Soluţie. — a) Calculul suprafeţei sectorului socialist:

$$215\,850 + 73\,211 = 289\,061 \text{ hectare}$$

b) Calculul procentului care reprezintă sectorul socialist din suprafaţa agricolă a regiunii Iaşi.

Dacă 887 226 reprezintă 100% atunci 1 ha va reprezenta de 887 226 ori mai puţin; 289 061 ha va reprezenta de 289 061 ori mai mult decît 1 ha, adică

$$x = \frac{100 \times 28906100}{887226} = \frac{28906100}{887226} = 32{,}58\%$$

2) Calculul suprafeţei agricole a gospodăriilor ţărăneşti din regiunea Iaşi:

13,80% reprezintă 73211 ha

1% va reprezenta de 13,80 ori mai puţin adică

$$y = \frac{73211 \times 100}{13{,}80} = \frac{7321100}{13{,}80} = 530514 \text{ hectare}$$

Problema E: 959

Patru nave pasagere pleacă în aceiaşi zi dintr-un port A.

Prima navă se întoarce după 5 zile, stă o zi în port şi pleacă din nou în cursă;

a doua navă se reîntoarce după 7 zile, stă 2 zile în port şi pleacă din nou în cursă;

a treia navă se reîntoarce după 12 zile stă 3 zile în port şi pleacă din nou în cursă:

a patra navă se reîntoarce după 15 zile stă 5 zile în port şi pleacă din nou în cursă.

Se cere:

a) *După cîte zile navele vor pleca din nou în aceiaşi zi?*

b) *După cîte zile navele se vor reîntoarce în aceiaşi zi?*

c) *Dacă plecarea navelor are loc într-o luni, cînd vor pleca şi cînd vor reveni din nou într-o luni?*

C. V. Costăchescu

Soluţie. — a) Prima navă pleacă din nou după 6 zile
a 2-a „ „ „ „ „ 9 „
a 3-a „ „ „ „ „ 15 „
a 4-a „ „ „ „ „ 20 „
Plecarea din nou în aceiaşi zi se află determinînd c.m.m.c.m. al numerelor 6, 9, 15, 20, care este 180.

Dacă navele pleacă într-o luni, vor pleca din nou într-o luni după $180 \cdot 7 = 1260$ zile.

b) Sosirea din nou în aceiaşi zi a navelor se determină aflînd c.m.m.c.m. al numerelor 5, 7, 12, 15 care este 420 zile.

c) Navele plecînd într-o luni se vor reîntoarce după 420 zile tot într-o luni.

Problema E: 960

Împărţind un număr la 7, cîtul obţinut este mai mic decît deîmpărţitul cu 125, iar restul este 1/4 din cît. Să se afle numărul.

A. Serdeşnic

Soluţie. — Notînd cu x numărul pe care-l împărţim obţinem ecuaţia de mai jos, pe care o putem rezolva.

$$x = 7(x - 125) + \frac{x - 125}{4} \text{ sau}$$

$$x = 7x - 875 + \frac{x - 125}{4}, \text{ rezultă}$$

$$4x = 28x - 3500 + x - 125 \text{ sau}$$

$$4x - 28x - x = -3500 - 125$$

deci,

$$x = 145.$$

Problema E: 1000

Să se calculeze expresia:

$$(7x^5 - 3x^4 + 2x^3 + x^2 - 5x + 12)^2 + (7x^5 - 3x^4 + 2x^3 - 5x + 12)^2 +$$
$$+ (7x^5 - 3x^4 + 2x^3 + x^2 - 5x + 12)\,(-14x^5 + 6x^4 - 4x^3 + 10x - 24)$$

Simon St. Petre

Soluție. — Expresia dată se mai poate scrie:

$$(7x^5 - 3x^4 + 2x^3 + x^2 - 5x + 12)^2 + (7x^5 - 3x^4 + 2x^3 - 5x + 12)^2 - \\ - 2(7x^5 - 3x^4 + 2x^3 + x^2 - 5x + 12)\,(7x^5 - 3x^4 + 2x^3 - 5x + 12)$$

punînd $7x^5 - 3x^4 + 2x^3 + x^2 - 5x + 12 = a$ și

$$7x^5 - 3x^4 + 2x^3 - 5x + 12 = b.$$

avem de calculat $a^2 + b^2 - 2ab = (a - b)^2$. dar $a - b = x^2$.

Deci expresia dată este x^4.

PROBLEME PROPUSE *)

3258. — Se dă piramida $VABCD$ cu baza paralelogramul $ABCD$, și se face o secțiune prin latura bazei AB și punctele M și N ale muchiilor VC și VD. Fie $AB=a$, $BC=b$, $\sphericalangle ABC=x$, h fiind înălțimea din V a piramidei și

$$\frac{VM}{VC} = \frac{VN}{VD} = \frac{1}{K}.$$

Să se determine volumul piramidei $VABMN$.

Cezar Gheorghe, elev Buzău

3259. — Pe o dreaptă oarecare se iau două puncte A și B, iar prin aceste două puncte se duc două drepte d_1 și d_2 care se intersectează în C iar. N este un punct variabil pe dreapta AB. Se construesc cercurile de centre C_1 și C_2 ce trec prin N și tangente respectiv în A și B la d_1 și d_2.

1) M fiind al doilea punct de intersecție al celor două cercuri se cere locul geometric al punctului M.

2) Să o arate că dreapta MN trece prin punctul fix F, simetricul lui C față de mediatoarea lui AB.

N. Gheorghiu, Iași

3260. — Să se determine a, b și c astfel ca numărul $N = a3b3c$ să fie divizibil prin 315.

Marica Ștefan, T. Severin

3261. — Fie două cercuri concentrice cu centrul în O, de raze R și r și două puncte A și B simetrice față de O. Un diametru variabil taie cercul interior în P și P', iar cercul exterior în Q și Q'.

---

*) VIII (3259, 3260, 3266, 3267, 3286, 3287, 3288, 3295, 3296, 3297, 3302, 3303, 3304, 3305); IX (3261, 3263, 3268, 3269, 3271, 3272, 3273, 3283, 3289, 3290, 3291, 3298, 3299, 3306, 3307); X (3258, 3264, 3265, 3270, 3275, 3276, 3277, 3280, 3281, 3282, 3284, 3292 3293, 3294, 3300, 3301, 3308); XI (3274, 3278, 3279, 3284, 3309, 3310).

Unul din punctele de pe cercul interior, de exemplu P, se unește cu A, iar B cu Q și cu Q'. Fie $M(AP, BQ)$ și $M'(AP, BQ)$. Să se afle locul lui M și M',

N. C. Bărbuică, București

3262. — Fie dat triunghiul ABC în care notăm cu O, G, H, A', B', C', D', E', F' respectiv, centrul cercului circumscris, centrul de greutate, ortocentrul, picioarele înălțimilor și medianelor triunghiului.

Să se arate că dacă notăm cu $\rho(H)$ de exemplu, puterea punctului H față de cercul circumscris, există relațiile:

$1°\ 9\ \rho(G) = \rho(H) + 8\ \rho(0)$

$2°\ 4\ \Sigma\ \rho(D') = 9\ \rho(G) = \rho(H) + 8\ \rho(0)$

$3°\ 4\ \Sigma\ \rho(A') + 2R^2\ \Sigma \cos 2(A-B) = \rho(H) + 2\ \rho(0)$

toate puterile punctelor fiind considerate față de același cerc circumscris.

V. Băghină, profesor Breaza

3263. — Știind că $x^4 = 1$, să se afle valorile pe care la are expresia

$$E = \frac{(x^6 - x^{-6}) - (x^4 - x^{-4}) - (x^2 - x^{-2})}{(x^5 - x^{-5}) - (x^3 - x^{-3}) - 2(x - x^{-1})}$$

C. Ionescu — Țiu

3264. — Triunghiul $A''B''C''$ format prin întretăierea dreptelor lui Simson ale punctelor A', B', C', unde înălțimile triunghiului ABC: AA_1, BB_1, CC_1 taie cercul său circumscris, este ortologic cu triunghiul ABC și omotetic cu triunghiul $A_1 B_1 C_1$.

M. Cuconea, București

3265. — Să se determine restul împărțirii polinomului $P(x)$ prin $(x-a)(x-b)$.

Aplicație. — Să se determine m și p astfel ca polinomul $P(x) = x^4 + mx^3 + px + mp$ împărțit prin $x^2 + x - 2$ să dea restul $8x + 12$.

Șt. Musta, Oradea

3266. — Pe un plan înclinat lung de 18 m și înalt de 6 m se ridică uniform o ladă de 180 kg. Forța de ridicare paralelă cu planul este de 754,6 N. Să se calculeze: a) coeficientul de frecare de alunecare pe plan; b) randamentul acestei operațiuni.

(Cl. VIII, Olimpiada de fizică, etapa finală, București, mai 1958)

3267. — Un glonte iese cu o anumită viteză din țeava unei puști care trage vertical în sus. Cu ce viteză ar ieși glontele din țeava aceleiași puști la suprafața planetei Marte, știind că acolo accelerația gravitației este 0,4 din accelerația gravitației la suprafața pământului. Să se justifice răspunsul.

(Cl. VIII, Olimpiada de fizică, București, mai 1958)

3268. — Lungimea unui ax metalic cu secțiunea de 2 cm^2 este de 60,34 cm la 10°C. La 100°C lungimea devine 60,50 cm. Să se calculeze:

a) coeficientul de dilatare a metalului din care este confecționat axul; b) Cu ce forță trebuie comprimat axul în direcția lungimii pentru a-l readuce la lungimea inițială menținîndu-l la 100°C. Se dă modulul lui Young de $1{,}5.10^5 \frac{Kgf}{cm^2}$.

(Cl. IX, Olimpiada de fizică, București mai 1958)

3269. — Un pahar cu apă fierbinte trebuie răcit cît mai mult în timp de 10 minute. Cum este mai convenabil să se procedeze: să se pună în pahar o lingură de zăpadă și apoi să fie lăsat paharul 10 minute sau mai întîi să fie lăsat paharul 10 minute și apoi să se pună zăpada? Să se justifice răspunsul.

(Cl. IX, Olimpiada de fizică, mai 1958)

3270. — Să se simplifice fracția

$$F = \frac{\log_a b + \log_{a^2} b + \log_{a^3} b + \ldots + \log_{a^n} b}{\log_b a + \log_{b^2} a + \log_{b^3} a + \ldots + \log_{b^n} a}$$

Corneliu Georgescu, Craiova

3271. — Se dau în același plan, două cercuri O și O' și un punct P. Să se construiască triunghiul ABC asemenea cu un triunghi dat și care să aibă două vîrfuri pe cercurile O, O', iar P ca ortocentru.

Gh. Tudor, student, București

3272. — Insemnînd cu d_a, d_b, d_c distanțele unui punct M de pe cercul circumscris la laturile triunghiului ABC și cu d'_a, d'_b, d'_c distanțele la tangentele în A, B, C la același cerc, să se arate că oricare ar fi M avem egalitatea

$$d_a \cdot d_b \cdot d_c = d'_a \cdot d'_b \cdot d'_e$$

I. Hadîrcă, profesor Breaza

3273. — Să se construiască un triunghi ABC în care se cunoaște vîrful A, piciorul înălțimii AA', ortocentrul H și un punct P de pe cercul circumscris triunghiului.

Paul Popescu, București

3274. — Să se scrie ecuația de cel mai mic grad cu coeficienți raționali întregi, care admite ca rădăcini

$$x_1 = -\frac{4}{1 - \sqrt{5}} \quad ; \quad x_2 = \frac{5}{2 - 3i}$$

Dan N. Paulescu, student București

3275. — In triunghiul oarecare ABC, triunghiul ortic $A'B'C'$ se rotește în jurul laturilor a și a' dînd naștere volumelor V și V'. Să se demonstreze relația

$$V = V' \sin A \left(\frac{1}{\sin 2B} + \frac{1}{\sin 2C}\right)$$

Radu Stroe, student, București

3276. — Un fir de aluminiu cu diametrul de 0,3 mm a fla într-un aparat electric trebuie să suporte un curent de 2 amperi în timp de un minut. Densitatea aluminiului este 2,7 $\frac{g}{cm^3}$; rezistivitatea 0,03 $\Omega \frac{mm^2}{m}$; căldura specifică este 0,22 $\frac{cal}{g \cdot grad}$; temperatura de topire 658°C.

a) Cu cît se va ridica temperatura firului de aluminiu neglijîndu-se pierderile?; b) temperatura inițială fiind 20°C, să se spună dacă firul se va topi sau nu în aceste condiții.

(Cl. X, Olimpiada de fizică, mai 1958)

3277. — Două becuri electrice confecționate pentru 120 V și 40 W unul cu filamentul de wolfram și celălalt cu filamentul de cărbune, sînt legate în serie și conectate la o rețea de 120 V. Care din ele se va încălzi mai puternic? Să se justifice răspunsul.

(Cl, X, Olimpiada de fizică, mai 1958)

3278. — O lampă electrică de 200 cd se află la distanța de 2 m de o carte, ce se găsește pe o masă. Iluminarea cărții este de doi lucși. Sub ce unghi cade lumina pe carte? La ce înălțime deasupra mesei se află lampa.

(Cl. XI seral, Olimpiada de fizică. București, mai 1958)

3279. — Se consideră arcele $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$. Să se arate că dacă $0 \leqslant a_i \leqslant \varphi \leqslant 45°$ avem:

$$E = \sum_{i=1}^{n-1} \sin^2 a_i \cos^2 a_{i+1} + \sin^2 a_n \cos^2 a_1 \leqslant n \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi$$

Dacă arcele sînt oarecari, atunci $E \leqslant p$, unde p este partea întreagă a numărului $\frac{n}{2}$.

C. Ionescu-Țiu

3280. — Să se rezolve sistemul:

$$\begin{aligned} ax + by + cz &= m \\ bx + cy + az &= n \\ cx + ay + bz &= p. \end{aligned}$$

N. Chiorcea, elev Adjud

3281. — In paralelogramul $ABCD$ înălțimea triunghiului ADC dusă din C, întîlnește baza în M. Să se demonstreze relația: $AC^2 - BD^2 = 4\ AD.\ DM$.

D. Tudorof, elev curs seral Constanța

3282. — Să se demonstreze că într-un triunghi oarecare există relația

$$\frac{\cos A}{a} + \frac{\cos B}{b} + \frac{\cos C}{c} = \frac{R}{S}(1 + \cos A\ \cos B\ \cos C)$$

Șt. Mititelu, elev, Calafat

3283. — Să se construiască triunghiul ABC cînd se cunoaște semiperimetrul, o latură și unul din unghiurile ei alăturate.

Cum se poate construi cercul înscris triunghiului fără a duce bisectoarele?

W. Pries, elev, Caransebeș

3284. — Ce sumă minimă trebuie depusă la loto pentru a fi sigur de cel puțin un bilet cîștigător?

N. Stîngu, Tg. Neamț

3285. — a) Fie $A_1 B_1 C_1$ triunghiul format de intersecțiile bisectoarelor unui triunghi oarecare ABC cu cercul circumscris. Să se arate că suma proiecțiilor laturilor triunghiului $A_1 B_1 C_1$ pe laturile respective ale triunghiului ABC este egală cu perimetrul triunghiului ABC.

b) In cazul cînd unghiul A este drept, proiecția laturei $B_1 C_1$ pe BC este egală cu semisuma catetelor.

C. Ionescu - Țiu

PROBLEMELE DATE LA OLIMPIADA DE MATEMATICĂ 1958 (ETAPA FINALĂ)

Grupa I-a, Clasa VIII-a

3286 — Se dă expresia

$$E(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x^2 + 1}$$

Să se arate că dacă x_1 și x_2 sînt rădăcinile ecuației

$$bx^2 + (c - a)\,x - b = 0,$$

avem egalitatea

$$E(x_1) + E(x_2) = a + c.$$

(Gh. D. Simionescu)

3287 — Se consideră un triunghi oarecare ABC şi triungiul DEF format de picioarele înălţimilor triunghiului dat (triunghiul ortic). Fie H ortocentrul triunghiului ABC şi M, N, P simetricele lui H respectiv faţă de mijloacele laturilor EF, AD, DE a le triunghiului ortic. Se cere să se arate că:

a) punctele M, N, P sînt respectiv ortocentrele triunghiurilor AEF, BFD, CDE.

b) dreptele AM, BN, CP sînt concurente într-un punct I.

c) punctul I este simetricul lui H faţă de centrul cercului circumscris triunghiului ortic.

(Se recomandă să se facă o figură mare).

(E. Crăciunescu, Craiova)

3288 — Într-un cerc se duce un diametru AB, apoi se iau pe cerc, de aceiaşi parte a acestui diametru, de la A către B, punctele C, D, E. Se cere:

a) Să se construiască pe diametrul AB punctele P şi Q astfel încît să avem

$$\sphericalangle APC = \sphericalangle DPB \text{ şi } \sphericalangle AQD = \sphericalangle BQE.$$

b) Notînd cu m° măsura arcului AC şi cu n° măsura arcului BE să se determine mărimea unghiului PDQ cu ajutorul lui m şi n.

(P. Dumitreasă, Cluj).

Grupa II-a, clasa IX-a, de zi şi serală

3289 — Se dă cercul (O) de rază R şi coarda $AD = R\sqrt{3}$. Se prelungeşte această coardă cu un segment $AC = R$ şi pe acest segment se construieşte triunghiul echilateral ABC astfel ca punctele B şi O să fie de aceiaş parte a dreptei CD. Prin C se duce o dreaptă care face cu CA un unghi de 45° de aceiaşi parte cu B şi care intersectează pe AB în M şi cercul (O) în punctele N şi P. Fie O centrul cercului circumscris triunghiului ABC.

Să se arate că lungimea segmentului MN este aceiaşi cu a laturei dodegagonului regulat convex înscris în cercul (O).

(Gh. Bazacov, Tr. Severin).

3290 — Se consideră un triunghi ABC de arie S. Pe dreptele BC, CA, AB se iau respectiv punctele A_1 B_1 C_1 astfel că

$$\frac{BA_1}{A_1C} = \frac{CB_1}{B_1A} = \frac{AC_1}{C_1B} = m$$

a) Să se exprime aria S_1 a triunghiului $A_1B_1C_1$ în funcţe de S şi m.

b) Să se afle valoarea lui m pentru care aria S_1 să fie cea mai mică.

c) Pentru care valoare a lui m avem $S_1 = 7\,S$ şi în acest caz să se facă construcţia.

(C. Ionescu-Ţiu'

3291 — Se dă $\log_{30} 50 = a$. Să se afle $\log_8 40$.

(C. Georgescu, Craiova).

Grupa III-a, Clasa X-a.

3292 — Să se arate că dacă m_1, m_2, m_3, m_4 sînt numere întregi, polinomul $P(x) = x^{4m_1} + x^{4m_2+1} + x^{4m_3+2} + x^{4m_4+3}$ este divizibil cu $x^3 + x^2 + x + 1$.

b) Să se determine polinomul $Q(x)$ care-l generalizează pe $P(x)$ şi care este indivizibil cu $x^{n-1} + x^{n-2} + \ldots + x + 1$.

c) Să se rezolve complet ecuaţia de gradul nouă $P(x) = 0$, în care polinomul $P(x)$ satisface cerinţelor punctului *a*).

(Tiberiu Roman).

3293 — Se consideră piramidele regulate ce au aceiaşi arie totală egală cu s, iar bazele lor poligoane regulate cu n laturi.

a) Să se arate că dintre aceste piramide, există două diferite de acelaşi volum.

b) Să se determine piramida de volum maxim.

c) În cazul particular $s = 144\,m^2$; $n = 4$ şi $v = 64\ m^3$, să se calculeze laturile bazelor şi înălţimile celor două piramide.

(I. Loziciu, Timişoara).

3294 — a) Să se arate că:

$$\text{arccot } x - \text{arccot } (x + 1) = \text{arccot } (1 + x + x^2).$$

b) Să se deducă valoarea sumei:

$S_n = \text{arccot } (1 + 1 + 1^2) + \text{arccot } (1 + 2 + 2^2) + \ldots\ldots + \text{arccot } (1 + n + n^2)$

c) Să se calculeze S_n cînd tinde către infinit.

Grupa V — Anul I şcoli profesionale

3295 — Un strungar a executat într-o săptămînă, 100 robinete şi 120 supape. Robinetele fiind găsite la control, de calitatea I, au fost plătite cu un surplus de 10% din tarif, iar supapele fiind găsite de calitatea II au fost plătite conform tarifului. Strungarul a încasat în total, 290 lei.

În săptămîna următoare, strungarul a executat 80 robinete şi 140 supape. Fiind găsite de calitate superioară, robinetele şi supapele au fost plătite cu un spor de 30% din tarif. Strungarul a încasat în total 377 lei.

Care este tariful pentru un robinet şi care este tariful pentru o supapă ?

3296 — Să se rezolve sistemul:

$$\frac{x+y}{a+b}=\frac{y+z}{a},$$

$$\frac{y-x}{y+x}=\frac{a-b}{a+b},$$

$$x+y+z=a+b.$$

3297 — Se dă pătratul $ABCD$ de latură 5 cm. Fie E și F mijloacele laturilor BC și CD.

a) Să se demonstreze că dreptele AE, BF sînt perpendiculare

b) Însemnînd cu M intersecția acestor drepte, să se calculeze lungimile segmentelor MA, MB, ME, MF.

Grupa VI. — Anul II școli profesionale

3298 — Se dă ecuația $x^2+px+q=0$.

Să se scrie ecuația care are ca rădăcini pătratele rădăcinilor ecuației date.

Aplicații numerice: a) $x^2-5x+4=0$; b) $x^2-2x+1=0$; c) $x^2+x+1=0$.

3299 — Să se dovedească identitatea trigonometrică:

$$\operatorname{tg}^2 a+\operatorname{cotg}^2 a+2=\frac{1}{\sin^2 a\cos^2 a}$$

3300 — O prismă exagonală regulată are toate muchiile (latura bazei și înălțimea) egale cu 4 m. Se duce un plan printr-o muchie a bazei inferioare și prin muchia opusă a bazei superioare. Să se calculeze aria secțiunii făcută în prismă de acest plan.

3301 — Într-un trunchi de piramidă regulată bazele sînt pătrate avînd laturile respectiv L și l.

a) Să se arate dacă apotema trunchiului de piramidă este media aritmetică a laturilor bazelor, înălțimea trunchiului este media lor geometrică (proporțională).

b) Știind că aria laterală și triunchiul de piramidă este 900 cm și că înălțimea este de 12 cm, să se afle laturile bazelor și volumul trunchiului.

Grupa VII — Anul IV școli pedagogice

3302 — Cineva se hotărăște să strîngă bani. În prima lună strînge o sumă anumită, în a doua lună numai jumătate din cît a strîns în prima, în a treia lună o treime din cît a strîns în prima ș.a.m.d. în a zecea lună, a strîns o zecime din cît a strîns în prima lună.

Să se spună cît a strîns în total, dacă în primele cinci luni a strîns cu 4127 lei mai mult decît în ultimele 5 luni?

3303 — Din București și din Predeal pleacă cîte un tren. Dacă cel ce pleacă din București pornește cu 48 minute mai devreme, cele două trenuri se întîlnesc peste o oră și 30 minute de la plecarea trenului din Predeal.

Dacă cel din Predeal pleacă cu 2 ore mai devreme, ele se întîlnesc peste 33 minute de la plecarea trenului din București.

Care este viteza fiecăruia, dacă distanța București-Predeal este de 144 km?

3304 — Pe ipotenuza unui triunghi dreptunghic isoscel cu cateta de 2 dm, se construește un triunghi echilateral. Să se afle volumul solidului născut prin rotirea patrulaterului obținut în jurul unei catete.

Grupa VIII — Anul I, școli tehnice de maiștri

3305 — Să se rezolve ecuația

$$x^2 - x + a = 0$$

știind că $x_1 = ax_2$.

C. Ionescu-Țiu

3306 — Un unghi drept se rotește în plan în jurul vîrfului A al unui dreptunghi fix $ABCD$. Laturile unghiului drept mobil întîlnește dreptele BC și CD respectiv în M și N.

a) Să se arate că triunghiurile AMN rămîn asemenea.

b) Să se afle locul geometric al proiecției punctului A pe dreapta MN.

3307 — a) Să se stabilească formula lui cos 3a în funcție de cos a.

b) Pornind de la egalitatea

$$\sin 36^\circ = \cos 54^\circ$$

să se deducă sin 18°.

c) În rezolvare a punctului precedent, se obține o ecuație de gradul doi una din rădăcini este sin 18°. Ce reprezintă cealaltă rădăcină a ecuației?

Grupa IX — Anul II, școli tehnice de maiștri

3308 — Se consideră un sfert de cerc OAB și un arc AM de 60°. Dreapta OM intersectează tangenta în A într-un punct C.

Să se afle aria solidului ce ia naștere prin rotația ariei AMC în jurul axei OB.

3309 — Se consideră pe cercul $x^2 + y^2 = R^2$ punctele $A\ (R_1, 0)$ și $B(-R_1, 0)$ și tangentele AT, BT' în A și B la cerc. Fie M un punct pe cerc.

Dreptele AT și BM se interesează în P, iar dreptele BT' și AM se intersectează în Q.

Să se demonstreze că produsul $AP \cdot BQ$ rămîne constant cînd M descrie cercul.

3310 — Se consideră parabola $y = \frac{x^2}{4}$ și punctul A de abscisă $x = -2$ situate pe această parabolă.

Să se afle aria cuprinsă între parabolă și normală.

EXERCIŢII ŞI PROBLEME PROPUSE PENTRU ŞCOALA DE 7 ANI *)

E : 1159. — a) Să se explice de ce iarna cînd frigul este foarte mare, se zice că este frig de crapă pietrele.

b) Să se spună cînd patinele alunecă mai bine pe gheaţă : cînd frigul este foarte mare sau cînd frigul este mai slab ?

C. I. Ţ.

E : 1160. — Dacă $z = \dfrac{a - xy}{x + y}$ să se arate că

$$x = \frac{a - yz}{y + z} \quad \text{şi} \quad y = \frac{a - xz}{x + z}.$$

Se mai dă $x + y + z = b$ şi se cere să se calculeze $x^2 + y^2 + z^2$ în funcţie de a şi b.

C. I. Ţ.

E : 1161. — Să se determine două numere întregi şi pozitive care se bucură de proprietatea că suma lor este egală cu produsul lor.

I. A. Rus

E : 1162. — Se topesc la un loc două aliaje : unul are greutate totală 200 g şi titlul 0,8 ; celălalt conţine 324 g metal preţios şi are titlul 0,90. Să se afle : 1) Cît la sută metal preţios conţine noul aliaj obţinut ? 2) Care este titlul acestui aliaj ?.

B. I. Baieră

E : 1163. — Biblioteca unui cămin cultural avea difuzate 1/5 din cărţi cînd primeşte încă un număr de cărţi care reprezintă 1/6 din cele ce se mai aflau pe rafturi. Cu această ocazie se mai difuzează 100 de cărţi şi rămîn în rafturi 13/17 din totalul cărţilor înregistrate de bibliotecă. Să se afle acest total.

Viorel Grigore

E : 1164. — Să se verifice egalitatea :

$$\frac{5 + \dfrac{1}{4 - \dfrac{2}{3}}}{1 + \dfrac{5}{2 + \dfrac{4}{3}}} = \frac{3\frac{1}{20} - 1\frac{11}{16} + 51\frac{51}{80}}{1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 - 30}$$

(Cl. V, O.M.M.F., 1958 Ploeşti)

*) V (1163, 1164, 1165, 1166, 1173, 1174, 1180) ; VI (1159, 1162, 1167, 1168, 1169, 1175, 1176, 1177) ; VII (1160, 1161, 1170, 1171, 1172, 1178, 1179).

E: 1165. — Trei magazine alimentare au primit același număr de ouă. Pentru primul magazin s-au împachetat câte 325 ouă într-un coș, pentru al doilea câte 350 ouă într-un coș, iar pentru al treilea câte 400 ouă într-un coș. Ce număr total de ouă și câte coșuri a primit fiecare magazin, știind că magazinele au primit numărul minim de ouă ce s-au putut trimite?

(Cl, V, O.M.M.F. 1958, Ploești)

E: 1166. — Un elev cumpără trei cărți și două caiete și plătește 17,95 lei. Altădată, prețul rămînînd același, pentru 8 cărți și 10 caiete plătește 53 lei. Care e prețul unei cărți și al unui caiet?

(Cl. V, O.M.M.F. 1958. Ploești)

E: 1167. — Trei pionieri care locuiau la aceiași gazdă, au cumpărat o cantitate de nuci. Unul dintre ei, pe cînd ceilalți erau la școală, a împărțit nucile prin numărare, în trei părți egale și și-a luat partea lui. La fel a procedat fiecare din ceilalți doi pionieri, cu ceea ce mai rămăsese după operația făcută de precedentul. In cele din urmă s-au întrunit toți trei, au împărțit ceea ce rămăsese în trei părți egale și fiecare au primit acum câte 16 nuci. Să se calculeze:

a) câte nuci a luat fiecare în total?

b) câte nuci trebuie să înapoieze cel care a luat mai multe pentru ca toți să aibă același număr de nuci?

(Cl. VI. O.M.M.F. 1958 Ploești)

E: 1168. — In triunghiul $A\ B\ C$ bisectoarele interioare din A și C se intersectează în punctul M, iar cele exterioare în N. Se cere:

a) Să se calculeze unghiurile AMC și ANC știind că $A = 38°$ și $C = 50°$.

b) Să se arate ce legătură există între unghiurile ANC și AMC.

(Cl. VI. O.M.M.F. 1958 Ploești)

1169. — Intr-un vas Erlenmayer, al cărui fund are o suprafață de 60 cm^2 se pun 0,5 litri mercur. Înălțimea lichidului în vas, este de 10 cm (adîncimea măsurată pe verticală între fundul vasului și suprafața lichidului). Să se calculeze:

a) Greutatea mercurului din vas,

b) Presiunea ce o exercită pe fundul vasului,

c) Apăsarea pe întregul fund al vasului, greutatea specifică a mercurului fiind 13,6 $\frac{gf}{cm^3}$.

(Cl, VI. O.M.M.F. 1958 Ploești)

1170. — Să se verifice identitatea:

$$\frac{\left[\frac{(a+b)^2+2b^2}{a^3-b^3}-\frac{1}{a-b}+\frac{a+b}{a^2+ab+b^2}\right]\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{a}\right)}{\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}\right)\cdot\frac{1}{a^2+2ab+b^2}+\frac{2}{a^3+b^3+3ab(+b)}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right):\frac{a-b}{a^3b^3}}=a-b$$

(Cl. VII. O.M.M.F. 1958 Ploeşti)

1171. — Intr-un cerc cu raza de 5 cm se înscrie un patrulater $ABCD$, aşa fel arcul AB = arcul AD = 90°, arcul BC = 60°. Să se calculeze laturile patrulaterului şi diagonala AC.

(Cl. VII O.M.M.F. 1958 Ploeşti)

1172. — Să se calculeze cantitatea de căldură pe care o dezvoltă curentul electric care trece printr-un bec introdus la reţeaua de 110 volţi în timp de 5 ore dacă filamentul becului este făcut din tungsten cu rezistivitatea $\varrho = 0{,}55\ \frac{\Omega \cdot mm^2}{m}$, lungimea fiind de 20 cm şi secţiunea de 0,002 mm^2.

Se consideră că întreagă energie electrică se transformă în căldură, de asemenea nu se ţinea seamă de variaţia rezistivităţii cu temperatura.

(Cl. VII O.M.M.F. 1958 Ploeşti)

E: 1173. — Un elev are în biblioteca sa, cărţi de 3 grosimi diferite şi anume: de 3,5 cm, 6,5 cm şi 7 cm. El vrea să-şi construiască un raft pe care să le aşeze.

a) Să se afle care este lăţimea cea mai mică a raftului pentru ca pe acesta să încapă un număr exact de cărţi din fiecare categorie?

b) Să se găsească numărul cărţilor din fiecare categorie încăpută pe raftul astfel construit.

(Cl. V. O.M.M.E. 1958, Cluj)

E: 1174. — Ce sumă a avut cineva dacă după ce a cheltuit $\frac{3}{7}$ din sumă a mai cheltuit $\frac{2}{5}$ din cît îi rămăsese după prima cumpărătură, iar după ce a mai cheltuit încă 12 lei constată că i-a rămas necheltuită suma de lei 24. Verificare.

(Cl. V. O.M.M.F. 1958. Cluj)

E: 1175. — O gospodărie colectivă are un teren în formă dreptunghiulară cu lungimea de 30 hm, iar raportul dintre lăţime şi lungime este $\frac{5}{12}$. Acest teren se împarte pentru arat, între 3 brigăzi

de tractoare în 3 loturi ale căror suprafeţe sînt direct proporţionale cu numărul de tractoare al fiecărei brigăzi (brigada I are 7 tractoare, a doua 5 iar a treia 4 tractoare). Fiecare tractor avînd 90 CP trage un plug cu 4 brazde, o brazdă avînd lăţimea de 30 cm, iar viteza la arat de 1,2 m/s. Se cere:

a) Suprafaţa întregului teren şi a fiecărui lot,

b) timpul cît durează aratul propriu zis,

c) lucrul mecanic efectuat de un tractor,

(Cl. VI. O.M.M.F. 1958, Cluj)

E: 1176. — Unghiurile unui triunghi sînt proporţionale cu numerele 5 ; 6 ; 7. Să se calculeze unghiul format de înălţimea şi bisectoarea unghiului cel mare.

(Cl. VI. O.M.M.F. 1958, Cluj)

E: 1177. — Un butoi cu masa de 80 kg, este împins de către doi oameni pe un plan înclinat lung de 2 m şi cu diferenţa de nivel de un metru.

a) Ce forţă trebuie să dezvolte fiecare om?

b) Dacă oamenii trag butoiul pe acelaşi plan înclinat cu ajutorul a două frînghii fixate la capătul superior al planului şi petrecute pe sub butoi, ce forţă aplică în fiecare frînghie? (In ambele cazuri se neglijează frecarea).

(Cl. VI. O.M.M.F. 1958, Cluj)

E: 1178. — Să se arate că:

$$(x+y)^3\ (x-y) = (x^2-xy)^2 - (xy-y^2)^2.$$

(Cl. VII. O.M.M.F. 1958, Cluj)

E: 1179. — Perimetrul unui triunghi isoscel este de 54 dm. Baza triunghiului este cu 9 dm mai mare decît una din laturile egale. Se cere:

a) aria triunghiului isoscel ;

b) Ducînd o paralelă cu baza triunghiului prin centrul de greutate să se afle aria patrulaterului şi a triunghiului astfel format ;

(Cl. VII. O.M.M.F. 1958, Cluj)

E: 1180. — Doi muncitori au executat o lucrare şi au cîştigat împreună 2288 lei. Dacă primul muncitor ar lucra 2 zile, iar al doilea 5 zile ar cîştiga împreună 264 lei. Dacă numărul zilelor lucrate de primul muncitor ar fi de 2,5 ori cît numărul zilelor lucrate de cel de-al doilea, adică l-ar întrece cu 39 zile, atunci ar cîştiga împreună 3120 lei.

1) Cîte zile lucrează fiecare? 2) Cît cîştigă pe zi fiecare?

Boldea Gheorghe, Timişoara

DIN ACTIVITATEA CERCULUI DE MATEMATICĂ DE LA ŞCOALA MEDIE DIN ORAŞUL CALAFAT

Dragostea și interesul pentru matematică a început să ia avînt și la școala medie din Calafat.

În ultimul timp, din inițiativa tovarășilor profesori de matematică Mirica Ion, Leoveanu Ștefan și Parapancea Tudor, a luat ființă cercul de matematică pe școală.

S-a înființat și o „Gazetă matematică", care va avea rolul să stimuleze pe elevi să rezolve probleme de matematică. Această gazetă poartă numele marelui matematician romîn *Traian Lalescu.*

La început s-a publicat un articol despre viața și activitatea marelui matematician Traian Lalescu. S-a ales un colectiv format din elevi din cl. a X-a, care are rolul să propună probleme și să popularizeze diferite probleme publicate în G.M.F.-B.

Pentru clasele V—VII s-au ales responsabili elevii Negoescu Nicolae din cl. X și Petrescu Gheorghe din cl. a IX-a; pentru clasa a VIII-a — Popa Georgeta din cl. X A și Șerban Adrian din cl. X B; pentru clasa a IX-a — Dîrvăreanu Ilie din cl. X A și pentru clasa a X-a — Stoenică Ion din cl. X A și Mititelu Ștefan din cl. X B.

Într-o ședință a colectivului, s-a hotărît să se propună probleme ușoare la început, ca să poată atrage un număr cît mai mare de rezolvitori. După aceea, cu timpul, problemele să devină din ce în ce mai grele. Se publică și probleme propuse și lista rezolvatorilor din Calafat publicată în G.M.F.-B.

Au propus probleme la „Gazeta Matematică Traian Lalescu", următorii elevi din școala noastră: Mititelu Ștefan, Dîrvăranu Ilie, Șerban Adrian și Petrescu Gheorghe.

Sperăm ca pe viitor să obținem rezultate frumoase și să putem atrage la rezolvarea problemelor, cît mai mulți rezolvitori.

POŞTA REDACŢIEI

— *Burețea I. Mircea,* școala c.f.r. Craiova. — Dacă pe anul 1957 ați fost abonat la G.M.F.-B și nu ați primit decît unele numere, trebuie să reclamați oficiului poștal local. În anul 1958, ne scrieți că nu v-ați abonat, iar la chioșcurile principale sosesc cîte 5 exemplare ce se și vînd imediat. Dacă nu reușiți să obțineți un exemplar de la chioșc, puteți folosi un exemplar de împrumut, pentru colaborarea d-voastră la Gazetă. Redacția va interveni la locul în drept pentru *mărirea tirajului.*

— *Lăzăroiu Dumitru,* cl. a. IX-a fără frecvență, Rîmnicu Sărat. — Nu vă putem trimite cărțile cerute, întrucît redacția nu se ocupă cu aceasta. Cărțile dorite se pot comanda printr-o librărie, iar abonamentul la G.M.F.-B pe lunile următoare ale anului 1958, se poate face prin oficiul poștal. Numerele vechi din G.M.F.-B ce se mai găsesc încă de vînzare, sînt anunțate pe coperta III a fiecărui număr.

— *Ciochină Constantin,* cl a X-a Ploești. — În G.M.F.-B nr. 3 nu ați fost trecut evidențiat cu toate că alți doi corespondenți cu mai puține rezol-

vări au fost evidențiați, pentru că aceștia din urmă fiind în clase mai mici au mai puține posibilități de a rezolva probleme din G.M.F.-B. Așadar, trecerea lor între evidențiați nu a fost o eroare, cum ați socotit d-voastră.

— *Diamon Șt. Dorel*, Calafat și *alți corespondenți*. — Problemele ce ați propus nefiind însoțite de rezolvare nu se pot publica. De asemenea, nu se pot publica nici problemele propuse ale căror soluții sînt banale.

— *Neacșu Mioara*, Bîrlad; *Chiorcea N. Nicolae*, Adjud; *Jinga Ionel*, Focșani; *C. Săndulache*, Bacău; *Sîrbu Mihai*, Bacău și *alți corespondenți*. — Am primit observările ce ați făcut cu privire la erorile tipografice pe care le-ați îndreptat. Pentru cele recent apărute va apare o erată.

— *Șerban Adrian*, Calafat; *Torsan Ilie*, Cluj. — Chestiunile trimise fiind destul de cunoscute nu se pot publica.

— *Dobrescu Ivona*, Cîmpulung Muscel; *Gămulescu Andrei*, București; *Talex A.*, Rîmnicu Sărat. — Modul cum trebuie redactate soluțiile problemelor este publicat pe coperta G.M.F.-B.

— *Tudorof Dumitru*, secția *serală* Constanța. — Continuați cu rezolvările și demonstrațiile unor teoreme și veți obține mai bune rezultate.

— *Rădulescu G. Mircea*, Constanța; *Tomescu C. Ion*, Pitești. — Culegerile de probleme de *algebră, trigonometrie* și *aritmetică ale* „Gazetei matematice" urmează să fie reeditate; de asemenea, va apare și o culegere de probleme de *fizică*. Articole din istoria matematicii vor mai apare în G.M.F.-B.

— *Lupaș L.*, ș.m. 1 București. — Din notele cu observări în legătură cu bisectoarea puteți forma o problemă propusă.

— *Trifănescu Ion*, elev, comuna Cristian-Codlea. — La G.M.F.-B vă puteți abona prin oficiul poștal al comunei. Numere vechi din G.M.F.-B se pot procura după cum se anunță pe coperta G.M.F.-B.

— *Ploscaru Mihail*, Tîrgoviște; *Radu Eftimie*, București; *Simovici Dan*, Iași; *Cîmpu Demetra*, București; *Tomescu Ion*, Ploești; *Mihăilescu Viorel*, Caracal; *Mititelu Ștefan*, Calafat; *Stepan Ionel*, Cobadin; *M. Cuconea*, București; *E. E. Rădescu*, Focșani; *W. Pries*, Caransebeș; *Cristea Aurel*, Iași; *D. Tudorof*, Constanța. — Chestiunile trimise spre publicare prezintă interes și unele vor fi publicate; totuși, vă rugăm să trimiteți pe viitor, o redactare mai îngrijită, evitînd unele vorbe fără rost, prescurtări sau confuzii. Problemele propuse însoțite de mai multe soluții sau observări interesante vor fi publicate cu precădere.

— *La întrecerea între școlile medii din țară pe anul 1958*, pentru activitatea extrașcolară, cercuri etc., la matematică și fizică, conform regulamentului publicat în G.M.F.-B p. 26 din nr. 1, s-au înscris următoarele școli medii:

— Școala medie nr. 1 „N. Bălcescu" București, cu 14 clase medii
— Școala medie din Găești (Pitești), cu 5 clase medii
— Școala medie din Cîmpia Turzii, cu 3 clase medii
— Liceul militar „D. Cantemir" Breaza (Ploești) cu 24 clase medii
— Școala medie Moreni (Ploești) cu 3 clase medii
— Școala medie nr. 1 Călărași (București) cu 9 clase medii
— Școala medie nr. 1 „M. Eminescu" Satu Mare, cu 8 clase medii
— Școala medie nr. 2 Bîrlad, cu 4 clase medii
— Școala medie din Zlatna Alba (Hunedoara) cu 5 clase medii
— Școala medie nr. 2 Timișoara, cu 6 clase medii
— Școala medie nr. 1 din Agnita (Stalin), cu 3 clase medii

— Școala medie nr. 2 „T. Vladimirescu" din Tîrgu Jiu, cu 7 clase medii.
— Școala medie nr. 1 din Pucioasa (Ploești) cu 6 clase medii
— Școala medie nr. 1 „I. L. Caragiale" Ploești cu 14 clase medii
— Școala medie nr. 10 din București cu 11 clase medii.
— Școala medie din Petroșani (Hunedoara) cu 4 clase medii
— Școala medie nr. 1 din Timișoara cu 6 clase medii.

Se mai primesc adeziuni la această întrecere între școlile medii din țară, pînă la 15 august 1958.

RUBRICA REZOLVITORILOR DE PROBLEME

EVIDENȚIAȚI

Pînă la 1 aprilie 1958 au mai fost evidențiați, următorii rezolvitori de probleme din G.M.F. seria B:

Virgolici Virgil (Facultatea instalații București), *Palaghiță Iordache* (absolvent Cîmpina), *Cîrnu I. Lucian* (cl. 8, ș. m 3 Tîrgoviște), *Vrăjitoru Mihai* (cl. 10 Aiud), *Ionescu Rodica* (cl. 10 ș. m. 4 București), *Tamba Gh.* (absolvent Roman). *Stratan Gh.* (cl. 10 ș. m. 1 Caracal), *Iliescu C.* (cl. 10 ș. m. Rm. Vîlcea), *Rusu Constantin* (absolvent Turnu Severin), *Torsan Ilie* (Inst. Politehnic Cluj), *Rădulescu D. Constantin* (absolevnt București), *Stănilă Nicolae* (absolvent București), *Mogoș Octav* (absolvent Cîmpina), *Dumitrescu Elisabeta* (cl. 10 ș. m. 4 București), *Ciochină Constantin* (cl. 10 Ploești), *Ghenea Anghel* (absolvent Slatina), *Pițigoi Gh. Gh* (absolvent R. Vîlcea), *Enescu Cornelia* (absolventă București), *Uță Marin* (absolevnt Craiova), *Cîrnu Mircea* (cl. 10 ș. m. 3 Tîrgoviște), *Tudorache Ștefan* (absolvent Găești), *Alexandru St. Titus* (absolvent București), *Bardan I. Virgil* (absolevnt Craiova), *Băjenaru Constantin* (cl. 10 ș. m. 12 București), *Glasberg Vladimir* (cl. 10 ș. m. 12 București), *Rizescu Ilie* (absolvent Roșiorii de Vede), *Bergthaler Cristian* (cl. 10 Petroșani), *Grecu Anton* (cl. 10 Roșiorii de Vede), *Stănescu N. Horia* (cl. 10 ș. m. 2 Brăila), *Toma Ion* (absolvent Brăila), *Ancuțoiu I. Gh.* (Inst. Politehnic București), *Basturescu Gh. Mugurel* (ș. m. 1 Caracal), *Pries Wilhelm* (cl. 10 Caransebeș), *Munteanu Valeriu* (cl. 10 Focșani), *Caraconcea Emanoil* (cl. 10 Giurgiu), *Nanu G. Octavian* (cl. 10 ș. m. 3 Iași), *Pop Corneliu* (cl. 10 ș. m. 1 Oradea), *Brînzei P. Dan* (cl. 10 ș. m. 1 Iași), *Marinaș Marina* (absolventă București), *Ri-The-Sic* (cl. 10 ș. m. 1 București), *Gheorghe A. Cezar* (cl. 9 ș. m. 1 Buzău), *Onu Ștefan* (cl. 10 ș. m. 12 București), *Ionescu Sorina* (cl. 10 ș. m. 15 București), *Șerban V. Viorel* (cl. 9 ș. m. 2 Tg. Jiu), *Vlăducă Gigel* (cl. 10 Pitești), *Rădescu E. Eugen* (cl. 10 Focșani), *Ixaru Gr. Liviu* (cl. 10 Găești), *Manea Sabina* (Facult. Matematici București), *Toma Corneliu* (cl. 10 ș. m. 1 Timișoara), *Mărgineanu Gr. Constantin* (absolvent T. Jiu), *Ionescu Alexandru* (cl. 10 ș. m. 1 Timișoara), *Paraschivescu I. Ion* (cl. 9 ș. m. Tg. Jiu), *Blebea Șerban* (cl. 10 ș. m. 1 Caracal), *Pupăzeanu Gh.* (cl. 10 ș. m. 2 Tg. Jiu), *Dorobanțu Valeriu* (absolvent Slatina), *Mălăescu D. Dumitru* (cl. 9 ș. m. 2 Tg. Jiu), *Munteanu D. Ion* (cl. 10 lic. mil. Breaza), *Boncovici Ion* (cl. 9 ș. m. Tg. Jiu), *Eftimie Z. Radu* (cl. 10 ș. m. 8 București), *Bozdog Ion* (cl. 10 ș. m. 2 Tg. Jiu), *Drăgan Petre* (cl. 9 Giurgiu), *Calistrate Ștefan* (absolvent Tg. Jiu), *Vișinescu M. Mihai* (cl. 10 Giurgiu), *Catană Constantin* (absolvent Tecuci), *Trepăduș Vasile* (cl. 10 ș. m. 1 Slatina), *Azzola Giovanni* (cl. 9 Caransebeș), *Balca Andrei* (absolvent Cîmpina), *Mirlogeanu Florea* (cl. 10 Giurgiu), *Manole Cornêliu* (cl. 10 ș. m. 1 Iași), *Spulber Dorian* (cl. 10 ș. m. 1 Bîrlad), *Alexandru Cornel* (cl. 9 Bolintinul de Vale), *Adam V. Gheorghe* (absolvent București), *Mihai Al. Mircea* (cl. 10 ș. m. 2 Brăila), *Klecner V. Adrian* (absolvent București), *Danciu Viorel* (cl. 10 ș. m. 2 Brăila), *Anițescu Nicolae* (cl. 10 ș. m. 2 Tg. Jiu), *Costoiu V. Dorel* (cl. 9 ș. m. 2 Tg. Jiu), *Caliniac Nicolae* (cl. 10 ș. m. 3 Ploești), *Găvănescu Jean* (cl. 9 ș. m. 2 Tg. Jiu), *Mira I. Nicolae* (cl. 8 ș. m. 18 București), *Lepădus I. Ion* (cl. 9 ș. m. 2 Tg. Jiu), *Pîrșan Liviu* (cl. 8 ș. m. 18 București), *Ciocăzeanu Ion* (cl. 10 ș. m. 2 Tg. Jiu), *Manolescu Anton* (cl. 10 ș. m. 11 București), *Gheorghiță Mariana* (Facult. Matematici București), *Constantinescu Mihai* (cl. 10 ș. m. 12 București), *Zorilă I. Aurel* (cl. 9 ș. m. 2 Tg. Jiu), *Stîngă Emilia* (cl. 10 ș. m. 2 Bîrlad), *Pintea M. Tudor* (cl. 10 ș. m. 2 Tg. Jiu), *Nargang Hilda* (cl. 10 ș. m. 2 Bîrlad), *Roman Remus* (cl. 10 ș. m. 2 Tg. Jiu), *Leonte Stela* (cl. 10 ș. m. 2 Bîrlad), *Nicolescu A. Basarab* (cl. 9 Ploești), *Dimoiu Iulian* (cl. 10

Pitești), *Șchiop Alexandru* (cl. 10 ș. m. 1 Oradea), *Rusu Ștefan* (cl. 10 Ocna Mureș), *Sufană Constantin* (cl. 10 ș. m. 1 Lugoj), *Fonoș Ion* (electrician Lugoj), *Brescanu Mihai* (Facult. Matematici Iași), *Cosma Nicolae* (cl. 10 ș. m. 1 Iași), *Bena I. Iosif* (absolvent Făget), *Truică Marin* (cl. 10 Corabia), *Iordache C. Elena* (cl. XI serală Constanța), *Birzan Romanel* (Inst. Politehnic Cluj), *Amzu I. Dumitru* (cl. 10 ș. m. 1 Caracal), *Simpăleanu L. Paul* (absolvent Turda), *Grădinaru Pimen* (absolvent Tulcea), *Oproiu I. Vasile* (cl. 10 Pucioasa), *Dobrotă I. Ion* (cl. 9 ș. m. 2 Tg. Jiu), *Ianovitz Rudolf* (cl. 10 Ploești).

Pînă la 10 aprilie 1938 s-au primit cel puțin cîte zece soluții bune la problemele propuse în nr. 11, 12/1957 și 1, 2/1958 din G. M. F. — seria B, după cum urmează:

ADJUD (Bacău). *Școala de 7 ani Păunești.* Clasa V-a. Berbece C. Dumitru (E: 1 040, 41, 50, 52, 54, 59, 60, 62, 70, 76, 78). Dodu V. Virginica (E: 987, 89, 97, 99, 1 021, 22, 40, 48, 50, 57 59). Moise Neculai (E: 1 017, 28, 47, 48, 54, 57—60, 70). Novac I. Virginia (2 807, E: 1 017, 21, 23, 31, 41, 52, 54, 57, 59), Popa V. Maria (E: 1 022, 40, 43, 50, 52, 57, 59, 76), Popa Violeta (E: 1 017, 23, 54, 57, 70, 76), Vasilache Maria (2 845, E: 1 052, 66, 70—72, 74—76). Clasa VI-a. Ugnat Gheorghe (E: 1 052, 54, 55, 57—60, 70, 72, 76), Marinov Costică (E: 1 052, 54, 57, 59, 60, 70, 72, 76), Ștefan Felicia (E: 1 017, 52, 54, 57, 58, 60, 69, 70, 76). Clasa XII-a. Andronic Vasile (E: 1 022, 25, 26, 40, 48, 52, 54, 56, 59, 60), Chiriac G. Valeriu (E: 1 046, 54—56, 58, 59, 71—74).

AIUD (Cluj). *Școala medie nr. 1.* Clasa X-a. Seliceanu Ion (2 848), 63—65, 67, 70, 74, 79, 90, 91, 94), *Vrăjitoru Mihai* (2 835, 36, 45, 49, 52, 59—62, 68—77, 79—82, 87, 88, 90, 91, 93, 94, 96, 98, 900, 02, 03, 06, 08, 12, 13, 17, 20, 20, 24, 26, 32, 33, 35, 36, 38, 40—42, 48, 51, 54).

ALBA IULIA. *Absolvent* Gruian Ștefan (2 835, 42, 45, 69, 71, 73, 76, 77, 94, 917, 22, 27, 32, 42, P).

ALEXANDRIA. Clasa VIIIa. Socol Ion (2 896, 914, E: 1 052, 55—57, 60, 71, 73, 77). Clasa IX-a. Ștefan Corneliu (2 841, 45, 46, 48, 63, 79, 94, 917, 21, 23, 26, 44, 53). Clasa X-a. Ploeșteanu G. Ion (2 845, 86, 87, 90, 98, 905, 07, 09, 10, 13, 17—22, 24—26, 32, 36, 41, 44, 46, 51, 53).

ANINA (Timișoara). Clasa X-a Almăjan Iancu (2 891, 96, 904, 11, 17, 18, 23, 24, 32, 33, 35, 38, 51), Damian Dumitru (2 907, 08, 17, 18, 23, 24, 32, 33, 35, 36, 48, 51, 58), Negrea C. Virgil (2 896, 907, 17, 18, 24, 32, 33, 35, 38, 48, 51, P).

ARAD. *Școala medie nr. 1 „Ion Slavici".* Clasa VII-a. Ciurea Sorin (E: 933, 34, 39, 1 052, 53, 55, 57, 59, 60, 73, 74). Clasa X-a. Bernath Robert (2 887, 90, 91, 94, 96, 98, 901, 07, 18, 24, 32, 35, 36, 51), Beștea G. Cătălin (2 852, 71, 72, 76, 79, 80, 90, 91, 93, 96, 98, 905), Bodea Horia (2 861, 63, 65, 66, 70, 72, 78, 90, 91, 94, 98), Lupaș Adrian (2 907, 17, 18, 23—25, 32, 36, 41, 51), Sabiin Viorel (2 887, 90, 91, 94, 96, 98, 903, 08, 22, 23, 51); *absolvenți:* Barsony Andrei (2 848, 58, 60, 88, 90, 91, 96, 98, 901, 03, 08, 22—25, 32, 35, 36, 41, 44, 51), Ludoșanu Anca (2 860, 76, 79—82, 88, 98, 901, 03, 07, 08, 12, 16—19, 23, 24, 35, 36, 41, 51), Profesor Roșculeț Gheorghe (O metodă de a discuta ecuațiile trigonometrice de gradul doi cu coeficienți variabili). *Ș. m. 2.* Clasa X-a. Ghișa Rodica (2 859, 61, 63—67, 69—73, 78, 79). Ș. m. 3. Clasa X-a. Raduli Csaba (2868, 69, 71, 73—75, 79, 80, 91, 94, 96).

BACĂU. *Ș. m. 1.* Clasa IX-a. Grill Alfred (2 847, 72, 74, 78, 957, 20, 21, 32, 38, 44, P); Clasa X-a. Titaru Ion (2 815, 18, 49, 59, 62, 63, 65, 73, 90, 91, 97, 912, 13, 17, 18, 21, 24, 26, 38, 44).

BAIA DE ARIEȘ (Cluj). Clasa VIII-a. Totolici Gabriel (2 841, 74, 944, E: 1 030, 33, 47, 62, 72—74, 79).

BAIA MARE. Clasa IX-a. Lauran Augustin (2 841, 49, 61, 63, 85, 94, 96, 913, 17, 20, 23, 26).

BAIȚA (Reghin). *Absolvent* Olteanu Artur (2 898, 908, 17, 18, 23, 24, 32, 33, 35, 36, 44, 51).

BALȘ (Craiova). Clasa X-a. Gruia Stoenică (2 859, 64, 65, 71, 72, 90, 96, 98, 908, 14, 17, 23, 24, 32, 44, 51, 53).

BEIUȘ (Oradea). Indescifrabil. (2 841, 48, 49, 63, 70, 74, 78, 85, 86, 939, 53, 67).

BIRLAD. *Școala medie.* Clasa VII-a. Mateescu Liliana (E: 1 043, 48—50, 52, 55, 57, 60, 62). Clasa X-a. Ibănescu Ion (P), Macovei Cicerone (2 861, 63—65, 67, 70, 71, 74, 76, 79, 80), Slabu Mircea (2 818, 41, 45, 48, 60, 61, 63, 65—68, 71—84, 76, 79, 80, 90, 91, 96, 98, 938, 44), *Spulber Dorian* (2 842, 48, 60, 61, 63—65, 67, 68, 70—77, 79—82, 94, 97, 902, 16, 18, 32, 33, 35, 38, 41, 44, 51). Ș. m. 2. Clasa VIII-a. Antonescu Mircea (E: 1 052, 53, 55—57, 60, 62, 63, 65, 66), Bejan Iuliu (E: 1 035, 52—54, 56—60, 62, 63, 65, 66, 71—75), Berlea Teodor (E: 1 052—57, 60, 62, 65, 66), Curelaru V. Viorica (E: 1 052—62), Deteșanu Emilia (2 944, E: 1 052—60, 6, 66, 71—75, 77, 79), Hamza Dan (E: 1 052—55, 57, 62, 73—75, 79), Liescu Mihaela (E: 1 052—55, 57—60, 62, 65, 63, 68, 71—73, 75, 79), Năstase Neculai (2 938, 44, 95, E: 1 052—55, 57, 59, 60, 62, 63, 65, 66, 71—75, 79), Popescu Marta (1 052—57,

62, 66, 79), Roşca Iordache (2 938, 40, 55, E : 1 054, 55, 57—60, 62, 66, 71, 73—75, 83, 84, 90, 92), Spiratos Valeria (2 938, 44, 55, E : 1 052—55, 57, 58, 60, 62, 63, 66, 65, 71, 73—75, 79), Bolcă Florina (E : 1 052—57, 60, 62, 65, 66), Svemer Natan (E : 1 052—57, 60, 62, 65, 66), Turcanu Gheorghe (2 938, 44, 55, 75, 79, E : 1 052—58, 60, 62—65, 71, 73), Vasiliu Gabriela (2 938, 44, 55, E : 1 052—55, 57, 60, 62, 63, 65, 66, 72, 74, 75, 79). Clasa IX-a. Blănaru Stela (2 841, 44, 88, 90, 94, 96, 905, 07, 17, 32, 38, 44), Dima Adrian (2 888, 90, 94, 96, 905, 07, 17, 32, 38, 44), Ene Lucia (2832, 38, 44, 88, 90, 94, 96, 906, 17), Hohincu Virginia (2888, 90, 94, 96, 905, 07, 17, 32, 38, 44), Ioan Vasile 2 888, 90, 94, 96, 906, 17, 23, 32, 38), Tulvan S. Dan (2 888, 90, 94, 96, 906, 07, 17, 32, 38 44), Nesemnat (2 888, 90, 94, 96, 906, 07, 17, 32, 38, 44). Clasa X-a. Arsene Elena (2 887, 90, 91, 94, 96, 98, 909 12, 17, 44, 51, 57, 63, 65), Avădanei Lucia (2 898, 900, 01, 18, 22, 23, 32, 41), Boşiu Iulia (2 824, 69, 87, 90—92, 94, 98, 900, 01, 06, 08, 12, 17, 41, 44, 51, 57, 63, 65, 68), Beneş Rozica (2 890, 91, 94, 96, 98, 901, 12, 18, 22, 23, 32, 41, 44, 51, 63, 65, 68, 69), Bălan Doina (2 857, 58, 60, 61, 63—65, 67, 70, 74, 75, 78, 80, 82, 87, 88, 90, 92, 94, 96—98, 901), Dorobăţ Niculina (2 863, 75, 78, 908, 17, 18, 20, 23, 44, 51), Diaconu Elena (2 863, 75, 78, 908, 17, 18, 20, 23, 44, 51), *Leonte Stela* (2 858—60, 61, 63, 65, 67, 70, 73—75, 78—80, 82, 87, 88, 90—92, 96—98, 900, 01, 12, 18, 22, 23), *Nargang Hilda* (2 841, 59—61, 63—65, 67, 70, 73, 74, 76, 78—80, 87, 90—92, 94, 96—98, 900, 01, 08, 12, 17, 18, 22), Năstăsescu Elena (2 858, 60, 61, 63, 65, 67, 70, 73—75, 78, 82, 87, 88, 90—92, 94, 96, 97, 900, 01, 06, 12, 18, 22), Olteanu Ştefania (2 863, 75, 78, 908, 17, 18, 20, 23, 44, 51), *Stingă Emilia* (2 841, 59—61, 64, 65, 67, 70, 73—75, 78—80, 82, 87, 90, 91, 94, 96, 98, 900, 01, 12, 18, 22, 23, 32, 41, 44), Toporaş Maria (2 858, 60, 61, 63—65, 67, 70, 74, 75, 80, 87, 88, 90—92, 94, 96—98, 901, 57).

Şcoala de 7 ani nr. 4. Clasa VII-a. Zilberman Zighi (E : 1 039, 40, 48—50, 52, 53, 55, 57, 60, 63, 65).

BOLINTINUL DE VALE. Clasa VIII-a. Oprea I. Eugen (E : 1 036, 39, 41, 43, 44, 47, 49—51). Clasa IX-a. *Alexandru Cornel* (2 811, 16, 17, 29, 35, 48, 49, 61, 65, 66, 68, 69, 70, 75, 76, 79, 80, 92, 93, 98, 907, 08, 12, 16—18, 32, 35, 36, 38, 41, 44, 53). Clasa X-a. Juraşek I. Constantin (2 835, 40, 48, 41, 45, 61, 63, 67, 79, 96, 932), Lăzărescu Mihai (2 835, 45, 48, 61, 63, 67, 74, 93, 96, 932).

BOTOŞANI. *Şcoala medie nr. 1.* Clasa VI-a. Croitoru Saul (E : 1 052—54, 57, 59, 60, 67, 71, 74). Clasa X-a. Bădăliţă I. Alexandru (2 845, 60, 63—65, 67, 70, 72—74, 76, 78, 79, 82), Cojocaru Beniamin (2 845, 48, 63, 64, 67, 70, 74—76, 913, 21, 25).

BRĂILA. *Ş. m. 1.* Clasa VIII-a. Dumitriu Luiza (E : 1 026, 27, 35, 37, 40, 52, 53, 55, 57, 59, 60), Moraru Margareta (E : 1 016, 25, 27, 31, 32, 52, 55, 56, 57, 60, 71—73). Rădulescu Dan (E : 1 052, 55—57, 60, 62, 71—74). *Ş. m. 2 „N. Bălcescu".* Clasa VII-a. Danciu Iulian (E : 1 013, 19, 37, 39, 40, 43, 50, 52, 54, 57, 60, 61, 66, 71, 72, 74, 75, 81, 82, 84, 86, 89, 92, 93). Clasa X-a. *Danciu P. Viorel* (2 788, 830, 36, 41, 43, 48, 55, 66, 69, 76, 79, 87, 88, 809, 18, 27, 45, 49, 64, 71, 77, 78, 80—82, 90, 91, 93, 94, 96, 98, 900, 905). Filoti George (2 807, 11, 16, 17, 45, 46, 48, 61, 63, 67, 70, 73—76, 79, 80, 90), *Mihai Al. Mircea* (2 807, 10, 11, 13, 15, 16, 29, 30, 32, 34, 40, 41, 43, 52, 55, 66, 69, 76, 79, 87, 88, 90, 91, 93, 94, 96, 98, 900, 03 05, 06, P), Negulescu I. Ion (2 813, 16, 17, 27, 45, 63, 65, 67, 70, 72, 74, 75, 79, 90, 98), *Stănescu N. Horia* (2 808, 09, 11, 18, 27, 29, 36, 43, 45, 48, 49, 53, 55, 61, 63—65, 67, 70—74, 76, 79, 80, 87, 88, 90, 91, 93, 94, 96, 98, 900, 903). *Absolvent* Calu Radu (2 860, 61, 63—65, 67, 70, 74—80, 82, 96), *Toma Ion* (2 753, 811, 35, 46, 48, 49, 52, 58—82, 85, 91—93, 96, 98, 905). *Ş. m. 3.* Clasa X-a. Marcu Doina (2 852, 63—65, 67, 72, 74, 96, 98, 907, 18, 20), Tănăsescu Cătălina (2 861, 67, 70, 71, 73—76, 78, 82, 96).

BREAZA. *Liceul militar „D. Cantemir".* Clasa VIII-a. Babonea Stelian (2 944, E : 1 039, 55—57, 60, 62, 63, 66, 74), Nicolae I. Anghel (2 841, 45, 48, 74, 944, E : 1 039, 40, 50, 52, 54, 55, 59, 71, 72, 74, 76). Clasa IX-a. Bogoi Marin (2 845, 46, 48, 58, 61, 63, 74, 78—80), Buşe I. Dumitru (2 841, 45, 46, 48, 61, 63, 74, 75, 78, 79, 80, 83), Cojocaru Ioan (2 841, 45, 48, 61, 63, 66, 69, 74, 78, 79, 82, 94, 96), Florescu Al. Gheorghe (2 841, 45, 48, 61, 63, 66, 74, 77, 78, 94, 96), Grigore D. Ioan (2 841, 42, 45, 46, 48, 61, 63, 74, 75, 78, 94), Grosescu Radu (2 836, 37, 40—42, 46, 66, 68, 69, 73, 77), Mărăcineanu Viorel (2 837, 40, 41, 45, 46, 48, 49, 61, 63, 66, 69, 72—75, 77—79, 82, 94, 96), Popovici M. (2 816, 41, 42, 45, 46, 48, 78, 96, 917, 32, 38, 41, 44). Clasa X-a. Cristescu Leotin (2 912, 17, 20, 23, 24, 33, 41, 44, 51, 59, 61, 64, 65), *Munteanu D. Ioan* (2 841, 42, 44—46, 48, 49, 58—61, 63, 65, 67, 68, 70—76, 78—81, 90, 91, 94, 96, 98), Popescu Laurenţiu (2 808, 61, 64, 65, 75, 90, 91, 94, 917, 41, 44, 51), Predoiescu Nicolae (2 841, 51, 64, 65, 90, 91, 94, 901, 17, 18), Roşca Valentin (2 848, 60, 61, 63, 75, 76, 94, 96, 907, 08, 10, 12, 23).

BUCUREŞTI. *Studenţi: Ancuţoiu I. Gh.* (Inst. Politehnic) (2 832, 35, 36, 38, 40, 41, 43—45, 48, 49, 51, 53, 55, 59—61, 63—65, 67—82, 90, 91, 94, 96, 97, 98), Florea Dorel (Facult. matem.) (P), *Gheorghiţă Mariana* (Facult. matem.) (2 842, 87, 90, 91, 96, 907, 08, 18, 23, 24, 32, 33, 35, 37, 38, 38, 41, 42, 44, 48, 51, 61—63, 65, 66, 70, 72, 73, 99,

3 001), Iorgulescu Alex. (2 807—09, 11, 16, 17, 27, 30, 45, 48, 60, 61, 64—67), Jinescu V. Valeriu (2 836, 41, 45, 46, 48, 53, 61, 63—65, 67, 70, 73—75, 79, 80), *Manea Sabina* (Facult matem.) (2 813, 17, 32, 34, 40, 41, 45, 61—63, 65—69, 71, 73, 74, 76—80, 82, 907, 08, 17, 18, 29, 32, 33, 44, 53), Popescu Paul (Facult. electronică) (P), Stoicescu P. Aurel (A.T.M. (N, P), Tîrtan Gabriel (N, P), *Virgolici V. Virgil* (Facult. instalații) (2 814, 20, 36, 37, 40—43, 45, 46, 48—50, 52—55, 58—82, 84—87, 90—94, 96—906, P).

Absolvenți: Andrei Pop (2 883, 84, 87, 88, 90—94, 96, 98, 900, 02, 04—06), Alexe N. Dan (2 841), 45, 72—82, P), *Adam V. Gheorghe* (2 811, 40, 45, 61, 63—68, 70, 79, 90, 91, 96, 98, 908, 13, 18, 17, 28, 32, 38, 51), Anghel Claudia (2857, 58, 60, 64, 98, 908, 12, 35, 36, 38, 41, 51, 64, 65, 68, 69, 70, 72, 75), *Alexandru St. Titus* (2 807, 11, 13, 15, 16, 17, 25, 29, 35, 41, 44, 45, 48, 49, 61, 62, 65—70, 73—75, 78, 79, 92, 96, 98, 908, 17, 22—24, 32, 35, 36, 38, 76, 80), Arhangelski Jani (2 907, 12, 13, 16, 17, 18. 20—22, 24, 25, 33, 51, 63, 70, 83, 85—87, 94, —6, 3 002, 03), Bălescu O. Dan (2 842, 43, 46, 91, 94, 907, 12, 17, 18, 20—24, 32, 33, 35, 36, 44, 51, 53), Bușilă Ioana (2 858, 59, 63—66, 69, 71, 74—76, 78, 97, 930, 32, 33, 35—38, 40, 42, 44, 51, P), Dimitriu Gabriela (2 845, 48, 57—62, 64, 78), *Enescu Cornelia* (2 841, 45, 48, 58, 59, 61, 63—82, 87, 88, 90, 91, 96, 98, 901, 11, 12, 17, 22—25, 32, 35, 36), Gămulescu Andrei (2 890, 96, 917, 20—23, 32, 41, 44, 48, N, P), Humuriescu D. (2 890—92, 907, 08, 16—19, 23, 44, 51, 67), Karpide Parthena (2 920—22, 24, 25, 32, 53, 907, 08, 11, 17), *Klecner V. Adrian* (2 795, 99, 806, 07, 11, 15, 17, 24, 27, 29, 31, 41, 45, 48, 61, 63, 66, 69, 70, 72—80, 82, 935, 36, 44), *Marinaș Marina* (2 875, 90, 96, 907, 08, 11—14, 16—18, 20—25, 33, 35, 44, 51, 57, 61, 63—70, 72, 75, 86, 95), Popa Nestor (2 885, 87, 94, 96, 98, 903, 04, 07, 08, 11, 13, 20—23, 24, 32, 41, 44, 51), *Rădulescu D. Const.* (2 741, 46, 59, 72, 90, 94—96, 98, 99, 801, 02, 04, 06, 27, 41, 45, 48, 59—61, 63—65, 67, 70, 73, 75, 88, 90, 91, 96, 98, 907, 08, 17, 23, 35, 44), Smărăndescu Badea (2 885, 88, 94, 96, 906, 11, 17, 20—24, 32, 38, 41, 44, 53, 57, 70, 75), *Stănilă Nicolae* (2 835, 36, 41—43, 45—48, 52, 57, 68, 70—82, 85, 88, 90—93, 96, 97, 99, 905), Vodă Mihai (2 907, 12, 13, 17—23, 35, 36, 51, 57, 63—65, 69, 70, 72, 75, 86, 3 002), Profesor Simion S. Corneliu (Verificarea calculelor).

Ș. m. 1 „N. Bălcescu". Clasa VI-a. Berman Liviu (E : 1 052, 53, 57, 60—62, 66, 83, 87, 93). Clasa IX-a. Ghelmeziu N. Nicolae (2 840, 94, 907, 14, 17, 20, 23, 33, 34, 38, 39, 43—45), Răşcanu Radu (2 837, 45—47, 67, 73, 78—80, 82,913, 23, 32, 53). Clasa X-a. Ionescu Dan (2 894 59, 61, 63—66, 69—72, 74, 77, 87, 94, 98, 908, 12, 18, 35, 36, 38, 51), Răşcanu C. (2 823, 37, 51, 59, 64—66, 71, 78, 80, 90), *Ri-The-Sic* (2 890, 91, 96, 97, 907, 08, 17, 18, 20—25, 32, 33, 35, 38, 44, 47, 51, 57, 61—66, 68—70, 72, 75, 86, 95, 3 001), Stănescu Ion (2 837, 39, 63, 65, 67, 70—73, 79, 80, 94). Claxa X-a seral. Achiței Paul (2 907, 11, 14, 17, 23, 32, 33, 3?, 41, 44, 51, 53).

Ș. m. 2. Clasa X-a. Diță R. Honoriu (2 807, 08, 16, 17, 27, 30, 58, 59, 61, 63—65, 67, 70—73, 75, 76, 80, 91, 96), Vintilă Constantin (2 859, 61, 63—65, 67, 71—73, 75, 96).

Ș. m. 4 „Aurel Vlaicu". Clasa X-a. Bădeliță Luminița (2 813, 98, 907, 08, 12, 14, 16, 17, 24, 25, 32, 36, 44), Castriaș Eugen (2 848, 64, 88, 90, 91, 94, 96, 908, 17, 18, 35, 36, 51, 53), *Dumitrescu Crețu Elisabeta* (2 841, 45, 59, 60, 63—65, 71, 72, 77, 87, 88, 90, 91, 96, 98, 904, 08, 12, 13, 17—26, 32, 33, 35, 36, 41, 44, 51, 57, 61, 63—65, 68, 69, P), Dobre Dragomir Cornel (2 846, 48, 49, 61, 63—65, 71, 72, 75, 78, 79), *Ionescu Rodica* (2 813, 41, 46, 48—50, 59—80, 907, 08, 12, 14, 16, 17, 24, 25, 32, 35, 36, 44, 56, 57, 63, 65, 68—73, 92, 3 003), Rădulescu Marin (2 815, 16, 26, 48, 90, 91, 94, 96, 98, 900), Teoader Gheorghe (2 813, 49, 63, 64, 67, 74, 75, 79, 908, 12, 17, 32, 35, 44).

Ș. m. 7 „I. L. Caragiale". Clasa VI-a. Vlad Virgiliu (E : 1 052, 53, 56, 57, 60, 66, 71, 72, 74, 77, 78, 81). Clasa VIII-a. Valeriu Otto Mihai (2 841, 45, 92, 94, 905, E : 1 048, 51, 53, 57, 60, 61), Vlad I. Valentin (2 848, E : 1 036—40, 42—44, 47, 48, 50, 52, 53, 55).

Ș. m. 10 „Zoia Cosmodemianskaia". Clasa VIII-a. Fințescu Elena (2 894, 944, E : 1 052, 55, 58, 61, 65, 66, 73, 74). Clasa X-a. Marica Mariana (2 891, 907, 17, 18, 20, 24, 29, 32, 33, 51), Nicolau Smaranda (2 890, 91, 908, 14, 16—18, 20, 35, 44, 51), Repciuc Rodica (2 776, 78, 79, 81, 83, 807, 61, 79, 919, 30, 35—38, 40, 41, 46, 51, 53, 54, N), Teodorescu Anca (2 807, 13, 17, 18, 41, 51, 64, 70, 94, 96).

Ș. m. 11 „D. Cantemir". Clasa V-a. Țințăreanu Cristian (E : 949, 87, 89, 1 002, 06, 13, 22, 40, 52). Clasa VIII-a. Antoniu I. Andrei 72, 74, 75, 78), Boicecovski Radu (E : 1 052, 53, 55—57, 59, 66, 62, 63, 66), Stoicescu Cristina (2 907, 20, 33, 39, 44, E : 1 067, 71—77, 80). Clasa X-a. Antoniu I. Sorin (2 944, E : 1 052, 53, 55, 57, 60, 66, 71, 72, (2 865, 66, 68—70, 72, 73, 75—80), Cruceanu Șt. Horia (2 822, 43, 48, 61, 63—65, 67, 70, 73, 74, 75, 78—80, 82, 90, 91, 94, 96), Dincă Mihai (2 841, 61, 63, 67, 73, 90, 91, 96, 99), Ionescu G. Corneliu (2 848, 60, 61, 63, 65, 67, 68, 70—72, 74—76, 91, 94, 938, 51), *Manolescu Anton* (2 813, 15, 41, 45, 48, 58—60, 66, 69, 73—82, 87, 91, 907, 11—13, 17, 18, 38, 41, 44), Petrescu Iulian (2 887, 88, 90, 91, 96, 98, 900, 03, 07, 08), Popescu Eugen (2 845, 48, 58—61, 63—79), Racoveanu Paul (2 845, 48, 67, 70, 73—77, 80, 91, 922, 42, 51, 53), Ștefan

Emilian (2 837, 41, 48, 58, 61, 63—65, 67, 68, 70—80), Susea Andrei (2 845, 48, 58, 61, 63, 70, 73—75, 78, 80, 91, P), Zamfir Gabriel (2 841, 45, 48, 61, 63—68, 70, 73—80, 82).

Ş. m. 12. Clasa X-a. *Băjenaru Constantin* (2 808, 11, 16, 27, 30, 31, 41, 43—45, 48, 57, 58, 61—82, 90, 91, 96, 98, 901), Bolintineanu Gh. (2845, 48, 61, 63, 64, 66, 72, 77, 91, 94, 98, 912, 22, 23, 35, P), *Constantinescu Mihai* (2 841, 43—45, 48, 49, 58—80), Dinu I. Liviu (2 845, 48, 61, 63, 64, 66, 69, 70, 72, 77, 912, 22, 23), Dragomirescu Mihai (2 807, 09, 10, 11, 13, 15—18, 21, 26, 27, 29, 31, P), *Glasberg Vladimir* (2 807, 09, 11, 13, 15, 17, 27, 29, 31, 35, 37, 39, 41, 43—45, 48, 49, 52, 61, 63—82), Munteanu L. Ion (2 841, 45, 48, 59, 63, 65, 67, 68, 70, 71, 73, 80), *Onu Ştefan* (2 804, 07—09, 11, 13, 16, 27, 30, 31, 41, 43, 45, 48, 49, 57—59, 61—65, 67, 68, 70—76, 78—80, 82), Pavlu Mircea (2 814, 48, 61, 65, 70, 92, 94, 98, 908, 33, 76, 85, 86, 94, 3 003), Petcu Nicolae (2 896, 908, 12 13, 17, 18, 20—22, 24), Savu Gabriel (N, P).

Ş. m. 13. Clasa X-a. Boerescu N. Adrian (2 845, 48, 49, 59, 60, 65, 73, 76, 79, 80, 82, 91, 96), Bănică Dan (2 845, 48, 49, 61, 63—65, 67, 70—72, 75, 79, 96, 935, 36, 38, 51, 42), Chirică Laurian (2 783, 806, 08, 13, 16, 58, 59, 65—68, 71—73, 76, 77, 79, 81, 82).

Ş. m. 15. Clasa X-a. *Ionescu Sorina* (2 841, 45—47, 49, 58—62, 65—82, 90, 91, 94, 96).

Ş. m. 17 „Matei Basarab". Clasa VI-a. Ganea Cristian (E : 1 026, 28, 40, 43, 47, 50, 52, 53, 57, 60, 62, 63, 71, 72, 74, 77). Clasa VIIIa. Fuchs Heinrich (2 987, E : 1 052, 53, 55—63, 66, 70—75, 87, 90, 92), Granich Mark (2 944, E : 1 054, 55, 57, 58, 61, 65, 68, 71—75), Iancu Jean (2 944, E : 1 056, 60, 61, 68, 72—74, 83—85, 89, 92). Marinescu Sorin (E : 1 052—60, 64—66). Clasa IX-a. Panait Nicoleta (2844, 45, 49, 52, 79, 96, 917, 23, 38, 941, 44). Clasa X-a. Fuhrman Justin (2 840, 41, 45, 65, 67, 70, 72, 75, 92, 98).

Ş. m. 18 „M. Eminescu". Clasa VIII-a Cherteş Petruş (2 840, 45, 61, 63, 96, 944), *Mira I. Nicolae* (2 845, 59—61, 63—67, 69—73, 75, 77—80, 91, 96, 99, 904, 07, 20—22, 26, 38, 41, 44, *Pirşan Liviu* (2 841, 48, 49, 85, E : 1 034, 35, 38, 40—44, 46—53, 55—57, 59, 60, 63, 65, 71, 73, 74, 78). Clasa X-a. *Eftimie Z. Radu* (2 846, 47, 49, 58, 59, 83, 94, 906—09, 17, 18, 20—26, 32—36, 38, 42, 44, 51, P), Roman Constantin (2 841, 61, 63, 65—67, 70, 73, 78—80).

Ş. m. 19. Clasa X-a. Gelles George (2 841, 49, 61, 63, 64, 71, 72, 75, 77, 96, 907, 08, 51).

Ş. m. 20 „Gh. Şincai". Cl. VII-a. Ganea Florin (E : 1 052—57, 59, 60, 62, 63, 66). Clasa VIII-a. Ilie Mihai (E : 1 039—42, 45, 49, 52, 53, 55—57, 65), Stănescu Radu (E : 1 025, 27, 29, 31, 37, 39, 40, 57, 60, 61). Clasa X-a. Cîltan Ion (2 860, 61, 63, 64, 67, 71, 74, 75, 79, 90, 91, 96), Craioveanu D. Eugeniu (2860, 61, 63, 64, 67, 71, 74, 75, 79, 90, 91, 96), Pădureţ Victoria (2 845, 48, 63, 85, 96, 907, 11, 17, 21, 44).

Ş. m. 22. „Gh. Lazăr". Clasa VI-a. Barbu M. Cornel (E : 1 052, 53, 56, 57, 59—63, 66). Clasa VII-a. Gavrilescu Mioara (E: 1 052—60, 62). Clasa VIII-a. Miron Florian (E : 1 025—29, 35, 52—57, 59—62, P), Pitş Florian (E : 1 052, 55, 57, 59, 60, 62, 66, 71 73—75). Clasa IX-a. Irimescu Gheorghe (2790, 95, 99, 807, 09, 14, 16, 17, 40, 61, 63, 72—75, 78—80).

Ş. m. 23. Clasa VII-a. Pantelimonescu St. Şerban (E : 1 042, 50, 55, 57, 59, 60, 71, 72, 74, 92). Clasa X-a. Burunţia Cornel (2 841, 60, 68, 71, 73, 75 76, 79, 80, 82, 951), Reviu S. Eugen (2 837, 44, 49, 54, 55, 60, 87, 91, 94, 96, 901, 03, 04), Stoenescu Gh. (2 844, 49, 87, 96, 98, 900, 01, 04, 30, 35, 36, 38, 41, 51). Voinescu Alex. (2 873, 82, 87, 88, 90, 91, 94, 96, 98, 901—03, 07, 08, 12, 18, 17, 20, 21, 23—25, 30, 32, 33, 35, 38, 41).

Ş. m. 24. Clasa VII-a. Popescu Gh. Domiţian (E : 1 052, 53, 57, 60—63, 71—74, 83, 90, 92).

Şcoala tehnică de metalurgie. Petrescu A. Alexandru (2 861, 63—65, 67, 71—74, 76—78).

Şcoala de 7 ani nr. 29. Clasa IV-a. Florea G. Alexandru (E : 1 026, 52, 53, 57, 60, 66).

Şcoala de 7 ani nr. 113. Clasa IV-a. Sîmbotin Maria (E : 1 026, 27, 40, 49, 50, 52, 53, 57, 60, 66).

Şcoala de 7 ani nr. 117. Pascu B. Tiberiu (E : 1 040, 52, 60, 72—75, 84, 90, 92).

Şcoala de 7 ani nr. 119. Clasa VII-a. Mira Constanţa (2 845, E : 1 039, 44—46, 48, 61, 52, 53, 57, 60, 62).

Şcoala de 7 ani Domneşti. Clasa VI-a. Niţescu Fl. Petre (E : 1 070—75, P).

Şcoala de 7 ani Ghencea. Clasa VII-a. Criciacovski Olga (E : 1 013, 17, 22, 24, 25, 28, 40, 50, 52, 54, 56, 57, 59).

BUZĂU. *Ş. m. 1 „B. P. Hajdeu".* Clasa VIII-a. Cupcea Nicolae (2 894, E : 1 052, 53, 55—58, 60, 62, 65, 66), Dobrescu Constantin (2 858, 94, E : 1 052, 53, 55—57, 60, 65, 66), Ganea D. Vasile (2 894, E : 1 052, 53, 55—58, 60, 62, 65, 66). Clasa X-a. Chiru Nicolae (2 746, 79, 98, 804, 06, 21, 26, 27, 31), *Gheorghe Cezar* (2 850—87, 89—94). *Absolvenţi : Grigorescu G. Gabriel* (2 884, 85, 87, 88, 90, 91, 93, 94, 96, 900, 04—06, P), Ţigău I. Marius (2 893, 99, 905, 20), Anonim (2 894, E : 1 052, 53, 55—58, 60, 66).

CALAFAT. Clasa VII-a. Calafateanu Petre (2 817, E : 1 013, 15, 17, 19, 21, 24, 25, 39, 40, 52, 55, 57, 60). Clasa VIII-a. Bîrzanea Mariana (E : 1 040, 49, 52, 55—57, 66, 71—74). Clasa X-a. Şerban Adrian (2 883, 90—94, 96—98, 901, 05, N, P).

CĂLĂRAŞI. Clasa VIII-a. Marin Teodor (2 840, E : 1 039, 40, 52—54, 57—60, 63, 71, 73, 74).

CARACAL. *Ş. m. 1.* Clasa VIII-a. Jianu P. Ioan (2 944, E : 1 052, 53, 55—57, 60, 62, 63, 71—74, 78), Popescu I. Alexandru (E : 1 073, 74, 89, 90, 92), Stănică Ion (E :, 1 052, 53, 55—57, 60, 71, 75), Tiţu N. Dumitru (2 944, E : 1 052, 53, 55—57, 60, 62, 63, 66, 71—74, 78). Clasa X-a. *Amzu I. Dumitru* (2 841, 45, 48, 52, 58, 59, 61, 63—75, 77—80, 93, 94, 96, 98, 905, 17, P), *Blehea Şerban* (2 835, 40, 41, 45, 48, 52, 58, 59, 61, 63—80, 90, 92—94, 96, 98, 905), *Başturescu G. Mugurel* (2 837, 40, 41, 47—49, 58—61, 63—80, 82, 88, 90, 91, 94, 96, 98, 901), Iacob P. Mircea (2 859, 61, 63, 65, 70—72, 76, 78, 79), Leoveanu Constantin (2 807, 17, 41, 48, 65, 70, 73, 90, 98, 908, 17, 18, 23, 24, 35, 36, 44, 51), Madan Constantin (2 848, 60, 63, 64, 67, 70, 74, 75, 80, 82), Rădulescu N. Victor (2 870—81), *Stratan Gh.* (2 554, 657, 65, 83, 747, 57, 64, 68, 72, 79, 90—92, 98, 801, 02, 06, 07, 13, 15, 17, 27, 29, 30, 40—42, 45, 46, 59, 61, 63—67, 69—81), Zaharia Gh. Tudor (2 861, 63, 67, 70, 98, 917, 18, 23, 24, 35, 36, 44, 51).

CARANSEBEŞ. Clasa IX-a. *Azzola Giovanni* (2 739, 41, 42, 49, 74, 79, 90, 91, 95, 99, 807, 09, 11, 13—16, 21, 29, 40, 45, 46, 48, 49, 61, 63, 72—74, 78, 82). Clasa X-a. Mitran Ovidiu (2 841, 42, 45, 55, 87, 94, 96, 97, 900, 01, 06—09, 12, 13, 17, 18, 40, 48, 54), *Pries Wilhelm* (2 909—15, 17—26, 29, 30, 32—38, 41—44, 48, 49, 51, 53—55, P).

CIMPINA. *Ş. m. 1 „N. Grigorescu".* Clasa VIII-a. Cincu I. Corneliu (E : 1 052, 53, 56, 57, 60, 62, 63, 65, 66, 68, 71—74, 75), Nicolae M. Nicolae (E : 1 052, 53, 56, 57, 62, 63, 65, 66, 71—75), Popa Constantin (E : 1 052, 53, 56, 57, 60, 62, 63, 65, 66, 68, 71—75), Absolvent *Balea Andrei* (2 831, 35, 41, 42, 45, 48, 49, 59—70, 73—75, 77—82, 85, 90, 91, 96, 98, 901), Carp Horia (2 893, 96, 905, 11—13, 15, 17, 20, 23, 32, 38, 41, 44, 51). *Ş. m. 2.* Clasa VIII-a. Tănase Mihai (E : 1 052, 53, 55, 56—59, 62, 63, 65, 66). *Absolvent Mogoş octav* (2 831, 35, 36, 40—42, 45—50, 52, 54, 59—82, 85, 88, 90, 91, 96, 98, 901), *Palaghiţă Iordache* (2 779, 81, 83, 90—92, 94, 96, 801—04, 07, 09, 11, 13, 16, 17, 27, 30, 31, 40, 41, 43, 45, 48, 50, 52, 59—61, 63—67, 69—80, 82, 87, 90—94, 96, 97, 903, 05, 07, 17, 23, 24, 32, 33, 38, 41, 51). *Şcoala de 7 ani Ghiordoveni.* Clasa VI-a. Vilcereanu Gh. (E : 1 052, 53, 57, 60, 65). Clasa VII-a: Stanciu D. Petre (2 894, E : 1 052, 54—57, 60, 62).

CIMPULUNG MUSCEL. *Ş. m. 1. „Dinicu Golescu".* Clasa VII-a. Savin Alexandru (E : 1 052—66). Clasa VIII-a. Mărgărint Cătălin (2 920, (E : 1 052, 53, 55, 60, 71, 72, 74, 83, 90, 92). Clasa X-a. Mărgărint Adrian (2 844, 45, 61, 63, 65—68, 70, 72, 74, 76, 79, 96, 98, 936. *Absolvent* Braga Ionel (2 857, 92, 93, 96, 907, 08, 13, 16, 20, 924, 25, 27, 33, 44, 45).

CIMPIA TURZII. *Ş. m. 1.* Clasa X-a. Cîmpion Vasile (2 867, 71, 75, 85, 91, 94, 96, 98, 907, 08, 16, 18, 20, 22, 24, 33, 35, 36, 50, 51), Giurgiu Constantin (2 848, 51, 63, 67, 71, 73—75, 79, 80, 91, 94, 924), Onescu Elena (2 841, 45, 48, 61, 63—65, 67, 70, 72—76, 78—80, 88, 96, 98).

CLUJ. *Studenţi: Birzan Romanel* (Inst. Politehnic) (2 907—09, 11—13, 16—18, 20, 23—26, 38, 42, 44, 53, 61—67, 70, 72, 95, P), *Torsan Ilie* (2 835, 42, 45, 48, 52, 58—61, 63—67, 69—80, 85, 87, 91, 93, 94, 96, 907, 08, 12, 13, 16—18, 20, 22—24, 32, 35, 38, 40—43, 48, 51, 53, P).

Ş. m. 4. Clasa VIII-a. Pop Florin (2 845, E : 1 040, 46, 47, 49—51, 53, 56, 57, 60, 65, 66), Clasa IX-a. Lungu Şerban (2 865, 66, 69, 70, 72, 75, 77, 79, 917, 22, 23, 32, 38), Micu Radu (2 837, 41, 45, 48, 61, 63, 72—75, 79, 80). Clasa X-a Bunea Mircea (2 845, 58, 71, 916, 17, 20, 23, 32, 33, 51), Maier Ioan (2 845, 61, 65, 71—73, 907, 12, 24, 32).

Ş. m. 6. Clasa X-a. Dragoş Eugen (2 907, 08, 11, 20, 32, 48, 51, 60—64, 70, 72, 75, 95), Păcuraru Radu (2 844, 45, 49, 63, 65, 67, 70, 71, 73, 76, 79).

Ş. m. 8. Clasa IX-a. Cimoca Gh. (2 811, 16, 46, 48, 61, 63, 72, 78, 94, 96).

Ş. m. 10. Clasa IX-a. Roman Mariana (2 841, 45, 46, 69, 72, 74, 78, 79, 82, 96). Clasa X-a. Tăuţan Maria (2 841, 45, 48, 58, 61, 63, 65—67, 69, 70, 73, 74, 77, 79).

Institutul Pedagogic. An. I. Hogiu Titus (E : 1 039, 40, 48, 50, 52, 55, 60), Pascalău Eugenia (E : 1 040, 48, 50, 52, 56, 57, 60, 62, 66, 71, 74), Popa Gh. (E : 1 040, 48, 50, 52, 56, 57, 60, 71, 74), Vancea Alex. (E : 1 039, 40, 43, 48, 50, 52, 56, 57, 60, 62, 71, 74). An III. Roşca Valer (E : 1 052, 53, 57, 60, 66, 73—75, 86, 89), Rusu Viorel (E : 1 052, 53, 57, 60, 66, 70, 71, 73—75).

CONSTANŢA. *Ş. m. 1 „Mircea cel Bătrîn".* Clasa X-a. Simion E. (2 848, 63, 67, 70, 75, 76, 907, 08, 17, 24, 25, 32, 33, 35, 36). Clasa XI-a seral. *Iordache C. Elena* (2 821, 46, 52, 53, 55, 57, 60, 86, 88, 90, 94, 96, 901, 03, 05, 07, 08, 17, 23—25, 32, 33, 37, 38, P). *Absolvent* Ianuş Stere (2 374, N, P).

CORABIA. Clasa X-a. *Truică Marin* (2 836, 49, 56—60, 62, 67, 71, 73, 82, 90, 91, 96, 907, 08, 13, 16—18, 20, 21, 23, 24, 26, 32, 38, 41, 49, 51, 53).

CRAIOVA. *Student* Bratcovici Marin (Mecanizarea agriculturii, 2 957, 61, 63—65, 68—71, 73, 75). *Absolvenţi: Bardan I. Virgil* (2 840, 48, 54, 59—61, 63—80, 83, 90, 91, 94, 96, 98, 901, 03, 08, 18, 23, 32, 38, 41, 48, 51), Dumitru I. Timotei (2 711, 26, 65, 80, 845, 52, 58, 59, 61—80, 96), Rădulescu Ecaterina (2 907—09, 17, 18, 23, 33, 35, 44, 51), Stancu Dinu Doru (2 836, 45, 88, 94, 96, 98, 903, 08, 11, 13, 16, 18, 35, 36), *Uţă Marin* (2 872, 86, 87, 90, 91, 94, 96—98, 902, 07—27, 30, 32,

35—38, 41, 44, 48, 51, P), Vruș Doina (2 841, 45, 62, 68, 76, 79, 80, 88, 91, 94, 96), Anonim (2 807, 09, 11, 61, 63, 75—67, 70, 74).

Ș. m. 1. Clasa VIII-a. Pavel N. Radu (2 880, 82, 85, 94, E : 1 037, 45, 48, 49, 53, 54, 59, 61—63, 65, 66, 71—74). Clasa X-a. Bacria N. Vasile (2 863, 65, 71, 72, 78, 82, 92, 912, 20, 23), Chițan V. Nicolae (2 841, 45, 59, 78, 80, 82, 94, 912, 35, 51), Cojocaru A. Marin (2 845, 70, 72, 73, 76, 78, 96, 908, 23, 33, 51), Duțu Cornel (2 868, 69, 75—82, 86, 88).

Ș. m. 3. Clasa VIII-a. Leu Ileana (E : 1 057, 61, 52, 62, 65, 58).

Școala de 7 ani nr. 9. Clasa VII-a. Filipaș Titus Octavian (E : 1 040, 47, 48, 50, 52, 53, 57, 60, 71, 73, 74).

Școala profesională auto, centru școlar. An. II. Vlădoiu Gh. Ion (2 885, 90, 91, 96, 98, E : 1 052, 53, 55—57, 59—61, 65, 66).

CURTEA DE ARGEȘ. Clasa V-a. Păuna Gh. Constantin (E : 1 052, 54, 57, 60).

DRĂGĂȘANI. Clasa VIII-a. Mitrache D. Mihai (E : 1 052, 53, 56, 60, 66, 71, 72, 74, 75, 77, 78). Clasa IX-a. Barbu Gh. Emil (2 835, 52, 59, 61, 63, 65, 67, 68, 70, 71, 73—81).

DOROHOI. *Ș. m. 1.* Clasa X-a. Ciobanu Gh. (2 860, 63, 82, 90, 91, 912, 20, 21, 32, 38, 51), Cozmică Mircea (2 860, 64, 67, 73, 76, 79, 82, 907, 17, 24, 35, 36, 51), Haivaș Mihai (2 860, 65, 67, 70, 72, 73, 75, 79, 92, 908, 17, 24, 51).

FĂGĂRAȘ. Clasa X-a. Săbăduș Mihai (2 908, 203, 23, 26, 32, 33, 35, 36, 41, 53). *Absolvent* Toacșe Gh. (2 907, 08, 16—22, 24—26, 32, 33, 36, 51).

FĂGET (Timișoara). Absolvent *Antănaș P. Petru* (2 807, 08, 16, 27, 43, 59, 61—80, 91, 96, 901, P).

FOCȘANI. *Ș. m. „Unirea".* Clasa VIII-a. Popa D. Nicolae (2 892—94, 96, 98, 905, 07, 08, 12, 16—18, 20—25, 32, 33, 35, 36, 38, 41, 44). Clasa IX-a. Rădescu Gabriela (2 906, 07, 13, 17, 20, 23, 33, 37—39, 44, 55). Clasa X-a. Cruceanu Dan (2 801, 45, 48, 61, 63, 74, 79, 90, 92, 98, 908, 33, 35, 36, 38, 41), Diuș I. Viorel (2 840, 41, 45, 48, 59, 61, 63, 65—67, 69—73, 75—82), Mărgărit Doru (2 845, 48, 60, 64, 65, 67, 73, 90, 935, 36, 41, 44, 51), *Munteanu Valeriu* (2 837, 45, 51, 52, 58, 60, 62, 64, 66, 69, 72, 74, 76, 78, 81, 90, 91, 94, 96, 98, 915, 17, 18, 20, 21, 23—26, 29, 32, 35, 36, 38, 41, 44, 55), *Rădescu E. Eugen* (2 847, 59, 87, 97, 900, 04, 06—08, 10, 13, 14, 17—25, 29, 32, 33, 35—41, 44, 51, 52, 55, P).

GĂEȘTI (Pitești). Clasa X-a. Ioniță Neagu (2 741, 46, 48, 841, 80, 81, 91, 96, 912, 17, 20, 21, 23—26, 32, 35, 36, 41, 44, 51), *Ixaru Gr. Liviu* (2 784—26, 28—30, 33—36, 38—42, 46, 48, 49, 52, 54—59, 61, 63—65, 68, 70—72, 79, 90, 92, P). *Absolvenți:* Barbu C. (P), *Tudorache Ștefan* (2 845, 48, 59—61, 63—81, 96, 901, 08, 12, 17, 20, 21, 23—26, 32, 35, 36, 41, 44, 51).

GALAȚI. *Ș. m. 1.* Huhulea Bujorel (P). *Ș. m. 2.* Clasa VIII-a. Prodan Iulian (E : 1 053, 55—57, 59, 61—63, 65, 66). Clasa X-a. Alban Nicolae (2 811, 17, 41, 61, 65, 67, 70—73, 75, 76, P). Turcu Ecaterina (2 858, 59, 63—65, 71—73, 75, 76, 78, 91, 96). *Ș. m. 3.* Clasa IX-a. Popoiu Constantin (2 840, 41, 48, 61, 63, 74, 78, 82, 83, 94, 96. *Liceul militar „Mihai Viteazu".* Clasa X-a. Căpraru D. Petre (2 836, 37, 40, 48, 61, 63, 64, 66, 67, 69—71, 73, 75, 79), Secară N. Ion (2 836, 37, 40, 48, 61, 63, 64, 66, 67, 69—71, 73, 75, 79). *Ș. m. marină.* Clasa VIII-a. Manea N. Ion 2 807, E : 1 029, 37, 40, 55—59). Clasa X-a. Alban Nicu (2 845, 48, 63, 74, 77—80, 82, 96).

GIURGIU *Ș. m. 1.* Păun N. Angela (E : 1 052, 54, 56, 57, 59, 60, 62, 71, 72, 74). Clasa VIII-a. Ionescu Liviu (E : 1 052, 54—57, 60—63, 65, 71, 73, 74), Moldoveanu Ion (E : 1 037, 52, 55—57, 60, 65, 71—74), Popescu G. Adina (2 944, 53, E : 1 052—66, 69, 71—74, 77, 78). Clasa IX-a. *Drăgan Petre* (2 849, 59, 65, 69, 71, 79, 87, 88, 90, 91, 94, 96, 98, 907, 08, 10, 17, 18, 20, 22, 23, 25, 32, 33, 35—41, 51, 53, N, P), Popescu Radu (2 811, 14, 75, 78, 80, 90, 94, 96, 906, 07, 17, 20, 21, 23, 32, 38, 41, P). Clasa X-a. *Caraconcea Emanoil* (2 836, 37, 45, 46, 48, 49, 60, 61, 63—67, 69—80, 82, 90, 96, 908, 10, 17, 18, 23, 24, 32, 38, 44), Ciureanu N. Gheorghe (2 849, 51, 61, 63, 65, 67, 72—74, 76—78, 90, 94). *Mirlogeanu Florea* (2 837, 48, 65, 69, 71, 87, 88, 90, 92, 94, 96, 98, 907, 08, 13, 17—25, 32, 33, 35—37, 39, 41, 44, 51, 53), *Vișinescu M. Mihai* (2 845, 49, 81, 90, 91, 96—98, 907, 08, 12—15, 17, 19—26, 32—36, 38, 41, 44, 55, P).

HUNEDOARA. Oberländer Horst (2 863, 67, 74, 76, 79, 80, 91, 94, 96—98, 901).

IANCA (Galați). Clasa VIII-a. Ichim Honoriu (2 894, E : 1 040, 53, 55—57, 60, 66, 71, 72), Vlad Gabriel (2 894, E : 1 040, 49, 52, 53, 55—57, 60, 63, 66). Clasa IX-a. Marin Ștefan (2 910, 17, 21, 32, 37, 41, 42, 44, 47, 67). Clasa X-a. Marin Iordan (2 863, 65, 70, 72, 73, 76, 78—80, 82, 91). Absolvent Catrina Gh. Vasile (2 845, 46, 52, 60, 744, 75, 78, 88, 91, 93, 94, 96, 98, 99, 900, 05, 07, 08).

IAȘI. *Studenți:* Brescanu Mihai (Matematici) (2 835, 40, 43, 45, 48, 49, 52, 61, 63—67, 70, 72—81, 83, 91, 93, 96—98, 902, 05), Hobra Gheorghe (F. Matematici) (2 841, 48, 49, 63, 67, 74, 75, 78, 79, 91, 96, 98, 902, 38, 41).

Ș. m. 1 „M. Sadoveanu". Clasa VIII-a. Ciopran Gh. (E : 1 052, 53, 55—57, 60, 62, 63, 66), Covalciuc Dumitru (E : 1 052, 53, 56, 57, 60, 68, 71—74), Dascălu Paul (E : 2 894, E : 1 052, 55—60, 63, 66), Mihai Ion (2 894, 944, E : 1 052, 53, 55—58, 60, 66, 68, 78). *Cosma Nicolae* (2 841, 42, 44, 45, 48—50, 53—55, 58—61, 63—65, 67, 68, 70—78, 80), *Manole Corneliu* (2 840, 59, 62, 65, 68, 84, 85, 87, 88,

90, 91, 96, 98, 900, 02, 07, 08, 11, 17, 18, 20—25, 32, 33, 35, 36, 38, 51, 53, 81), Steckelman Salom (2 836, 41, 45, 48, 59, 61, 63, 67, 70—77, 79).

Ş. *m. 2.* Clasa X-a. Arhip Doina (2 859, 67, 70, 73, 75, 96, 98, 908, 23, 35, 36, 51).

Ş. *m. 3 „C. Negruzzi"*. Clasa IX-a. Masgras Vasile (2 841, 45, 61, 63, 74, 82, 96, 907, 17, 20, 21, 23, 26, 44). Clasa X-a. *Brînzei P. Dan* (2 883, 85, 87, 97, 901, 02, 07—09, 11, 13, 17, 19—26, 32, 33, 35—38, 40—42, 44—48, 51, 53, P, N), Caşcaval Adrian (2 859, 63, 65, 67, 70—76, 79), Ce-Ceang Hen (2 907, 08, 11, 16—18, 20, 23, 24, 35, 51), Mihalache Petre (2 807, 17, 63, 67, 69, 70, 72, 73, 75, 79), *Nanu Gh. Octavian* (2 846, 52, 54, 60, 907, 12, 13, 17, 18, 20, 21, 23, 26, 27, 30, 32, 33, 35, 36, 38, 40—42, 44, 46, 48, 51, 53, 57, 62, 63, 66, 70, 72, 89, P), Titu Liviu (2 848, 59, 63, 65, 67, 70—73, 75, 79, 88, 91, 96), Ungureanu D. Gabriel (2 863, 73, 75, 79, 907, 08, 17, 24, 35, 51, 53).

Ş. *m. 4.* Clasa VI-a. Weisbuch E. (E : 1 036, 43, 52, 53, 54, 57, 60—63, 66). Clasa VIII-a. Chircu Maria (E : 1 052, 53, 55, 57, 60, 66, 71, 73, 74, 83, 84).

Ş. *m. 6.* Clasa VIII-a. Blechman Hary (2 837, 38, 40, 45, 94, E : 1 037, 39, 40—46, 48—51, 54, 56, 59, 61, 65, 72).

LUGOJ. *Electrician Fonoş Ion* (2 835, 40, 41, 43, 45—50, 52, 53, 59, 61, 63—67, 70—70, 82, 91). Ş. *m. 1.* Clasa X-a. *Şufano Const.* (2 837, 41, 44, 45, 50, 53, 58—82).

LUPENI (Hunedoara). Ş. *m. 1.* Clasa VIII-a. Ionaşeu Olivia (E : 1 025—27, 29, 30, 39, 40, 47, 42, 46, 52, 55, 65). Clasa X-a. Homorodeanu Dorin (2 841, 59—61, 64, 65, 70, 72, 76, 96, 907, 08, 21—23).

MEDIAŞ. Ş. *m. 2.* Clasa IX-a. Sturm Klaus (2 861, 63, 65, 67, 70, 71, 73—75. 78, 79). Clasa X-a. Wolfgang Kelphorst (2 778, 83, 802, 13, 61, 63, 65, 67, 68, 71, 75, 78, 79, 80).

OCNA MUREŞ. Clasa X-a. *Rusu Ştefan* (2 807, 11, 13, 15, 16, 27, 29, 41, 45, 48, 59—61, 63—65, 67, 68, 70—76, 79, 80, 82, 85, 96, 98, 901).

ORADEA. Ş. *m. 1.* Clasa VIII-a. Hodişan Teodor (2 944, E : 1 037, 40, 47, 49, 50, 52, 55—57, 60, 66, 71—74), Hulea Ion (2 944, E : 1 037, 40, 45, 47—50, 52, 55—57, 60, 66, 72—74), Simon Florian (2 944, E : 1 037, 40, 45, 47—49, 72, 55—57, 60, 66, 71—73, 74), Zoran Valeriu (2 845, 48, 85, 944, 53, E : 1 037, 45, 47, 51, 55, 57, 59, 62, 63, 68, 69, 73, 74, 79). Clasa IX-a. Sîrbu Pavel (2 863—65, 67, 70—73, 80, 91). Clasa X-a. Cipău Radu (2 861, 63, 64, 67, 70, 74—76, 78, 91, 96), Mihele Vasile (2 859, 63, 64, 73, 74, 76, 79, 82, 87, 90, 91, 96, 98, 902), *Pop Corneliu* (2 837, 41, 43, 45, 46, 48, 58, 59, 61—65, 68—82, 90, 91, 94, 96, 98, 902, 18, 28), *Schiop Alex.* (2 796, 99, 811, 31, 41, 48, 65, 66, 68, 69, 71, 72, 75, 78, 81, 83, 88, 91, 94, 96—98, 902, 12, 17—20, 33, 38, 41, 44, 51, P, N). Ş. *m. 2.* Clasa VIII-a. Popa Lucia (2 896, E : 1 052—57, 59, 60, 63, 66), Shirley Fischer (E : 1 027, 35, 52, 53, 55—57, 62, 63, 66). Absolevnt Petre Bujor (2 848, 61, 63, 65, 67, 70, 72—75, 78—88, 907, 17, 20, 23, 24, 43, 44, 51).

ORAŞUL STALIN. Ş. *m. 1.* Clasa VIII-a. Bobancu Şerban (2 807, E : 1 025, 29, 33, 37, 40, 41, 50, 56, 60, 62), Garabedian Rodica (1 037, 50—53, 55—58, 60, 66, 71—74), Savu Silvia (2 845, 63, E : 1 036, 37, 42, 46, 51, 59, 60, 62, 63, 65, 71, 73, 74). Clasa X-a. Lazăr Horia (2 848, 78, 96, 98, 907, 08, 17, 18, 23, 24, 32, 33, 35, 36, 51).

ORAVIŢA. *Absolvent Bena I. Iosif* (2 835, 36, 40, 41, 44, 45, 48, 52, 58—60, 62—80, P).

PIATRA NEAMŢ. Ş. *m. Petru Rareş"*. Clasa VIII-a. Vagîi Octavian (E : 1 025—28, 35, 37, 40, 49, 50, 60), Vîrlan Niculina (E : 1 027, 28, 30, 40, 50, 52, 53, 55, 57, 60). Clasa X-a. Grădinaru N. Nicolae (2 858—61, 63—65, 67, 70—76, 79, 80, 90, 96, 98).

PETROŞANI (Hunedoara). Ş. *m. 1.* Albu Toma (2 815, 29, 63, E : 1 037, 44—46, 48, 59, 62, 63, 66). Clasa IX-a. Bogdan Mihai Bujor (2 807, 11, 45, 61, 74, 78, 85, 94, 96, 932, 36, 53), Grozavu Mihai (2 807, 09, 11, 15, 29, 31, 40, 61, 63, 73, 74, 77—80), Lepădatu Ilie (2791, 807, 14, 48, 61, 63, 74, 93, 917, 44), Păsculescu Mihai (2 807, 09, 14, 40, 80, 85, 94, 923, 32, 53), Popescu Gheorghe (2 807, 09, 11, 14, 15, 17, 29, 40, 41, 45, 48, 49, 61, 63, 74, 78, 85, 94, 96, 921, 23, 32, 44, P). Clasa X-a. *Bergthaler Cristian* (2 836, 37, 40—43, 45—49, 58—80, 82).

PITEŞTI. Ş. *m. 1.* Clasa IX-a. Iordănescu C. Silvian (2 818, 25, 30, 31, 73, 76, 77, 83, 85, 88, 90, 94, 96, 906, P), Ivănescu Mircea (2 807, 11, 17, 18, 31, 61, 63, 73, 79, 94, 96, 906), Miriţescu V. Ion (2 818, 30, 31, 73, 83, 85, 88, 90, 94, 96, 906, P). Clasa X-a. *Dimoiu Iulian* (2 846, 55, 58, 65, 66, 68, 69, 71, 72, 76, 77, 82, 903, 07, 08, 10, 12, 13, 16, 17, 20—25, 32, 33, 37, 38, 51, 63), Ştefănescu Ion (2 841, 67, 70, 75, 78, 82, 96, 917, 20, 23), *Vlăducă Gigel* (2 907, 08, 10, 12, 14, 16, 18, 20—26, 29, 32, 33, 35, 36, 38, 40, 48, 51, 53, 55, 58, 68, 72, 80, 82, 88, 91, 92, 94, 96, 98). Absolvent Nic. G. Emilian (2 811, 17, 59, 61, 63, 65, 67, 70, 73—79, 96, 96).

PLOEŞTI. Ş. *m. 1 „I. L. Caragiale"*. Clasa Clasa VII-a. Drăgulescu Marius (2 938, E : 1 052, 53, 56, 57, 59—63, 71—75, 84, 87, 90, 92). Clasa VIII-a. Constantinescu G. Gheorghe (E : 1 052, 53, 56, 57, 59, 62, 65, 66), Costache I. Ştefan (E : 1 052, 53, 55—57, 71, 73, 75, 60), Dolete I. Ion (E : 1 038, 40, 47, 50, 52, 53, 55—57, 66, 51, 73, 74), Gălăţeanu Adrian (E : 1 052, 56, 57, 61, 65, 66, 71, 73, 75, 83, 92), Marinescu Alexandru (2944, E : 1 037, 39, 40, 42, 44, 45, 47—50, 52, 53, 55—57, 60, 61, 66, 72, 73), Minuş Gheorghe

(2 944, E : 1 052—54, 56, 57, 60, 63, 65, 66, 68, 69, 71—74, 79), Popescu Gh. Valentin (2 894, E : 1 052, 55, 56, 59—61, 65, 66, 71, 73), Treidler Romulus (E : 1 051, 53, 55, 56, 57, 60, 66, 71, 73—75). Clasa IX-a. Ene P. Dumitru (2 841, 48, 61, 63, 66, 69, 74, 94, 96, 944), Mușat Paul (2 845, 46, 48, 61, 63, 66, 69, 74, 78, 96), *Nicolescu A. Basarab* (2 811, 14, 15, 17, 18, 21, 24, 26, 27, 29, 33, 41, 45—49, 61, 63, 66, 69, 74, 78, 94, 96, 923, 38, 44, P), Timuș M. Dan (2 807, 09, 11, 14—16, 18, 21, 26, 27, 29, 49, 63, 66, 74). Clasa X-a. Băzăran Ghiocel (2 841, 44, 50, 60, 61, 63, 65—76, 79, 80, 917, 18, 23), Băzăran Mihai (2863, 65—67, 71, 74—80, 91, 94, 96, 98, 917, 18, 23, 36, 38), Catrava Mihai (2 845, 48, 61, 63—67, 70, 72, 73, 76, 78—80, 82, 907, 08, 13, 20, 51), Cautaș Leonid (2 863, 65—80, 90, 91, 94, 96, 98, 917, 23, 28, 38), *Ciochină Constantin* (2 840, 41, 43, 45, 48—51, 56—82, 90, 91, 94, 96, 900, 01, 02), Chiricâ Mihai (2 846, 59—61, 63—65, 67, 68, 70—79, 95), Ciortan Vasile (2 887, 88, 90—93, 96, 98, 99, 901, 05, 06), Constantinescu George (2 841, 45, 60, 61, 63—65, 67, 70—76, 78—80, 88, 90, 96, 98), Dumitrescu Stelian (2 841, 45, 48, 59—61, 63—65, 67, 70—77, 79, 80, 96, 907, 22, 23, 35), Georgescu Ghiocel (2 848, 59—61, 63—67, 69—73, 75, 77, 79, 918, 23, 32, 51), Gheorghiță Victor (2 869—71, 73, 90, 91, 916—18, 23, 38), *Ianovitz Rudolf* (2 774, 90, 93—96, 98—03, 06, 07, 09, 11, 13—17, 24, 27 29—32), Irimescu Vasile (2 861, 63, 65, 67, 71, 74, 75, 78, 79), Lungu Iancu (2 835, 60, 61, 63, 65, 67, 71—73, 75, 78, 79, 88, 93), Lazăr Gheorghe (2 841, 45, 48 49, 60, 61, 63—65, 67, 74—76, 78, 79), Oprescu Eugen (2 835, 41, 50, 60, 61, 63—65, 67, 78, 81, 912), Podeanu Călin (2 841, 50, 61, 63—65, 74 90, 94, 96, 98, 938), Predescu Mihai (2 850, 60, 61, 64, 65, 67, 78, 80, 90, 91, 94), Rădulescu Romulus (2 845, 61, 64 65, 67, 70, 73, 77—80, 85, 90, 91, 94, 98), Ștefan C. Florian (2 841, 45, 49, 61, 63, 65, 71, 73, 75, 78, 90, 91, 96), Stoicescu D. Gavril (2 841 45, 60, 61, 63, 65, 70—75, 79, 96), Stoicescu G. Toma (2 848, 61, 65, 68, 70, 75, 76, 82, 91, 96), Văduva Victor (2 861, 64, 65, 67, 70, 79, 85, 90 91, 94, 98), Vlăsceanu Coman (2 841, 61, 96, 96, 908, 10, 18, 19, 32, 38), Voinescu Ștefan (2 845, 48, 61, 63—67, 70, 72, 73, 76, 78—80, 82, 907, 08, 13, 20, 51).

Ș. m. 2 „Al. Toma". Clasa VI-a. Mușat Maria (E : 1 052, 53, 56, 57, 60, 61, 71, 72, 74, 76). Clasa VIII-a. Ciortan Stanca (2 894, E : 054, 55, 58—66).

Ș. m. 3 „Mihai Viteazu". Clasa V-a. Mărculescu I. Viorel (E : 1 040, 49, 50, 52—54, 56, 57, 59, 60, 62, 63, 66, 71, 72, 74—78), Păstrămoiu Constanța (E : 1 040, 50, 57—60, 62, 66, 71, 72, 74), Simon Zepi (E : 1 052—54, 56, 57, 60, 66, 74—76), Tănase G. Florica (E : 1 040, 50, 52, 57, 60, 62, 71, 72, 74, 76). Clasa VIII-a. Tomescu A. Alexandru (E : 1 025, 29, 39, 40, 42, 50, 54, 57, 60, 62, 63, 65, 66). Clasa X-a. *Caliniac Nicolae* (2 857, 64, 79—82, 91, 93, 94, 96, 98, 900, 05, 07—09, 11—13, 15, 16, 20—23, 32, 33, 35, 36, 54, 917, P).

Ș. m. 4. Clasa VIII-a. Enache Carmen (E : 1 052, 55—57, 59, 60, 62, 63, 66, 73, 74).

Școala 7 ani Lipănești. Clasa V-a. Ene P. Elena (E : 1 025—28, 40, 50, 52, 53, 57, 60).

PLOPȘOR (Craiova). *Școala 7 ani.* Clasa VI-a. Calistrate D. Ion (E : 1 052, 53, 56—58, 60—63, 65, 68, 71, 73, 74, 76—79).

PUCIOASA (Ploești). Clasa IX-a. Șerbănoiu Nicolae (2841, 45, 46, 54, 61, 74, 78, 94, 96, 907). Clasa X-a. *Oproiu I. Vasile* (2 845, 83, 85, 87, 90, 91, 94, 96, 98, 907—09, 11, 16—23, 24, 29, 32, 33, 35, 36, 38, 51, 53). Absolvent Nicolaescu M. Ion (2 894, 96,, 98, 911, 17, 20, 22—24).

RĂCARI. Absolvent Alexandru Horia (2 883, 84, 88, 93, 94, 96, 98, 99, 900, 03, 05, P).

REȘIȚA. Clasa VI-a. Farol Iosif (1 049, 52—54, 56, 57, 59, 60, 62, 63, 66). Absolvent Trăilă Doru (2 845, 917, 20, 22, 24, 32, 44, 53, 60, 64, 65, 68—70, 72, 74).

RIMNICU VILCEA. *Școala tehnică maeștri.* An II. Chițu Vasile (2 841, 61, 63, 65, 67—74, 76, 79, 82). *Ș. m. 1.* Clasa VIII-a. Bulucea D. Dumitru (E : 1 058, 61, 62, 71, 75, 84, 90, 92), Drăgănescu Elena (E : 1 052—55, 59), Fărtat C. Radu (E : 1 052, 53, 55, 57, 59—63, 65, 71, 73—75). Clasa IX-a. Parlapan Florin (2 837, 39, 41, 46, 48, 49, 53, 63, 73, 74, 92, P). Clasa X-a. *Iliescu C.* (2 783, 95, 98—801, 04, 06, 07, 09, 11, 13, 16, 19, 26, 27, 29, 31, 41, 45, 46, 48, 49, 58, 60, 61, 63, 65—80, 82, P). Absolvenți : *Pițigoi Gh. Gheorghe* (2 321, 847—49, 54, 60, 90, 91, 93, 94, 96, 98, 905, 07—12, 16—126, 32, 33, 35—38, 44, 51, 53, P), Șoimu Maria (2 841, 59, 61—63, 65—68, 70, 72—80, 96, 99, 907, 08, 11, 24, 32, 33).

ROMAN. Clasa X-a. Ilioiu C. Constantin (2 849, 58, 60—70, 72, 80, 82), Ricinski S. Cezar (2 861, 63, 64, 67, 70, 73—76, 79, 80, 91). Absolvent *Tamba Gheorghe* (2 807—09, 11, 13, 14, 16, 18—20, 27, 30, 32, 36, 37, 40—42, 44—49, 53—55, 57, 61, 63—82).

ROȘIORII DE VEDE. Clasa X-a. *Grecu Anton* (2 840, 41, 45, 48, 49, 59, 61, 63—80, 88, 98, 907, 17, 18, 23, 32, 35, 36, 38, 51, P). Absolvent *Rizescu Ilie* (2 841, 87, 90, 91, 93—95, 98, 905, 07—026, 32, 33, 35, 36, 48, 51, 53, P).

SATU MARE. *Ș. m. „M. Eminescu"*. Clasa VIII-a. Kleinman Vasile (2 885, E : 1 052, 55, 57, 60, 62, 65, 69, 71—73, 75), Roca Ioan (2 944, E : 1 052, 55,57, 60, 62, 63, 69, 71—75). Turdeanu Elisabeta (E : 1 052, 55—58, 63, 69, 71—74, 79). Clasa X-a. Wiesler Hervarth (2 887, 91, 96—98, 938, 36, 41, 42, 44, 51, P).

SIBIU. *Ş. m. „Gh. Lazăr"*. Clasa VI-a. Carp Dan (E : 1 036, 40, 43, 48, 50). Clasa IX-a. Gheorghiţă I. Ion (2 807, 11, 17, 18, 48, 51, 63, 74, 96, 78, 906). Clasa X-a. Ciovică Ioan (2 818, 38, 449, 63—70, 73), Mircea Ancuţa (2 844, 45, 48, 49, 59, 61, 63—68, 70, 71, 73, 75—77, 80), Ri-In-Săn (2 842, 45, 57, 59, 61, 61, 71, 72, 97, 98). Absolvent Golescu Alex. (2 932, 35, 36, 44, 87, 91, 96, 98, 903, 06—09, 17, 20, 21, 37, 42, 50, 51).

SIGHET. Tomoiagă Dorin (P).

SIGHIŞOARA. *Ş. m. 1.* Clasa VIII-a. Ciulea Mircea (E : 1 052, 55, 60, 62, 65, 66, 71—74, 89, 90, 92).

SLATINA (Piteşti). *Ş. m. 1.* Trepăduş Vasile (2 884, 85, 87, 88, 90, 91, 93, 94, 96, 98, 903, 05—08, 11—13, 17, 18, 20, 21, 23—27, 932, 41, 44). Absolvent *Dorobanţu Valeriu* (2 907, 08, 10—27, 30, 32—38, 40, 41, 44, 48, 51, 53), Dragomir St. Grigore (2 907, 08, 17, 18, 20, 22, 23, 32, 35, 44, 51, 53), *Ghenea Anghel* (2 848, 58—61, 63—65, 67—81, 93, 96, 905, 07, 08, 13, 17, 18, 20—24, 32, 33, 35, 36, 40, 51), Iliescu Gh. (2 861, 64, 65, 70—75, 77—79, 93, 94, 96).

SNAGOV. *Şcoala de maiştri silvici Periş.* An. III. Stoica I. Gh. (2 840, 65—67, 69—73, 76, 79).

SF. GHEORGHE. *Şcoala de 7 ani Biscoveni. Clasa VII-a.* Tecuceanu Gh. Petre (E : 1 028, 35, 36, 40, 43, 52, 60, 66).

SUCEAVA *Ş. m. „Ştefan cel Mare"*. Clasa X-a. Andrişon Gh. (2 841, 61, 67, 70, 908).

TECUCI. *Ş. m. 1.* Clasa X-a. Sulugiuc Silvia (2 837, 63, 75, 908, 11, 17, 35, 36, 38, 44, N). *Ş. m. 2.* Clasa VI-a. Chiscop Liliana (E : 1 052, 53, 56, 57, 60, 61, 63, 66, 72, 80, 83, 87—89, 92). Clasa VII-a. Chiscop Vasile (2 883, 88, 92, E : 1 152—54, 56, 57, 60, 61, 63, 66, 92), Schäfler Lazăr (E : 1 052, 53, 55—57, 66, 70, 73, 74, 81, 90). Clasa VIII-a. Belcescu Mihai (E : 1 037, 39, 40, 52, 53, 56, 57, 60, 63, 66), Rotaru Mircea (2 883, 88, 92, E : 1 052—54, 56, 57, 59, 60—63, 66). Clasa X-a. Druţă Ioan (2 841, 59, 61, 63, 65, 67, 72—75, 79, 917), Vidraşcu Traian (2 833, 36, 46, 48, 49, 59, 61—65, 67, 70, 73, 74, 76, 77, 79—82, P). Absolvent. *Cătană Constantin* (852, 87, 88, 90—94, 96, 98, 900, 905, 07, 08, 11—13, 16—18, 20—25, 32, 33, 35, 36, 38, 41, 44, 51, P, N). *Şcoala de 7 ani Ciorăşti.* Clasa VI-a. Curelaru Valerica (E : 1 052—60). Clasa VIII-a. Viuleţ I. Parasceva (E : 1 052—60).

TIMIŞOARA. *Ş. m. 1.* Clasa VIII-a. Ardeleanu Nicolae (2 944, E : 1 053, 55—57, 66, 71—76), Borha Petru (2 944, 52 E : 1 054, 56, 66, 71—75), Comşulea Corneliu (2 944, E : 1 054, 55, 58—61, 64—67, 71—75), Hiriş Viorel (2 944, E : 1 052, 55, 59, 63, 66, 68, 71, 73—75, 77, 78), Szabo Edmund (2 944, E : 1 053, 55—57, 66, 71—76). Clasa IX-a. Szach Carol (2 840, 41, 45, 48, 63, 74 94, 96, 907, 17, 21), Toma Ştefan (2 840, 41, 45, 63, 74, 94, 96, 917, 23, 38, 44). Clasa X-a. Boanţă Alexandru (2 845, 61, 63—65, 67, 68, 70, 74, 78, 924, 35, 36, 36, 44). Ciucurel Olimpiu (2 863, 66, 73—82), Coşereanu Radu (2 845, 63, 65, 67, 71, 73, 75, 917, 23, 33, 41, 44), *Ionescu Alexandru* (2 817, 21, 31, 40, 41, 44, 45, 46, 49, 58—64, 66, 68, 69, 71, 72, 75—82, 90, 91, 94, 96, 98, 901, 28, P), *Toma Corneliu* (2 840, 41, 43—45, 48, 59—82, 90, 91, 94, 96, 98, 901), Triponescu Iuliu (2 841, 45, 49, 59, 60, 63, 64, 66, 68, 69, 71—73, 75, 77, 82, 90, 91).

Ş .m. 3 „Eftimie Murgu". Clasa V-a. Rădăşanu Eugen (E : 1 047, 52, 64, 59, 60, 72, 76), Sasu Dorin (E : 1 052, 54, 58, 60, 63, 71, 72, 74, 76), Weiss Agneta (E : 1 047, 52, 54, 57, 59, 60, 63, 71, 72, 75). Clasa VI-a. Constantinescu Antoaneta (E : 1 053—54, 60, 61, 71, 74, 76), Klein Iuliana (E : 1 052—54, 58—60, 72, 74—76), Mateescu Graziela (E : 1 052—54, 60, 61, 71, 72, 74, 76, 78), Predescu Rodica (E : 1 052, 53, 57, 59—61, 72, 74, 75, 77). Clasa VIII-a. Antonescu Artimia (E : 1 052, 56, 57, 59, 60, 63, 66, 71, 72, 74), Bodeagă Liliana (E : 1 052, 56, 57, 59, 60, 62, 71, 74, 75), Murgu Liana (E : 1 052, 57, 59, 60, 62, 68, 71, 73, 74), Netedu Violeta (E : 1 039, 40, 43, 48, 49, 50, 52—63, 65, 66), Porumb Maria (E : 1 052, 55, 58, 61, 65, 66, 70, 71, 74, 76).

Ş. m. 5. Clasa X-a. Kaufmann Ioan (2 860, 61, 63, 67, 70, 73—75, 78, 79), Riţă Teofil (2 859, 68, 73—77, 79, 80, 90, 91, 96, 96, 98).

Ş. m. 7. Clasa VIII-a. Murgu Eugenia (E : 1 052, 53, 55—58, 60, 63, 65, 66), Olariu Victor (E : 1 052, 54—60, 62, 63, 65, 66), Petrovici Monica (E : 1 052, 53, 55—57, 60, 62, 63, 65, 66). Clasa X-a. Wächter Tiberiu (2 861, 63, 67, 71, 72, 938).

Şcoala de 7 ani nr. 22. Clasa V-a. Iluţi Luiza (E : 1 052—54, 57, 60). Clasa VII-a. Bleyer Ion (E : 1 052, 53, 55—57, 60, 62, 63, 65, 66), Gora H. (E : 1 052, 53, 56—58, 60, 62, 63, 65, 66).

TIRGOVIŞTE. *Ş. m. „N. Bălcescu"*. Clasa IX-a. Dumitrescu I. Horia (2 907, 10, 13, 17, 21, 23, 26, 31—33).

Ş. m. 3. Clasa VIII-a. *Cirnu I. Lucian* (2 762, E : 951, 57, 60, 65—68, 71, 74, 77, 82, 84—99, 1 003, 04, 09, 11—22, 26, 31—33, 41). Clasa IX-a. Cercel Paul (2 885, 94, 96, 913, 17, 21, 23, 38, 44, 53), Rujan N. Romulus (2 894, 96, 907, 10, 13, 17, 20, 21, 23, 38, 44, 53). Clasa X-a. *Cirnu Mircea* (2 854, 55, 58—85, 87, 88, 90—94, 96—98, 900, 02, 03, 05, 06). Clasa XI-a serală. Irimia N. Corneliu (2 840, 45, 48, 52, 60, 61, 63, 65—67, 70, 73—80, 91, 93, 97, 98, 905, P).

TIRGU JIU. *Ş. m. 2 „Tudor Vladimirescu"*. Clasa IX-a. *Bencovici Ion* (2 845, 48, 49, 59—61, 63—67, 69, 74, 75, 78—80, 91, 94, 96, 907, 08, 10, 11, 14, 17, 19, 23, 32, 33, 38,

41, 44, 51), Ceparu Romulus (2 845, 48, 49, 60, 61, 63—67, 69, 73—75, 79, 91, 96, 907, 08, 10, 11, 14, 17, 18, 41, 51), Cheprea Ion (2 811, 48, 49, 60, 61, 63—65, 74, 75, 96, 908, 10, 11, 14, 17, 23, 35, 44, 51), *Costoiu V. Dorel* (2 845, 46, 48, 49, 60, 61, 63, 65—67, 69, 74, 75, 77, 79, 80, 83, 91, 96, 907, 08, 10, 11, 17, 18, 33, 35, 38, 41, 49, 51), Davidoiu C. Gh. (2 860, 64, 65, 67, 96, 907, 10, 11, 14, 17, 18, 32, 35, 44, 51), *Dobrotă N. Ion* (2 845, 46, 49, 49, 61, 63, 65—67, 69, 74, 75, 77, 78, 80, 91, 96, 807, 08, 10, 11, 14, 17, 18, 23, 32, 35, 38, 44, 51), Găvănescu Jean (2 845, 46, 48, 49, 60, 63—67, 69, 74, 75, 78—80, 91, 96, 907, 08, 10, 11, 14, 17, 18, 23, 32, 25, 38, 44, 51), *Lăpăduș I. Ion* (2 845, 48, 49, 57, 60, 61, 63—67, 69, 74, 75, 78—80, 83, 91, 96, 907, 08, 10, 14, 17, 18, 33, 35, 44, 51). *Mălăescu D. Dumitru* (2 837, 45, 46, 48, 49, 60, 61, 63, 65—67, 69, 74, 75, 77—80, 91, 94, 96, 907, 08, 10, 14, 17, 18, 20, 33, 35, 41, 44, 49, 51). *Paraschivescu I. Ion* (2 845, 46, 48, 49, 60, 61, 63, 65—67, 69, 74, 75, 78—80, 92, 94, 96, 907, 08, 10, 13, 14, 17, 20, 23, 32, 35, 38, 41, 44, 49, 51), Păun C. Dănuț (2 848, 49, 60, 61, 64, 65, 67, 69, 74, 75, 96, 907, 10, 11, 14, 17, 18, 44, 51), Popescu V. Ion (2 845, 49, 57, 60, 64—67, 69, 72—74, 78—80, 83, 88, 92, 94, 96), Popescu Adrian (2 845, 48, 49, 61, 63, 65, 69, 74, 75, 78, 79, 80, 96, 907, 10, 11, 17, 18, 35, 41, 51), Preda C. Constantin (2 848, 49, 60, 61, 63—65, 67, 69, 74, 75, 78), Șendroiu Iulian (2 845, 48, 49, 60, 61, 63—67, 69, 74, 75, 78, 96, 907, 10, 11, 14, 17, 18, 35, 41, 44, 51), *Șerban V. Viorel* (2 845, 48, 49, 59, 60, 61, 63—70, 74, 75, 78, 80, 91, 94, 96, 907, 08, 10, 11, 14, 17, 18, 23, 32, 33, 35, 38, 41, 44, 51), Sgarbură Dan (2 811, 45, 48, 49, 60, 61, 63—65, 67, 74, 75, 78, 907, 10, 14, 17, 18, 35, 44, 51), *Zorilă I. Aurel* (2 845, 48, 49, 60, 61, 63—67, 69, 74, 75, 76—80, 91, 96, 907, 10, 11, 14, 17, 18, 23, 35, 38, 44, 51). Clasa X-a. *Anițescu N. Nicolae* (2 843, 45—49, 53, 57—70, 72—82), Andriță Ion (2 848, 49, 59, 60, 62, 63, 65, 67, 69, 74, 75, 78, 80, 91, 92, 94, 98, 907, 10, 13, 14, 17, 18, 23, 32, 35, 44, 51), Andriță C. Valeriu (2 845, 48, 49, 59, 60, 61, 63—67, 69, 74, 75, 78, 908, 10, 11, 14, 17, 18, 23, 32, 35, 44, 51), *Bozdog Ion* (2 845, 46, 48, 49, 58—80, 90—92, 94, 96), Băjmățară T. Gh. (2 848, 49, 60, 61, 63—65, 74), Bolișin A. Constantin (2 848, 49, 59—61, 63—67, 69, 74, 75, 78, 910, 17, 18, 35, 51), Berculescu Ion (2 848, 60, 61, 64, 67, 74, 75, 78, 918, 23, 29, 35, 44, 51), Bușu C. Titu (2 848, 49, 59—61, 63, 64, 67, 69, 74, 78, 91, 907, 08, 11, 18, 23, 32, 35, 44, 51), Bănete George (2 845, 48, 49, 60, 61, 64, 65, 67, 69, 74, 75, 78), Chirculescu Vasile (2 848, 60, 61, 64, 65, 67, 74, 75, 907), Cocheci Al. Alexandru (2 848, 60, 61, 64, 65, 67, 74, 78, 917, 18, 35, 51), Ciuhu Vasile (2845, 48, 49, 60, 61, 63—67, 69, 74, 75, 78, 91, 96, 907, 10, 11, 14, 17, 18, 35, 41, 44, 51), Costoiu I. Virgil (2 845, 48, 49, 60, 63, 65—67, 69, 80, 83, 91, 96, 908, 18, 33, 35, 38, 41, 51), Croitoru E. Valentin (2 848, 49, 59, 60, 61, 64—67, 74, 907, 17, 18, 32, 51), Chroșca Petre (2 848, 49, 59—61, 63—67, 69, 74, 75, 78, 908, 10, 14, 17, 18, 32, 44, 51), *Ciocăzeanu Ion* (2 845, 48, 49, 59—70, 72, 74, 77, 78, 90, 91, 98, 907, 08, 10, 12, 13, 17, 44, 51), Duminică Alexandru (2 845, 48, 49, 59, 61, 65, 69, 74, 75, 78, 91, 907, 18, 23, 32, 44, 51, 60), Drăgan T. Ovidiu (2 848, 49, 60, 61, 63—67, 69, 74, 75, 96, 908, 10, 13, 14, 16—18, 20, 23, 24, 32, 35, 36, 38, 44, 51), Egăroiu I. Ion (2 849, 59—65, 69, 74, 76, 78, 91, 92, 98, 907, 10, 11, 13), Giurgiulescu Constantin (2 848, 49, 60, 61, 64—67, 69, 74, 91, 908, 17, 18, 23, 32, 33, 35, 44, 51), Munteanu P. Barbu (2 848, 49, 60, 61, 63, 66, 69, 74, 75, 78), Neagoe Ion (2 848, 49, 59, 60, 61, 63—67, 70, 73—75, 78, 91, 907, 51), Prodan Constantin (2 948, 49, 60, 61, 63, 65—67, 69, 74, 75, 78, 907, 08, 10, 11, 14, 17, 18, 32, 35, 44), *Pintea M. Theodor* (2 845, 48, 49, 60, 61, 63, 64, 66, 67, 69, 70, 74, 75, 79, 91, 96, 907, 08, 11, 17, 18, 22—25, 32, 33, 35, 38, 44, 51), Popescu Orest (2 845, 48, 49, 60, 61, 63—67, 69, 74, 75, 78, 907, 08, 10, 11, 14, 17, 18, 23, 32, 35, 44), Panaitescu P. Ciprian (2 848, 49, 59, 60, 63—67, 70, 73—75, 78), Popescu Sp. Radu (2 844, 45, 48, 49, 60, 61, 66, 67, 74, 75, 907, 08, 10, 11, 17, 18, 23, 32, 35), *Pupăzeanu Gh.* (2 849, 59, 62—64, 66, 68, 69, 72, 73, 75, 77—80, 90—92, 94, 96, 98, 907, 08, 12, 13, 17, 18, 23, 24, 35, 36, 38, 41, 44, 51), Ratcu Ion (2 848, 49, 60, 61, 63, 65, 67, 69, 74, 91, 908, 17, 18, 33, 35, 44, 51), *Roman Remus* (2 845, 48, 49, 60, 61, 63—67, 69, 74, 75, 78, 91, 96, 907, 08, 10, 11, 14, 17, 18, 23, 32, 35, 38, 41, 44, 51), Vlădoiu D. Dumitru (2 848, 49, 59—65, 67, 69, 74, 75, 78, 91, 92, 94, 98, 907, 08, 10, 11, 13, 17, 18, 23, 35, 44, 57), *Clasa XI-a serală.* Mazilu Constantin (2 860, 61, 63, 64, 71, 74, 75, 76, 78, 941). *Absolvenți: Calistrate* Ștefan (2 890, 91, 93, 94, 96, 900, 07—13, 15—18, 20—24, 26, 27, 30, 32, 33, 35, 37, 41, 44, 46, 51, 53), Comănescu Gh. Ion (2 807, 08, 11, 13, 14, 16, 17, 27, 31, 34), *Mărgineanu Gr. Constantin* (2 841, 45, 85, 90, 91, 94, 98, 907, 08, 10—13, 16—18, 20—26, 32, 35—38, 40, 41, 44, 51, 53). *Ș. m. 3.* Clasa VIII-a. Vîlceanu Sabin (2 861, 63, 74, 78, E : 1 039, 40, 43, 45, 46, 48—50, 52, 53, 55—58, 60, 62, 63, 65, 66).

TÎRGU MUREȘ. *Ș. m. 1 „Papiu Ilarian".* Clasa V-a. Cobălcescu Aldea Aurel (E : 1 052, 53, 59, 60, 72, 74). Clasa IX-a. Ioan Corneliu (2 807, 09, 11, 16, 18, 21, 22, 27, 31, 41, 45, 48, 49, 61, 63, 64, 74, 75, 77). *Ș. m. 3.* Clasa X-a. Sarlea Dora (2 908, 12, 16—18, 22, 23, 24, 33, 35, 51).

TÎRGU NEAMȚ. Clasa VIII-a. Dabu Răzvan (E : 1 036, 38—40, 42, 43, 46—49, 51—53, 55—63, 65, 66).

TIRGU OCNA. Clasa X-a. Stănescu Mihail (2 841, 45, 64, 69, 70, 73, 77, 81, 82, 91, 96, 922, 24, 38, 41, 44).

TIRNAVENI. Flueraș Alexandru (P).

TULCEA. Absolvent *Grădinaru Pimen* (2 809, 17, 24, 30, 31, 37, 43, 45, 52, 84, 85, 78, 88, 90—93, 94, 96—98, 900, 01, 05—09, 11—12, 17, 18, 22, 23).

TURDA. *Operator chimist* Marcu Cristian (2 857, 59, 61, 63—65, 67, 69, 70, 72, 74, 76, 81, 87). Absolvent *Simplean L. Paul* (2 814, 26, 41, 45, 59—81, 88, 90, 92).

TURNU SEVERIN. *Ș. m. 1.* Clasa VIII-a. Băran D. Nicolae (E : 1 040, 49, 50, 52, 56, 57, 62, 66, 71, 73, 74). Bundaru Mircea (2 944, E : 1 052, 53, 55—57, 59, 60, 66, 71, 73, 75), Nițulescu C. Lucian (E : 1 038, 40, 52, 54—62), Roată Gh. Aurora (E : 1 040, 49, 50, 52, 53, 55—57, 60, 66, 71, 73, 74), Surdulescu Barbu (2 844, E : 1 052, 53, 55—57, 60, 63, 65, 66, 71, 73, 75). Clasa IX-a. Roată Gh. Radu (2 811, 45, 61, 63, 74, 78, 96, 917, 26, 32, 44, 69, 87, 89). Clasa X-a. Alexe Alexandru (2 817, 29, 59, 64, 65, 73, 96, 907, 18, 32, 38), Dobrescu Ovidiu (2 907, 08, 13, 17, 18, 20, 23, 24, 33, 35, 36, 38, 41, 51), Suici Gh. (2 907, 20, 21, 25, 32, 38, 41, 45, 51, 57, 61, 63, 65, 66, 68—70). Absolvent Bîrlan Toma (2 859, 65, 67, 68, 70—74, 77, 922), *Rusu Constantin* (2 821, 31, 52, 88, 90—94, 98, 99, 900, 03, 07—13, 15—27, 32, 33, 35, 36, 38, 40, 41, 44, 48, 51, 53, 72), Vintilă Nicolae (2 907, 10, 12, 13, 16—18, 20, 21, 23, 24, 32, 35, 38, 41, 44, 51).

VĂLENII DE MUNTE (Ploești). Clasa VIII-a. Ungureanu Ion (E : 1 052—57, 59, 60, 62, 63, 65).

ZALĂU. Marati C. Cornel (2 871—73, 76, 82, 96, 908, 07, 18, 24, 32, 52).

CĂRȚI NOI

A apărut

GEOMETRIA TRIUNGHIULUI de Traian Lalescu

156 pagini cu prețul de 3 lei exemplarul

E R A T Ă :

1) La problema 3089 se va citi: $\sin(2x + y) + \sin(4x + y)$ în loc de $\sin(2x + y)\sin(4x + y)$ și $\cos(2x + y) + \cos(4x + y)$ în loc de $\cos(2x+y)\cos(4x+y)$

2) La problema 3103, rîndul 2 din enunț, se va citi: $+13$ în loc de -13.

REDACTAREA SOLUȚIILOR

— *Rezolvarea fiecărei probleme* trebuie făcută separat, cu toate calculele necesare, iar figurile să fie desenate cu îngrijire. Nu se vor trimite soluțiile mai multor probleme pe aceiași foaie: fiecare soluție trebuie să fie precedată de numărul de ordine al problemei, enunțul complet și numele propunătorului. După soluționarea fiecărei probleme scrieți citeț numele, clasa și *școala unde urmați* sau ocupația și adresa și apoi trimiteți problemele așezate în *ordinea lor numerică*, iar pe adresă menționați: *Redacției G.M.F. seria B*

— *Se primesc soluții* numai la problemele și exercițiile din ultimele trei numere apărute.

— *Soluțiile ce se vor anunța* la rubrica rezolvitorilor în tot cursul anului 1958 se vor socoti la premierea colaboratorilor pe anul 1958.

— După apariția numărului 10 al G.M.F.-B, corespondenții evidențiați în cursul anului 1958 sînt rugați să-și întocmească cîte o *fișă* cuprinzînd numele, adresa lor și tabelul cu toate problemele ce au rezolvat, așezate în *ordinea lor numerică* și care au fost anunțate la rubrica rezolvitorilor în numerele 1—10, apoi să o trimită redacției în plicul cu alte probleme rezolvate, în vederea *clasificării și premierii pe anul 1958.*

— *Problemele ce se propun* de către colaboratorii revistei, să fie clar compuse, însoțite de soluții, să fie personale și nu luate din cărți sau reviste, iar trimiterea lor să se facă odată cu problemele rezolvate. Elevii sînt sfătuiți să înceapă a propune probleme, numai după ce au soluționat un număr destul de mare de exerciții și probleme. Problemele propuse necorespunzătoare nu se pot publica. Dacă un corespondent constată că unele probleme propuse mai există publicate în cărți sau reviste, este rugat să ne arate precis *volumul* și *pagina* unde s-a mai publicat enunțul sau soluția problemei respective.

— În redactarea unei soluții trebuie alese *notații potrivite*, subliniate părțile principale, iar calculele numerice să fie făcute cu mare îngrijire. *Figurile* trebuie făcute corect, clar, cu linii pline și punctate. De multe ori aceste reguli îndeplinite conduc la soluția problemei. Adesea dintr-o problemă simplă pot ieși chestiuni interesante. Soluțiile mai dificile se obțin uneori prin încercări succesive și studiind chestiuni în legătură cu problema de rezolvat.

— Corespondentul nostru care a citit și a înțeles deplin multe din soluțiile publicate, a rezolvat multe din probleme propuse, poate și este îndemnat să încerce să schițeze cîte o *notă* scoasă dintr-o observare făcută cu ocazia rezolvării unei chestiuni mai grele. Aceste note este bine să fie refăcute de mai multe ori înainte de a fi trimise pentru a se evita ca în expunerea făcută să fie scrise *vorbe fără rost*, iar ideile trebuie să deștepte *interes pentru cititor.*

— *Ordinea și îngrijirea* în prezentarea unei idei pot fi îndeplinite dacă harnicul nostru corespondent a făcut mai multe rezolvări, dacă a citit și a înțeles deplin, multe soluții și articole publicate și dacă a studiat îndeajuns chestiunea de care se ocupă.

— Tovarășii colaboratori elevi sînt rugați să ne trimită date asupra activității lor extrașcolare la matematică și la fizică, asupra activității cercurilor de matematică sau de fizică la care iau parte și asupra modului de desfășurare a „Olimpiadei de matematică și fizică", pentru ca apoi, prin revistă, să se poată realiza cu succes, un schimb de experiență. Abonamentele la GMF — seria B se fac individual și prin oficiul poștal local pe lunile ce urmează pînă la finele anului 1958, socotindu-se prețul de 1,50 lei exemplarul.

— Cei care doresc să-și procure contra cost următoarele numere vechi din GMF-B: anul 1954 (nr. 5, 11, 12); 1955 (nr. 12); 1956 (nr. 6—12) și din 1957 (nr. 1—12), pot trimite suma respectivă prin mandat poștal la cont. 038065, Editura Tehnică, B.R.P.R. DOB.

— Reclamații în legătură cu tirajul revistei GMF-B, cu întîrzierea sau neprimirea abonamentelor se pot face Direcției regionale P.T.T.R. a regiunii respective, iar în București Oficiului de difuzarea presei în Capitală, Piața Scînteii nr. 1.

BIBLIOTECA SOCIETĂȚII DE ȘTIINȚE MATEMATICE ȘI FIZICE DIN R. P. R.

1. E. RUSU	Bazele teoriei numerelor.
2. A. I. MARKUȘEVICI	Șiruri recurente.
3. N.N. VOROBIEV	Numerele lui Fibonacci.
4. P. S. ALEXANDROV	Introducerea în teoria grupurilor.
5. I. S. SOMINSKI	Metoda inducției matematice.
6. GH. MIHOC	Elemente de calculul probabilităților.
7. H. IONESCU	Calcule numerice.
8. A. I. MARKUȘEVICI	Arii și logaritmi.
9. A. I. GHELFOND	Rezolvarea ecuațiilor în numere întregi.
10. O. SACTER	Despre conice și alte curbe.
11. ION IONESCU	Maxime și minime geometrice.
12. F. I. ZIGHEL	Cometele.
13. S. SKLOVSKI	Radioastronomia.
14. V. ATANASIU	Structura materiei.
15. V. V. SARONOV	Soarele și observarea lui.
16. O. KREINDLER	Elemente de calcul vectorial.
17. B. B. KUDRIAVȚEV	Experiențe simple cu ultrasunete.
18. M. V. PENTKOVSKI	Nomograme.
19. A. KAHANE	Elemente de teoria congruențelor de drepte.
20. GH. ȚIȚEICA	Culegere de probleme de geometrie, (revăzută și completată de G. D. SIMIONESCU).
21. A. HALANAY	Introducere în teoria calitativă a ecuațiilor diferențiale.
22. N. STANESCU	Electronul.
23. V. SERGIESCU	Introducere în fizica solidului.
24. G. N. BERMAN	Cicloida.
25. C. BORȘ	Noțiuni de geometrie proiectivă.
26. AL. SANIELEVICI	Introducere în radioactivitate.
27. M. HEROVANU	Introducere în fizica atmosferei
28. C. G. BEDREAG	Bibliografia fizicii romîne.
29. I. S. DUBNOV	Erori în demonstrațiile geometrice.
30. H. STEINHAUS	Caleidoscop matematic (traducere din limba poloneză).
31. C. POPOVICI	Stelele, date fizice, structura internă, originea și evoluția lor.
32. C. DRIMBA	Elemente de mecanică cerească.

C. 11101 — Atel. poligr. Editura Tehnică

Lei 1,50

E 1426

SOCIETATEA DE ŞTIINŢE
MATEMATICE ŞI FIZICE DIN R.P.R.

Institut. de ... Tehnică
BUC...
OBMEN - C... E
VYMENA - W... NA
TAUSCH - ...

GAZETA MATEMATICĂ ŞI FIZICĂ

SERIA B

PUBLICAŢIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Országos Műszaki Könyvtár TULAJDONA

Anul IX — august 1958

8

EDITURA TEHNICA

GAZETA MATEMATICĂ ŞI FIZICĂ

(SERIA B)

Anul IX — Nr. 8 — august 1958

SUMARUL

	Pag.
1. „23 August" ziua eliberării patriei noastre	433
2. Simetria figurilor plane infinite de Tiberiu Roman	434
3. Cucerirea temperaturilor foarte joase de Angela Negulescu	449
4. Să construim cu mijloace proprii modele şi aparate de fizică	457
5. Note matematice	460
6. Probleme rezolvate (2738; 2740; 2741; 2742; 2743; 2744; 2745; 2749; 2750)	464
7. Probleme propuse (3311—3341)	472
8. Exerciţii şi probleme pentru şcoala de şapte ani (E: 1181—E: 1198)	476
9. Olimpiada micilor matematicieni şi fizicieni	478
10. Lista elevilor evidenţiaţi la O.M.M.F. (etapa finală)	481
11. Poşta redacţiei	484
12. Rubrica rezolvitorilor de probleme	485

ANUL IX — 8 — AUGUST

COMITETUL DE REDACŢIE

Atanasiu V., lector, redactor pentru fizică; **Bolangiu A.**, asistentă univ., **Ionescu Bujor C.**, prof. univ.; **Ionescu-Ţiu C.**, profesor, redactor pentru matematică; **Muşat I.**, profesor; **Negulescu A.**, profesoară; **Petrovanu A.**, profesor; **Pop Alex.**, profesor; **Rădulescu N.**, profesor; **Sacter O.**, conf. univ., redactor responsabil; **Simionescu D. Gh.**, conf. univ.

REDACŢIA: Str. Academiei, 14 — Tel. 4.46.53 — Bucureşti 1

Articolele, notele, recenziile, problemele propuse sau rezolvate, corespondenţa privitoare la activitatea matematică şi fizică a şcolilor, precum şi orice material informativ care ar putea interesa redacţia noastră se vor trimite pe adresa de mai sus.

GAZETA
MATEMATICA ȘI FIZICA (SERIA B)
PUBLICAȚIE LUNARĂ PENTRU TINERET
Anul IX, Nr. 8 august 1958

KÖNYVTÁR-ORSZÁGOS SZÉCHÉNYI 1883

„23 AUGUST 1958"

AU trecut paisprezece ani de la eliberarea națională a Romîniei în urma insurecției armate de la 23 August 1944 condusă de Partidul Comunist Romîn în condițiile înaintării victorioase a armatelor sovietice eliberatoare.

Paisprezece ani de cînd poporul nostru a sfărîmat jugul fascist, de cînd și-a făurit condițiile care i-au permis să se scuture de impilarea și obida care de veacuri îi apăsau grumazul. După veacuri de suferințe și umiliri, după decenii de cruntă exploatare capitalistă, poporul nostru muncitor a putut face la 23 August 1944 o măreață cotitură în dezvoltarea sa istorică, pornind pe drumul adevăratei independențe naționale, pe drumul progresului și al fericirii.

Doborînd dictatura fascistă și hotărînd ieșirea din războiul hitlerist, alăturîndu-se de Uniunea Sovietică și celelalte popoare care se ridicaseră la luptă împotriva fascismului, Romînia a pășit atunci pe calea unui viitor luminos. Începînd din ziua aceea, poporul romîn, recunoscînd în partidul comunist forța lui conducătoare, a devenit stăpîn pe soarta lui.

În focul bătăliilor care s-au dus pentru traducerea în viață a programului de transformări democratice, muncitorii și țăranii muncitori, dovedind spirit de sacrificiu și o puternică combativitate politică, au făcut zid în jurul partidului. Încă din primele zile, majoritatea intelectualilor și-a dat și ea larga sa adeziune la marea operă inițiată de partid. Cărturarii noștri cinstiți, legați de popor și-au pus în slujba construirii vieții noi întreaga lor experiență și capacitate.

Datorită unității dintre partid, guvern și popor, în acești 14 ani de libertate și de luptă îndîrjită, oamenii muncii din patria noastră, prin hărnicia, priceperea și entuziasmul lor, au dat viață planurilor înțelepte ale partidului, au schimbat fața țării, i-au sporit bogățiile, și în această operă s-au schimbat pe ei înșiși.

Țara noastră, din tributară străinătății a devenit astăzi o țară cu o industrie puternică, cu o agricultură înfloritoare, cu o cultură înaintată, larg răspîndită în mase.

S-au împlinit 10 ani de la data cînd în țara noastră s-a înfăptuit actul de importanță istorică al naționalizării principalelor mijloace de producție din industrie și transporturi, a întreprinderilor bancare și de asigurări. Naționalizarea a apărut ca o necesitate obiectivă în cadrul procesului revoluționar de după 23 August, sfărîmînd dominația economică a burgheziei. În cei zece ani care s-au scurs de la naționalizare, volumul producției industriale a crescut de 4,2 ori. Puterea instalată a centralelor electrice a ajuns azi de două ori mai mare decît în vechea Romînie. Dacă în 1949 sărbătoream înjghebarea primelor gospodării agricole colective, astăzi avem

regiuni în întregime cooperativizate. Noul stat socialist consolidat după 30 Decembrie 1947, și-a dezvoltat funcția economico-organizatorică și cultural-educativă, devenind instrumentul principal al construcției socialiste.

Despre realizările științei, artei și literaturii românești — care, datorită îndrumării ideologice a partidului și sprijinului material al regimului democrat-popular au luat un avînt uriaș — vorbesc succesele răsunătoare dobîndite în țară și peste hotare. Despre succesele culturii noastre vorbește și ridicarea a numeroase cadre noi, bine pregătite, recrutate din rîndurile celor ce muncesc devotate cauzei socialismului. Numărul absolvenților școlilor medii a devenit de șapte ori mai mare decît în 1938, numărul facultăților a sporit de la 33 la 112 în același interval de timp, iar cel al studenților de la 26 000 la 81 000. Se tipăresc în fiecare an circa 35 milioane cărți. Două cărți pe cap de locuitor. Niciodată nu au avut oamenii de știință, cercetătorii, intelectualitatea noastră în general și orice om însetat de cultură, posibilități atît de largi de studiu și dezvoltare și condiții atît de fericite de afirmare ca acelea pe care le au în regimul democrat-popular. Luptînd pentru o știință pusă în slujba poporului, oamenii noștri de știință aduc din plin contribuția lor, la dezvoltarea istorică a patriei.

În cei 14 ani care s-au scurs de la eliberare, s-a întărit tot mai mult unitatea de nezdruncinat a țărilor lagărului socialist, s-a dezvoltat continuu colaborarea și într-ajutorarea tovărășească dintre aceste țări, ceea ce a determinat pe de o parte forța de neînvins a lagărului păcii, iar pe de altă parte progresul uimitor realizat de fiecare din aceste țări în parte.

În rîndul prefacerilor adînc înnoitoare, nu numai tineretul care și-a început munca odată cu zorile eliberării, dar și cei mai vîrstnici, se simt altfel de oameni, mai plini de avînt, mai solidari cu vremea lor. Ei luptă pentru propășirea republicii noastre populare, pentru întărirea frontului păcii în fruntea căruia se găsește marea Uniune Sovietică, prima țară a socialismului.

SIMETRIA FIGURILOR PLANE INFINITE

Conf. univ. **TIBERIU ROMAN**

1. Chenarele plane sînt ornamente care admit ca simetrie (eventual, printre altele) o singură translatare diferită de zero. Un astfel de chenar este cuprins între două drepte paralele între ele (și paralele cu vectorul translatare). La 2*e* (I) și 11*b* (I)[1] s-a întîlnit un

Fig. 1. Chenar cu flori de cercelus, sculptat pe piatră de mormînt a lui Nicolae Alexandru Basarab (Biserica Domnească din Cîmpulung, 1364).

exemplu de chenar plan schematizat. In fig. 1, 2, 3 se dau exemple de chenare, materializate în piatră sau pe țesături.

[1]) Cifrele romane I și II indică trimiterile la articolele „Introducere elementară la studiul simetriei" și „Simetria figurilor plane finite", apărute în numere 5 respectiv 6 ale acestei reviste.

Este clar că un chenar plan, în afara translatării de vector $\bar{t}$ admite şi translatările de vectori ..., $-k\bar{t}, \ldots, -2\bar{t}, -\bar{t}, 0\bar{t}, \bar{t}, 2\bar{t}, \ldots, k\bar{t}, \ldots$, cu k întreg pozitiv.

Un chenar plan trebuie considerat ca o figură infinită (v. şi 2 (II). Evident că nu se reprezintă decît fragmente, finite ale unui astfel de chenar; în studiul matematic care urmează însă, chenarul va fi considerat infinit.

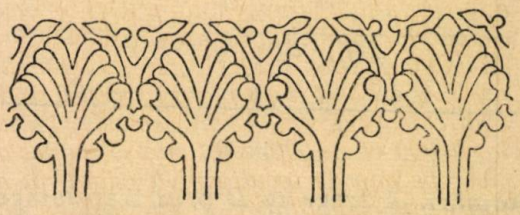


Fig. 2. Chenar cu palmete, sculptat pe faţă laterală a pietrei de mormînt a lui Radu I. Basarab (Biserica Sf. Nicolae Domnesc din Argeş, secolul al XIV-lea).

Direcţia vectorului translatare se numeşte *direcţia longitudinală*.

Translatarea cea mai mică (dintre cele admise de chenar) se va numi *translatarea unitară*, iar lungimea vectorului respectiv — *distanţa elementară*. Fragmentul chenarului, prin deplasarea căruia cu translatarea unitară se obţine întreg chenarul, se numeşte *ornament elementar*.

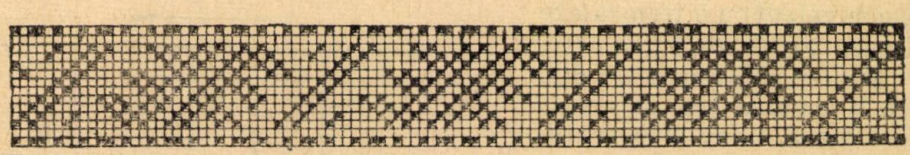


Fig. 3. Chenar de cusătură din Ţara Oltului.

2. Alte simetrii ale unui chenar plan pot fi:

a) rotiri de 180° (căci printr-o rotire de alt unghi direcţia longitudinală ar fi schimbată), în jurul unor centre situate la egală depărtare de marginile chenarului; distanţa între două centre de rotire vecine este jumătăte din distanţa elementară (cum se va arăta mai jos),

b) oglindiri faţă de axe transversale; distanţa între două asemenea axe vecine este jumătate din distanţa elementară (cum de asemenea, se va arăta mai jos),

c) oglindiri faţă de o axă longitudinală, egal depărtată de cele două margini ale ornamentului,

d) oglindiri-lunecări faţă de aceiaşi axă longitudinală, vectorul translaţiei fiind $k\bar{t}$ (cu k un întreg pozitiv, negativ sau zero); aceste simetrii nu diferă de cele de la c),

e) oglindiri-lunecări faţă de aceiaşi axă longitudinală, vectorul translatării fiind $\frac{\bar{t}}{2}$ sau $\left(k + \frac{1}{2}\right)\bar{t}$, deoarece compunînd două oglindiri-lunecări oarecare ale chenarului, căpătăm o translatare de vector $\overline{u}$, dublul vectorului lunecării şi care trebuie să fie vectorul translatării unitare sau un multiplu al ei.

Să dovedim afirmaţia de la a) de mai sus. In fig. 4 este reprezentat un fragment dintr-un chenar, $\bar{t}$ fiind vectorul translatării.

Fie A un punct al chenarului şi O_1 centrul unei rotiri de 180°. Transformatul lui A prin această rotire este B, iar al lui B prin translatarea $\bar{t}$ este C. Se vede că C poate fi considerat şi transformatul lui A printr-o rotire de 180° în jurul centrului O_2 (intersecţia dreptei AC cu axa longitudinală a chenarului). Insă $O_1O_2 = \frac{BC}{2}$, adică jumătate din distanţa elementară, fiindcă trece prin mijlocul lui AB şi este paralel cu BC. Dacă schimbăm ordinea compunerii celor două transformări, A trece în D prin translatarea $\bar{t}$, iar D trece în E prin rotirea de 180° în jurul O_1. A poate trece direct în E printr-o rotire de 180° în jurul punctului O_3 (intersecţia dreptei AE cu axa longitudinală), iar $O_1O_3 = \frac{AD}{2}$, adică tot jumătate din distanţa elementară.

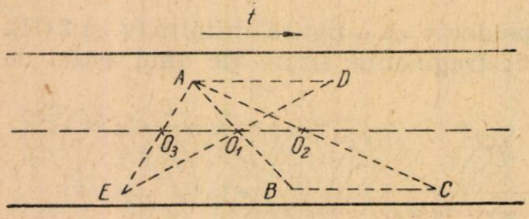


Fig. 4.

Pe de altă parte, compunînd două rotiri de cîte 180° în jurul a două centre C_1 şi C_2, rezultatul este echivalent cu o translatare de vector $2\overline{C_1C_2}$ (v. 7 *g* şi *c* (I)).

Pentru a dovedi afirmaţia de la *b* de mai sus, să considerăm fig. 5, unde este reprezentat un fragment de chenar cu vectorul translatării $\bar{t}$. Fie A un punct al chenarului şi D_1 axa unei oglindiri transversale. Transformatul lui A prin această oglindire este A_1, iar al lui A_1 prin translatarea $\bar{t}$ este B. Se vede că B poate fi considerat şi transformatul lui A prin oglindirea faţă de axa transversală D_2, deplasată faţă de D_1 cu jumătate din distanţa elementară. Compunînd cele două transformări în ordine inversă, A devine A_2 prin translatare şi A_2 devine C prin oglindirea faţă de D_2. Se vede că A devine C şi dacă este transformat prin oglindirea faţă de axa D_3, obţinută prin deplasarea lui D_1 cu o jumătate din distanţa elementară, dar în sens invers decît pentru a obţine pe D_2. Se indică cititorului să demonstreze amănunţit concluziile trase în rîndurile ce preced, folosind egalitatea segmentelor din fig. 5.

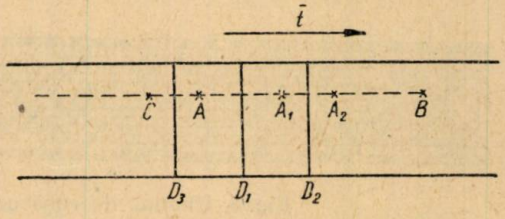


Fig. 5.

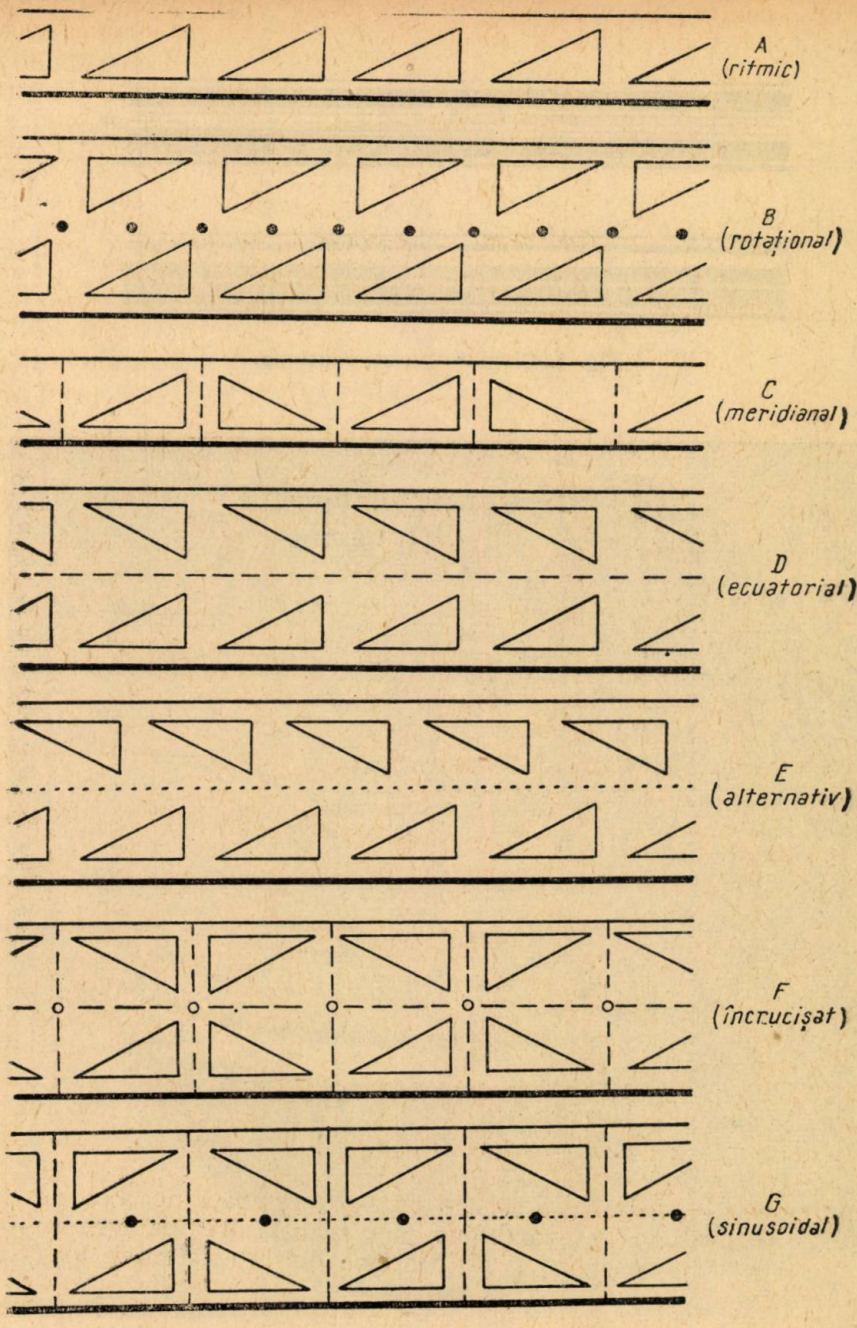
Pe de altă parte, compunînd două oglindiri faţă de axe paralele D' şi D'', rezultatul este echivalent cu o translatare de vector perpendicular pe cele două axe şi de lungime dublul distanţei lor (v. şi 7 *h* şi *e* (I)).

3. Tipurile chenarelor plane discontinue. Aceste tipuri se obţin considerînd pe rînd chenare care admit ca simetrii:

a) translaţii de vector $\bar{t}$ (fig. 6 *A*),

b) translaţii de vector $\bar{t}$ şi pe rînd: rotiri de 180° (fig. 6 *B*) sau oglindiri faţă de axe transversale (fig. 6 *C*) sau oglindire faţă de axa

Fig. 6. Tabela schematică a chenarelor plane, discontinue.



LEGENDĂ :
——— Axă de oglindire
..... Axă de oglindire-lunecare
• • • • • • • • Centre de rotire de 180°

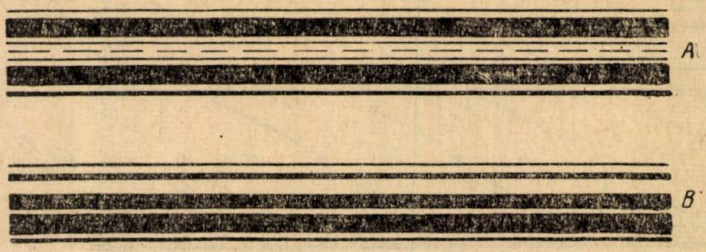


Fig. 7. Chenare plane, continue.

Fig. 8. Vas din Atica, sec. al IX-lea înaintea erei noastre.

longitudinală (fig. 6 *D*) sau oglindire față de aceiași axă și lunecare cu $\frac{1}{2}\bar{t}$ (fig. 6 *E*),

c) translații de vector $\bar{t}$ și simetriile de la **2** *a, b, c,* (fig. 6 *F*). respectiv simetriile de la **2** *a, b, e* (fig. 6 *G*).

Deci, în total, șapte tipuri de chenare plane, discontinue,

Pentru a forma grupul simetriilor fiecărui tip de chenar plan, vom considera transformările admise de fiecare dintre ele, în afara translatărilor. Pe acestea din urmă le asimilăm cu deplasarea identică *E*, în sensul că, compunerea a două transformări care ne dă o translatare o considerăm *E*.

In felul acesta, chenarele de la *a*) au grupul simetriilor de ordin unu; cele de la *b*) de ordinul doi; cele de la *c*) de ordinul patru.

4. **Chenarele plane continue.** Dacă într-un chenar plan, translatarea unitară devine nulă și orice translatare longitudinală este o simetrie, chenarul devine continuu și admite o oglindire față de o axă transversală, în orice punct.

Oglindirea față de o axă longitudinală poate fi cuprinsă între simetriile chenarului, (fig. 7 *A*) sau nu (fig. 7 *B*).

5. **Aplicații.** a) Să se determine tipul chenarelor din fig. 1, 2, 3 ca și al celor de la 2*e* (I) și **11** *b* (I), elementele de simetrie corespunzătoare și ornamentul elementar respectiv.

b) Același lucru pentru fig. 8 și 9.

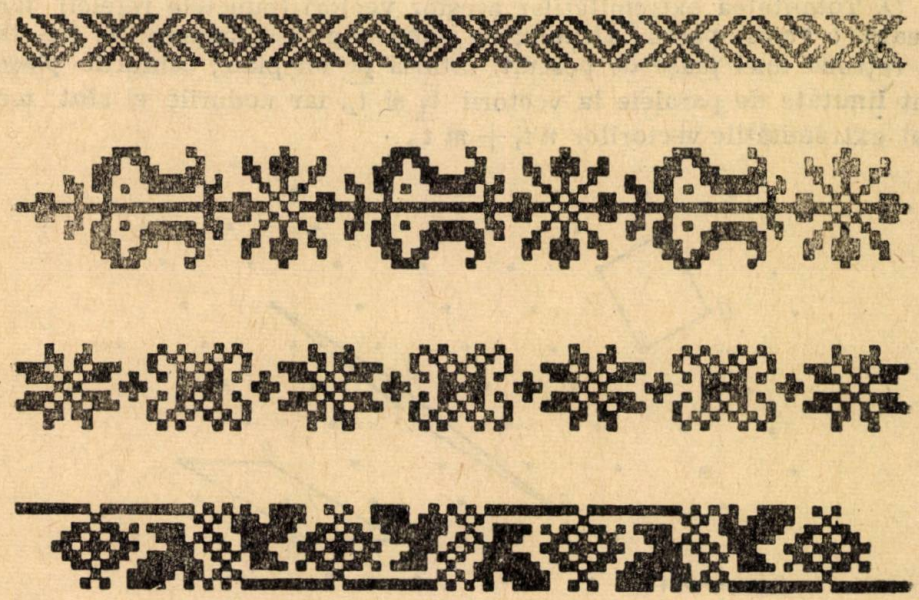


Fig. 9. Modele de cusături populare din zona Avrig.

c) Să se compare structura grupului de ordin patru din **3** *c* cu cea a grupului de la **10** b. (II).

d) Să se verifice și pe fig. 6 și 7 proprietățile stabilite la **2** *a, b, e.*

e) Se pavează un trotuar lat de 50 cm (75 cm) cu plăci patrate cu latura de 25 cm, fără a le sparge. Ce tipuri de chenare se pot realiza?

6. Rețelele plane. Intr-un plan, să considerăm un punct O și doi vectori neparaleli $\bar{t}_1$ și $\bar{t}_2$. Se construiesc vectorii $n\bar{t}_1 + m\bar{t}_2$ (unde n și m

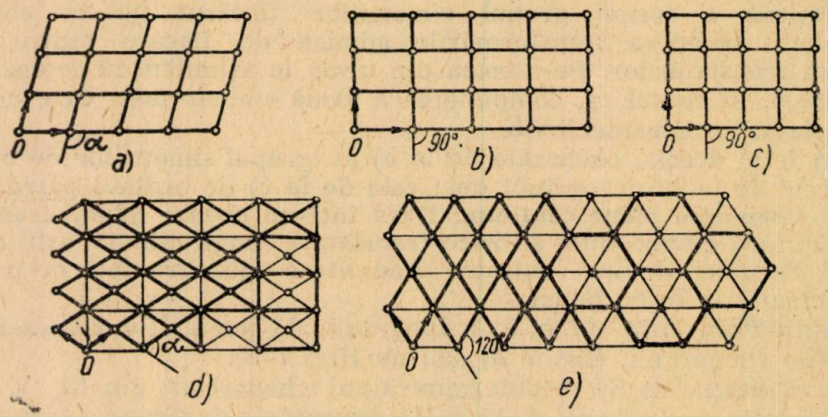


Fig. 10.

parcurg toate numerele întregi pozitive, nule sau negative) cu originea în O. Totalitatea extremităților acestor vectori (punctele rețelei) formează o *rețea plană*. Denumirea vine din asemănarea (v. fig. 10) cu rețeaua unei plase de pescuit, întinsă pe un plan; ochiurile plasei sînt limitate de paralele la vectorii $\bar{t}_1$ și $\bar{t}_2$, iar nodurile ei sînt tocmai extremitățile vectorilor $n\bar{t}_1 + m\bar{t}_2$.

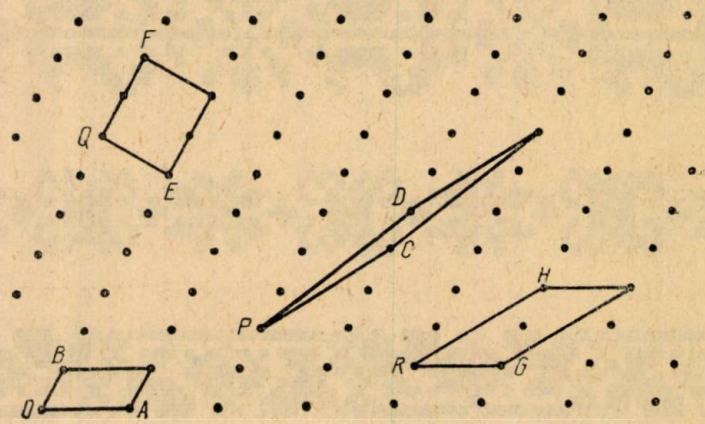


Fig. 11.

In cazul chenarelor plane, s-a definit un singur vector de translatare unitară și o distanță elementară. In cazul rețelelor plane, situația este ceva mai complicată. Dacă O este un punct al rețelei, atunci

aceasta admite o translatare de orice vector $\overline{OO'}$ (O' fiind un alt punct al rețelei, așa ca segmentul OO' să nu treacă printr-un punct al ei). Odată definit un vector de translatare a rețelei, un al doilea vector $\overline{OO''}$ trebuie să aibă direcția diferită de $\overline{OO'}$, iar paralelogramul construit pe $\overline{OO'}$ și $\overline{OO''}$ să nu cuprindă nici un punct al rețelei în interior sau pe laturi, ci numai în vîrfuri. Pe fig. 11, $\overline{OA}$ și $\overline{OB}$, respectiv $\overline{PC}$ și $\overline{PS}$ sînt vectori de translatare a rețelei și paralelogramele corespunzătoare sînt ochiuri ale rețelei. Insă $\overline{QE}$ și $\overline{QF}$ nu se consideră vectori de translatare ai rețelei și nici $\overline{RG}$ și $\overline{RH}$.

7. Clasificarea rețelelor plane se face în funcție de paralelogramul construit pe vectorii de translatare considerați. Alegerea acestor vectori însă nu-i arbitrară. Se urmărește ca lungimea lor să fie cît mai mică și ca paralelogramul să aibă proprietăți geometrice corespunzătoare. Vectorii de translatare astfel aleși se numesc *vectori fundamentali*, iar paralelogramul corespunzător se numește *paralelogram elementar*.

In fig. 10 sînt date toate tipurile de rețele plane. Tabela de mai jos rezumă elementele lor:

fig.	denumirea rețelei	relația între vectorii fundamentali	unghiul dintre acești vectori	paralelogramul elementar
a	paralelogramică	$t_1 \neq t_2$	$\neq 90^0$	oarecare
b	dreptunghiulară	$t_1 \neq t_2$	90^0	dreptunghi
c	pătratică	$t_1 = t_2$	90^0	pătrat
d	rombică (sau dreptunghiular-centrată)	$t_1 = t_2$	$\neq 90^0$ $\neq 60^0$	romb
e	triunghiulară (sau exagonal-centrată)	$t_1 = t_2$	60^0	romb

8. Rotirile admise de rețelele plane. Este evident că fiecare rețea plană (considerată prelungită în toate direcțiile, în planul său) admite o rotire de 180°, în jurul oricăruia din punctele rețelei.

O rotire de 180° în jurul unui punct O al rețelei, compusă cu o translatare care mută pe O în O' (fig, 12) este echivalentă cu o rotire de 180° în jurul mijlocului segmentului OO', cum se poate arăta imediat (v. și 7 *g* (I)). Prin urmare, orice rețea plană admite rotiri de 180° și în jurul mijloacelor oricăror segmente care unesc două puncte ale rețelei. Centrele acestor rotiri formează o rețea plană, în care paralelogramul elementar (notat cu linii punctate pe figură) este asemnea cu cel al rețelei date, dar cu aria pe sfert (v. fig. 12, a,b,c); în b,

centrele rotirilor de 90°, iar în c, centrele rotirilor de 60°, sînt şi centre ale unor rotiri de 180°.

Reţelele paralelogramice, dreptunghiulare şi rombice nu admit ca simetrii alte rotiri decît rotirile de 180° indicate mai sus.

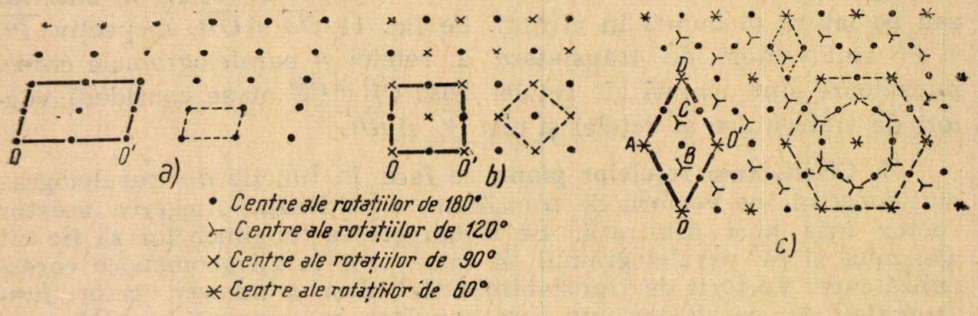


Fig. 12.

O reţea pătratică admite şi rotiri de 90° în jurul punctelor reţelei ca şi în jurul centrelor pătratelor elementare, cum se vede imediat. Centrele acestor rotiri formează o reţea plană pătratică, cu pătratul elementar (notat cu linie întreruptă pe fig. 12 b) rotit cu 45° faţă de cel al reţelei date şi cu aria pe jumătate.

O reţea triunghiulară admite şi rotiri de 60° în jurul punctelor reţelei, cum rezultă îndată din fig. 10 c sau 12 c. Compunerea unei rotiri de 60° în jurul lui O, cu o translatare, nu dă nimic nou. Dar compunerea unei rotiri de 120° în jurul lui O (fig. 12 c) cu translatarea de vector $\overline{OA}$ dă o rotire de 120° în jurul lui B, centrul triunghiului $OO'A$ pentru că $\sphericalangle OBA = 120°$ (v. şi **7** *g* (I)). Prin urmare, reţeaua admite rotiri de 120° în jurul centrelor triunghiurilor echilaterale în care se poate împărţi reţeaua (sau în jurul punctelor analoage cu B. C care împart în trei segmente egale diagonala mare a rombului elementar al reţelei). Se poate considera ca element de bază al unei astfel de reţele, un exagon avînd în centru tocmai centrul unei rotiri de 60°, în vîrfuri centre ale rotirilor de 120°, iar centrele rotirilor de 180° în mijloacele laturilor (pe fig. 12 c. hexagonul mic, conturat cu linii întrerupte).

In cele de mai sus, am studiat rotirile de 180°, 120°, 90° şi 60° ale reţelelor plane. Se pune întrebarea: poate admite o reţea plană şi alte rotiri? Răspunsul este negativ şi-l vom dovedi în cele ce urmează.

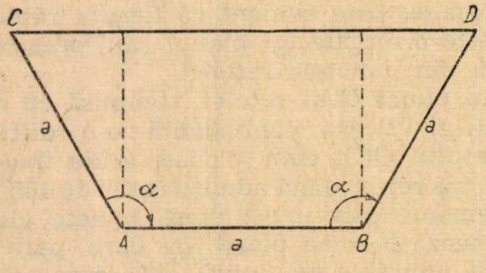


Fig. 13.

Fie A şi B (fig. 13) două centre în jurul cărora au loc rotiri de cîte α^0. Considerăm $AB = a$ cea mai mică distanţă între două puncte omoloage. Fie C punctul al cărui transformat prin rotirea $R_{A,\alpha}$ este

E, iar D transformatul lui A prin $R_{B,\alpha}$; evident că $CA=AB=BD=a$ şi $CD \parallel AB$. Din trapezul $CABD$ rezultă $CD = a \pm 2a \sin(\alpha - 90°)$. C şi D fiind de asemenea două puncte omoloage, distanţa dintre ele trebuie să fie un multiplu al lui a, aşa că

$$a \pm 2a \sin(\alpha - 90°) = na.$$

Împărţind cu a ($\neq 0$) ambii termeni ai egalităţii şi ţinînd seama că $\sin(\alpha - 90) = \cos\alpha$, se obţine:

$$\cos\alpha = \pm \frac{n-1}{2}.$$

De aici rezultă valorile lui α, sînt date de tabela următoare:

n	$\cos\alpha = \frac{n-1}{2}$	α	$\cos\alpha = \frac{1-n}{2}$	α
1	0	90^0	0	90^0
2	½	60^0	$-1/2$	120^0
3	1	0^0	-1	180^0
>3	>1	nu există	<-1	nu există

9. **Oglindirile admise de reţelele plane.** Ţinînd seama de cele stabilite la 7 *h* şi de reţelele plane existente, din fig. 10 rezultă următoarele:

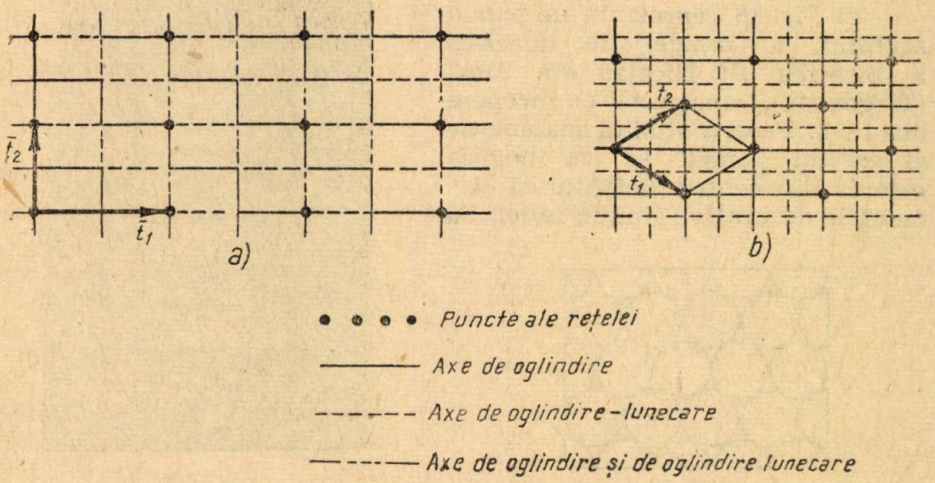


Fig. 14

a) reţeaua paralelogramică nu admite oglindiri;

b) reţeaua dreptunghiulară (fig. 14 *a*) admite oglindiri faţă de axe ce trec prin laturile dreptunghiului elementar (sau paralel cu ele, la distanţe egale respectiv cu jumătate din laturile acestui dreptunghi); aceiaşi reţea admite şi oglindiri-lunecări faţă de aceleaşi axe de oglindire, lunecarea fiind egală cu un multiplu al translatării cu care este paralelă axa respectivă;

c) reţeaua rombică (fig. 14 *b*) admite oglindiri faţă de axe ce trec prin diagonalele rombului elementar (sau paralel cu ele, prin

punctele reţelei); aceiaşi reţea admite şi oglindiri-lunecări faţă de axe paralele cu axele de oglindire precedente şi la jumătatea distanţei între două astfel de axe vecine;

d) reţeaua pătratică admite oglindirile şi oglindirile-lunecări ale reţelei dreptunghiulare şi ale reţelei rombice;

e) reţeaua triunghiulară admite oglindirile şi oglindirile-lunecări ale reţelei rombice.

10. **Aplicaţii.** a) Să se determine rezultatul compunerii unei rotiri de 60° cu o translatare şi invers. Să se dovedească astfel, afirmaţia din 8 că, în cazul unei reţele triunghiulare, compunerea unei rotiri de 60° în jurul unui punct al reţelei cu o translatare a reţelei nu dă o simetrie nouă a reţelei.

b) Să se determine poziţiile relative şi raportul ariilor hexagoanelor desenate cu linie punctată şi întreruptă pe fig. 12 c.

c) Să se dea o demonstraţie directă faptului că o reţea plană nu poate admite o rotire de $\frac{360°}{5} = 72°$ sau $\frac{360°}{8} = 45°$, în jurul unui punct al reţelei.

d) Fig. 15 reprezintă aşezarea cea mai compactă a cercurilor în plan. Să se determine reţeaua plană a acestui ornament şi să se verifice că admite simetriile indicate la **8** şi **9**.

e) Fig. 16 reprezintă un panou sculptat, al faţadei de miază-zi a bisericii Sf. Nicolae din Deal (Tîrgovişte), construită cu începere din 1496. Pentru studiul matematic al acestui panou, se va neglija pisania din centru şi faptul că elementele decorative sînt în relief. Să

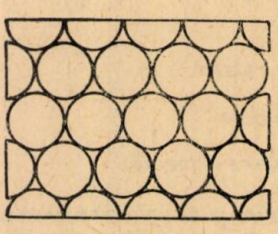


Fig. 15.

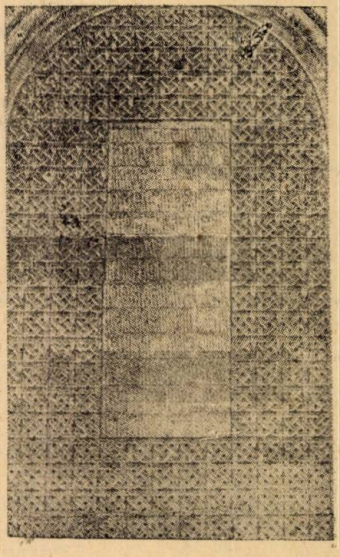


Fig. 16.

se determine reţeaua plană a acestui panou şi să se verifice că admite simetriile indicate la **8** şi **9**.

11. **Ornamentele plane** se obţin prin translatarea unei figuri elementare (motivul) cu vectorii unei reţele plane. Exemple cunoscute sînt (în afara figurilor 15, 16), tapetele camerelor, broderiile unor obiecte de îmbrăcăminte, ţesăturile cu modele sau imprimate etc.

Pentru a obţine toate ornamentele plane va trebui să combinăm simetriile reţelelor: translatări, oglindiri, oglindiri-lunecări, rotiri de 180°, de 120°, de 90°, de 60° cu simetriile motivelor. După natura şi

numărul acestora se constată că simetriile ornamentelor plane formează un grup de ordin cel mult egal cu cel al rețelei (considerînd translatările ca element unitate al grupului).

Ornamentele plane se clasifică în 17 grupuri de simetrii. R. Fricke în 1897 și G. Polyà în 1924, au dedus, primii, aceste grupuri prin metode diferite. Dăm mai jos lista acestor 17 grupuri, cu figuri schematice corespunzătoare. Notarea simbolică a lor ține seamă de grupul de simetrii al motivului (v. **4** (II), **7** (II), **9** (II)), litera C din aceste paragrafe fiind înlocuită cu $\overline{C}$. În cazul că un motiv cu aceleași simetrii se poate dispune în moduri diferite sau în rețele diferite, se vor adăuga indici superiori, cifre romane. Prin termenul „motiv fără simetrii" vom înțelege un motiv care nu admite ca simetrie decît deplasarea identică C_1.

12. **Descrierea grupurilor de simetrii ale ornamentelor plane.**

1) Un motiv fără simetrie se introduce într-o rețea paralelogramică. Grupul de simetrii al ornamentului plan $\overline{C}_1$ conține doar translatările rețelei (fig. 17).

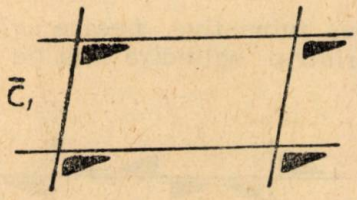


Fig. 17.

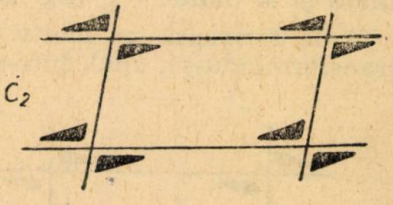


Fig. 18.

2) Un motiv cu C_2 (admițînd o rotire de 180°) se introduce într-o rețea paralelogramică și se obține grupul $\overline{C}_2$ al ornamentului plan (fig. 18).

3) Un motiv cu C_s (admițînd o axă de oglindire) se introduce într-o rețea dreptunghiulară și se obține grupul $\overline{C}_s^{\,I}$ al ornamentului plan (fig. 19).

4) Un motiv admițînd o oglindire-lunecare (cu vectorul de lunecare pe jumătate cît translatarea corespunzătoare a rețelei) se introduce într-o rețea dreptunghiulară și se obține grupul $\overline{C}_s^{\,II}$ al ornamentului plan (fig. 20).

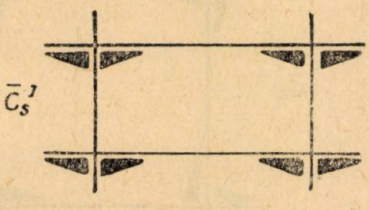


Fig. 19.

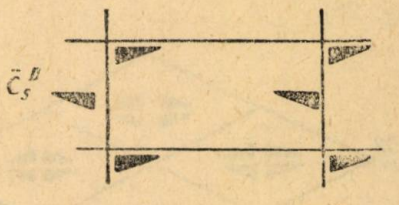


Fig. 20.

5) Un motiv cu C_s se introduce într-o rețea rombică și se obține grupul $\overline{C}_s^{\,III}$ (fig. 21).

6) Un motiv cu C_{2v} (oglindiri față de două axe perpendiculare) se introduce într-o rețea dreptunghiulară și se obține $\overline{C}^{\,I}_{2v}$ (fig. 22).

7) Se formează un motiv din două submotive, fiecare avînd C_2 și transformîndu-se unul într-altul printr-o oglindire-lunecare de-a

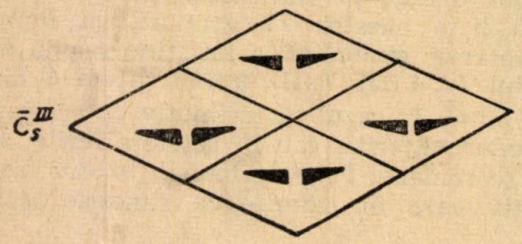


Fig. 21.

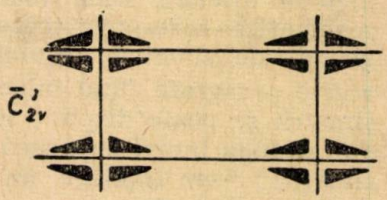


Fig. 22.

lungul unei translatări a rețelei, cu lunecarea jumătate din translatarea unitară respectivă. Acest motiv se introduce într-o rețea dreptunghiulară și se obține $\overline{C}^{\,II}_{2v}$ (fig. 23).

8) Se formează un motiv din două submotive, fiecare avînd C_2 și transformîndu-se unul într-altul printr-o oglindire față de o axă

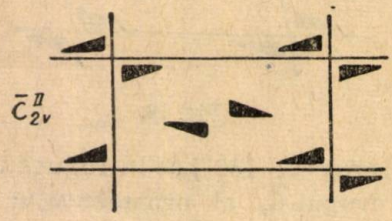


Fig. 23.

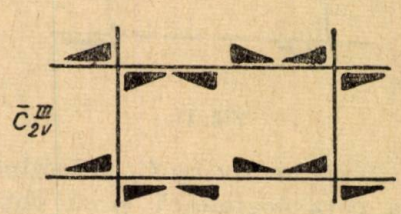


Fig. 24.

care nu trece prin centrul de rotire a lui C_2. Acest motiv se introduce într-o rețea dreptunghiulară și se obține $\overline{C}^{\,III}_{2v}$ (fig. 24).

9) Un motiv cu C_{2v} se introduce într-o rețea rombică și se obține $\overline{C}^{IV}_{2v}$ (fig. 25).

10) Un motiv cu C_4 se introduce într-o rețea pătratică și se obține $\overline{C}_4$ (fig. 26).

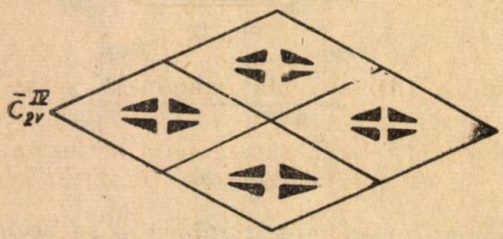


Fig. 25.

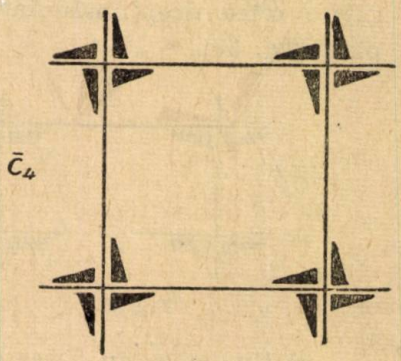


Fig. 26.

11) Un motiv cu C_{4v} se introduce într-o reţea pătratică şi se obţine $\overline{C}^{\,I}_{4v}$ (fig. 27).

12) Se formează un motiv din patru submotive, fiecare avînd C_s şi transformîndu-se unul într-altul prin C_4. Acest motiv se introduce într-o reţea pătratică şi se obţine $\overline{C}^{\,II}_{4v}$ (fig. 28).

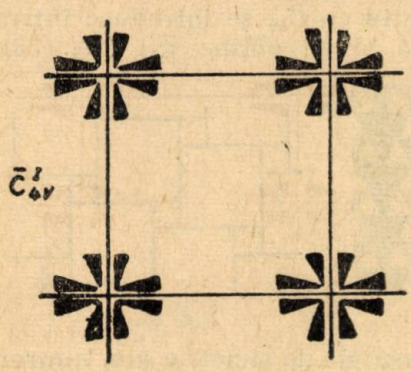


Fig. 27.

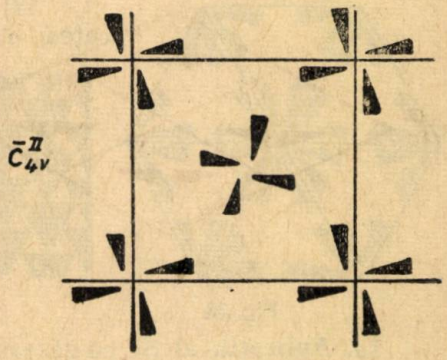


Fig. 28.

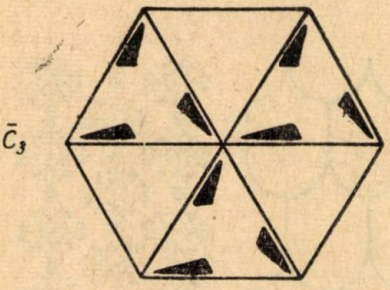


Fig. 29.

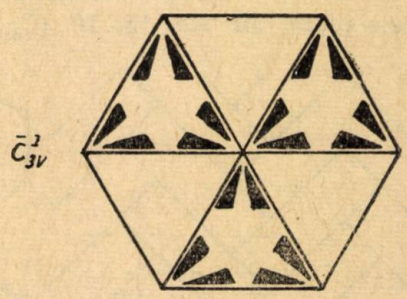


Fig. 30.

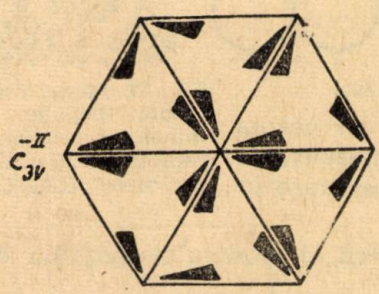


Fig. 31.

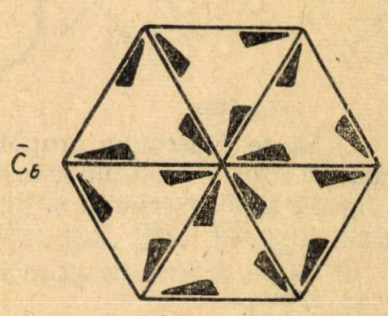


Fig. 32.

13) Un motiv cu C_3 se introduce într-o reţea exagonală şi se obţine $\overline{C}_3$ (fig. 29).

14) Un motiv cu C_{3v} se introduce într-o reţea exagonală astfel ca axele de oglindire ale motivului să fie perpendiculare pe laturile exagonului elementar al reţelei; se obţine astfel $\overline{C}^{\,I}_{3v}$ (fig. 30).

15) Un motiv cu C_{3v} se introduce într-o reţea exagonală astfel ca axele de oglindire ale motivului să fie paralele cu laturile exagonului elementar al reţelei; se obţine astfel $\overline{C}_{3v}^{II}$ (fig. 31).

16) Un motiv cu C_6 se introduce într-o reţea exagonală şi se obţine $\overline{C}_6$ (fig. 32).

17) Un motiv cu C_{6v} se introduce într-o reţea exagonală şi se obţine $\overline{C}_{6v}$ (fig. 33)

$\overline{C}_{6v}$

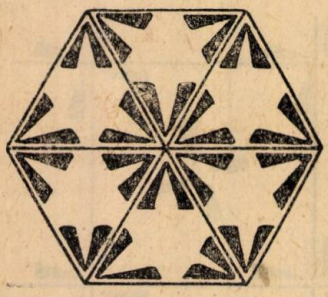


Fig. 33.

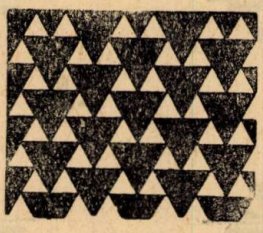
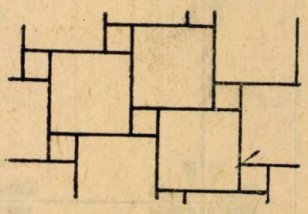


Fig. 34.



Fig, 35.

13. **Aplicaţii.** a) Să se găsească elementele de simetrie ale tuturor ornamentelor plane din **12** ţinînd seama şi de cele stabilite în **6, 8, 9.**

b) Să se determine grupul de simetrii căruia îi aparţin ornamentele plane din fig. 15, 16. ($\overline{C}_{6v}$, $\overline{C}_4$).

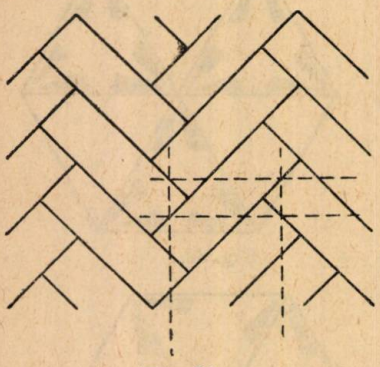


Fig. 36a.

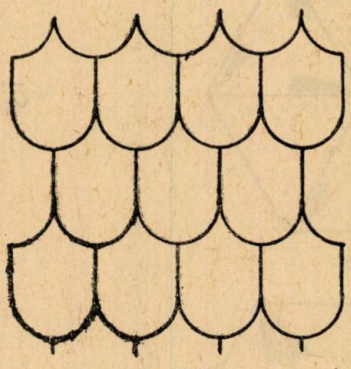


Fig. 36b.

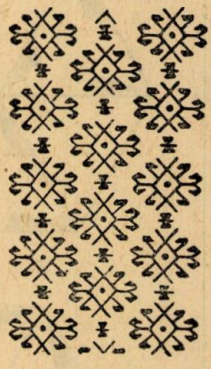


Fig. 37. Model ornamental popular romînesc, reprodus pe coperta colecţiei „Versuri alese", E.S.P.L.A.

c) Să se determine grupul de simetrii căruia îi aparţin : foaia caetului de aritmetică, mozaicurile din fig. 34 şi 35, parchetul şi ţiglele reprezentate în fig. 36. ($\overline{C}_{4v}^{I}$, $\overline{C}_{3v}^{I}$, $\overline{C}_{4v}^{II}$, $\overline{C}_{2v}^{II}$, $\overline{C}_{s}^{III}$)

d) Să se determine grupul de simetrii al modelului popular din fig. 37. ($\overline{C}_{2v}^{IV}$).

Notă — Figurile: 8a şi b(II), 14(II) ca şi 1, 2, 16 sînt reproduse din volumul I al lucrării „Scurtă istorie a artelor plastice în R. P. R." editat de Institutul de istoria artelor, în 1957.

Figura 8 ca şi unele desene sînt reproduse după cartea „O symetrii w zdobnictwie i przyrodzie" de Stanislav Jaskowski, Varşovia, 1952.

Figurile 3 şi 9, sînt reproduse din cartea: „Portul popular din Ţara Oltului", de Cornel Irimie, ESPLA, 1957.

Figurile 17—20, 22—24, 26—33 sînt reproduse după articolul „Die Symmetrie homogener ebenen Punktsysteme" de L. Weber, apărut în „Zeitschrift für Kristalographie, Vol. 70 (1929).

CUCERIREA TEMPERATURILOR FOARTE JOASE

ANGELA NEGULESCU

NOȚIUNEA de temperatură joasă a evoluat în decursul timpurilor. Temperaturile obținute prin răcirea cu gheață, amestec de sare cu gheață sau alte amestecuri răcitoare, care erau folosite la conservarea alimentelor sau în laborataorele de cercetări, au fost considerate multă vreme ca temperaturi joase. Așa era considerată și temperatura de aproximativ 190°K obținută cu ajutorul unui amestec de zăpadă carbonică și acetonă.

După ce Cailletet și Pictet au lichefiat întîia oară aerul, temperaturile obținute cu ajutorul aerului lichid între 90°K ... 50°K, au devenit temperaturi extrem de joase. După obținerea lichefierii hidrogenului, domeniul temperaturilor joase a coborît între 20°K... 14°K. Mai tîrziu, domeniul lor a coborît între 4°K ... 1°K, temperaturi care se obțin cu ajutorul heliului lichid.

Astăzi sînt considerate ca temperaturi extrem de joase temperaturile din domeniul de sub 1°K. În general, un corp care primește căldură își ridică temperatura, pe cînd unul care cedează căldură își micșorează temperatura. Este necesar deci, să analizăm mai deaproape, semnificația fizică a noțiunilor de temperatură și căldură.

Ce este temperatura și ce este căldura ? Teoria cinetică moleculară a gazelor a arătat că particulele care alcătuiesc corpurile (molecule sau atomi) se află în mișcare dezordonată numită agitație termică. Mișcarea moleculară este dezordonată, deoarece particulele aflate în mișcare nu au direcție comună de mișcare. Datorită mișcării dezordonate numărul imens de particule, care formează o cantitate de substanță, se distribuie uniform în spațiu, iar vitezele moleculelor variază de la zero pînă la valori foarte mari. Cu toate acestea, prin ciocnirile dintre molecule se ajunge ca același număr de particule să aibă aceiași viteză, deși moleculele nu sînt aceleași. Fiecare moleculă își schimbă viteza în fiecare moment, dar numărul moleculelor cu o anumită viteză rămîne același, dacă temperatura corpului rămîne neschimbată. Datorită acestui fapt media vitezelor moleculare are o valoare constantă. Dacă temperatura corpului crește, atunci crește și viteza medie a moleculelor acelui corp. În cazul răcirii corpului se micșorează valoarea vitezei medii a moleculelor.

Se știe că energia medie a moleculelor variază proporțional cu temperatura absolută, adică $W = \frac{mV^2}{2} = \frac{3}{2} kT$, în care k este o constantă universală numită constanta lui Boltzman, iar T este temperatura absolută.

Așadar, temperatura este o măsură a vitezei medii de mișcare dezordonată a moleculelor. Temperatura este proporțională cu energia cinetică a moleculelor. Energia cinetică de mișcare dezordonată a tuturor moleculelor corpului se manifestă sub formă de căldură. Prin urmare, căldura este o energie care rezultă din mișcarea dezordonată a moleculelor, iar temperatura este o mărime proporțională cu media pătratelor vitezelor moleculare.

Scăzînd treptat temperatura corpului se va ajunge la un moment dat cînd viteza de agitație termică va fi nulă. Agitația termică va înceta, iar temperatura corespunzătoare va fi cea mai coborîtă : zero absolut. Luînd această temperatură ca punct zero pentru o scară termometrică se obține

scara temperaturilor absolute. Aceasta este scara fundamentală utilizată în fizica teoretică ca și în fizica temperaturilor joase.

Cercetările noi din domeniul fizicii au arătat însă, că mișcarea dezordonată a moleculelor se prezintă sub două aspecte deosebite ca natură fizică. Un aspect îl constituie agitația termică, despre care s-a vorbit, și care variază odată cu temperatura. Energia cinetică totală a moleculelor, datorită acestei agitații termice este tocmai energia calorică a corpurilor, cantitatea de căldură pe care o conțin corpurile. Agitația termică se poate transmite de la moleculele unui corp la moleculele altui corp, odată cu transmiterea căldurii, și încetează la zero absolut.

Celălalt aspect al mișcării dezordonate a moleculelor unui corp îl constituie agitația numită „de zero". Ea este independentă de temperatura corpului și inseparabilă de particulele lui. Nu poate deci, să fie transmisă altor corpuri. La zero absolut încetează numai agitația termică nu și agitație „de zero". La zero absolut corpul va mai poseda o energie de zero de vibrație corespunzătaore acestei agitații.

Fizica actuală a demonstrat deci, și pe această cale, că materia și mișcarea sînt legate indisolubil una de alta.

Deoarece gazele, lichidele și solidele au structuri deosebite și agitația termică are caracter deosebit, dar ceea ce este esențial în toate este faptul că energia calorică rezultă dintr-o mișcare dezordonată. Orice adaus de căldură mărește gradul de dezordine al mișcării moleculare a corpului.

Fie un cristal; el are o structură formată dintr-o rețea spațială în care se găsesc particulele lui așezate ordonat. Fiecare particulă oscilează în jurul unei poziții de echilibru. Încălzind acest cristal el se topește, se formează un lichid ale cărui particule se mișcă mai dezordonat, deoarece însăși pozițiile de echilibru se schimbă cu timpul. Un nou adaus de căldură vaporizează lichidul transformîndu-l în gaz, iar gradul de dezordine al mișcării moleculelor crește, deoarece se produc numai translații ale moleculelor, nu și vibrații în jurul pozițiilor de echilibru. Creșterea gradului de dezordine al unui corp prin absorbție de căldură se observă și în alte proprietăți, de exemplu în magnetizare, după cum vom vedea mai departe.

Ca măsură pentru gradul de dezordine în mișcarea moleculelor este mărimea fizică numită *entropie*, studiată în termodinamică. Entropia S este o mărime fizică care depinde de starea corpului. Cantitatea cu care variază entropia $\Delta S = S_2' - S_1$, cînd corpul trece de la o stare cu entropie S_1 la o stare S_2 se poate calcula. Variația entropiei ΔS, este dată de o relație simplă:

$$\Delta S = \frac{\Delta Q}{T},$$

unde ΔQ este variația cantității de căldură a corpului, iar T, temperatura absolută la care se produce această variație.

Cînd corpul cedează o cantitate de căldură $\Delta Q < O$ și $\Delta S < O$, deci $S_2 - S_1 < O$, ceea ce înseamnă că $S_2 < S_1$, adică entropia în starea finală e mai mică decît în stare inițială.

Sa demonstrat că entropia oricărei substanțe aflată la zero absolut este egală cu zero. Prin urmare, o temperatură joasă e caracterizată nu numai printr-o energie mică a agitației termice a particulelor, dar și printr-o entropie foarte mică. Pe de altă parte se știe că, micșorarea treptată a temperaturii scade și agitația termică, iar la zero absolut încetează complet. Deci, gradul de dezordine al mișcării moleculare scade odată cu temperatura. Se

constată un paralelism între variația gradului de dezordine a mișcării particulelor unei substanțe și între variația entropiei. Așadar, la temperaturile foarte joase mișcarea moleculară are un grad de dezordine foarte mic, adică o entropie foarte mică.

Producerea temperaturilor joase. Lupta pentru cucerirea temperaturilor joase a fost deschisă de către Faraday, care a lichefiat clorul, în 1823. Acest gaz a fost lichefiat prin răcire și comprimare. Prin această metodă nu s-au putut lichefia șase gaze din cele cunoscute pe atunci, nici chiar prin comprimarea lor la 1000 de atmosfere. Abia în 1863 Andrews arată că pentru a lichefia un gaz nu e suficient numai ca el să fie comprimat, ci în același timp trebuie și răcit sub o anumită temperatură caracteristică fiecărui gaz în parte, numită temperatură critică. Pentru a lichefia și cele șase gaze cunoscute era deci nevoie ca ele să fie mai întîi răcite sub temperatura lor critică și apoi comprimate pînă la lichefiere. Din cauză că temperatura critică a acestor gaze era foarte coborîtă, era necesar să se găsească mai întîi o tehnică pentru obținerea acestor temperaturi. Printr-o întîmplare, fizicianul Cailletet (1877) descoperă că oxigenul răcit la —29°C și comprimat la 300 atmosfere se lichefiază dacă se destinde brusc. Așadar, Cailletet a găsit o nouă metodă de coborîre pe treapta temperaturilor joase, *destinderea adiabatică*. Gazele comprimate și răcite sînt lăsate să se destindă brusc, într-un vas cu pereți izolați termic de exterior. Prin această destindere gazul se răcește foarte mult putînd ajunge pînă la temperatura de lichefiere. Pe această metodă s-au construit aparate cu ajutorul cărora se lichefiază aerul în cantități mari, care pot fi întrebuințate în tehnică.

Aerul lichid ne pune la îndemînă temperatura de —192°C (81°K) sub presiunea atmosferică, adică temperatura lui critică. Temperaturi și mai coborîte se pot obține prin vaporizarea aerului lichid sub presiune redusă. Dacă presiunea e micșorată din ce în ce, aerul lichid se vaporizează pînă la 80°K, 75°K sau 70°K. Aparatul se compune dintr-un vas Dewar în care se găsește aer lichid *A* (fig. 1). Prin capac trece gîtul unui rezervor de sticlă *R*, care este cufundat în aerul lichid. Tubul T^1 este legat la un manometru care măsoară presiunea din vasul *A*. Tubul T^2 face legătura cu o pompă care aspiră aerul vaporizat din *A*. Aerul lichid (*A*) vaporizîndu-se răcește rezervorul *R* în care vine aerul din atmosferă și se condensează la o temperatură care poate coborî la 55°K.

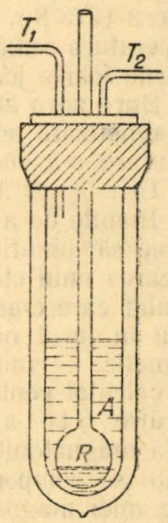


Fig. 1.

Presiunea indicată de manometru măsoară indirect temperatura obținută în vasul *A*.

Prin această metodă se pot lichefia în rezervorul *R* gaze care au temperatura critică în jurul lui 55°K. Repetînd vaporizarea sub presiune redusă a acestui gaz lichefiat în *R* se pot obține temperaturi mult mai coborîte. Astfel Dewar a lichefiat (1898) pe această cale hidrogenul. Prin vaporizarea hidrogenului lichid la presiune redusă a obținut temperatura de 14°K.

Kamerling Onnes a reușit să lichefieze heliul (1908) prin răcire cu ajutorul hidrogenului lichid. Metoda a fost perfecționată de către fizi-

cianul sovietic Capitza, construind o mașină de răcire bazată pe destinderea gazelor.

Heliul are temperatura critică de 5,3°K. Prin vaporizarea lui sub presiune redusă s-au putut obține temperaturi și mai coborîte. În 1932 s-a obținut pe această cale temperatura de 0,71°K. Astăzi se pot obține temperaturi în jurul lui 1°K prin metode care nu prezintă dificultăți prea mari.

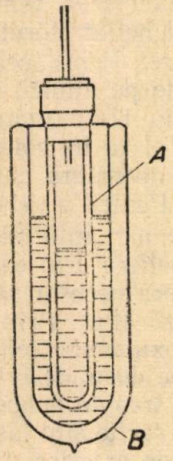


Fig. 2.

Păstrarea heliului lichid prezintă însă mari dificultăți. El se păstrează într-un vas Dewar special *A* introdus în al doilea vas Dewar *B*, umplut cu aer lichid (fig. 2), dar timpul de păstrare este de maximum o oră.

Nu se pot obține temperaturi mai joase pe această cale, deoarece viteza de vaporizare a heliului scade și ea odată cu temperatura. De exemplu, la 0,4°K de pe o suprafață de 1 cm^2 de aer lichid se evaporă 1 cm^3 de heliu în timp de un an; în aceleași condiții la 0,15°K s-ar evapora un singur atom de heliu pe an. Pentru a obține temperaturi mai joase a fost nevoie să se descopere alte fenomene fizice. Aceasta este fenomenul de demagtizare adiabatică, cu ajutorul căruia s-a obținut (1952) temperatura de 0,0014°K. Acest record nu a fost încă depășit pînă în 1957.

Pare ciudat că în timp ce temperaturile foarte înalte obținute în laborator sînt de circa 30 000°K, temperaturile extrem de coborîte nu ajung decît la circa 0,002°K. S-ar părea că progresul este mai mare în domeniul temperaturilor înalte decît în acel al temperaturilor joase. De exemplu, în timp ce temperatura de 20 000°K este de 100 de ori mai mare decît temperatura camerii (273°K), temperatura de 0,002°K este de 100 000 ori mai mică decît temperatura camerii. Se explică deci, de ce aparent, pașii făcuți către temperaturile foarte joase par mai mici decît cei făcuți spre temperaturile înalte.

Spre zero absolut. Am spus mai înainte că pe baza fenomenului de demagnetizare adiabatică, folosind o tehnică minuțioasă de producere și măsurare s-a cucerit un nou domeniu de temperaturi extrem de joase, sub 1°K.

Înainte de a arăta în ce constă procesul demagnetizării adiabatice este nevoie să amintim cîte ceva despre substanțele paramagnetice. Se știe că mișcarea unui electron în jurul nucleului echivalează cu un curent electric circular care crează în jurul său un cîmp magnetic. Prin mișcarea electronului în jurul nucleului se naște un magnet elementar al cărui moment magnetic — numit magneton — a fost calculat pentru întîia oară (1912) de către Ștefan Procopiu. Datorită magnetonilor, atomii unor substanțe se comportă de asemenea ca niște mici magneți care au și ei un moment magnetic.

Din cauza agitației termice momentele magnetice ale atomilor acestor substanțe sînt așezate dezordonat (fig. 3 a). Substanța luată în totalita-

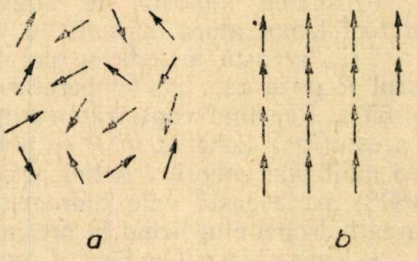


Fig. 3.

tea ei nu este deci magnetizată. Asemenea substanțe se numesc paramagnetice. Ele au proprietatea de a se magnetiza cînd sînt așezate într-un cîmp magnetic exterior. În deosebi unele săruri de tipul alaunilor de fier-amoniu sau de crom-potasiu posedă această proprietate într-un grad mai mare, deoarece momentele magnetice ale fiecărui atom au valori mari, iar distanța dintre atomi este suficient de mare. Din această cauză ei se pot roti și orienta mai ușor cînd sînt puși într-un cîmp magnetic exterior. Orientarea lor se face astfel, încît momentele magnetice devin paralele cu cîmpul magnetic exterior (fig. 3 b), deoarece acestei poziții îi corespunde o energie minimă. Prin această orientare forțată a momentelor magnetice ale ionilor pe direcția cîmpului se frînează agitația termică și se eliberează astfel o cantitate de energie pe care o primesc ionii rețelei critasline sub formă de căldură. Prin magnetizare asemenea cristale se încălzesc. Deoarece acțiunea de orientare este opusă acțiunii de dezordonare a agitației termice urmează că, pentru orientarea magneților atomici la temperaturi mai ridicate, este nevoie de cîmpuri magnetcie mai intense. La temperaturi mai joase agitația termică este mai puțin intensă, deci orientarea magneților atomici, adică magnetizarea sărurilor paramagnetice se poate realiza cu ajutorul unor cîmpuri magnetice slabe. Chiar cu asemenea cîmpuri magnetice slabe se poate realiza orientarea completă a momentelor magnetice (fig. 3 b).

Cînd se petrece fenomenul invers de demagnetizare adiabatică a acestor cristale, momentele magnetice ale ionilor capătă din nou libertate de mișcare și ionii absorb din rețea, o parte din energia ei termică ceea ce produce scăderea temperaturii.

Acest fenomen formează principiul metodelor de obținere a temperaturilor sub 1°K.

Experiența de demagnetizare se realizează astfel:

Din sare paramagnetică în formă de pulbere se formează prin presare un cilindru mic *C* așezat în interiorul unui tub de sticlă *A* în care se găsește heliu gazos. Tubul *A* este sudat și nu comunică cu exteriorul. Pe fundul lui se așază o sare paramagnetică granulată *G*. Tubul se așază într-un vas Dewar cu heliu lichid (fig. 4). Vaporii de He din vasul Dewar se evacuează provocînd vaporizarea heliului sub presiune foarte redusă, ceea ce coboară temperatura cilindrului *C* în jurul lui 1°K. Vasul Dewar este așezat apoi într-un cîmp magnetic intens care magnetizează sarea paramagnetică, după cum am văzut mai sus. Din această cauză sarea se încălzește, iar căldura degajată este luată de heliul gazos aflat în vasul *A*. Heliul gazos transmite apoi această cantitate de căldură heliului lichid din vasul Dewar exterior, prin conductibilitatea termică a pereților de sticlă. După ce sarea magnetizată a reluat temperatura de 1°K se suprimă cîmpul magnetic exterior. Magneții atomici ai sării paramagnetice pierd orientarea și se așază cît mai dezordonat absorbind pentru aceasta, o mare cantitate de căldură, ceea ce face ca temperatura sării paramagnetice să coboare brusc pînă la cîteva sutimi sau chiar miimi de grad Kelvin.

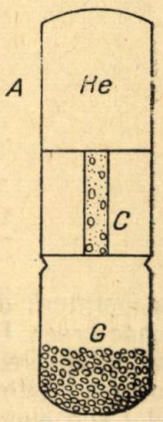


Fig. 4.

Măsurarea acestor temperaturi extrem de joase se face pe baza variației proprietăților magnetice ale sării.

Aceste temperaturi extrem de joase se pot menține timp de cîteva ore datorită faptului că heliul gazos din tub se condensează provocînd vid în jurul cilindrului *C*, care se găsește astfel bine izolat din punct de vedere termic.

La aceste temperaturi se pot studia proprietățile diferitelor metale, dacă ele sînt transformate în granule și introduse de la început în masa pulberii de sare paramagnetică presată în interiorul cilindrului *C*. Pe această cale s-au studiat proprietățile substanțelor în domeniul acestor temperaturi extrem de joase ca: supraconductibilitatea, căldura specifică și proprietățile magnetice.

Proprietățile heliului lichid. Heliul lichid la presiunea atmosferică fierbe la 4,22°K. El este un lichid incolor cu densitatea 0,14 g/cm³, adică de 7 ori mai puțin dens decît apa. Are căldura de vaporizare foarte mică, 5 cal/mol, adică de 108 ori mai mică decît căldura de vaporizare a apei. Prin vaporizare în vid temperatura lui poate fi coborîtă chiar pînă la 0,71°K. La aceste temperaturi în preajma lui zero absolut, heliul lichid suferă transformări neașteptate, care dezvăluie proprietăți fizice noi.

Observînd cu atenție heliul lichid care se răcește treptat prin vaporizare în vid, se constată că în momentul cînd ajunge la temperatura de 2,19°K își schimbă brusc aspectul. Deasupra acestei temperaturi heliul lichid nu avea o suprafață liberă net conturată între el și vaporii săi. La temperatura de 2,19°K apare brusc o suprafață liberă, bine delimitată și liniștită. Studiindu-se variația căldurii specifice a heliului lichid în funcție de temperatura absolută (fig. 5) s-a constatat că ea crește rapid pînă în vecinătatea

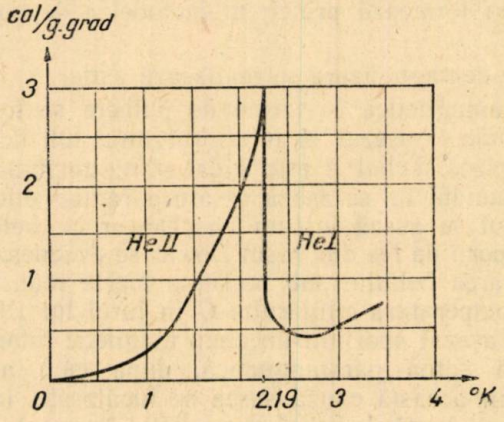


Fig. 5.

temperaturii de 2,19°K. La această temperatură valoarea căldurii specifice scade brusc. Deoarece curba de variație a căldurii specifice cu temperatura are înfățișarea literei grecești λ, această temperatură a primit numele de punct λ. Heliul lichid aflat deasupra punctului λ se numește heliu I, iar cel aflat sub punctul λ se numește heliu II. În timp ce heliu I are proprietăți asemănătoare lichidelor obișnuite, heliu II este un lichid care posedă proprietăți fizice noi.

Cea mai importantă dintre aceste proprietăți este suprafluiditatea, proprietate descoperită de fizicianul sovietic Capitza și studiată în deosebi

de fizicianul sovietic. Se știe că prin fluiditatea unui lichid se înțelege posibilitatea lui de a curge.

Datorită frecărilor interioare între straturile de lichid, adică datorită vîscozității, lichidele trec greu prin deschideri foarte înguste și numai dacă de o parte și de alta a deschiderii se găsește o diferență de presiune suficient de mare.

S-a constatat însă, că vîscozitatea heliului II este de un miliard de ori mai mică decît a apei, adică heliul II poate trece prin deschideri foarte înguste ($d \approx 1\mu$) de un miliard de ori mai repede decît apa. Cu alte cuvinte, punctul λ reprezintă trecerea bruscă a heliului din starea unui lichid cu vîscozitate obișnuită, într-un lichid cu vîscozitate nulă, adică într-un lichid în stare de suprafluiditate.

Dar heliul II manifestă proprietăți surprinzătoare și în privința conductibilității termice. Se știe că metalele sînt mult mai bune conducătoare de căldură decît gazele.

Heliul I este un conductor termic slab, asemenea gazelor.

Heilul II are însă, o conductibilitate termică de mai multe mii de ori mai mare decît metalul cel mai bun conducător termic — argintul, și de cîteva milioane de ori mai mare decît heliul I. Deci heliul II este corpul cel mai bun conducător termic descoperit pînă azi! Prin urmare, punctul λ este un punct în care se produce un salt și în ceea ce privește conductibilitatea termică. Aceste proprietăți n-au putut fi explicate pe baza concepțiilor clasice ale fizicii.

Ele au fost interpretate de fizicianul sovietic L a n d a u cu ajutorul fizicii cuantice. Acest fizician a considerat heliul II ca un lichid format din amestecul a două lichide, sau cum se spune, din două componente: una din ele este componenta suprafluidă, care este heliui lichid la temperatura de zero absolut (fără agitație termică) și cealaltă este componenta normală, care conține grupuri de atomi de heliu cu agitații termice. Pe măsură ce temperatura crește față de zero absolut, componenta normală crește în cantitate pe seama celei suprafluide, pînă ce în punctul lamda (λ) întregul heliu devine lichid normal.

Supraconductibilitatea metalelor. Conductoarele de curent electric se împart în metale conductoare și semiconductoare. Cele dintîi își măresc rezistența electrică pe măsură ce crește temperatura, iar semiconductoarele își scad rezistența odată cu mărirea temperaturii.

Dacă temperatura scade spre zero absolut, rezistența semiconductoarelor crește repede încît la temperatura heliului lichid semiconductoarele devin izolatoare. În aceleași condiții rezistența metalelor scade cu o viteză mereu mai mică pînă cînd, în domeniul temperaturilor obținute cu He lichid rezistența unui metal nu mai variază cu temperatura. Cum se explică acest fel de variație a rezistenței electrice?

Se știe că purtătorii de curent electric în metale sînt electronii liberi care se pot deplasa în interiorul rețelei cristaline. Agitația termică a ionilor din nodurile rețelei cristaline a metalului provoacă deformarea rețelei cristaline prin amplitudinile deplasărilor termice ale ionilor. Aceasta face să crească posibilitatea de ciocnire cu electronii de conductibilitate a curentului electric și ca atare să crească rezistența electrică a metalului. Cu scăderea temperaturii, agitația termică scade, amplitudinea oscilațiilor termice ale ionilor scade, rețeaua cristalină a metalului devine mai regulată și de aceea rezistența electrică scade. La un moment dat oscilațiile termice ale

ionilor rețelei cristaline devin așa de mici încît deformările rețelei sînt practic nule, și ca urmare posibilitatea de șoc a electronilor devine neglijabilă, în consecință, rezistența electrică nu mai depinde de temperatură. Rezistența nu e totuși nulă, deoarece mai există deformări ale rețelei cristaline provocate fie de impurități aflate în metal, fie provocate prin deformări mecanice. Aceste deformări fac să se manifeste acea rezistență reziduală observată la metalele aflate la temperatura heliului lichid. Desigur că rezistența reziduală cauzată de deformațiile de structură ale rețelei cristaline există la toate temperaturile. Valoarea ei este însă mică, de aceea la temperaturi mari față de zero absolut ea este mascată de rezistența electrică provocată de deformarea termică a rețelei cristaline.

Kammerling Onnes a descoperit însă (1911) că rezistența unui fir de mercur răcit în heliu lichid la 4,12°K, coboară brusc pînă la o valoare practic nulă. Rezistența electrică scăzînd aproape la zero, energia disipată prin fenomenul J. Lenz este neglijabilă încît un curent indus într-un fir de plumb răcit la 4°K a durat timp îndelungat după încetarea cauzei care l-a provocat. Acest fenomen, care constă în dispariția rezistenței electrice (fig. 6) a unor metale cînt sînt răcite la o anumită temperatură, apropiată de zero absolut, a fost numită *supraconductibilitate*. Temperatura la care trebuie răcit metalul pentru a deveni supraconductor se numește temperatura critică T_c și e caracteristică metalului.

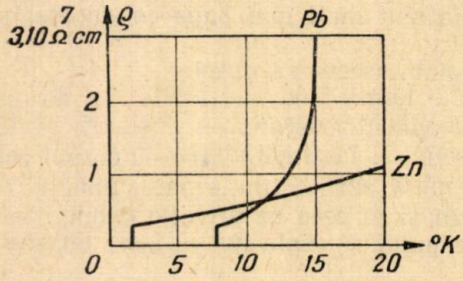


Fig. 6.

În tabela de mai jos (fig. 7) se dau temperaturile critice ale cîtorva metale. Deasupra punctului critic metalul se găsește în stare normală. Metalul în care se produce această tranziție de la starea normală la starea de supraconductibilitate se numește supraconductor. Pînă acum s-au găsit vre-o 22 metale supraconductoare. În starea de supraconductibilitate metalele își pierd rezistența electrică și prezintă proprietăți magnetice speciale. Astfel un supraconductor răcit și menținut sub temperatura lui critică poate să treacă în stare normală, dacă este supus acțiunii unui cîmp magnetic exterior suficient de intens.

Acest cîmp magnetic se numește cîmp critic H_c. Valoarea lui depinde de temperatură devenind zero la temperatura critică a substanței. Cîmpurile critice sînt de ordinul sutelor de oerstezi.

Supraconductori	Niobiu	Plumb	Staniu	Thaliu	Aluminiu	Zinc	Cadmiu	Hafniu
Temperatura critică T_c°K	9,22	7,26	3,69	2,38	1,14	0,79	0,6	0,3

Fig. 3.

Dar supraconductoarele au și alte proprietății interesante. Astfel ele sînt corpuri diamagnetice perfecte. Se știe că o substanță este diamagne-

tică, dacă, fiind așezată într-un cîmp magnetic exterior, în interiorul ei cîmpul magnetic devine mai mic decît în afară.

În interiorul unui supraconductor în stare de supraconductibilitate așezat într-un cîmp magnetic exterior, cîmpul magnetic este egal cu zero. Fenomenul de supraconductibilitate a fost studiat amănunțit din punct de vedere experimental. Teoria lui prezintă însă unele dificultăți încît pînă azi nu i s-a putut da o explicație satisfăcătoare.

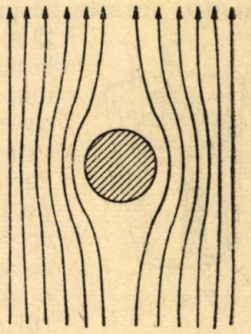


Fig. 8.

Suprafluiditatea heliului și supraconductibilitatea metalelor sînt cele mai importante descoperiri din fizica temperaturilor joase obținute cu ajutorul heliului lichid. Ambele fenomene constituie legi complet noi de comportare a materiei și îmbogățesc considerabil cunoștințele noastre despre structura materiei. Aceste fenomene reprezintă în fond, manifestări la scară macroscopică a proprietăților cuantice ale substanțelor răcite în preajma lui zero absolut.

Ajunși la sfîrșitul acestei expuneri ne dăm seama de uriașul progres făcut de fizică în cucerirea celor mai joase temperaturi în cei 135 de ani de la experiența lui Faraday, de la lichefierea clorului. Astăzi cercetările se îndreaptă spre un nou grup de fenomene care vor permite pătrunderea într-un nou domeniu de temperaturi scăzute. Sînt cercetările bazate pe demagnetizarea nucleară.

Fenomenul este asemănător cu demagnetizarea adiabatică a învelișului electronic. Nucleele atomice au în general, momente magnetice cu valori de mii de ori mai mici decît învelișul electronic. Pentru orientarea momentelor magnetice ale nucleelor este de aceea nevoie de cîmpuri magnetice exterioare foarte intense și de temperaturi extrem de joase. Anul trecut s-a realizat o astfel de demagnetizare adiabatică nucleară. Cu un cîmp exterior de cîteva zeci de mii oersted și la o temperatură de 0,01°K s-au orientat nucleele unei piese de cupru de cîteva grame. Prin demagnetizarea adiabatică a acestei piese de cupru s-a obținut o temperatură de circa $1{,}6 \cdot 10^{-5}$ °K, dar numai pe o durată de zece secunde. Randamentul unei asemenea experiențe este însă extraordinar de mic, de aceea pînă în prezent această experiență deschide numai perspectiva unor noi metode de obținere a temperaturilor scăzute. Rămîne numai ca tehnica lor să fie perfecționată pentru a pune la dispoziția cercetătorilor acest domeniu de temperaturi în regiunea din imediata apropiere a lui zero absolut.

SA CONSTRUIM CU MIJLOACE PROPRII MODELE ȘI APARATE DE FIZICĂ

CONSTRUIREA UNEI SURSE DE CURENT

Dacă introducem două bucăți de metale diferite în apă de băut sau mai bine, în apă ușor acidulată, s-a realizat astfel o sursă de curent electric, simplă. Legînd cele două bucăți de metal în exterior cu un conductor, în acest conductor va circula un curent electric.

În general, curentul va fi însă slab și circulația lui va înceta după scurt timp.

O sursă perfecționată, care dă bune rezultate practice, este cunoscuta pilă Leclanché folosită sub formă de pilă „umedă" pentru sonerii, iar sub formă de pilă „uscată", pentru lanterne de buzunar.

O astfel de pilă (fig. 1) poate fi construită cu ușurință de oricine. Pentru aceasta ne procurăm o baterie de buzunar uzată, pe care o demontăm cu grijă și scoatem din ea cele trei bastonașe de cărbune înconjurate fiecare cu cîte un săculeț: sînt piese ce mai pot fi încă folosite. Este bine să punem aceste săculețe cu bastonașele de cărbune la mijloc într-un vas cu apă și să le fierbem puțin, pentru a se curăța astfel de eventualele depuneri care ar produce dificultăți. Am obținnt astfel, polul pozitiv al sursei ce vrem să construim. Polul negativ îl confecționăm din tablă de zinc pe care o răsucim pentru a căpăta o suprafață cilindrică (întreruptă) și căreia îi lăsăm o mică „ureche" de care să putem lega ulterior conductorul (sîrma de cupru). Așezînd totul într-un pahărel și turnînd în acesta apă preferabil de ploaie) în care am dizolvat clorură de amoniu (țipirig), cam 20 g la 100 g apă, am și terminat construcția sursei, care este în măsură să ne furnizeze curent cu tensiunea de aproximativ 1,5 V.

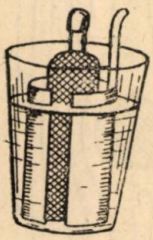


Fig. 1.

Avînd la dispoziție această sursă de curent putem efectua o serie de experiențe prin care să punem în evidență efectul magnetic, caloric și chimic al curentului electric.

a) **Efectul magnetic al curentului.** Înfășurăm pe o cutie de chibrituri 30—40 spire de sîrmă de cupru izolată. Scoatem bobina dreptunghiulară astfel formată de pe cutia de chibrituri și o legăm în cîteva locuri cu ață subțire pentru ca spirele să nu se desfacă. Fixăm această bobină pe o scîndurică (fig. 2). La mijlocul scîndurii vom fixa cu ajutorul unui cuișor, un picioruș de lemn. Dintr-o sîrmă mai groasă de oțel, ne confecționăm un ac îndoit la mijloc. În dreptul îndoiturii vom fixa un picioruș de sîrmă mai subțire înfășurînd-o peste mijlocul acului. Magnetizăm prin frecare cu un magnet (mereu în același sens), acul, și obținem astfel un „ac magnetic". Acul magnetic este bine construit dacă va reveni mereu în aceiași poziție (N-S), după cîteva oscilații, ori de cîte ori îi schimbăm poziția. Așezăm acum, planul bobinei în direcția (N-S) și legăm capetele bobinei de polii sursei. Acul magnetic va devia din planul bobinei. Schimbînd sensul curentului în bobină prin schimbarea legăturilor la polii sursei, vom observa că acul magnetic deviază în sens contrar decît în primul caz. Sensul în care deviază acul magnetic poate fi aflat cu ajutorul regulei lui Ampère. Dacă ne închipuim un om culcat pe spate, cu capul în sensul curentului (considerînd că în fir curentul circulă de la polul pozitiv la cel negativ), și cu fața spre acul magnetic, nordul acului magnetic va devia spre stînga

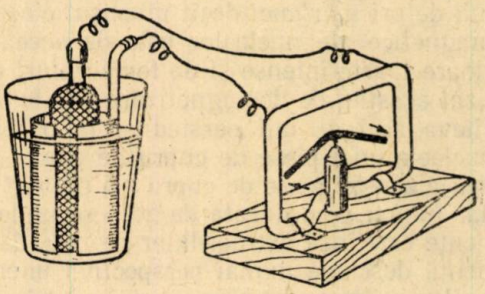


Fig. 2.

omului. Deviația acului va fi cu atît mai mare cu cît curentul dat de sursă este mai intens și cu cît bobina va avea un număr mai mare de spire.

b) **Efectul caloric al curentului.** Pe o mică scîndură montăm o dulie pentru un bec de lanternă de buzunar (fig. 3). În această dulie înșurubăm un bec de lanternă (2 V) și realizăm apoi montajul cu sursa. Filamentul becului, care nu este altceva decît o sîrmuliță extrem de subțire, se va încălzi atît de puternic sub influența curentului care circulă prin el, încît va deveni incandescent și deci, va lumina. Cu cît curentul produs de sursă va fi mai intens, cu atît lumina becului va fi mai mare, deci filamentul mai puternic încălzit.

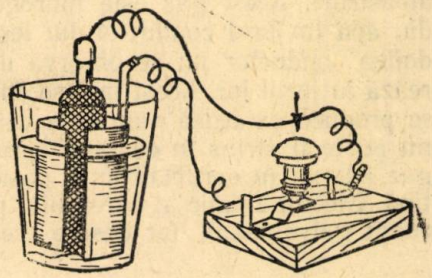


Fig. 3.

Prin această experiență simplă s-a pus în evidență nu numai efectul caloric al curentului, ci și efectul luminos.

Dacă nu găsim bec de 2 V putem folosi unul de lanternă (4,5 V) care poate fi găsit mai ușor datorită folosirii lui la o lanternă obișnuită. În acest caz, curentul furnizat nu va fi în stare să încălzească suficient filamentul pentru acesta să producă o lumină frumoasă; filamentul becului se va înroși doar puțin. Pentru a produce lumină puternică trebuie să legăm în serie, trei astfel de surse, realizînd astfel o pilă formată din trei elemente. În acest scop se leagă polul pozitiv al primei surse cu polul negativ al celei de-a doua, iar polul pozitiv al acesteia cu polul negativ al celei de-a treia. Dulia în care se află becul va fi conectată cu polul negativ al primei surse și polul pozitiv al celei de-a treia. În felul acesta, pila obținută are 4,5 V și deci curentul furnizat produce luminarea puternică a filamentului becului de lanternă.

c) **Efectul chimic al curentului.** Punem în evidență acest efect prin eloctroliza apei. În acest scop, acoperim cu un strat de stearină (din stearină se fac lumînări) două conductoare mai groase. Acoperirea se poate face topind într-o cutie puțină stearină și înmuind în lichidul astfel obținut cele două conductoare. Conductoarele vor fi îndoite și fixate pe o scîndurică (fig. 4) și introduse într-un borcan de sticlă umplut cu apă pînă la 3/4 din înălțimea lui. Capetele îndoite în sus ale celor două conductoare vor trebui curățate de stearină. Deasupra acestor capete așezăm cîte o eprubetă plină cu apă. Se umple întîi o eprubetă cu apă, se acoperă cu degetul și se răstoarnă în apa din borcan, luînd degetul numai după ce gura eprubetei este în apă. Se procedează la fel și cu cea de-a doua eprubetă, avînd grijă să așezăm apoi ambele eprubete deasupra capetelor îndoite ale celor două conductoare. Operația trebuie astfel făcută, încît să nu pătrundă aer în epru-

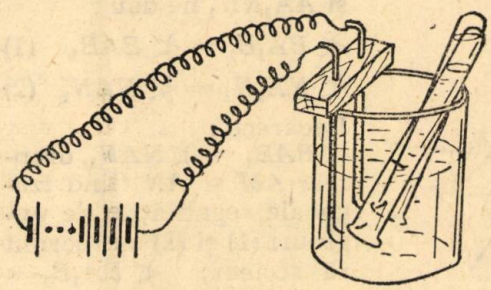


Fig. 4.

betă. Se leagă acum capetele conductoarelor la o pilă de cel puțin 3 elemente legate în serie. Imediat ce închidem circuitul vom observa că de la capătul unuia din conductoare se ridică numeroase bule de gaz ce se strîng în partea de sus a eprubetei respective. După un timp, strîngîndu-se o cantitate apreciabilă de gaz, scoatem eprubeta din borcan, cu gura în jos, și aprindem cu un chibrit gazul la gura eprubetei. El va arde cu flacără albăstruie. Acest gaz este hidrogen. Observăm că hidrogenul s-a degajat din apă în jurul conductorului legat la polul negativ al pilei. La cel de-al doilea conductor nu se observă degajare de gaz, în schimb, apa se colorează în jurul lui. Acest fapt se datorește degajării de oxigen care îndată ce se produce oxidează suprafața conductorului. Din această cauză, oxigenul nu poate fi strîns în cealaltă eprubetă. Obținerea oxigenului sub formă de gaz adunat în eprubetă ar fi posibilă, dacă s-ar folosi conductoare de platină. Efectul chimic al curentului poate fi pus în evidență și prin fenomenul numit galvanizare, dar despre aceasta se va vorbi într-un alt număr.

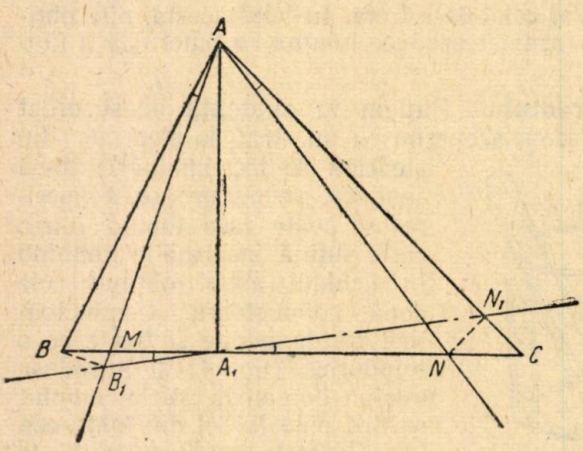
Ing. Z. Ștefan

NOTE MATEMATICE

Generalizarea problemei 2484

Fie ABC un triunghi oarecare și AM, AN două drepte izogonale în raport cu unghiul A al triunghiului, punctele M, N fiind pe BC.

Se proiectează vîrful B al triunghiului pe una din izogonale, de exemplu, pe AM în B_1; fie apoi N_1 proiecția piciorului N al celeilalte izogonale pe AC, iar A_1 proiecția lui A pe BC. Punctele A_1, B_1, N_1 sînt coliniare.



Soluția. — Patrulaterele inscriptibile ABB_1A_1 și AA_1NN_1 ne dau :

$$\sphericalangle BA_1B_1 = \sphericalangle BAB_1 \quad (1)$$

$$\sphericalangle NA_1N_1 = \sphericalangle NAN_1 \quad (2)$$

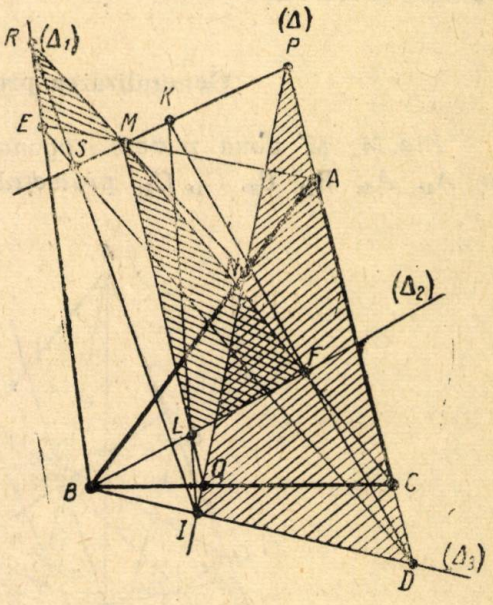
Deoarece : $\sphericalangle BAB_1 = \sphericalangle NAN_1$, dreptele AM și AN fiind izogonale, egalitățile de unghiuri (1) și (2) ne permit să scriem : $\sphericalangle BA_1B_1 = \sphericalangle NA_1N_1$ egalitate care demonstrează că punctele A_1, B_1, N_1 sînt coliniare.

În cazul cînd una din dreptele izogonale (AM, AN) coincide cu înălțimea AA_1 cealaltă izogonală va fi conform unei teoreme cunoscute, diametrul cercului circumscris triunghiului ABC dus prin vîrful A_1, obținîndu-se astfel enunțul problemei 2484.

Mihai Coconea, București

Generalizarea problemei 2886

Se dă triunghiul ABC şi un punct M în acelaşi plan cu el. O transversală (Δ) *taie laturile AB, BC, CA respectiv în N,Q,P. Prin vîrful B se duc dreptele* (Δ_1), (Δ_2), (Δ_3) *care determină pe MA, MC, PQ respectiv punctele E, F, I. Fie punctele* $R \equiv (MN, BE)$, $D \equiv (BI, AC)$. $L \equiv (BF, MQ)$, $K \equiv (FD, IL)$. $S \equiv (ED, RI)$. *Să se arate că punctele P,K,M,S sînt coliniare.*



Soluţie — Se observă că triunghiurile *MLF* şi *PID* sînt omologice avînd intersecţiile laturilor omoloage coliniare.

In adevăr, $(LF, PD) \equiv B$, $(ML, PI) \equiv Q$, $(MF, PD) \equiv C$, iar punctele *B,Q,C* sînt coliniare prin construcţie.

Deci, în virtutea teoremei triunghiurilor omologice putem afirma că dreptele care unesc vîrfurile omoloage sînt concurente într-un singur punct; în cazul nostru, punctul *K* se află pe dreapta *MP*.

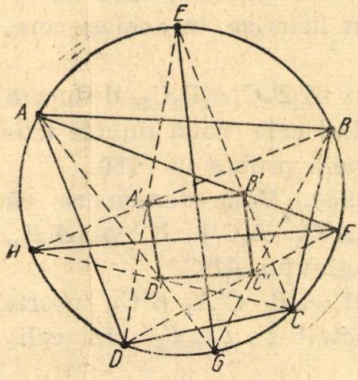
Procedînd analog pentru triunghiurile omologice *RME* şi *PID* demonstrăm că şi punctul *S* se află pe dreapta *MP*. Deci, punctele *P, K, M, S* sînt coliniare.

Pentru *M* luat pe cercul circumscris triunghiului *ABC*, *P, N, Q* proiecţii ale punctului *M* pe laturile *AC, AB, BC* şi pentru *E, F, I* proiecţii al vîrfului *B* pe *MA, MC, NQ*, obţinem problema 2886.

Motoargă D., cl. X Breaza

Asupra problemei 2949

Laturile şi diagonalele unui patrulater inscriptibil formează patru triunghiuri iar centrele cercurilor înscrise în aceste triunghiuri sînt vîrfurile unui dreptunghi.



Acest enunţ semnat de *I. Hodîrcă*, este cunoscut. Dăm mai jos, soluţia care se găseşte în *L'Education Mathematique, anul 30, p. 69 dată de F. Lefevre din Nevers.*

Fie *ABCD* patrulaterul inscriptibil şi *E,F,G,H*, mijloacele arcelor *AB,BC,CD,DA*.

Centrele *A', B', C', D'*, ale cercurilor înscrise în fiecare triunghi considerat sînt intersecţiile dreptelor *DE* şi *BH*; *AF* şi *CE*; *BG* şi *DF*; *AG* şi *CH*.

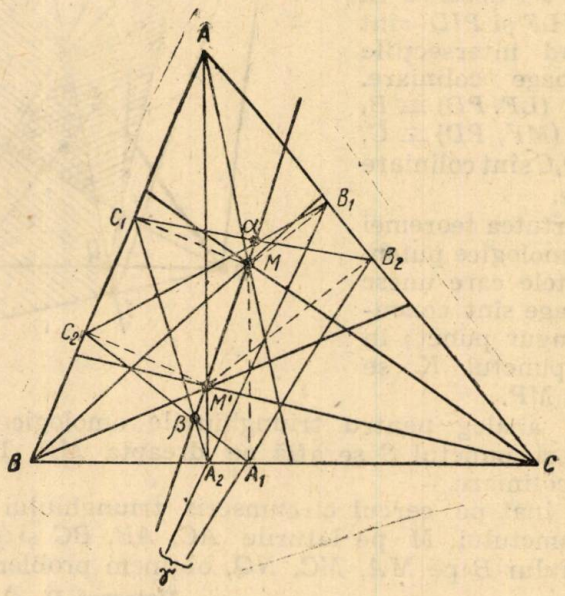
Se vede ușor că $FH \perp GE$ și că $AE = EB, EA' = EB'$, deci $A'B' \perp GE$ (EG este bisectoarea unghiului DEC).

La fel, $C'D' \perp EG$ și $A'D' \parallel C'B' \perp FH$.

Informarea că problema este cunoscută, a fost trimisă de tov. *ing. Gh. I. Bercea.*

Generalizarea problemei 2980

Fie M, M' două puncte izogonale în raport cu triunghiul ABC, iar A_1, A_2, B_1, B_2, C_1, C_2, proiecțiile acestor puncte, respectiv pe



laturile BC, CA, AB. Se consideră intersecțiile: $\alpha \equiv (B_1C_2, B_2C_1)$; $\beta \equiv (C_1A_2, C_2A_1)$: $\gamma \equiv (A_1B_2, A_2B_1)$. Punctele α, β, γ, sînt coliniare.

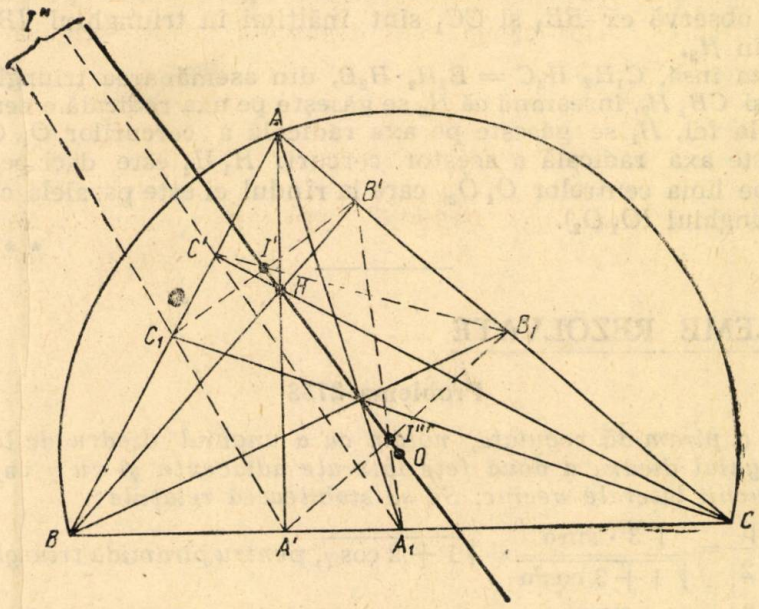
Soluție — Conform teoremei: într-un triunghi oarecare triunghiurile podare a două puncte izogonale sînt înscrise în același cerc, punctele A_1, A_2, B_1, B_2, C_1, C_2, sînt concilice.

Aplicînd teorema lui *Pascal*, exagonului $A_1B_2C_1A_2B_1C_2$, deducem că punctele α, β, γ sînt coliniare. În cazul cînd cele două puncte izogonale sînt O și H (notațiile obișnuite) obținem problema 2980.

Observație — Să reluăm problema 2980. Vom demonstra că punctele coliniare $I' \equiv (B'C_1, C'B_1)$; $I'' \equiv (A'C_1, A_1C')$; $I''' \equiv (A'B_1, A_1B')$, află pe dreapta lui *Euler* OH, a triunghiului ABC.

Teorema lui *Pascal* aplicată exagonului $A'B_1\ C'A_1\ B'C_1$, înscris în cercul celor nouă puncte ne arată că punctele I', I'', I''' sînt coli-

niare A_2, B_2, C_2, fiind punctele euleriene ale înălțimilor, teorema lui *Pascal* aplicată exagonului $A'B_1B_2B'A_1A_2$, arată că punctul I''', centrul

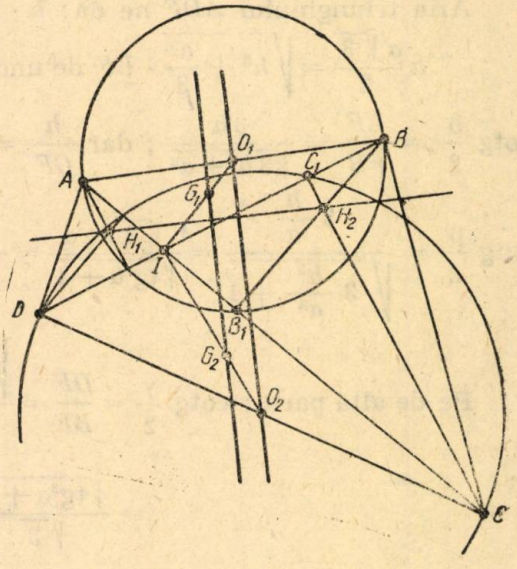


O, al cercului lui *Euler* și ortocentrul H sînt coliniare, adică punctele I', I'', I''' se află pe dreapta lui *Euler* a triunghiului ABC.

Mihai Coconea, București

Asupra unei probleme

Fiind dat un patrulater oarecare ABCD, intersecția diagonalelor și laturile patrulaterului formează patru triunghiuri astfel că dreapta ce unește centrele de greutate a două triunghiuri opuse este perpendiculară pe dreapta ce unește ortocentrele celorlalte două triunghiuri.



Enunțul aceste probleme a fost publicat în nr. 566 *din G.M.F.A.* din februarie 1957, iar soluția acestei probleme nu a apărut încă.

Următoarea soluție elementară am primit-o de la Gh. I. Bercea.

Fie G_1 intersecția diagonalelor BD și AC; G_2, H_1 și H_2 fiind respectiv: centrul de greutate al triunghiului IAB, centru de greutate al triun-

ghiului IDC, ortocentrul triunghiului IAD şi ortocentrul triunghiului IBC, trebuie să arătăm că G_1G_2 şi H_1H_2 sînt perpendiculare.

Pe AB ca diametru descriem cercul O_1, care taie pe AC în B_1, iar pe DC ca diametru descriem cercul O_2, care taie pe DB în C_1.

Se observă că BB_1 şi CC_1 sînt înălţimi în triunghiul IBC, deci se taie în H_2.

Cum însă, $C_1H_2 \cdot H_2C = B_1H_2 \cdot H_2B$, din asemănarea triunghiurilor BC_1H_2 şi CB_1H_2, înseamnă că H_2 se găseşte pe axa radicală a cercurilor O_1, O_2; la fel, H_1 se găseşte pe axa radicală a cercurilor O_1, O_2, deci H_1H_2 este axa radicală a acestor cercuri. H_1H_2 este deci perpendiculară pe linia centrelor O_1O_2, care la rîndul ei este paralelă cu G_1G_2 (din triunghiul IO_1O_2).

* * *

PROBLEME REZOLVATE

Problema 2738

La o piramidă regulată, notăm cu α unghiul diedru de la bază, cu β unghiul diedru a două feţe laterale adiacente şi cu γ unghiul a două muchii laterale vecine. Să se stabilească relaţiile;

(1) $\operatorname{ctg}\frac{\beta}{2} = \frac{\sqrt{3} \cdot \sin\alpha}{\sqrt{1+3\cos^2\alpha}} = \sqrt{1+2\cos\gamma}$, *pentru piramida triunghiulară*

(2) $\operatorname{ctg}\frac{\beta}{2} = \frac{\sin\alpha}{\sqrt{1+\cos^2\alpha}} = \sqrt{\cos\gamma}$, *pentru piramida patrulateră.*

Cornel Georgescu, Craiova

Soluţie. — 1) Fie ABC baza, D vîrful piramidei triunghiulare. Ducem $DF \perp BC$, $BE \perp AD$, $CE \perp AD$ şi DO perpendiculară pe planul bazei. Notăm $DO = h$, $AB = a$, $\sphericalangle DFO = \alpha$; $\sphericalangle BEC = \beta$; $\sphericalangle BDC = \gamma$.

Aria triunghiului ADF ne dă: $h \cdot AF = AD \cdot EF$ sau

$$h\frac{a\sqrt{3}}{2} = \sqrt{h^2+\frac{a^2}{3}} \cdot EF \text{ de unde } EF = \frac{3ah}{2\sqrt{3h^2+a^2}};$$

$$\operatorname{ctg}\frac{\beta}{2} = \frac{EF}{FB} = \frac{3h}{\sqrt{3h^2+a^2}}; \text{ dar } \frac{h}{OF} = \operatorname{tg}\alpha, \text{ deci } \frac{h}{a} = \frac{\operatorname{tg}\alpha}{2\sqrt{3}} \text{ şi atunci}$$

$$\operatorname{ctg}\frac{\beta}{2} = \frac{3\frac{h}{a}}{\sqrt{3\frac{h^2}{a^2}+1}} = \frac{\sqrt{3}\operatorname{tg}\alpha}{\sqrt{\operatorname{tg}^2\alpha+4}} = \frac{\sqrt{3}\sin\alpha}{\sqrt{1+3\cos^2\alpha}}.$$

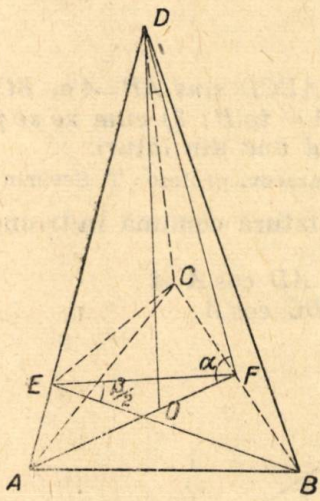
Pe de altă parte: $\operatorname{ctg}\frac{\gamma}{2} = \frac{DF}{BF} = \frac{\sqrt{h^2+\frac{a^2}{12}}}{\frac{a}{2}} = \frac{\sqrt{12\frac{h^2}{a^2}+1}}{\sqrt{3}} =$

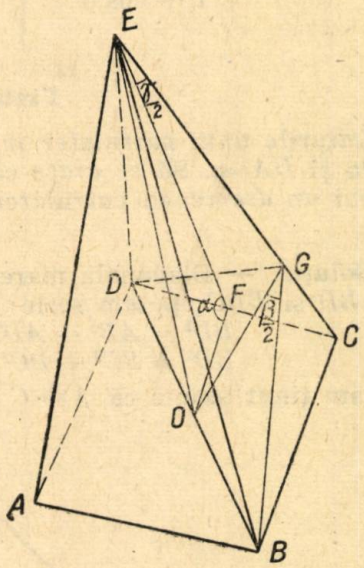
$$= \frac{\sqrt{\operatorname{tg}^2\alpha+1}}{\sqrt{3}}$$

de unde avem: $3\operatorname{cotg}^2\frac{\gamma}{2}-1=\operatorname{tg}^2\alpha$ și deci;

$$\operatorname{cotg}\frac{\beta}{2}=\frac{\sqrt{3}\sqrt{3\operatorname{cotg}^2\frac{\gamma}{2}-1}}{\sqrt{3\left(\operatorname{cotg}^2\frac{\gamma}{2}+1\right)}}=\sqrt{\frac{3\cos^2\frac{\gamma}{2}-\sin^2\frac{\gamma}{2}}{\cos^2\frac{\gamma}{2}+\sin^2\frac{\gamma}{2}}}=$$

$$=\sqrt{2\cos^2\frac{\gamma}{2}+\cos\gamma}=\sqrt{1+2\cos\gamma}.$$





2) Pentru piramida patrulateră cu baza $ABCD$, vîrful E și înălțimea $EO=h$, ducem $EF\perp CD$, $BG\perp CE$ și $DG\perp CE$ și notăm $CD=a$, $\sphericalangle OFE=\alpha$, $\sphericalangle BGD=\beta$, $\sphericalangle CED=\gamma$.

$$\frac{h}{a}=\frac{\operatorname{tg}\alpha}{2};\ DC\cdot EF=EC\cdot DG,\ \text{de unde}\ DG=\frac{a\sqrt{h^2+\frac{a^2}{4}}}{\sqrt{h^2+\frac{a^2}{2}}}$$

$$\sin\frac{\beta}{2}=\frac{OD}{DG}=\frac{a\sqrt{2}}{2}:\frac{a\sqrt{4h^2+a^2}}{\sqrt{2}\sqrt{2h^2+a^2}}=\frac{\sqrt{2h^2+a^2}}{\sqrt{4h^2+a^2}}$$

$$\sin\frac{\beta}{2}=\frac{\sqrt{\operatorname{tg}^2\alpha+2}}{\sqrt{2}\sqrt{\operatorname{tg}^2\alpha+1}},\ \text{deci}\ \sin^2\frac{\beta}{2}=\frac{\operatorname{tg}^2\alpha+2}{2(\operatorname{tg}^2\alpha+1)},\ \cos^2\frac{\beta}{2}=\frac{\operatorname{tg}^2\alpha}{2(\operatorname{tg}^2\alpha+1)}$$

$$\operatorname{cotg}\frac{\beta}{2}=\frac{\operatorname{tg}\alpha}{\sqrt{\operatorname{tg}^2\alpha+2}}=\frac{\sin\alpha}{\sqrt{1+\cos^2\alpha}}.$$

Pe de altă parte, $\operatorname{cotg}\frac{\gamma}{2}=\frac{EF}{FC}=\frac{\sqrt{4h^2+a^2}}{a}=\sqrt{\operatorname{tg}^2\alpha+1}=\frac{1}{\cos\alpha}$

deci, $\operatorname{cotg}^2\frac{\gamma}{2}=\frac{1}{\cos^2\alpha}$ de unde:

$$\frac{\operatorname{cotg}^2\frac{\gamma}{2}-1}{\operatorname{cotg}^2\frac{\gamma}{2}+1}=\frac{1-\cos^2\alpha}{1+\cos^2\alpha}=\frac{\sin^2\alpha}{1+\cos^2\alpha}$$ şi deci

$$\frac{\sin\alpha}{\sqrt{1+\cos^2\alpha}}=\sqrt{\frac{\operatorname{cotg}^2\frac{\gamma}{2}-1}{\operatorname{cotg}^2\frac{\gamma}{2}+1}}=\sqrt{\cos\gamma}\,.$$

Problema 2740

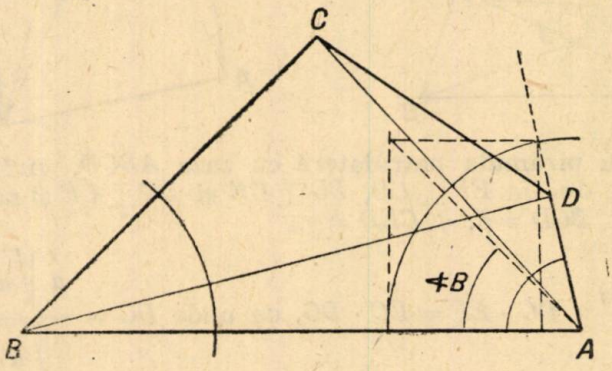
Laturile unui patrulater inscriptibil $ABCD$ sînt $AB=4a$, $BC=3a$, $CD=2a$ şi $DA=a$. Să se arate că: 1) $\sin A=\operatorname{tg} B$; 2) cum se se poate construi un asemenea patrulater cunoscînd una din laturi.

Gh. Bazacov. profesor T, Severin

Soluţia. — Diagonala mare BD este latură comună în triunghiurile ABD şi BDC; putem scrie:

$$BD^2=AB^2+AD^2-2\,AB\cdot AD\cos A \text{ şi}$$
$$BD^2=BC^2+DC^2+2\,BC\cdot DC\cos A$$

unde am ţinut seamă că $A+C=180°$.



Din cele două egalităţi se obţine:

$$16\,a^2+a^2-8\,a^2\cos A=9\,a^2+4\,a^2+12\,a^2\cos A.$$

$$17-8\cos A=13+12\cos A\,;\quad \cos A=\frac{1}{5}\,.$$

În mod analog, folosind diagonala AC se obţine $\cos B=\frac{5}{7}$ de unde

$\sin A=\frac{2\sqrt{6}}{5}$, $\sin B=\frac{2\sqrt{6}}{7}$ şi $\operatorname{tg} B=\frac{2\sqrt{6}}{5}$.

Deci, $\sin A=\operatorname{tg} B$.

Construcţia patrulaterului. Ne folosim de latura cea mai mare AB care se poate construi uşor dacă ar fi dată oricare din celelalte

laturi. La capătul laturii construim unghiul A, ştiind că $\cos A = \frac{1}{5}$. Tot în acelaş loc se construeşte şi $\sphericalangle B$, ţinînd seamă de relaţia $\sin A = \operatorname{tg} B$. Pe laturile ce pornesc din A şi B se iau segmente egale cu $\frac{AB}{4}$ şi $\frac{3}{4}\frac{AB}{}$ obţinîndu-se astfel celelalte două vîrfuri, C şi D.

Problema 2741

Să se arate că expresia $E = 14973^{11654} + 11654^{14973} + 1$ *este divizibilă cu 63.*

I. Ciolac, profesor Craiova

Soluţie. — Expresia dată se mai poate scrie:

$$E = (M63 + 42)^{11654} + (M63 - 1)^{14973} + 1 =$$
$$= M63 + 42^2 (42^2)^{5826} - 1 + 1$$

dar $42^2 (42^2)^{5826} = M63$ şi deci $E = M63$.

Problema 2742

Pentru fierberea apei dintr-un ceainic s-a întrebuinţat o lampă de gătit cu petrol avînd randamentul de 30 %. Dacă am fi avut la îndemînă un fierbător electric cu rezistenţa de 10 ohmi, pus la priza de curent de 120 V, apa ar fierbe în 10 minute.

Stiind că apa se află la temperatura de 10°C, randamentul fierbătorului electric este de 85%, iar puterea calorică a petrolului este 1100 cal/g se cere:

a) *Cantitatea de apă din ceainic,*

b) *cantitatea de petrol consumată de lampă.*

C. Necşoiu

Soluţie. — a) Căldura produsă de fierbătorul electric este egală cu:

$$Q = 0{,}24\, R I^2 t = 0{,}24\, R \cdot \frac{U^2}{R^2} \cdot t = 0{,}24 \cdot \frac{U^2}{R} \cdot t = 0{,}24 \cdot \frac{14400}{10} \cdot 600 =$$
$$= 207\,360 \text{ cal.}$$

Din această căldură se foloseşte numai 85% pentru încălzirea apei, adică

$$Q_1 = \frac{85 \times 207\,360}{100} = 176\,256 \text{ cal.}$$

Dacă m este cantitatea de apă din ceainic, putem scrie ecuaţia;

$$m(100° - 10°) = 176\,256,$$

de unde rezultă $m = 1\,958{,}4$ g $= 1{,}958$ l.

Problema 2743

Fie ABC un triunghi oarecare şi AD, $B\beta$, $C\gamma$ ceviene în triunghi. Dreptele $D\gamma$, $D\beta$, $\beta\gamma$ taie respectiv pe $B\beta$, $C\gamma$, CB în punctele M, N, α. Să se arate că punctele α, M, N sînt coliniare.

* * *

Soluția I. — Să presupunem că punctele M, N, α nu sînt coliniare, Fie O intersecția cevienilor. Dreapta MN taie pe $O\alpha$ în α' și pe BC în α'' și pe AD în A'. Dreapta $\beta\gamma$ taie pe AD în A''. Fascicolele $O\,(\alpha BDC)$ și $O\,(\alpha' MA'N)$ au același biraport (în particular acest biraport este armonic). Deci:

$$(\alpha BDC) = (\alpha' MA'N) \tag{1}$$

Fascicolele $A(\alpha BDC)$ și $A(\alpha\gamma A''\beta)$ au același biraport. Deci:

$$(\alpha BDC) = (\alpha\gamma A''\beta) \tag{2}$$

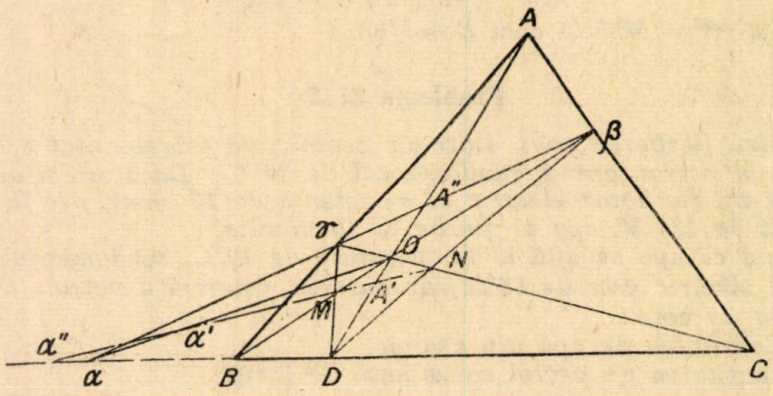
Fascicolele $D(\alpha\gamma A''\beta)$ și $D(\alpha'' MA'N)$ au același biraport. Deci:

$$(\alpha\gamma A''\beta) = (\alpha'' MA'N) \tag{3}$$

Comparînd relațiile (1), (2), (3) avem:

$$(\alpha' MA_t N) = (\alpha'' MA'N)$$

Rezultă că $\alpha' \equiv \alpha''$. Deci punctele α' și α'' se confundă în α. Prin urmare, punctele M, N, α sînt coliniare.



Soluția II. — Aplicînd teorema lui Menelaus în triunghiul AOC tăiat de secanta βND, avem:

$$\frac{\beta A}{\beta C} \cdot \frac{NC}{ON} \cdot \frac{OD}{AD} = 1.$$

Aplicînd teorema lui Menelaus în triunghiul AOB tăiat de transversala γMD, avem:

$$\frac{\gamma B}{\gamma A} \cdot \frac{OM}{BM} \cdot \frac{AD}{OD} = 1.$$

Aplicînd teorema lui Ceva în triunghiul ABC avem:

$$\frac{\beta C}{\beta A} \cdot \frac{\gamma A}{\gamma B} \cdot \frac{DB}{DC} = -1.$$

Deoarece punctele α, B, D, C sînt conjugate armonic avem:

$$\frac{\alpha B}{\alpha C} \cdot \frac{DC}{DB} = -1.$$

Înmulțind aceste relații obținem:

$$\frac{NC}{ON} \cdot \frac{OM}{BM} \cdot \frac{\alpha B}{\alpha C} = 1.$$

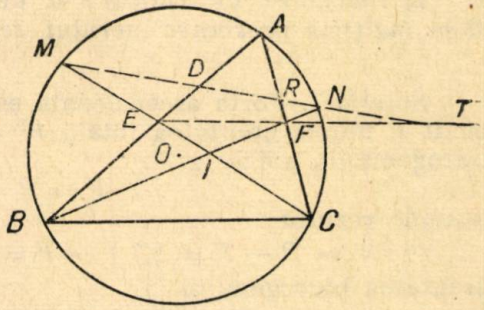
Conform teoremei lui Menelaus, punctele N, M, α formează o secantă care taie laturile triunghiului COB.

Problema 2744

Fie cercul O circumscris triunghiul oarecare ABC, iar I un punct variabil în plan. Dreptele CI şi BI taie cercul în M şi N, iar pe AB şi AC respectiv în E şi F. Se cere locul geometric al ietersecţiei dreptelor MN şi EF.

Marcel Bărbulescu, elev Slatina

Soluţie. — Notăm: $P(AB; MN)$, $R(AC, MN)$, $T(EF, MN)$.



Fascicolul de patru drepte $(F \cdot BEPA)$ determină pe transversalele AB şi PT două diviziuni cu acelaşi raport anarmonic

$$(BEPA) = (NTPR)$$

sau

$$(BEPA) = (PRNT).$$

Şi cum $\sphericalangle BMC = \sphericalangle BAC$ şi $\sphericalangle CMN = \sphericalangle CAN$ ca având aceeaşi măsură, rezultă imediat că $\sphericalangle NAT = \sphericalangle CAN$, adică dreapta AT este tangentă la cerc.

Deci locul geometric al punctului T este tangenta la cerc în punctul A. (v. articolul „Raport anarmonic" din GMF-B, nr. 11/1954).

Problema 2745

Într-un tub Crookes şi la temperatura de 20°C, un fascicul de raze catodice acţionează timp de un minut asupra unei plăci de platină cu suprafaţa de 1 cm² şi cu grosimea de 0,1 cm şi o topeşte. Ştiind că temperatura de topire a platinei este 1764°C, iar viteza electronilor 0,1 din viteza luminii, se cere:

a) *Masa tuturor electronilor care bombardează platina ştiind că masa unui electron este de $9 \cdot 10^{-28}$ g.*

b) *Care este numărul electronilor care formează fasciculul?*

Date suplimentare: densitatea platinei 21,5 g/cm³; căldura specifică a platinei 0.03 cal/g.

(Cercul de fizică, cl. X. s.m. nr. 2 Constanţa)

Soluţia. — $W = \frac{mv^2}{2}$. Pe de altă parte, $W = EQ$. Din calorimetrie cunoaştem $Q = mc\,(t_2 - t_1) + ml$. Deci $\frac{mv^2}{2} = EQ$, de unde $m = \frac{2EQ}{v^2}$.

Se ştie că $E = 4{,}19$ jouli/cal $= 4{,}19 \cdot 10^7$ erg/cal; $Q = 170{,}03$ cal. Deci,

$$m = \frac{2 \cdot 4{,}19 \cdot 10^7 \cdot 170{,}03}{(3 \cdot 10^9)^2} = 158{,}3186 \cdot 10^{-11}\ \text{g}$$

$$N = \frac{m}{m_0} = \frac{158{,}3\,168 \cdot 10^{-11}}{9 \cdot 10^{-28}} = 175\,907 \cdot 10^{17}\ \text{electroni.}$$

EXERCIŢII ŞI PROBLEME PROPUSE PENTRU ŞCOALA DE 7 ANI *)

E: 1067.— Cum se alege unitatea de timp z ca legea căderii libere să aibă forma $S = z^2$, ştiindă că legea de cădere liberă este $S = 4{,}6\, t^2$, unde S este spaţiul parcurs dat în metri şi t în secunde?

* * *

E: 1068. — Într-un dreptunghi $ABCD$ bisectoarea unghiului BAD taie diagonala BD în E, iar latura BC în F. Ştiind că paralela dusă din E la AB taie pe AC în G, să se arate că dreptele GF şi BD sînt perpendiculare.

Strătescu Ion, Călăraşi

E: 1069. — Să se arate că dacă $x + y + z = a$ şi $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$, avem şi relaţia.

$$\frac{xy}{x+y} + \frac{xz}{x+z} = \frac{yz}{y+z} + a = 0.$$

B. Huhulea

E: 1070. — Să se determine x, y, z astfel ca numărul $N = xy\,99\,z$ să fie divizibil cu 792.

Florea Dorel, elev Slatina

E: 1071. — Un elev cheltueşte $\frac{2}{7}$ din suma ce a avut la începutul anului şcolar pentru rechizite, apoi mai primeşte 118 lei după care îşi cumpără cărţile şi revistele necesare cu 150 lei şi apoi constată că i-a mai rămas necheltuită a treia parte din suma pe care a avut-o el la începutul anului. Ce sumă a avut el?

C. I. Ţ.

E: 1072. — Să se efectueze:

$$\frac{\left(2\frac{3}{7} + 1{,}3\right) : 6\frac{3}{14} + 5\frac{80}{31}\left(4{,}2 - 3\frac{7}{11}\right)}{4\frac{4}{5} : 5{,}7 \cdot 1\frac{3}{16} - \left(3\frac{1}{7} - 2{,}8\right) \cdot 1\frac{1}{6}}$$

(Ex. admitere cl. VIII-a Ploieşti, 1957)

E: 1073. — Să se arate că:

$$m(1 + n^2) + n(1 + m^2) + (m + n)(1 - mn) = 2(m + n)$$

$$ab(x^2 + y^2) + xy(a^2 + b^2) + (ay + bx)(by - ax) = 2by(ay + bx).$$

C. I. Ţ.

E: 1074. — Într-o GAC semănăturile formează patru parcele: grîu, ovăz, orz şi porumb. Parcela cu grîu este de două ori mai mare decît celelalte trei

*) E: 1067 — E: 1080 se primesc soluţii pînă la 1 mai 1958; însă nu dela elevii claselor IX, X, XI şi nici dela studenţi.

parcele la un loc. Parcela a treia, orzul, este cu 30 ha mai mare decît parcela a doua, iar parcela a patra, porumbul, este cu 10 ha mai mare decît parcela a treia.

Să se afle de cîte ha este fiecare parcelă din cele 921 ha care reprezintă toate semănăturile?

* * *

E: 1075. — Din opt bile, una este mai grea decît celelalte şapte, care au greutăţi egale. Să se explice cum numai prin două cîntăriri se poate stabili care este bila mai grea.

* * *

E: 1076. — Suma a două numere este 126, iar c.m.m.m.c. este 216. Să se afle aceste numere.

* * *

E: 1077. — S-a împărţit un lot de 290 ha în 4 părţi. După ce din prima parte s-a scăzut $\frac{3}{13}$ din suprafaţa sa, din a doua parte $\frac{2}{7}$, din a treia parte $\frac{3}{8}$ şi din a patra parte 33,(3)%, cele patru părţi au rămas egale. Să se afle cît de mare era fiecare parte.

P. Mecea, Cluj

E: 1078. — Pentru $12\frac{3}{4}$ kg; brînză de oi şi $15\frac{1}{2}$ kg ceapă s-a plătit 222,50 lei. Peste cîteva zile s-a cumpărat $15\frac{5}{9}$ kg brînză de oi şi $13\frac{4}{5}$ kg ceapă şi cum preţul brînzei crescuse cu $\frac{1}{5}$ din preţul ei pe kg, iar al cepei scăzuse cu 0, 75 lei la kg, s-a plătit 286,50 lei. Cît costă kilogramul din fiecare cumpărătură?

I. N. Munteanu

E: 1079. — Dacă A şi B sînt numere întregi care satisfac relaţia

$$1245\,A - 713\,B = M \cdot 1958$$

atunci avem şi relaţia

$$1245\,B - 713\,A = M \cdot 1958$$

I. Mateescu

E: 1080. — Dacă introducem o bucată dintr-un aliaj de aluminium în apă, rămîne nescufundat 10 cm^2 din volumul său. Introducînd aceiaşi bucată într-un amestec de 8 părţi petrol de densitate 0,8 cu 2 părţi apă, rămîne nescufundat numai 5 cm^3 din volumul său. Care este densitatea, volumul şi greutatea bucăţii de aliaj?

C. Necşoiu

RUBRICA REZOLVITORILOR *)

Pînă la 1 octombrie 1957, s-au mai evidenţiat următorii rezolvitori:

Ioniţă Tudor (student O. Stalin), *Iftimie Viorel* (absolvent Rădăuţi), *Ctrnu Mircea* (cl. 10 s. m. 3 Tîrgovişte), *Ixaru Gr. Liviu* (absolvent Găeşti), *Velicescu Mircea* (cl. 8 Tg. Jiu), *Ancuţoiu Gh.* (absolvent R. Vîlcea), *Baltac Vasile* (absolvent Ploeşti), *Răşcanu Radu* (cl. 8 s. m. 1 « N. Bălcescu Bucureşti ») *Isbăşescu Mihai* (cl 9 s. m. 1 «N Bălcescu » Bucureşti), *Tăbuşcă C. Pavel* (cl. 8 Ploeşti), *Rizescu Ilie* (absolvent Roşiorii de Vede), *Rotaru Constantin* (student Iaşi), *Bulucea D. Constantin* (absolvent R. Vîlcea), *Tomescu I.* (cl. 8 Ploeşti), *Antoniuc V. Bogdan* (cl. 8 Tg. Mureş), *Nicolescnu A. Basarab* (cl. 9 Ploeşti), *Dinuţ Teodor* (absolvent Craiova), *Gheorghe A. Cezar* (cl. 9 Buzău), *Olteanu S. Victor* (cl. 8 s. m. 17 « Matei Basarab » Bucureşti), *Isbăşescu D. Mircea* (cl. 8 s. m. 1 Bucureşti), *Chiriac D. Dumitru* (cl. 8 s. m. 1 Bacău), *Beghea I. Constantin* (cl. 8 Corabia), *Doniga Nicolae* (cl. 10 s. m. 1 « N. Bălcescu » Bucureşti), *Eftimie Radu* (cl. 10 s. m. 18 « Mihail Eminescu » Bucureşti), *Strătescu Ion* (absolvent Călăraşi), *Tîrtan Gabriel* (absolvent Găeşti), *Cartiş Dan* (cl. 10 Oradea), *Gherlan I. Vasile* (tehnician Sărmaş-Oradea), *Truţă Coriolan* (student Craiova), *Birzan Romanel* (absolvent Cluj), *Azzola Giovanni* (cl. 8 Caransebeş), *Tudor M. Gheorghe* (cl. 10 s. m. 13 Bucureşti), *Stan C. Dumitru* (student A.T.M. Bucureşti), *Zorapapel Tiberiu* (absolvent Bucureşti), *Moflic Emilian* (cl. 8 Moreni), *Dumitrescu I. Horia* (cl. 8 Tîrgovişte), *Aniţescu Nicolae* (cl. 10 Tg. Jiu), *Mureşan Dumitru* (cl. 10 s. m. 1 Baia Mare), *Căluianu Dana* (studentă Bucureşti), *Lupan Mircea* (cl. 10 s. m. 1 « N. Bălcescu » Bucureşti), *Stoicescu I. Cristian* (cl. 8 s. m. 11 Bucureşti), *Ionescu P. Sorina* (cl. 9 s. m. 15 Bucureşti), *Ianuş Stere* (cl. 10 s. m. 2 Constanţa), *Rădescu E. Eugen* (cl. 9 Focşani), *Perşoiu I. Titus* (cl. 8 Giurgiu), *Nanu Gh. Octavian* (cl. 9 s. m. 3 Iaşi), *Stan Dumitru* (cl. 9 Pucioasa), *Vişinescu M. Mihai* (cl. 10 Giurgiu), *Berca Eugen* (cl. 8 Tg. Jiu), *Adam I. Gheorghe* (cl. 8 Tg. Jiu), *Velicu Vasile* (cl. 10 s. m. « N. Bălcescu » Bucureşti), *Mavromatis Alexandru* (cl. 7, s. m. 17 « Matei Basarab » Bucureşti), *Başturescu G. Mugurel* (cl. 9 s. m. 1 Caracal), *Erhan Constantin* (cl. 8 Pucioasa), *Dincă George* (cl. 9 Caracal), *Florea Dorel* (absolvent Slatina), *Mihai A. Mircea* (cl. 9 s. m. 2 Brăila), *Mavromatis Euripide* (cl. 8 s. m. 17 « Matei Basarab » Bucureşti), *Nicolescu A. Miron* (cl. 10 s. m. 18 « Mihail Eminescu » Bucureşti), *Săndulescu A. Mihai* (cl. 6, sc. nr. 186 Chitila), *Rădulescu D. Mihai* (cl. 7 sc. nr. 179 Bucureşti), *Mihăilescu I. Viorel* (cl. 9 Caracal), *Lungu Şerban* (cl. 7 s. m. 4 Cluj), *Rădulescu Gh. Mircea* (cl. 8 s. m. 2 Constanţa), *Racoviţan Voicu* (absolvent Turda), *Oberländer Horst* (cl. 9 Hunedoara), *Bănică Titus* (absolvent Ianca), *Brînzei P. Dan* (cl. 9 s. m. 3 Iaşi), *Butoi I. Octavian* (cl. 8 Moreni), *Tudor Gheorghe* (cl. 8 Moreni), *Pop Corneliu* (cl. 10 Oradea), *Gervescu M. Ioan* (cl. 9 P. Neamţ), *Timiş M. Dan* (cl. 8 Ploeşti), *Pupăzan V. Nicolae* (şcoala de artilerie Sibiu), *Vidraşcu Traian* (cl. 9 s. m. 2 Tecuci), *Cancer Anca* (cl. 8 Tg. Jiu), *Ionescu Alexandru* (cl. 10 s. m. 1 Timişoara), *Tudose Traian* (absolvent Tecuci).

Pînă la 1 octombrie 1957 s-au primit soluţii bune la probleme din ultimele 4 numere apărute ale « Gazetei matematice şi fizice » — seria B, după cum urmează:

AIUD. Cl. X. Vrăjitoru Mihai (2656, 58, 60, 64, 66, 72, 74, 75, 77, 78).

ALBA IULIA. Mandl Robert (P, N).

ALEXANDRIA. Cl. VIII. Ştefan Corneliu (2633, 49, 66, 68, 72, E: 962, 67, 68, 75, 81).

ARAD. Şcoala medie nr. 1 « Ion Slavici ». Cl. IX. Beştea G. Cătălin (2633, 37, 41, 59, 60, 63—66, 68, 72, 74, 77), Savin Viorel (2602, 05, 10, 13, 14, 16, 21, 33, 49, 58, 68, 72, 75).

BACĂU. Şcoala medie nr. 1 Cl. VIII. *Chiriac D. Dumitru* (2657, 59, 67, 81—86, 87, 97, 99, 702—04, 06, 07, 13, 14, 19, 20, 25, 31, 33, 35, P; E: 974—82, 84, 87, 89, 90, 93—97, 99—1002, 04, 08), cl. IX. Grigoraş Vasile (2635, 47, 55, 58, 59, 71, 76, 77, 97, 725, 31, P), cl. X. Sîrbu Mihai (2633, 34, 37, 39, 45—47, 49, 56, 58, 59, 64—66, 68, 72, 74, 76, 77, 79, 85).

BAIA DE ARIEŞ. Cl. VII. Totolici Gabriel (2666, 72, 73, 731, E: 963, 65—68, 71, 75—78, 80, 81, 84—86, 89, 90, 96, 1003, 04).

BAIA MARE. Şcoala medie nr. 1. Cl. X. *Mureşan Dumitru* (2633, 34, 36—40, 43—48, 53—72, 74—76).

---

*) În urma clasificării evidenţiaţilor la G.M. F. B pe anul 1958, se vor distribui premii şi menţiuni în cărţi, iar publicarea lor va face în numărul din ianuarie 1959.

BEIUŞ (Oradea). Absolvent Partenie Valeriu (2634, 46, 59, 65, 67, 68, 72, 74, 75, 77).

BISTRIŢA. Verveagă Titus (2633—35, 37, 39—42, 49, 57, 59, 60, 64—73, 75, 76).

BOLINTINUL DE VALE (Bucureşti). Cl. VIII. Alexandru St. Cornel (E: 964, 76, 77, 80, 85—87, 89—90, 1009), Răduţă Apolodor (2637, 41, 56, 72, 82, 85, 87, 713, 24, 25, 31).

BRĂILA. Şcoala medie nr. 2. Cl. IX. *Mihai A. Mircea* (2588, 90, 91, 98,— 600, 04, 06—08, 633, 34, 37—39, 53, 57, 59, 60, 62, 64—69, 72, 74, 75).

BREAZA. Lic. mil. «D. Cantemir». Cl. VIII. Crosescu Radu (2633, 35, 37, 49, 56, 64, 66, 68, 72, 74, 76—78).

BUCUREŞTI. Studenţi: *Căluianu Dana* (2633, 37, 40, 42, 51, 58, 59, 64—72, 74—78, 80—82, 93—97, 700—02, 04, 22, 28, 31, 34), Fomov D. Mihai (facult. drumuri şi poduri) (2633—35, 39, 41, 47, 49, 56, 58, 64—72, 74—77, Gălan Nicolae (facult. electrotehnică) (2686, 87, 89, 94, 95, 708, 13—15, 34), Ionescu Mircea (facult. construcţii) (2633, 34, 41, 49, 58, 59, 64, 67—69, 72, 74, 75, 84), Lăscuţoiu Virgil (facult. metalurgie) (2687, 98, 700, 04, 08, 13, 25, 28, 31—36, 57, 59, 64), Manea Sabina (facult. fiz-matem.) (2640, 58, 59, 66, 67, 70, 71, 94, 95, 700, 04—06, 15, 17, 22, 24, 25, 28, 29, 31, 32, 34, 42, 58, 59), Pio-Re-Hoan (facult. mecanică) (2633—35, 37, 39, 45, 46, 49, 50, 56, 60, 61, 63, 65—68, 76), Prisadă Ion (facult. mecanică) (2687, 707, 22, 28, 31, 47, 66), *Stan C. Dumitru* (ATM) (2633, 34, 37—42, 44—46, 49, 51, 58, 59, 63—67, 69—72, 74, 75, 77, 79, 85, 87, 93—95, 97, 700, 02, 06, 08, 13—15, 25, 28, 31, P), Stroe Victor (facult. construcţii) (2633—37, 40, 41, 45, 47, 56, 58—60, 62, 64—66, 68—73, 75—80). Absolvenţi: Buşilă A. Ioana (2719, 20, 28—36).

Ş. m. 1 «N. Bălcescu». Cl. VII. Cristea Nicolae (2733, E: 964, 67—70, 73—75, 78—80). Cl. VIII. Dăscălu Dan (2634, 66, 759, E: 975, 82, 84, 85, 90, 93, 94, 96), Ghelmeziu N. Nicolae (2633, 38, 45, 49, 56, 64—66, 68—72, 76, 77, 81, 702, 05, 15, 31, E: 963, 65, 66, 75, 80, 82, 83), Panaite M. Dorin (2633, 37, 41, 49, 66, 68, 72, 713, 31), *Răşcanu Radu* (2585, 600, 05, 19, 22, 30, 34, 35, 37, 38, 41, 42, 47, 49, 56, 57, 59, 63—67, 69, 74, 77, 82, 87, 715, 31, E: 956, 60—64, 67, 75—78, 80—90, 92—97, 99—1004, 08, 09, 12). Cl. IX. Cocîrlan Paul (2639, 41, 56, 57, 64, 66, 68, 72, 86, 87), Ioachim Alexandru (2686, 87, 90, 97, 702, 08, 13, 15, 19, 20, 22, 24, 25, 30—33, 39, 41, 46, P), *Isbăşescu Mihai* (2553, 57, 69—73, 78—80, 82—84, 85, 89, 87, 91, 92, 94, 98—600, 02—04, 06, 07, 10, 11, 13, 15, 19, 20, 22—29, 33—45, 47, 49, 51, 53, 55—60, 64—66, 68, 72—79, 81—83, 85,) Lupaş Laurenţiu (2633—35, 37, 49, 56, 64, 66, 68, 72, 74, 75, 77, 86, 87, 97, 702—04, 13, 31—33, 57, 59), Paşcanu C. (2634, 35, 37, 46, 56, 64, 66, 68, 72, 74, 75, 77). Cl. X. *Lupan Mircea* (2539, 41, 42, 49, 54, 55, 58, 65, 68, 71, 73, 78, 79, 84, 85, 87, 88, 91, 93, 98, 600, 07, 10—15, 18—27), *Velicu Vasile* (2607, 10—15, 19—27, 33—45, 47, 49, 51, 53, 55—60, 64—67, 69, 71, 72, 74—78, 84, 85, 88, 9). *Doniga Nicolae* (2588, 89, 91, 94, 600, 04, 06—68, 10—30, 33, 37, 40, 41, 43, 47, 49, 56—58, 61, 63—77). Cl. X. seral Udroiu Neagu (2659 69, 72, 74, 75, 76, 77, 85, 700, 01, 20, 11, 801).

Şcoala medie nr. 3. Absolvent Constantinescu Mihai (2610, 16, 38, 46, 50, 87, 738—40, 42, 46, 50).

Şcoala medie nr. 4 «*Aurel Vlaicu*». Cl. VIII. Cojocaru H. Paul (2633, 64, 65, 72, 74, 700, E: 965, 68, 75, 80). Cl. X. Nicolau Virgil Cornel (2635, 45, 51, 63, 700, 02, 13, 15, 20, 25, 31, 34, 36). Absolvent Rădulescu D. Constantin (2580, 659, 706, 08, 13, 32, 35, 36, 39, 68, P).

Şcoala medie nr. 7 «*I. L. Caragiale*». Cl. VIII. Vlad Valentin (2619, 20, 23, E: 949, 51, 52, 54—57, 60, 61, 64—68, 71—73, 76). Cl. X. Gavrilă Georgeta (2633, 39, 49, 56, 58—60, 65, 66, 68, 72, 715, 17, 21, 22, 28, 31, 33, 34—36).

Şcoala medie nr. 8. Cl. VIII. *Isbăşescu D. Mircea* (2633—35, 38, 41, 49, 56, 64, 66—68, 72, 74—77, 82, 85, 87, 89, 97, 98, 703, E: 969, 70, 74—87, 89, 90, 92—97, 1000—04, 06, 08, 09, 11).

Şcoala medie nr. 10. Cl. VIII. Bărbulescu Lucia (2633—35, 37, 49, 56, 64, 66, 68, 72, 74, 37, E: 962—64, 67, 71, 72, 78, 80—82), Predoiescu Marieta (2634, 37, 66, 68, 714, 31, 64, E: 975, 81, 84, 96). Cl. IX. Brînzaru Elena (2633, 37, 39, 49, 64—66, 68, 72, 82). Cl. X, Marica Mariana (2633, 15, 31, 33, 34, 64, 66, 68, 72, 74,) Repciuc Rodica (2713, 15, 19, 20, 22, 28, 30—32, 35). Absolventă Stanciu Loreta (2672, 73, 75, 700, 04, 06, 13, 31, 34).

Şcoala medie nr. 11 «*D. Cantemir*». Cl. VIII. Antoniu I. Andrei (2672, 74, 77, E: 976, 78, 80, 81, 85—87, 89, 97), Ionescu M. Mihai (E: 984—89, 99, 1003, 04), *Stoicescu E. Cristian* (2588, 607, 33, 34, 49, 56, 64, 66, 72, 74, 76, 77, 80, 81, 97, 702, 03, E: 955, 59, 60, 62, 64, 67—78, 80, 81, 83). Cl. X. Antoniu I. Sorin (2656, 59, 75, 78, 81, 93, 97, 700, 02, 03, 06), Schiopulescu Dan (2633, 34, 39, 40, 49, 55, 81, 83, 97, 700, 02, 03, 06, 31, 35).

Şcoala medie nr. 12. Cl. VIII. Dobrescu N. Dan (2668, E: 976, 80, 84—87, 89, 90, 1000, 03, 04, P), Iovănescu Ruxandra (2633, 34, 38, 49, 57, 64, 68, 69, 76, 86, 702, 57, 65), Mihăilescu St. Cristian (2702, E: 974—78, 80, 81, 83, 87). C. IX Glasberg Vladimir (2633, 34, 37, 58, 64—66, 68, 72, 74, 75, 77), Onu Ştefan (2633, 37, 49, 56, 58—60, 66, 68, 72,

75, 76, 79), Savu Gabriel (2633, 37, 38, 49, 58, 59, 64, 68, 72, 66, 74, 77, P), Soare Ştefan (2634, 35, 38, 39, 45, 56, 57, 64—66, 68, 74, 77). Cl. X. Moldoveanu Alexandru (2645, 58, 59, 65, 68, 69, 72, 728, 31, 33, 34).

Şcoala medie nr. 13. Cl. X. Bănică Dan (2686, 87, 95, 701, 02, 04, 13, 15, 31, 33, 35, 59), *Tudor M. Gheorghe* (2687, 98, 700, 01, 02, 04, 07, 08, 10, 11, 13, 15—17, 19—22, 24, 28, 29, 31, 32, 34—36, 40, 43, 46, 47, 56, 57, 59, 61, 63—65, 68, 70, 71, P, N).

Şcoala medie nr. 15 Cl. IX. *Ionescu P. Sorina* (2633—42, 46, 47, 49, 51, 54—56, 58—61, 63—69, 72, 74, 75, 77).

Şcoala medie nr. 17 « *Matei Basarab* ». Cl. V. Dincescu Vasile (E: 949—53, 64, 67, 72, 73), Ganea Cristian (E: 976, 78, 80, 85—87, 89, 1001, 06, 08). Cl. VII. *Mavromatis Alexandru* (2610, 64, 72, 74, 77, 82) E: 949—55, 57, 58, 60—65, 67, 68, 72, 73, 75—78, 81, 83). C. VIII. Fuchs Heinrich (2664, E: 949—54, 56—61), Iancu Jean (E: 975, 77, 80—82, 84—87, 89, 1000, 04), *Mavromatis Euripide* (2610, 64, 72, 74, 77, E: 949—53, 55, 57, 58, 60—65, 67, 68, 72, 73, 75—78, 81—83), *Olteanu S. Victor* (2606, 30, 70, 93, 97, 700, 02, 03, 06, 31, 33, 42, 57, 59, 64, 65, E: 974—78, 80—87, 89—91, 93—97, 1000—04, 06—09, 12), Panait Nicoleta (2697) 757, 59, E: 984—87, 89—90, 96, 1003, 04, 08, 09). Cl. X. Furman Justin (2633, 49, 66, 68, 72, 74, 77, 714, 31, 32).

Şcoala medie nr. 18. « *Mihail Eminescu* ». Cl. VII. Pîrşan Liviu (2623, 66, E: 957, 60, 61, 63, 62, 72, 76, 80, Cl. IX. Necşoiu Dan (2589, 91, 607, 33—35, 37, 42, 45, 58, 59, 65, 59, 65, 76), Nicolau A. Cristian (E: 962, 67, 68, 70—73). Cl. X. *Eftimie Radu* (2633—35, 37—40, 42, 45, 47, 49, 56—60, 65, 69, 75—78, 81, 86, 87, 97, 700, 02, 04—06, 08, 09, 13, 15, 17, 19, 20, 22, 26, 28, 30—36? P,N), *Nicolescu A. Miron* (2584—87, 89—94, 600, 04, 33, 34, 37—39, 41, 45, 58, 63—68, 72).

Şcoala medie nr. 20 « *Gheorghe Şincai* ». Cl. VI. Paidiu Ion (E: 949, 52, 64, 67, 68, 72, 73, 78, 80, 87), cl. X. Iordănescu Radu Sorin (2634, 35, 65, 68, 75—77, 86—87, 91, 92, 700, 01, 04, 10, 13, 15, 17, 20, 28, 29, 31, 32, 34, 35). Absolvent *Zorapapel Tiberiu* (2557, 85, 88, 90, 93, 94, 99, 600, 02—08, 33—35, 42—45, 47—49, 56—60, 62—69, P).

Şcoala medie nr. 22 « *Gheorghe Lazăr* ». Cl. VIII. Bongiu Ana (E: 949, 51, 52, 61—65, 67, 74, 78, 80), Irimescu Gheorghe (2633, 34, 44, 66, 68, 72, 74, 77, E: 963—65, 67—70, 72, 82), Zamfirescu I. Tudor (2585, 88, 89, 602, 04, 05, 07, 10, 12, 20, 21, 24, 25, 27, E: 949, 56, 58, 60, 61, P). Absolventa Gheorghiţă Mariana (2555, 72, 78, 604, 07, 21, 35, 41, 59, 65, 84, 87, 91, 700, 01, 04, 22, 28, 31, 34).

Şcoala medie nr. 23. Cl. IX. Burunţia Constantin (2633—35, 37, 38, 45, 58, 72, 75, 701). Cl. 10. Stoenescu T. Gheorghe (2635, 40, 58, 59, 66—69, 74, 75, 81, 84, 705, 06, 08, 11, 13, 17, 20, 28, 31, 33, 35, 36), Voinescu Alexandru (2713, 20, 22, 28, 31, 34—36, 46, 47, 58, 59, 68).

Şcoala medie nr. 26. Cl. 10. Corbuleanu C. Gabriel (2633, 31, 39, 64, 72—75, 77, 731, 33), Corbuleanu C. Marcel (2633, 41, 49, 64, 72—75, 77, 731, 33). Absolventă Niculescu Ştefania (2633—35, 37, 39, 40, 58, 63, 66, 67, 72, 75).

Şcoala de 7 ani nr. 50. Cl. VI. Saur M. Şerban (E: 949—53, 56, 59—61, 76).

Şcoala de 7 ani nr. 122. Cl. VI. Barbu M. Cornel (E: 963, 64, 67, 68, 72—74, 76, 78, 80).

Şcoala de 7 ani nr. 123. Cl. VII. Vernescu Dan (E: 953, 60, 69, 70, 73—75, 79, 80).

Şcoala de 7 ani Chitila. Cl. VI. *Săndulescu A. Mihai* (2627, 74, 77, 702, E: 935, 41, 46, 49, 51—53, 56—58, 60, 64, 67, 68, 72, 76, 80, 81).

Şcoala de 7 ani nr. 179. Cl. VII. *Rădulescu D. Mihai* (2610, 29, 33, 72, 708, 13, 31, 39, E: 950, 61, 64, 83—90, 96, 97, 1002, 04, 09).

BUZĂU (regiunea Ploeşti). Cl. IX. *Gheorghe A. Cezar* (2633—43, 45—47, 49, 53—72, 74—77, 85), absolvent Grigorescu G. Gabriel (2633—35, 37, 39, 40, 41, 45, 49, 56, 60, 61, 63—70, 72, 74, 75, 77, 78, 80, 81, 84).

CALAFAT. Cl. 8. Iordache Cornel (974—76, 84—87, 89—96, 1003, 04), Petrescu T. Gheorghe (2633, 49, 68, 74, 76, 77, E: 963, 64, 66, 68). Cl. 9. Mititelu M. Ştefan (2633—35, 39—41, 47, 49, 57, 58, 64, 65, 69, 72, 73).

CĂLĂRAŞI. Cl. 10. Borcea M. Nicolae (2610, 13, 16—21, 24, 25, 59, 69, 74, 75, 77, 84), Chiriacescu Sergiu (2633, 49, 66, 69, 74, 75, 700, 02, 06, 26, 31, 33, 59, P), absolvent *Strătescu Ion* (2221, 678, 80, 86—89, 91—93, 95, 97—704, 07, 08, 10, 13, 15—22, 25, 28—32. 34—36, P).

CARACAL. sm. 1 Cl. IX. *Başturescu Gh. Mugurel* (2633—35, 37—42, 47, 49, 55—59 63—66, 68, 71, 72, 75, 77—79, 82, 85, 86, 95, 97, 98, 700, 02, 03, P), Blebea Şerban (2589, 606, 10, 13—16, 20, 21, 24, 25, 27, 33, 68), *Dincă George* (P, C, 2633, 34, 37, 38, 40, 41, 46, 48, 49, 56, 58, 59, 64, 66, 68, 69, 72, 74, 75, 77, 78, 83, 93, 97, 98, 700, 02, 06, 13, 24, 28, 31, 33—35), *Mihăilescu I. Viorel* (2635, 39, 57, 69, 71, 95, 706, 08, 13, 15, 19—21, 25, 28, 30—36, 39, 43, 47, 55, 58, 59, 62, 64, 65, P, N), Neda St. Marian (2635, 37, 39,

41, 45 46, 58, 63—65, 68, 75, 87, 97, 702, P) cl. 10. Madan Constantin (2633, 37, 47, 58, 59, 68, 72), Rădulescu N. Victor (2659, 62, 64, 72, 90, 97, 700, 01, 04, 06, 08, 13, 31, 35).

Şcoala de 7 ani Redea. Cl. 7. Mihăilescu I. Stelian (975—78, 82, 84—87, 89, 90, 1002, 03), Neda St. Doina (E: 963, 67, 68, 72, 73, 76, 78, 80, 84—87, 90).

CARANSEBEŞ. Cl. VIII. *Giovanni Azzola* (2633, 34, 37, 38, 49, 64, 67, 68, 72, 74, 76—78, 81, 86, 87, 97, 98, 702, 03, 06, 08, 13, 31, 33, E: 962, 64—68, 72, 73, 75, 77, 78, 80—83).

CÎMPULUNG MUSCEL. Cl. VII. Savin Alexandru (2664, 66, E: 974—90, 92—97, 99—04, 06, Simionică I. Rodica (2664—66, 74, 76, 77, 733, E: 964, 68, 73—76, 78, 80). Cl. 8. Simionică I. Traian (2664—66, 72, 74, 76, 77, E: 963, 64, 66—70, 72—80).

CLUJ. Absolvent şcoala pedagogică. Indoleanu Ion (2610, 14, 20, 22, 23, 26, 29, 40, 42, 93, 701, E: 949, 51, 55, 57, 59, 62, 63, P).

S. m. 4. Cl. 8. *Lungu Şerban* (2589, 607, 20, 23, 37, 41, 49, 64, 66, 68, 72, 74, 77, E: 950, 51, 54, 61, 63—68, 71—73, 77, 84, 96), Micu Radu (2678, 81, 82, E: 964, 65, 77, 80, 81, 85, 86, 89, 80). Cl. 9. Babeş Victor (2633, 41, 47, 49, 58, 64, 65, 68, 72, 74, 77, 79), absolvent *Bîrzan Romanel* (2590, 618, 27, 39, 65, 86, 87, 89—93, 95, 98, 700, 02—04, 06—08, 13, 15, 16, 19, 20, 22, 25, 30—33, 35, 39, 46, 55, 59, 62, 64, 66, 68, 70).

S. m. 6. Cl. 9. Pamula Adrian (2635, 58, 86, 87, 89, 98, 701, 02, 06, 10, 13). Absolvent Sasz Carol (2633, 34, 40—42, 45, 49, 56, 58, 59, 61, 63, 64, 66—69, 71, 72, 75, P).

S. m. 8. Cl. 8. Ciomoca Gheorghe (2733, 59, E: 987, 89, 90, 92, 97, 99, 1002, 09).

COBADIN (reg. Constanţa). Zidar Stefan Ionel (2623, 30, 40, 86, 87, 89, 92—96, 99—701, 03, 04, 13, 17, 28, 31—34).

CONSTANŢA. S.m.2. Cl. 8. *Rădulescu G. Mircea* (2552, 55, 98, 626, 34, 37, 38, 57, 69, 75, 78, E: 966, 69, 74—78, 80, 82, 84, 85, 87, 93, 96, 1003, 09). Cl. 10. *Ianuş Stere* (2594, 98, 600, 04, 06, 17, 34, 36, 41, 43, 47, 49, 53, 55, 56, 58—63, 66—69, 73, 74, 76—80, 87, 700, 01, 02, P). Cl. 10 *serală.* Cuşnerencu G. Ilie (2633, 41, 69, 72—77).

CORABIA. cl. 8. *Begea I. Constantin* (2588, 89, 91, 98, 600, 06, 07, 10, 11, 19—21, 23—26, 33, 49, 57, 64, 66, 68, 72, 74, 77, 78, E: 949—54, 56, 60, 61, 63—68, 71—77, 79—82, P), Văleanu Constantin (2633—35, 37, 64, 65, 72, 74, 76, 77, E: 965, 67—70). Cl. 10. Truică M. (2634, 49, 57, 59, 66, 74, 77, 78, 703, 10, 35).

COVASINT (Arad). Şcoala de 7 ani. Cl. 7. Saur Anca (E: 950, 51, 54, 55, 61, 65, 68—70, 74—78, 80, 82, 83).

CRAIOVA. Şcoala de 7 ani. Cl. 7. Pavel N. Radu (2672, 74, 731, 33, E: 965, 68, 84—87, 89, 90, 98).

Ş. m. nr. 2 «*Fraţii Buzeşti*». Cl. 8. Drimba G. Ion (2633, 64, 72, 74, 77, E: 949, 51, 52, 61, 63, 72, 74, 76, 80). *Absolvent Dinuţ Tudor* (2686, 87, 91, 93, 94, 96, 700—02, 05, 08, 11, 13, 16, 21, 27, 28, 31—36, 39, 41, 43, 46, 53, 54, 57, 59, 60, 63, 64, 66, 68, 82—84, P), Karavias P. Nikolaos (2598, 600, 13, 14, 16, 25, 26, 31, 32, 40, 64, 68, 71, P), Piscati Sorin (2631, 87, 700, 01, 08, 13, 28, 31, 32, 34, 35). *Student Truţă Coriolan* (2633—43, 45, 46, 49—51, 54, 56—77).

DOBRA (reg. Hunedoara). *Şcoala de 7 ani.* Cl. 7. Benea Georgeta (E: 964, 67—70, 85, 87, 89, 90, 94).

FOCŞANI. *Ş. m.* «*Unirea*». Cl. 9. Ghiuş I. Viorel (2633, 34, 38, 49, 59, 64, 68, 72, 74, 75, 77), *Rădulescu E. Eugen* (2634, 35, 39, 42, 44, 47, 53, 55—57, 64, 75—78, 85—87, 95, 97, 98, 701, 02, 04, 06, 08, 12, 15, 19, 31, 34—36). Cl. 10. Cruceanu Nicolae (2606, 13, 38, 58, 64, 68, 72, 74, 75, 77—79, 83), Munteanu Valeria (2634, 35, 58, 65, 700, 06, 31, 33, 35, 36, P).

GĂEŞTI. *Absolvent Tirtan Gabriel* (2636—51, 53—60, 63—81, 84, 85, C, N, P), *Ixaru Gr. Liviu* (2500, 01, 27, 31—36, 38—42, 44, 46, 48—52, 54, 55, 58—62, 64—68, 70—72, 74—79, 84, 88—91, 93, 94, 98—600, 03, 04, 06, 07, 10—16, 18—21, 23—25, 27, P).

GALAŢI. Student Chirilă Costică (2633, 34, 41, 43, 46, 49, 59, 68, 69, 72, 73, 75, 80, 81).

GHELAR (Hunedoara). Cl. 7. Radu Gelu (2759, E: 984—87, 89, 90, 93—97, 1002—04).

GIURGIU. Cl. 7. Popescu C. Adina (E: 962—69, 71—81). Cl. 8. *Perşoiu I. Titus* (2677, 705, 08, 15, 20, 25, 31, 32, 59, E: 974, 79—87, 89, 90, 92—97, 99—04, 07, 08, 12), Profirescu D. Rodica (2633, 49, 72, E: 914, 62—65, 67, 68, 71, 72). Cl. 10. *Vişinescu M. Mihai* (2667, 70, 72, 85, 89, 96—98, 700, 01, 05, 08, 12—16, 20, 22, 26, 28, 29, 31, 34—36, 41, 42, 46, 49, 59, 68, 70), absolvent Bătineţu M. Dumitru (2633, 36—37, 40, 41, 43, 46, 47, 49, 54, 56, 62—70, 72—77, P).

HUNEDOARA. Cl. IX. *Oberlender Horst* (2633—35, 37, 39, 40, 42, 53, 58, 60, 64, 66, 68, 72, 74, 75, 77—79, 81—83, 86, 87, 89, 97, 700).

IANCA (Galaţi). *Absolvent Bănică Radu* (2633—37, 39—42, 46, 47, 49, 56, 61—70, 72—77).

IAŞI. Student Cristea Aurel (Facult. matematică) (P). Absolvent Homutescu Adrian (2658, 63, 68, 72, 74, 728, 29, 31—34, 36).

Ş. m. 1 «*M. Sadoveanu*». cl. VIII. Alănuţă Laurenţiu (2649, 33, E: 963, 74, 76—78, 80, 81), Simovici Dan (2706, 46, 59, E: 984—87, 89, 92, 95, 96).

Ş. m. 3 «*C. Negruzzi*». Cl. VIII. Cărăuşu Alexandru (E: 951, 58, 60, 61, 65, 73, 75, 77, 80, 81, 82), Costache Emilia (E: 975, 76, 78, 80, 84—87, 89, 90, 96, 97, 1004), Homutescu Virgil (2634, 35, 74, 77, 733, E: 962—68, 72978, 80—83), Radu C. Eugen (2666, 64, 68, 72, 74, 77, 702, E: 964, 71—73, 75, 76, 78, 80), Ungureanu Radu (E: 949, 51, 52, 54, 55, 67—70, 73, 82).

Cl. IX. *Brînzei P. Dan* (2562, 645, 86, 87, 89, 92, 95—98, 700, 01, 02, 04, 05, 10, 13—15, 17, 19, 21, 22, 24, 25, 30, 31, 34—36), *Nanu Gh. Octavian* (2634, 43, 52, 53, 56, 64, 65, 68, 69, 75—78, 89, 92, 97, 98, 700, 01, 04, 08, 15, 19, 20, 22, 29, 31, 35, 36, 46, 47, 55, 58, 62, 66), Purice Gheorghe (2439, 633, 56, 59, 66, 68, 72—75, 700, 13), Steckelman Salom (2598, 99, 607, 33, 34, 59, 64, 66, 72, 74, 76, 81).

Ş. m. nr. 4. Cl. VIII. Lucanu Elena (2674, 77, E: 963, 64, 66, 72, 75—81, P).

Ş. m. nr. 6 «Vasile Alecsandri». Cl. IX. Bălănescu Sorina (2633, 56, 58, 59, 68, 72, 75, 97, 731, 33).

LUGOJ. *Ş. medie nr.* 1. Cl. IX. Surană Constantin (2633, 49, 59, 68, 72—75, 77, 700).

MEDGIDIA (Constanţa). Abdulamit Ghineber (2606, 08, 58, 63, 64, 66, 68, 69, 72, 74, 75, 77, 91).

MOINEŞTI (Bacău). Cl. IX. Munteanu Ioan (2586, 89, 604, 20, 34, 37, 38, 58, 65, 72, 78, 79).

MORENI (Ploeşti). Cl. VIII. *Buloi I. Octavian* (2633, 34, 37, 41, 49, 63—66, 68, 72, 74, 77, E: 955, 58, 60, 62—68, 71—73, 75—78, 80, 81), Călăraşu I. Florin (2633, 37, 41, 56, 62—66, 71, 72, 73, 77, 82), *Moflic Emilian* (2589, 98, 600, 20, 33, 34, 37, 41, 53, 63—66, 68, 72, 74, 77, 78, E: 953, 55, 57, 58, 62—68, 71—73, 75—78, 89, 91), *Tudor Gheorghe* (2588, 600, 20, 33, 34, 37, 41, 63—66, 68, 72, 74, 77, 78, E: 953, 55, 62—68, 71—73, 75—78, 80, 81).

ORADEA. Cl. VII. Durnaş Uţu (E: 950—52, 61, 66, 73, 74, 80). Cl. VIII. Nistorescu Rodica (E: 975, 78, 81, 85—87, 89, 91, 92, 96, 98, 99, 1001). Cl. X. Ardeleanu Remus (2635, 37, 39, 41, 46, 63, 82, 84, 87, 700), *Cartis Dan* (2588, 89, 91, 94, 604, 06, 07, 33—37, 41, 43, 53, 56, 57, 59, 64—69, 72—77, 85, 700, 01, 06, 15, 20, 31, 33—35), *Pop Corneliu* (2588, 89, 91, 94, 600, 04, 06, 07, 33—37, 39, 41, 43, 46, 47, 57, 58, 64—69, 74, 76, 77, 85), Schiop Alexandru (2700, 06, 13, 20, 28—31, 33—36).

ORĂŞTIE (Hunedoara). Absolvent Tarapu Gr. Vasile (2633, 34, 40, 59, 68, 69, 72, 74, 75, 78, 93, 98, 700, 05).

ORAVIŢA. Abs. Bena I. Iosif (2633, 37, 49, 59, 63, 68, 69, 72, 74, 75, 700, 01—04).

ORAŞUL STALIN. *Şc. medie nr.* 1. Cl. IX. Cioacă Mioara (2633, 49, 66, 68, 72, 76, 97, 703, 13, 31).

Şc. medie nr. 5. Cl. X. Cristofor Lucia (2637, 49, 58, 66, 68, 72, 74, 77, 78, 81).

Student Ioniţă Tudor (2633—45, 47—53, 55—57, 59—82, 84—702, 04—09, 11, 13—22, 24—26, 28—35, 38—40, 42, 43, 45—47, 50, 55, 57—59, 61—64, 66—68, 70, 71, P).

PIATRA NEAMŢ. cf .IX. *Gervescu M. Ion* (2633, 34 39, 57, 58, 64—66, 69 72, 74, 75, 77, 86, 93, 97, 97, 700, 01, 02, 05, 13, 31, 33, 25).

PĂUNEŞTI (Adjud). *Şcoala de 7 ani.* Cl. VI. Novac Felicia (E: 945, 57, 61, 62, 64—66, 68, 79, 80), Ştefan Felicia (E: 945, 57, 61, 63, 64—66, 68, 79, 80). Cl. VII. Babu Florica (E: 893, 901, 02, 21, 25, 28, 29, 31—35, 41, 44, 45, 47, 49, 51, 57, 58, 66), Marin Angela (2503, E: 921, 29, 32—35, 41, 44, 45, 47, 49, 51, 57, 58, 60, 67, 68, 74). Abs. Vasilache Zarafina (2623—25, 72, 75, E: 962—68, 71—76, 79—82).

PETROŞANI (Hunedoara). *Şc. medie nr.* 1 *serală.* Cl. VIII. Grozavu Mihai (2633, 37, 41, 49, 64, 66, 68, 69, 72, 75, 76, 86, 700, 01, E: 962, 64, 65, 77, 79, 80—82, P).

PITEŞTI. *Şc. medie nr.* 3. Scarlat C. Nicolae (2637, 64, 66, 72, 74, 77, E: 962, 63, 65—68, 71—73). U. M. Hodiş Gheorghe (2608, 13, 25, 26, 33, 34, 37, 49, 56, 64—69, 72, 74, 75, 77, 78, 80, 81, 85, P).

Şc. de 7 ani nr. 4. Cl. VI. Tomescu R. Titu (E: 974, 78, 85—87, 89, 90, 93, 94, 1006, 07.

PLOEŞTI. *Şc. de 7 ani nr.* 14. Cl. VII. Gheorghiu A. Nicolae (949—52, 54, 56—58, 60—64, 66—68).

Ş. m. nr. 1 «*I. L. Caragiale*». Cl. VII. Nicolescu Mihaela (E: 963, 64, 67, 68, 74, 78, 81, 83). Cl. VIII. Dumitrescu D. Vladimir (2713, E: 975, 77, 80, 82, 84—87, 89, 90, 1002, 04, 08). Cl. VIII. Ene P. Dumitru (2731, 59, 67, E: 975, 78, 84—87, 89, 90, 93, 95—97, 1008), Gheorghiu A. Nicolae (2656, 64, 66, 733, E: 969, 70, 73, 76, 77, 80, 81, 84—87, 89, 90, 93, 94, 1002—04), Muşat Paul (2588, 600, 07, 33, 34, 64, 67, 72, 74,

76, E: 949—52, 54, 55, 60—65, 73), *Nicolescu A. Basarab* (N, P, 2659, 85—87, 97, 98, 702, 08, 13, 15, 20, 22, 24, 31—33, 39, 47, 57, 59, 64, 66, 70, E: 965, 74—96, 99, 1001—04, 06, 08, 09, 11, 12,) Ştefănescu V. Rodica (2664, 68, 72—74, 77, 82, E: 963—65, 67, 68, 72, 73, P), *Tăbuşcă C. Pavel* (2633, 41, 49, 64—66, 68, 72, 74, 76, 77, 82, 708, 15, 20, 31, 59, E: 962—68, 72, 73, 75—82, 84—90, 92—97, 1000, 02—04, 06—09, 11), *Timuş M. Dan* (2633, 49, 66, 68, 72, 731, 57, E: 962—65, 68, 72, 75—78, 80, 81, 84—87, 89, 94—96, 1002, 04, 08), *Tomescu I.* (2633, 34, 64, 66, 72, 75, 77, 82, 733, 59, 64, 70, E: 962—68, 71—73, 75—78, 80—92, 94—97, 99—1004, 07—09, 11, 12, P). Cl. IX. Ciochină Constantin (2633, 34, 37, 39, 45, 64—66, 68, 72), Constantinopol Alexandru (2585, 89, 91, 94, 604, 06, 07, 39, 40, 58, 60, 64—66, 72, 74—77). Cl. X. Ciobanu Romeo (2633, 37, 41, 45, 58, 66, 68, 72, 74—77). Ciortan Vasile (2633, 34, 37, 42, 45, 46, 49, 56, 65, 68, 72, 75). Abs. *Baltac Vasile* (2687, 91, 92, 97, 700—02, 04, 06—09, 14—16, 19, 20, 22, 24, 28, 29, 31, 32, 34—36, 40—43, 46, 47, 56—59, 61—63, 65—68, 70, 71).

Ş. m. 2. Cl. VIII. Ciortan Stanca (2664, 66, 74, 77, E: 963—68, 72, 73).

Ş. m. 3. Cl. X. Caliniac Nicolae (2637, 40, 41, 80, 93, 96, 97, 709, 26, 31, 33, 35, 42, 49, 59, 64). Abs. Crecu Ştefania (2646, 73—75, 77, 87, 93, 700, 01, 04, 06, 08, 13, 28, 31, 34, 35).

Ş. m. 4. Cl. X. Nagru Vasile (2649, 59, 68, 75, 02, 03, 08, 31—33).

PUCIOASA. Cl. VIII. *Erhan Constantin* (2649, 66, 72, 76, E: 960, 61, 63—68, 70, 72—74, 76, 80—82, 84—90, 94—96, 1002—04). Cl. IX. Banu I. Cornel (2633, 40, 41, 49, 64, 68, 69, 72, 74—77, 93, 700, 03, 06, 31, 33), Petrescu Dionisie (2610, 14, 15, 19, 21, 23—25, 58, 59, 64, 72, 74). Abs. *Stan D.* (2584, 85, 87989, 91, 92, 94, 95, 603—08, 10—24, 26—30, 32).

RĂDĂUŢI. Abs. Alexiu Dan (2634, 41, 45, 46, 58, 59, 64, 67—69, 72, 87, 97, 701, 04), Deutsch Herbert (2584, 89, 91, 94, 606, 07, 33, 35, 37, 38, 40—42, 45, 46, 53, 58, 63), *Iftimie Viorel* (2633—41, 43—49, 51—72, 75—81, 84—704).

REŞIŢA (Timişoara). *Şc. medie nr.* 1. Cl. V. Foral Iosif (E: 976, 78, 80, 85—87, 89, 90, 97, 1002, 06). Cl. VIII. Jumancă Rodica (2664, 66, 72, 74, 76, 77, E: 949, 51, 52, 61, 62, 67, 68, 74, 76, 80).

RÎMNICU SĂRAT. Şc. medie nr. 2. Cl. VII. Asanache Horia (2666, 74, 77, E, 962—65, 68, 70, 72, 75, 76, 80, 84—87, 89, 90, 1002). Cl. VIII. Popescu C. Cornel (2649, 56, 64, 33, 757, E: 974—77, 81, 84—87, 89, 96, 1002—04). Cl. IX. Cristea Rodica (2633—35, 37, 45—47, 49, 65, 66, 68, 72, 87), Manolache Maria (2633, 41, 49, 64, 66, 68, 72, 74, 77, 706, 20, 31), Stamatiu Ioana (2633, 37, 39, 49, 56, 58, 64—66, 68, 86, 94, 97, 701). Cl. X. Simion Lucreţia (2633, 34, 37, 49, 58, 64, 66, 72, 74, 77, 97).

RÎMNICU VÎLCEA. Abs. *Ancuţoiu Gh.* (2587, 91, 97, 99, 600, 02, 05—08, 13, 14, 16, 19, 21, 22, 25, 28, 29, 33—35, 37—42, 46, 47, 53, 64, 56—61, 63—70, 72, 74—78, 81—84,) *Bulucea D. Constantin* (P, D, «Asupra activităţii extraşcolare la matematică la ş. m. 1 R. Vîlcea) (2633—35, 37, 40—42, 46, 47, 52—63, 65, 66, 68, 75, 78—81, 84, 86, 87, 89, 91—93, 96, 99—702, 04, 15, 20, 25, 28, 30, 32, 36). Abs. Diaconescu Corneliu (2587, 88, 600, 06—08, 33, 34, 45, 59, 64, 68, 69, 72—75).

ROMAN. şc. tehnică de maiştri. An III. Niculăiasa Vasia (2639, 40, 42, 46, 53, 58, 65, 67, 70, 71, 78, 93—95, 700, 04, 06, 28, 31, 32). Şc. medie nr. 1. Cl. IX. Ilioi C. Constantin (2633, 37, 39, 49, 56, 58, 64, 66, 68, 69, 72—79).

ROŞIORII DE VEDE. Cl. IX. Pătraşcu Iancu (2606, 33, 34, 36, 42, 47, 58, 72, 84, 85, 89). Cl. X. Leonte Alexandru (2633—35, 37, 39, 41, 44—47, 55, 56, 60—62, 64—69, 73—75, 77). Abs. Iancu D. Petre (2634, 37, 41, 45, 63, 65, 67, 68, 69, 72, 75, 80), *Rizescu Ilie* (2456, 558, 75—77, 610, 13—15, 19, 20, 22, 24, 33, 34, 40, 41, 45, 49, 52, 56—59, 61—69, 72, 73, 75—78, 87, 96, 700, 01, 04, 06, 23, 26, 30—32, 72, 79, 80, 709, 25, 33, 34, 46, 62).

SĂRMAŞ (Oradea). Tehnician *Gherlan I. Vasile* (2633—45, 47, 49, 50, 52, 54—61, 63—72, 74—76, 82).

SIBIU. *Şcoala de artilerie.* Anul III. *Pupăzan V. Nicolae*) 2644, 49, 78, 86, 87, 93—95, 700, 01, 04, 07, 08, 13, 15, 19—22, 28—32, 34—36).

Şcoala de 7 ani nr. 1. cl. VI. Carp Dan Cristian (E: 964, 67, 68, 72, 74, 76, 78, 80). *Ş.m.«Gheorghe Lazăr»*. Cl. VI. Maiorescu Doru (E: 949, 51, 52, 86, 87, 90), Roman Gheorghe, (E: 949, 51, 52, 87, 89, 90, 94, 1007). Cl. VII. Boantă Corneliu (E: 949, 52, 89, 87, 90, 93—95, 1006, 07), Muţiu Ilie (E: 949, 51, 87, 89, 52, 90), Moga Ilie (E: 949, 52, 87, 89, 90, 93—95, 1006, 07), Oprea Petre (E: 949, 51, 52, 67, 89, 90). Abs. Golescu Alex. (2686, 87, 708, 13, 16, 18—20, 35, 81).

SIGHIŞOARA. *s. m. l.* Cl. VIII. Mola Victoria (2687, E: 978, 80, 83, 85—87, 89, 90, 92). Abs. Vîlceanu Viorel (2633, 49, 63, 64, 68, 69, 72, 74—77).

SIGHET (Baia mare). Cl. VIII. Tomoiagă M. Dorin (P, 2619, 21, 77, E: 962, 64, 71, 72, 75, 76, 78, 80, 81).

SLATINA (Piteşti). Cl. VIII. Geană Silvia (P, 2645, 72, E: 949, 51, 56, 62, 67, 68, 71, 77, 80, 81). Abs. Dorobanţu Valeriu (2707, 11, 13, 17, 20, 22, 28, 29, 31—36), *Florea Dorel* (P, 2641, 45, 46, 49, 58, 64, 63, 66, 68, 69, 72, 74—77, 87, 93, 97, 700, 01, 02, 07, 08, 13, 16, 17, 20, 22, 28, 31, 34—36).

SUCEAVA. *s. m.* «*Ştefan cel Mare*». Cl. VIII. Socoliuc Gheorghe (2634, 56, 72, 74, 77, 86, E: 963, 65, 75, 76, 80). Cl. X. Marchitan Gh. (2605, 06, 33, 40, 49, 58, 64, 65, 67—70, 72, 74—77). Abs. Robilă V. Ioan (2633, 47, 48, 69, 72—77, 83, 84), *Rotaru Constantin* (student Iaşi) (2584), 85, 87, 89, 90, 91, 92, 94, 98, 99, 603, 04, 06, 07, 10—17, 19—21, 23—29, 30—47, P, N).

TECUCI. *Ş,c. medie nr 1.* Cl. VIII. Gavrilă Tudorică (E: 949, 58, 74, 80, 85—87, 89, 90, 97, 1003, 04, 06), Iftode Săvel (2663, 64, 66, 76—78, E: 949, 54, 56, 62, 64, 65, 71—73). Cl. X. Sulugiuc Silvia (2602, 21, 33, 49, 72, 708, 13—15, 17, 20, 24, 30, 31, 35, 41, 46, 56—58, 62, 64—66, E: 979, 80). *Ş. medie nr. 2.* Cl. VIII. Agheorghesei Margareta (2633, 72—74, E: 951, 63, 64, 66—73), Ailoaiei Rodica (2589, 666, 72, E: 949, 51, 52, 54, 55, P), Bradea Ioan (2686, 99, 702), Costea Marin (2578, 79, 88, 621, 23—36, 37, 72, E: 943, 52, 62—65, 72, 75, 76, 80, P), Pascal Elena (1610, 21, 23, E: 949—52, 54, 60, 62). Cl. IX. *Vidraşcu Traian* (2588, 91, 600, 06, 10—15, 20, 21, 23—27, 33, 35, 37, 38, 41, 49, 55, 57—59, 64, 68, 72—74, 77), abs. *Tudose Traian* (2607, 08, 29, 34, 37, 39, 40, 49, 54, 57, 59, 64, 65, 67—69, 75—79, 84, 85, 93, 97, 700, 01, 06, 28, 31).

TIMIŞOARA. *Şc. medie nr. 1.* Cl. VIII. Skach Carol (2659, 66, 72, 74, 77, E: 965, 71, 72, 85, 87). Cl. IX. Faur Marius (2584, 85, 88—91, 94, 606, 07, 10—15, 21), Toma Ştefan (2633, 37, 49, 72, 74, 77, 731, 32, E: 968), Triponescu Iuliu (2619, 20, 21, 23—25, 29, 33 49, 56, 64, 66, 68, 72, 74, 77). Cl. X. *Ionescu Alexandru* (2634, 41, 57—60, 64, 65, 69, 86, 93, 95, 97, 700—06, 19—21, 31—33, 35, 37, 64, 65). Toma Corneliu (2633, 34, 41, 56, 58, 59, 64—66, 68, 72, 74, 75, 77).

Şc. medie nr. 3. Cl. VI, Netedu Violeta (E: 949—52, 56, 59, 60, 61, 64, 67, 68, 72, 73). Abs. Grăjdeanu Stelian (2633, 41, 49, 72, 80, 87, 700, 31, 32, 34).

Şc. medie nr. 5. Cl. VIII. Neagu Mihai (2633, 49, 68, 72, 74, E: 936, 63—65, 67, 68), Nerodea Rodica (2633, 66, 74, 77, E: 963, 64, 72, 73, 76, 78, 80). Student Bretan V. Dan (2637, 38, 40—42, 728, 31, 34—36, P).

TIRGOVIŞTE. *Şc. medie nr. 3.* Cl. VIII. *Dumitrescu I. Horia* (2637, 64, 66, 72, 74, 77, 731, 33, E: 963—68, 71—73, 75, 76, 78, 80—82, 84—87, 89, 90, 96, 97, 1002, 04, 07—09). Cl. X. *Cîrnu Mircea* (2540, 41, 45, 54, 55, 57—60, 64, 74, 77, 81, 85, 87, 90, 607, 12—14, 28, 33—45, 49, 51, 55, 57—60, 63—69, 71, 72, 74—77, 86—89, 93, 97, 700, 01, 02, 05—09, 13, 15, 16, 19—22, 28, 29, 31—33, 35, 36).

TÎRGU-JIU. *Şc. medie nr. 1.* Cl. VIII, *Cancer Anca* (E: 974—82, 84—97, 1000—04, 06, 08, 11, 12). Şc. medie nr. 2 «Tudor Vladimirescu». Cl. VIII. *Bercea Eugen* (2634, 41, 49, 68, 74, 77, 97, 713, 31, 59, E: 975—78, 80, 81, 84—90, 95—97, 1002—04, 06, 08, 09, 12, P), Păun Sanda (2713, 31, 59, E: 975, 77, 80, 81, 84—90, 95—97, 1004, 12), *Velicescu Mircea* (2585, 86, 89, 91, 94, 600, 02, 04—07, 10—13, 16, 19, 20, 21, 23—29, 32, E: 949—73, 75—83). Cl. X. *Aniţescu Nicolae* (2633—36, 40, 42, 43, 45—47, 49, 53, 55, 56, 58, 60, 63—67, 86, 87, 93, 708, 13, 15, 20, 28, 29, 31, 32, 34—36). Şc. medie nr. 3. Cl. VIII, *Adam I. Gheorghe* (2542, 79, 88, 91, 607, 13, 19, 22, 64, 66, 68, 72, 74, 77, 91, E: 943, 62—65, 67,—77, 79, 80, 81), Vîlceanu Sabin (C, 2633, 37, 64, 66, 68, 73—74, 76—78, 82 E: 963—65, 72).

TÎRGU MUREŞ. *Şc. medie nr. 1.* Cl. VIII. *Antoniuc V. Bogdan* (2532, 39, 98, 600, 35, 38, 39, 64, 66, 69, 72, 74—77, 733, E: 966—70, 73, 75, 76, 80, 81, 83—90, 92—97, 1009, 11, 12, 17, 19), Gherendi Teofil (E: 911—14, 16—19, 21, 22).

TIRGU NEAMŢ. Cl. VIII. Cozma I. Emil (2634, 64, 66, 72, 74, 77, E: 963—65, 67, 68, 72, 73). Cl. X. Stîngu Neculai (2569, 608, 11, 33—35, 40, 46, 49, 51, 59, 64, 68—70, 72—78, 80, 82, 88, 700, 06, 34, 51).

TURDA. Abs. *Racoviţan Voicu* (2585, 634, 35, 63, 65, 67—70, 72, 74—76, 87, 88, 93—95, 700, 01, 06, 08, 13, 21, 28, 29, 31, 34, 36, 38).

TURNU MĂGURELE. *Şc. tehnică de metrologie.* Drăguşin Mircea (2539, 42, 49, 50—52, 65—67, 72, 76, 79, 608).

TURNU SEVERIN. *Şc. medie nr. 1.* Cl. VIII. Atanasie Elena (2664, 68, 72, 74, 77, 78, E: 962, 63, 75—78, 80, 82), Oprică I. Verona (E: 974—78, 80—82, 85—87, 89, 90, 1002, 04, 08). Roată Gh. Radu (2633, 66, 72, 74, 77, 97, 731, E: 962, 64, 66—68, 72, 75, 77, 80, 81, 85, 87, 96). Sbs. Caragioiu Mircea (2633, 34, 49, 53, 77, 87, 98, 700, 01, 04, 06, 28, 31, 34, 35, P).

ZALĂU. C. IX. Baicu Iosif (2633, 34, 41, 49, 68, 69, 72, 75, 80, 734).

OSZ. MŰSZAKI KÖNYVTÁR

ERATĂ — La problema 2818 după oarecare se va scrie A și B.

— La problema E: 1051 în loc de virgulă se va închide paranteza; iar după $\equiv$ trebuie scris $(a+b-c)$.

— La problema 2845 la numitorul primei fracți în loc de $a+b-c$ se va scrie $a+b+c$.

— La pag. 650 rîndul 7 de jos, în loc de mașini simple se va scrie mașini tehnice.

Înștiințare. — În depozitul Editurii tehnice, București Str Beldiman nr. 2, se găsesc numere din G.M.F. B: Anul 1954 (Nr. 5, 11, 12); Anul 1955 (Nr. 12); Anul 1956 (Nr. 6—12) și Anul 1957 (Nr. 1—6). Costul respectiv se trimite prin mandat poștal la Cont. 038065, Editura Tehnică, B.R.P.R. DOB.

„OLIMPIADA MATEMATICĂ ŞI FIZICĂ“ 1958

În atenţia tineretului din şcoli

Societatea de ştiinţe matematice şi fizice din R.P.R. organizează «*Olimpiadele de matematică şi fizică* 1958» la care pot participa elevii şcolilor medii de zi şi serale, ai şcolilor pedagogice, profesionale şi tehnice de maiştri.

Olimpiadele se vor desfăşura în trei etape:

— *etapa locală* (raională în Bucureşti), va avea loc pentru matematică la 9 martie ora 8 şi pentru fizică la 9 martie ora 15

— *etapa regională* va avea loc pentru matematică şi pentru fizică la 30—31 martie 1958;

— *etapa finală* va avea loc în Bucureşti, elevii admişi se pot prezenta la matematică şi la fizică. Probele scrise (eliminatorii) şi orale au loc între 3 şi 6 mai 1958.

Elevii evidenţiaţi la ultimele două etape vor primi diplome, premii în cărţi etc.

„OLIMPIADA MICILOR MATEMATICIENI ŞI FIZICIENI 1957 — 1958“

La «Olimpiada micilor matematicieni şi fizicieni» (OMMF) pot participa elevii claselor a V-a, a VI-a şi a VII-a ale învăţământului elementar.

Olimpiada se va desfăşura în trei etape:

— *Etapa pregătitoare* (prin corespondenţă) are loc în primul şi al doilea trimestru al anului şcolar. În acest timp participanţii la OMMF vor răspunde la întrebările puse şi vor rezolva problemele publicate în «Gazeta matematică şi fizică» seria B sau în «Matematikai és fizikai lapók».

— *Etapa locală* se va desfăşura duminică 23 martie 1958 între orele 9 — 12, în fiecare oraş regional, raion sau pe centre de comune.

— *Etapa regională* se va desfăşura la 11 mai, în fiecare reşedinţă de regiune.

Elevii evidenţiaţi în ultima etapă vor primi diplome şi premii.

C. 11695 — Atelierul Poligrafic Editura Tehnică

Preţul Lei 1,50 exemplarul

E 1426

R A I

SOCIETATEA DE ŞTIINŢE
MATEMATICE ŞI FIZICE DIN R. P. R.

Institut. de Documentare Tehnică
BUCUREŞTI
OBMEH - CMEHA
VYMENA - WYMIANA
TAUSCH - CMEHA

GAZETA MATEMATICĂ ŞI FIZICĂ

SERIA B

PUBLICAŢIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Országos Műszaki Könyvtár TULAJDONA

Anul IX — februarie 1958

2

EDITURA TEHNICĂ

GAZETA MATEMATICĂ ŞI FIZICĂ

(SERIA B)

Anul IX — Nr. 2 — februarie 1956

SUMARUL:

	Pag.
1. Maşini electronice de calculat	97
2. Elemente de calcul baricentric de C. Coşniţă	75
3. Note matematice de Gh. Buicliu, N. Teodorescu şi Miu Gh. Filipoiu	86
4. Probleme rezolvate (2357; 2384; 2391; 2503; 2504; 2505; 2507; 2509; 2510; 2513; 2515; 2518; 2519; 2523; 2524; 2537; 2543; 2545)	93
5. Chestiuni de examen (2956—2973)	106
6. Probleme propuse (2974—3005)	108
7. Exerciţii şi probleme propuse pentru şcoala de 7 ani (E: 1081 — E: 1093)	112
8. Din viaţa S.S.M.F.	114
9. Rubrica rezolvitorilor de probleme	116

ANUL IX 2 FEBRUARIE

COMITETUL DE REDACŢIE

Atanasiu V., lector, redactor pentru fizică; **Bolangiu A.**, asistentă univ., **Ionescu Bujor C.**, prof. univ.; **Ionescu-Ţiu C.**, profesor, redactor pentru matematică; **Muşat I.**, profesor; **Negulescu A.**, profesoară; **Petrovanu A.**, profesor; **Pop Alex.**, profesor; **Rădulescu N.**, profesor; **Sacter O.**, conf. univ., redactor responsabil; **Simionescu D. Gh.**, conf. univ.

REDACŢIA: Str. Academiei, 14 — Tel. 4.46.53 — Bucureşti I

Articolele, notele, recenziile, problemele propuse sau rezolvate, corespondenţa privitoare la activitatea matematică şi fizică a şcolilor, precum şi orice material informativ care ar putea interesa redacţia noastră se vor trimite pe adresa de mai sus.

GAZETA
MATEMATICA ŞI FIZICA (SERIA B)
PUBLICAŢIE LUNARĂ PENTRU TINERET
Anul IX, Nr. 2 februarie 1958

MAŞINI ELECTRONICE DE CALCULAT

după o lucrare de popularizare *) a acad. S. S. LEBEDEV

Introducere. Metodele matematice se utilizează pe scară largă în ştiinţă şi în tehnică, însă rezolvarea multor probleme importante este legată de un număr de calcule atît de mare, încît printr-un calcul manual, cu ajutorul aritmometrelor, aceste probleme erau practic irezolvabile. Apariţia maşinilor electronice de calculat, care permit efectuarea calculelor cu o viteza nemaiîntîlnită pînă acum, a făcut o revoluţie în aplicaţiile matematicii la rezolvarea celor mai importante probleme de fizică, mecanică, astronomie, chimie etc.

Maşinile electronice universale de calculat moderne execută mii de operaţii aritmetice pe secundă şi înlocuiesc munca a zeci de mii de calculatori. În cîteva ore maşina efectuează atîtea calcule, cîte un calculator rutinat nu le-ar putea efectua în tot cursul vieţii sale. De exemplu, ea permite să se calculeze traiectoria unui proiectil cu o viteză mai mare decît viteza mişcării proiectilului însuşi.

Pe lîngă viteza mare de efectuare a operaţiilor de matematică şi logică, maşina electronică universală de calculat prezintă încă un important avantaj: posibilitatea rezolvării celor mai variate probleme cu una şi aceeaşi maşină. Ea constituie totodată un mijloc nou din punct de vedere calitativ, care permite, în afară de o creştere imensă a productivităţii muncii, soluţionarea unor probleme considerate înainte nerezolvabile.

În multe cazuri calculele trebuie efectuate atît de rapid încît rezultatele obţinute să poată avea o valoare practică. Acest lucru se vede deosebit de intuitiv în cazul prevederilor sigure ale vremii pentru ziua următoare. Calculele manuale necesare în acest caz necesită cîteva zile. Este firesc, că la o asemenea viteză de calcul rezultatele să-şi piardă valoarea practică. Cu ajutorul maşinilor electronice de calculat este posibilă rezolvarea completă şi la timp a acestei probleme.

Drept exemplu de asemenea maşini poate servi maşina electronică rapidă de calculat (BESM), construită la Institutul de mecanică fină şi de tehnică calculatorie al Academiei de Stiinţe a URSS (fig. 1).

Maşina efectuează în medie şapte-opt mii de operaţii matematice pe secundă, înlocuind cîteva zeci de mii de calculatori; numai pentru plasarea acestora ar fi fost nevoie de o suprafaţă de sute de mii de metri pătraţi.

*) Editura Academiei de ştiinţe a URSS, Moscova 1956, ediţia II-a.

Cu această mașină electronică au fost rezolvate o mulțime de probleme din diferite domenii ale științei și tehnicii. Prin întrebuințarea ei, în Uniunea Sovietică s-a realizat o economie de sute de milioane de ruble. Dăm cîteva exemple:

Pentru calendarul astronomic internațional au fost calculate în cîteva zile orbitele mișcării a circa 700 de planete mici ale sistemului solar, ținîndu-se seamă de influența planetelor Jupiter și Saturn asupra lor. Au fost deter-

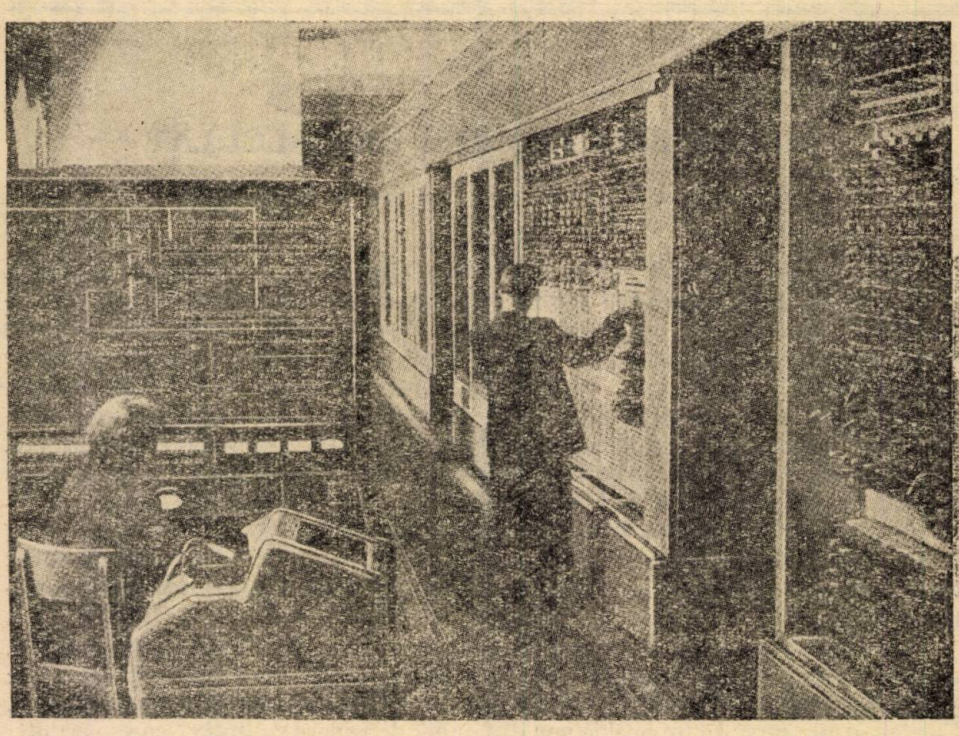


Fig. 1 — Vedere generală a mașinii electronice rapide de calculat — BESM

minate pentru zece ani următori, coordonatele lor și locul exact unde se vor găsi după fiecare patruzeci de zile. Înainte astfel de calcule implicau munca de luni de zile a unui mare birou de calcule.

La alcătuirea hărții pe baza datelor furnizate de fotografiile geodezice ale unei localități trebuie rezolvat un sistem de ecuații algebrice cu un mare număr de necunoscute. Problemele cu 800 de ecuații, care implicau efectuarea unui număr de circa 250 milioane operații matematice, au fost rezolvate cu mașina electronică în mai puțin de 20 de ore.

Tot cu această mașină au fost calculate tabelele pentru determinarea formelor de profiluri ale canalelor cu cele mai abrupte și rezistente maluri. Aceasta va da o mare economie de mijloace materiale și de timp în construcțiile hidrotehnice. Încercările anterioare de a rezolva această problemă cel puțin pentru o singură variantă, prin munca a 15 calculatori timp de mai multe luni, nu au fost încununate de succes. Cu mașina electronică calculele pentru 10 variante au durat mai puțin de trei ore.

La mașină poate fi încercat rapid un număr mare de variante ale aceleiași probleme și aleasă varianta cea mai potrivită. Aceasta ne permite să determinăm, de exemplu, construcția mecanică cea mai convenabilă a unui pod, să găsim forma optimă a profilului aripii de avion, a ajutajului unui motor cu reacție, a paletelor unei turbine etc.

Precizia practic nelimitată a calculelor permite să se calculeze rapid cu mașinile electronice de calculat tot felul de tabele pentru nevoile științei și tehnicii. Pentru a calcula cu BESM tabele conținînd 50 000 de valori ale integralelor lui Fresnel a fost necesară o singură oră.

În afară de efectuarea problemelor de matematică, cu mașinile electronice de calculat pot fi rezolvate o serie de probleme de logică. De exemplu, putem traduce cu ajutorul mașinii texte dintr-o limbă în alta. În acest caz, în mașină sînt prevăzute în locul numerelor expresii și cuvinte, care înlocuiesc dicționarul.

Prin compararea cuvintelor din text cu cuvintele din « dicționar » mașina găsește cuvintele necesare. După aceasta, cu ajutorul regulilor de gramatică și sintaxă înregistrate sub forma unui program, mașina « prelucrează » cuvintele găsite, modificîndu-le după cazul declinării, după număr, timp etc. și le așază în locul corespunzător din frază. În încheiere textul tradus apare scris pe hîrtie. Pentru a se obține traduceri bune este necesară o muncă minuțioasă și de mare amploare a filologilor și matematicienilor care alcătuiesc programele.

La Academia de Științe a Uniunii Sovietice sînt alcătuite dicționare și programe de probă pentru traducerea textelor tehnice din limba engleză în limba rusă, și la sfîrșitul anului 1955, cu ajutorul mașinii BESM (neadaptată în mod special pentru traduceri) s-a obținut prima traducere de probă (fig. 2).

When a practical problem in science or technology permits mathematicial formulation, the chances are rather good that it leads to one or more differential equations. This is true certainly of the vast category of problems associated with force and motion, so that whether we want to know the future path of Jupiter in the heavens or the path of an electron in an electron microscope we resort to differential equstions. The same is true for the study of phenomena in continuous media, propagation of waves, flow of heat, diffusion, static or dynamic electricity, etc., except that we here deal with partial diferential equations.

Если практическая задача в науке или технике допускает матимктическую формулировку, шансы довольно велики что это приводит к одному или более дифференциальным уравнениям, это верно безусловно для обширной категории садач связанных с силои и движением, так что хотим ли мы знать будущии путь электрона в электронном микросконе мы прибегаем к дифференциальным уравнениям, то же верно для изучения явлений в непрерывной среде, распространения волн, потока тепла, диффузии статического или динамочиского электричества, ита, за исключением того что мы здесь будем рассматривать дифференциальные уравнения в частных производных.

Fig. 2 — Exemplu de traducere

Pentru a experimenta efectuarea absolut exactă a unor probleme de logică complicate cu BESM, au fost rezolvate probleme de șah. În acest scop figurile

au fost evaluate în numere. De exemplu, regele — 10 000 de puncte; regina — 100 de puncte; turnul — 50 de puncte etc. În afară de aceasta, diferiţii factori de poziţie, de exemplu o linie deschisă, pionii alăturaţi, erau de asemenea evaluaţi la un număr corespunzător de puncte. Maşina alege printr-o serie de încercări varianta care dă după un număr determinat de mişcări — indiferent de mişcările adversarului — cel mai bun raport de puncte. Trebuie însă observat că, datorită numărului imens de combinaţii posibile, rezolvarea se limitează la încercarea unui număr relativ mic de mişcări, ceea ce exclude luarea în considerare a unor planuri strategice în joc.

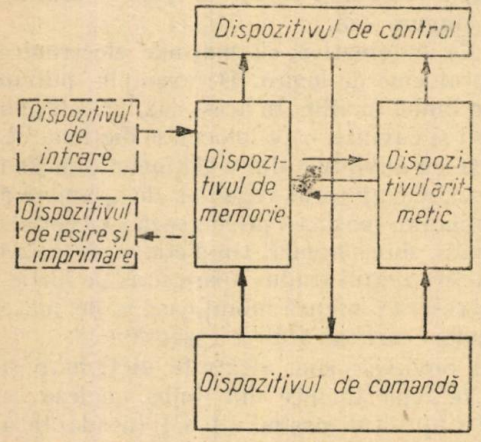


Fig. 3 — Schema dispozitivelor principale ale unei maşini electronice de calculat

Efectuarea cu maşinile electronice de calculat a unor calcule complexe cu mare viteză poate da în domeniul muncii intelectuale o economie şi mărire a posibilităţilor de creaţie ale oamenilor, comparabile cu acelea obţinute prin aplicarea maşinilor în producţie în locul muncii fizice. Desigur, maşina electronică funcţionează după un program dinainte stabilit de om şi este lipsită ea însăşi de posibilităţi creatoare; astfel folosirea maşinilor are de scop nu înlocuirea omului prin maşină, ci mărirea enormă a posibilităţilor omului prin folosirea ei.

Utilizarea pe scară largă a maşinilor electronice de calculat în institutele ştiinţifice de cercetări, în birourile de construcţii şi în institutele de proiectare, deschide posibilităţi nelimitate în rezolvarea problemelor economiei naţionale.

În faţa inginerilor şi matematicienilor sovietici se deschid vaste perspective pentru dezvoltarea mai departe a principiilor de funcţionare şi de construcţie ale maşinilor de calculat, precum şi pentru aplicaţiile şi exploatarea lor.

Maşinile electronice de calculat sînt un instrument puternic în mîinile omului. Este greu de subestimat importanţa acestor maşini pentru Uniunea Sovietică, care construieşte societatea comunistă, în cunoaşterea fenomenelor naturii şi în utilizarea lor pentru binele omenirii.

Principiile fundamentale de funcţionare ale maşinilor electronice de calculat — O maşină electronică de calculat modernă este un complex de elemente de automatică electronică. În maşină se folosesc tuburi electronice, elemente cu cristal de germaniu, tuburi catodice, elemente magnetice, celule fotoelectrice, rezistenţe, condensatoare şi alte piese radiotehnice.

Operaţiile aritmetice se fac cu o viteză colosală de către montajele de numărrare electronice, reunite într-un dispozitiv aritmetic (fig. 3).

Pentru a asigura o viteză mare a calculelor nu este suficient să se efectueze rapid operaţiile aritmetice cu numere, ci trebuie complet automatizat în maşină tot procesul de calcul. Alegerea numerelor necesare, precum şi stabilirea unei succesiuni determinate a operaţiilor cu numere se realizează automat.

Numerele cu care se efectuează operaţiile, precum şi rezultatele calculelor intermediare trebuie păstrate în maşină. Dispozitivul prevăzut pentru acest scop — « dispozitivul de memorat » — ne permite să alegem orice număr dorim

și să înregistrăm rezultatul calculelor. Capacitatea dispozitivului de memorat, adică cantitatea de numere care poate fi memorată în el, determină în mare măsură elasticitatea mașinii în ce privește rezolvarea diferitelor probleme.

Extragerea numerelor necesare din dispozitivul de memorat, operația care trebuie efectuată cu aceste numere, trimiterea rezultatului în dispozitivul de memorat și trecerea la operațiile următoare sînt asigurate în mașinile electronice de calculat cu ajutorul unui dispozitiv de comandă. După ce au fost introduse în mașină datele inițiale și programul calculelor, dispozitivul asigură o desfășurare complet automată a procesului de calcul.

Pentru a introduce în mașină datele inițiale și programul calculelor, precum și pentru a imprima pe hîrtie rezultatele obținute, se folosesc dispozitive speciale de intrare și ieșire.

Pentru calculele efectuate cu mașina trebuie să avem siguranța justeței rezultatelor obținute, adică trebuie să controlăm calculele efectuate. Controlul justeței calculelor se efectuează fie prin dispozitive speciale de control, fie prin metodele de control logic cu ajutorul unei programări adecuate. Cel mai simplu exemplu de control logic este « calculul în paralel », adică un calcul dublu, cu compararea rezultatelor obținute.

Înainte de a trece la rezolvarea unei probleme — cunoscînd esența fizică a procesului studiat — trebuie să formulăm problema sub forma unor formule algebrice, ecuații diferențiale sau integrale și alte relații matematice. Aplicînd metodele de analiză numerică bine elaborate, putem reduce aproape întotdeauna rezolvarea unei astfel de probleme la o anumită succesiune a operațiilor aritmetice. În felul acesta cele mai complicate probleme se rezolvă cu ajutorul celor patru operații aritmetice.

Pentru a efectua normal o operație aritmetică trebuie să luăm două numere, să facem cu ele operația aritmetică dată, să scriem rezultatul obținut. El poate fi necesar pentru calculele următoare sau să constituie chiar răspunsul căutat.

Aceleași operații se realizează și cu mașinile electronice de calculat. Dispozitivul de memorat al mașinii este împărțit într-o serie de celule. Toate celulele sînt numeroatate și pentru a alege un anumit număr trebuie să cunoaștem numărul de ordine al celulei în care el este « memorat ».

Pentru efectuarea unei operații aritmetice oarecare trebuie cunoscute: numerele de ordine ale celulelor dispozitivului de memorat din care trebuie luate cele două numere; operația care trebuie efectuată cu aceste numere;

Codul operației	Adresa 1	Adresa 2	Adresa 3
+	17	25	32

Fig. 4 — Structura unei comenzi formată din trei adrese

numărul de ordine al celulei unde trebuie trimis rezultatul obținut. Acest program care se prezintă sub forma unui anumit cod, se numește « comandă ».

De exemplu, comanda reprezentată în fig. 4 arată că trebuie efectuată adunarea numerelor aflate în celulele nr. 17 și 25 ale dispozitivului de memorat și rezultatul obținut trebuie trimis în celula nr. 32.

Rezolvarea problemei se reduce la efectuarea succesivă a unei serii de comenzi. Acestea formează programul calculelor și se păstrează în mașină de obicei în același dispozitiv de memorat.

Programul calculelor, adică ansamblul de comenzi care asigură succesiunea respectivă a operațiilor aritmetice necesare pentru rezolvare problemei, este alcătuit dinainte de matematicieni.

Multe probleme necesită pentru rezolvare zeci și chiar sute de milioane de operații aritmetice, de aceea în mașinile electronice se utilizează metode care ne permit să efectuăm un mare număr de operații aritmetice cu ajutorul unui număr relativ mic de comenzi.

În afară de comenzile care efectuează operațiile aritmetice, în mașinile electronice sînt prevăzute și comenzi pentru operațiile de logică.

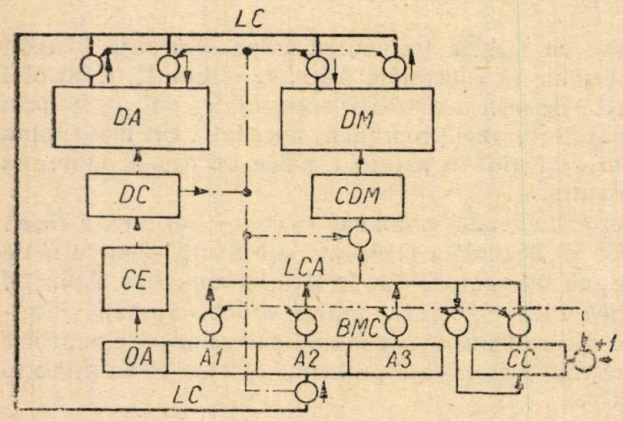


Fig. 5 — Schema structurii unei mașini electronice de calculat

Comenzile programe precum și datele inițiale se înregistrează sub forma unui cod convențional. De obicei înregistrarea se realizează pe cartoane sau benzi speciale, prin perforarea unor orificii, sau pe o bandă magnetică, pe care se înscriu impulsurile codului. Aceste coduri se introduc apoi în mașină și se transmit dispozitivului de memorat, după care mașina execută automat programul de calcule primit.

Rezultatele calculelor se înscriu din nou, de exemplu, pe o bandă magnetică, sub forma unor impulsuri de cod. Dispozitivele speciale de descifrare și de scris transformă codul înscris pe banda magnetică în cifre, și le tipăresc sub formă de tabele.

Să analizăm executarea unei comenzi cu o mașină electronică de calculat (fig. 5). În mașină codul comenzii se trimite în blocul de memorat comenzile *BMC*. Comutatorul-electronic *CE* transformă codul operației *OA* în tensiune de comandă într-unul din circuitele sale de ieșire, corespunzător operației aritmetice de efectuat. Această tensiune de comandă pregătește prin intermediul dispozitivului de comandă *DC* circuitele mașinii pentru efectuarea operațiilor respective.

Pentru extragerea primului număr, codul adresei A_1 al comenzii se transmite prin liniile de cod ale adresei *LCA* de la blocul de memorat comenzile *BMC* la blocul de comandă al dispozitivului de memorat *CDM*. Semnalul de transmitere a acestui cod este dat de dispozitivul de comandă al mașinii *DC*. Din celula dispozitivului de memorat *DM*, corespunzătoare codului transmis al numărului de ordine, se extrage primul număr și prin liniile de cod *LC* trece în dispozitivul aritmetic *DA*.

Deschiderea circuitelor de intrare ale dispozitivului aritmetic se realizează cu ajutorul semnalului corespunzător al dispozitivului de comandă al mașinii *DC*.

În mod analog se extrage al doilea număr. Semnalul dispozitivului de comandă *DC* al mașinii transmite codul celei de-a doua adrese A_2 a comenzii, de la blocul de memorat comenzile *BMC* la blocul de comandă al dispozitivului

de memorat *CDM*. Cel de-al doilea număr extras din dispozitivul de memorat *DM* se transmite prin liniile de cod *LC* în dispozitivul aritmetic *DA*. Dispozitivul aritmetic *DA* efectuează operația respectivă « în conformitate cu codul dinainte stabilit al operației ».

Pentru a transmite rezultatul obținut în dispozitivul de memorat, codul celei de-a treia adrese a comenzii A_3 se transmite prin liniile de cod ale adresei *LCA* de la blocul de memorat comenzile *BMC* la blocul de comandă al dispozitivului de memorat *CDM*. Semnalul de transmitere a acestui cod este dat de dispozitivul de comandă al mașinii *DC*. În conformitate cu numărul de ordine extras se alege celula dispozitivului de memorat și se deschid circuitele ei de intrare (regimul de extragere sau de recepționare a numărului este stabilit de semnalele dispozitivului de comandă al mașinii *DC)*. Semnalul dispozitivului de comandă al mașinii *DC* transmite rezultatul obținut de la dispozitivul aritmetic *DA* la liniile de cod *LC*, prin care numărul ajunge la celula aleasă a dispozitivului de memorat.

Pentru alegerea comenzilor în mașină este prevăzut un bloc de comandă a comenzilor *CC*. În acest bloc se fixează numărul de ordine al comenzii alese. De obicei comenzile se execută în ordinea numerotării lor, de aceea pentru a stabili numărul de ordine al comenzii următoare trebuie să adunăm o unitate la numărul de pe blocul de comandă a comenzilor *CC*. Aceasta se realizează cu ajutorul dispozitivului de comandă al mașinii (circuitul +1). Comenzile sînt păstrate în dispozitivul de memorat. Pentru alegerea comenzii următoare numărul de ordine nou obținut se transmite prin liniile de cod ale adresei *LCA* de la blocul de comandă a comenzilor *CC* la blocul de comandă al dispozitivului de memorat *CDM*. Semnalul pentru această transmisie sosește de la dispozitivul de comandă al mașinii *DC*. Noua comandă extrasă din dispozitivul de memorat *DM* ajunge prin liniile de cod *CL* la blocul de memorat comenzile *BMC*, ale cărui circuite de intrare sînt deschise printr-un semnal dat de dispozitivul de comandă al mașinii. Cu aceasta se termină un ciclu de funcționare a mașinii. În ciclul următor mașina efectuează din nou comanda primită.

Un ciclu complet durează la *BESM* aproximativ a zecea mia parte dintr-o secundă.

Codificarea numerelor și a comenzilor. — Numerele și comenzile sînt reprezentate în mașină sub forma unor coduri. În majoritatea cazurilor se folosește sistemul binar de numerație în locul celui zecimal.

În sistemul zecimal drept bază a numerelor se ia cifra 10. În fiecare ordin pot exista zece valori ale cifrei: de la 0 pînă la 9. Cifra ordinului următor este de zece ori mai mare decît cifra analoagă a ordinului precedent. În modul acesta un număr poate fi scris în sistemul zecimal în modul următor:

$$N_{10} = K_0 \cdot 10^0 + K_1 \cdot 10^1 + k_2 \cdot 10^2 + \ldots + k_n 10^n,$$

unde $K_0, \ldots, K_n$ pot avea valori de la 0 pînă la 9.

În sistemul binar drept bază a numerelor se ia cifra 2. Fiecare ordin are numai două cifre; 0 sau 1. Fiecare ordin următor este de două ori mai mare decît cel precedent. Prin urmare, un număr poate fi scris în sistemul binar în modul următor:

$$N_2 = K_0 \cdot 2^0 + K_1 \cdot 2^1 + K_2 \cdot 2^2 + \ldots K_p 2^p,$$

unde $K_0, \ldots, K_p$ pot avea valorile 0 sau 1.

Succesiunea numerelor întregi se notează în sistemul binar în modul următor:

Sistem binar: 0, 1, 10, 11, 100, 101, 110, 111, 1000, 1001, etc.

Sistem zecimal: 0, 1 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, etc.

Trecerea numerelor dintr-un sistem de numerație în altul se face după anumite reguli. În mașina electronică de calculat aceasta se realizează direct, după programe speciale.

Operațiile aritmetice cu numere reprezentate în sistemul binar se efectuează la fel ca și în sistemul zecimal; trebuie numai să ținem minte că adunarea a două unități într-un ordin oarecare dă 0 în ordinul respectiv, și o unitate în ordinul următor.

De exemplu:

$$\begin{array}{r} 1010 \\ +\ 111 \\ \hline 10001 \end{array}$$

Înmulțirea și împărțirea în sistemul binar este mai simplă decît în sistemul zecimal, deoarece tabela de înmulțire se reduce numai la înmulțire cu 0 sau cu 1.

De exemplu:

$$\begin{array}{r} 1010 \\ \times\ 111 \\ \hline 1010 \\ 0000 \\ 1010 \\ \hline 110010 \end{array}$$

Alegerea sistemului binar de numerație pentru majoritatea mașinilor electronice de calculat este condiționată de faptul, că prin aceasta se simplifică apreciabil dispozitivul aritmetic (în special datorită simplificării operațiilor de înmulțire și de împărțire). În afară de aceasta cifra fiecărui ordin poate fi reprezentată ușor, de exemplu, sub forma unui releu conectat sau deconectat, prin prezența sau absența unui semnal într-un circuit etc. (în sistemul binar cifra fiecărui ordin poate avea numai două valori: 0 sau 1).

Fiecare ordin al unui număr binar poate fi reprezentat prin prezența sau absența unui semnal în circuitul său sau prin starea unui releu. În acest caz, pentru fiecare ordin trebuie să avem un circuit sau un releu propriu (fig. 6) și numărul lor va fi egal cu numărul ordinelor (sistemul în paralel). Numărul binar poate fi reprezentat și sub forma unui cod de impulsuri în timp. În acest caz fiecare ordin al numărului se aplică după intervale de timp determinate printr-un același circuit (sistemul în serie). Reperele de timp corespunzătoare trecerii prin fiecare ordin sînt create de impulsuri de sincronizare, comune pentru întreaga mașină.

În conformitate cu aceste principii de codificare a numerelor, mașinile electronice de calculat se împart în două categorii: mașini cu funcționare în paralel și mașini cu funcționare în serie. În mașinile cu funcționare în paralel toate ordinele unui număr se transmit simultan și pentru fiecare ordin este necesar un circuit propriu. În mașinile cu funcționare în serie numărul se transmite printr-un singur circuit, însă timpul de tranziție este proporțional cu

numărul ordinelor. De aceea mașinile cu funcționare în paralel sînt mai rapide decît cele cu funcționare în serie, dar necesită în schimb un aparataj mai mare.

Fiecare mașină electronică de calculat are un anumit număr de ordine. Toate numerele cu care avem a face în calcule nu trebuie să depășească acest număr de ordine; desigur trebuie să ținem seamă de poziția virgulei, care separă partea întreagă de partea zecimală.

La o serie de mașini poziția virgulei este stabilă — acestea sînt mașinile cu virgulă fixă. De obicei virgula se plasează în fața primului ordin superior, adică toate numerele trebuie să fie mai mici decît unitatea, ceea ce se asigură prin alegerea scărilor respective. În calcule complexe este greu de determinat dinainte gama rezultatelor obținute, de aceea trebuie să alegem scări cu rezervă, ceea ce duce la micșorarea preciziei, sau să prevedem în programul calculelor schimbarea automată a scărilor, ceea ce complică programarea.

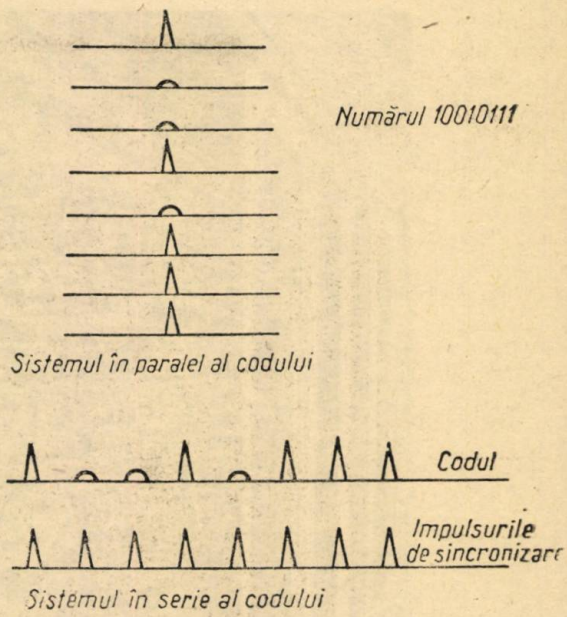


Fig. 6 — Sistemul în paralel și sistemul în serie al codurilor

În unele mașini poziția virgulei este indicată pentru fiecare număr — acestea sînt mașinile la care se iau în considerare ordinele sau, după cum se mai numesc în literatura străină, mașinile cu virgulă «flotantă». Indicarea poziției virgulei este echivalentă cu reprezentarea numărului sub forma părții lui cifrice și a ordinului lui, adică

$$N_{10} = 10^k \cdot N'_{10} \quad \text{în sistemul zecimal,}$$
$$N_2 = 2^p \cdot N'_2 \quad \text{în sistemul binar.}$$

Astfel numărul 97,35 poate fi reprezentat ca 10. 0,9735. Pentru reprezentarea numerelor în mașină trebuie indicate ordinul și partea lui cifrică. Toate ordinele părții cifrice se folosesc complet, independent de mărimea numărului, adică orice număr se reprezintă prin toate cifrele lui semnificative. Aceasta mărește precizia calculelor în special la efectuarea înmulțirilor și ne permite să evităm în majoritatea cazurilor alegerea scărilor.

Mărirea preciziei calculelor și simplificarea esențială a programului, pentru mașinile în care se ține seamă de ordin se realizează cu prețul complicării dispozitivului aritmetic, în special datorită adunării și scăderii. Deoarece numerele pot avea diferite ordine, înainte de a le aduna sau scădea trebuie să egalăm în prealabil ordinele lor, ordinele inferioare ale numărului mai mic sînt în acest caz desființate, de exemplu:

$$10^2 \cdot 0{,}7587 + 10^0 \cdot 0{,}3743 = 10^2 \cdot 0{,}7587 + 10^2 \cdot 0{,}0037 = 10^2 \cdot 0{,}7624.$$

BESM funcţionează în sistemul binar şi este o maşină cu funcţionare în paralel. Numerele se reprezintă ţinînd seama de ordine, de la o miliardime pînă la un miliard. Calculele se fac cu 9 cifre zecimale, ceea ce asigură precizia

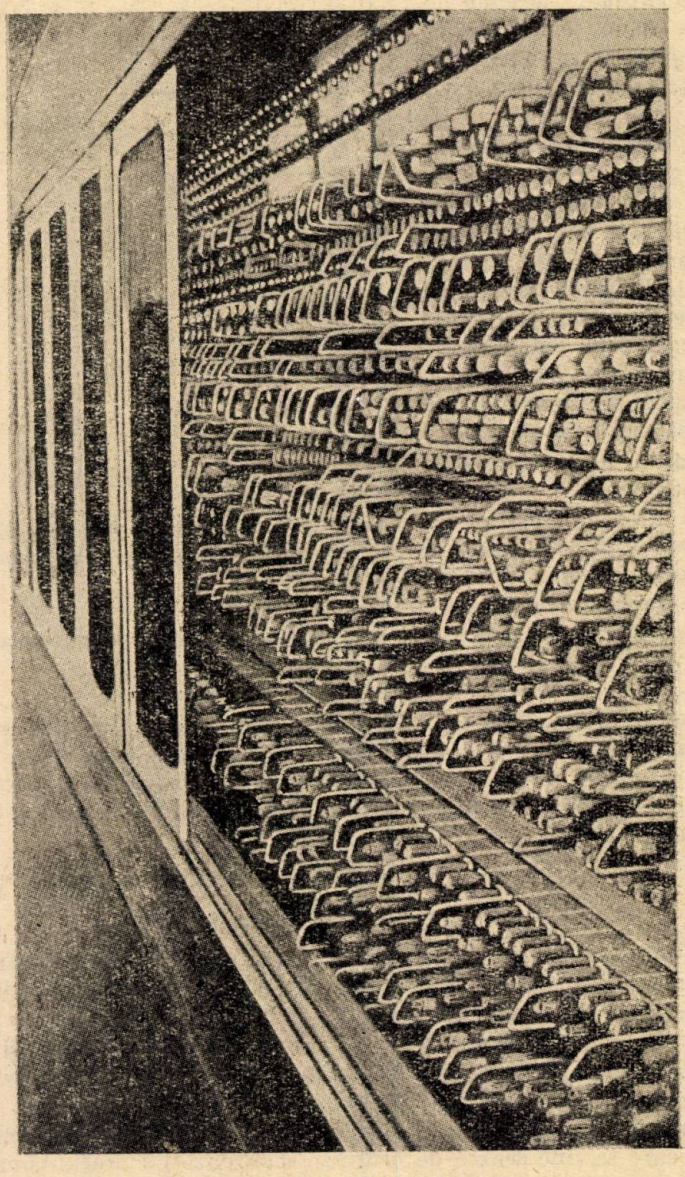


Fig. 7 — Vedere generală a dispozitivului aritmetic

necesară pentru majoritatea problemelor de ştiinţă şi tehnică. În cazurile cînd este necesară o precizie mai mare, de exemplu, pentru unele probleme de astronomie, calculele cu *BESM* pot fi efectuate cu un număr dublu de zecimale.

Construcțiile fundamentale ale mașinilor electronice de calculat. La mașinile electronice de calculat se folosesc mijloacele moderne ale automaticii electronice. În esență mașinile funcționează după principiul « da — nu », adică există sau lipsește semnalul. Datorită acestui fapt o variație destul de largă a parametrilor montajelor electronice nu influențează corectitudinea funcționării mașinii.

Să trecem în revistă dispozitivele principale ale mașinii BESM.

Operațiile de aritmetică și de logică sînt efectuate la BESM de un singur dispozitiv aritmetic universal cu funcționare în paralel. Dispozitivul aritmetic este construit cu relee electronice (celule Trigger) și constă din două registre receptoare și un dispozitiv de însumare (fig. 7 și 8).

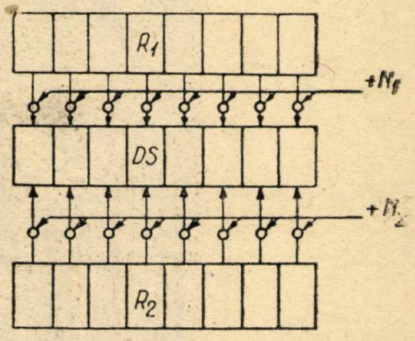


Fig. 8 — Schema de principiu a dispozitivului aritmetic

Datorită folosirii montajelor electronice rapide adunarea numerelor în dispozitivul aritmetic se efectuează într-un timp mai scurt de trei milionimi de secundă. Același dispozitiv aritmetic efectuează și alte operații de aritmetică și de logică: înmulțirea, împărțirea etc.

Dispozitivul de memorat rapid al BESM este construit cu tuburi catodice, al căror principiu de funcționare reamintește funcționarea tuburilor de televiziune. Vederea generală a dispozitivului de memorat este reprezentată în fig. 9, iar schema tubului catodic, în fig. 10. Aplicînd o tensiune la plăcile de deflecție ale tubului catodic, putem îndrepta fasciculul de electroni în orice punct al ecranului; acest fascicul lasă pe ecranul tubului catodic o sarcină electrică. Schimbînd automat viteza curentului de electroni, putem crea în orice punct al ecranului atît sarcini pozitive cît și sarcini negative. Sarcinilor pozitive li se atribuie valoarea 1 a codului, iar celor negative valoarea 0 a codului.

În modul acesta, în diferitele puncte ale tuburilor catodice pot fi înregistrate codurile numerelor. Pentru citirea codurilor înregistrate se trimite din nou un fascicul de electroni în punctul respectiv. Pentru fiecare ordin al numărului se folosește un tub catodic propriu și toate ordinele numărului se transcriu simultan. Inregistrarea și citirea numerelor se realizează în acest dispozitiv de memorat într-un interval de timp de ordinul unei sutimi de miimi de secundă. În total pot fi memorate circa 1 000 de numere.

Numeroase probleme necesită un volum mai mare de numere care trebuie memorate. Lărgirea capacității dispozitivului de memorat cu tuburi catodice ar necesita o mărire apreciabilă a aparatajului și ar complica mașina. De aceea în acest scop BESM este prevăzut cu un dispozitiv de memorat suplimentar, avînd un tambur magnetic și benzi magnetice, construit pe principiul înregistrării magnetice a impulsurilor electrice, analog cu înregistrarea sunetului la magnetofon. Vederea generală a dispozitivului de memorat cu benzi magnetice este reprezentată în fig. 11, iar schema de principiu în fig. 12.

Impulsurile codurilor se transmit de la mașină la un sistem de înregistrare și se păstrează pe banda magnetică sub forma unei magnetizări remanente. Pe o singură bandă pot fi înregistrate peste 30 000 de numere. În total mașina este prevăzută cu patru magnetofoane, în care pot fi păstrate peste 120 000 de numere. Discurile cu benzi pot fi înlocuite rapid, ceea ce se face de obicei

fără a se opri mașina. În modul acesta capacitatea dispozitivelor de memorat cu benzi magnetice este practic nelimitată. La rezolvarea unei probleme oarecare grupul de numere necesare se transportă de pe banda magnetică pe dispo-

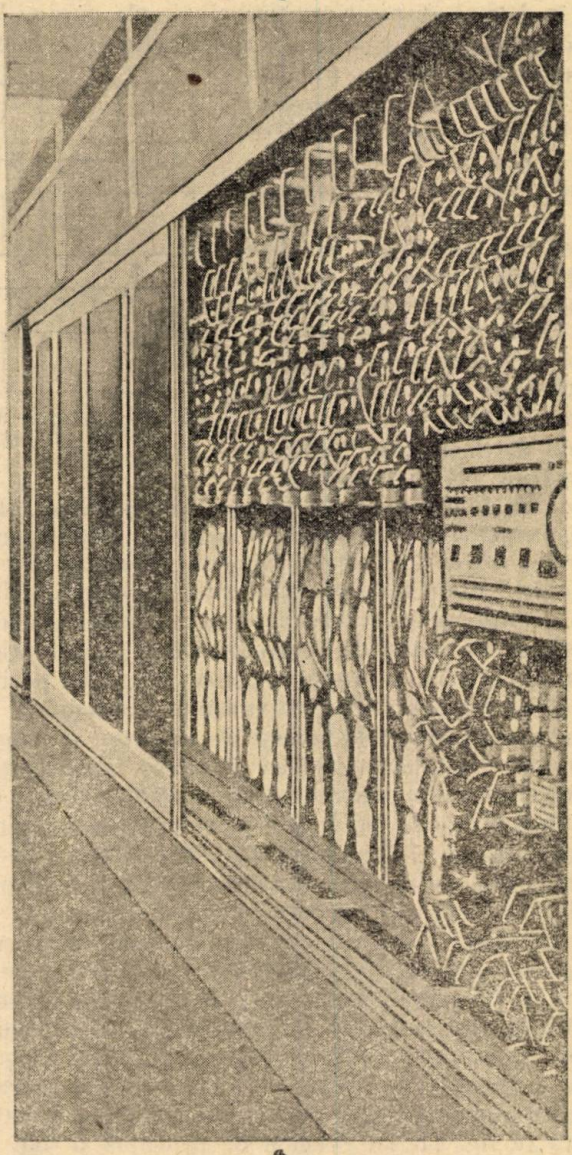


Fig. 9—Vedere generală a dispozitivului de memorat cu tuburi catodice

zitivul de memorat rapid al mașinii cu o viteză de 400 numere pe secundă. Mașina efectuează calculele necesare cu aceste numere și înregistrează rezultatele în alt magnetofon. Apoi se trece la grupul următor de numere, necesar pentru

efectuarea etapei următoare a calculelor. În felul acesta banda magnetică servește drept depozit suplimentar de numere.

Pentru același scop servește dispozitivul de memorat cu tambur magnetic (fig. 13 și 14). Pe tamburul magnetic se păstrează circa 5 000 de numere. Deși

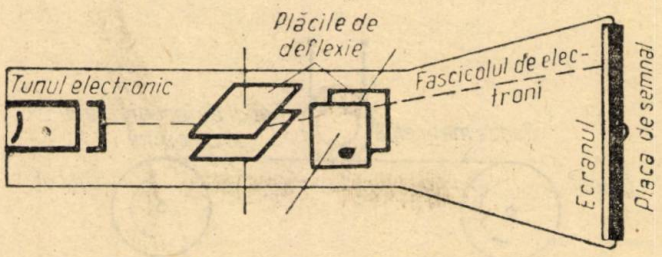


Fig. 10 — Schema de principiu a unui tub catodic

capacitatea tamburului magnetic este mai mică decît capacitatea benzilor magnetice, totuși de pe el se poate extrage mult mai repede grupa necesară de numere decît de pe o bandă magnetică. Tamburul magnetic se rotește tot timpul cu o viteză de 750 rot/min și de aceea începutul grupei respective de numere poate fi găsit în intervalul de timp necesar pentru o singură rotație a tamburului, pe cînd la sistemul cu bandă magnetică — dacă grupa necesară

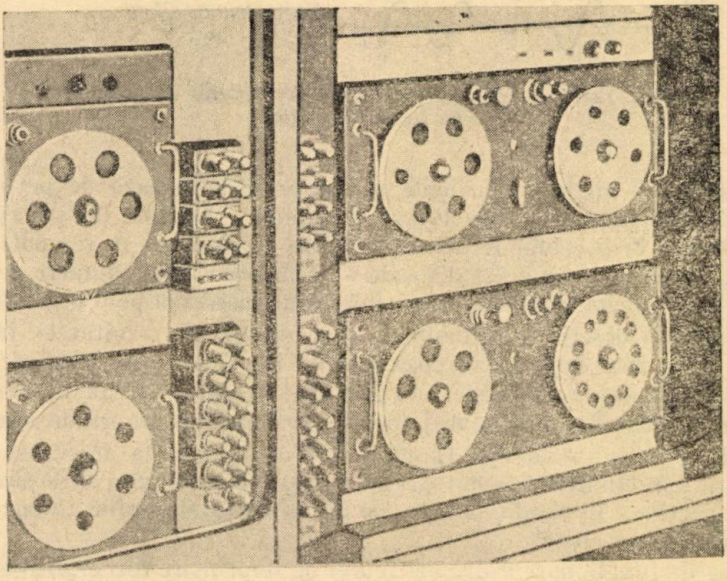


Fig. 11 — Vedere generală a dispozitivului de memorat cu benzi magnetice

de numere se găsește la sfîrșitul benzii, iar banda se află abia la început — trebuie rebobinată întreaga bandă de pe un disc pe celălalt. De pe tamburul magnetic pot fi citite pînă la 800 de numere pe secundă.

Introducerea inițială a numerelor și a comenzilor în mașină se efectuează cu ajutorul unui dispozitiv de introducere special (fig. 15—17). Acesta constă din două discuri, pe care este bobinată o bandă de hîrtie. Pe bandă se perforează în prealabil orificii corespunzătoare codurilor numerelor sau ale comenzilor. La introducerea numerelor în mașină discurile intră în funcțiune în mod auto-

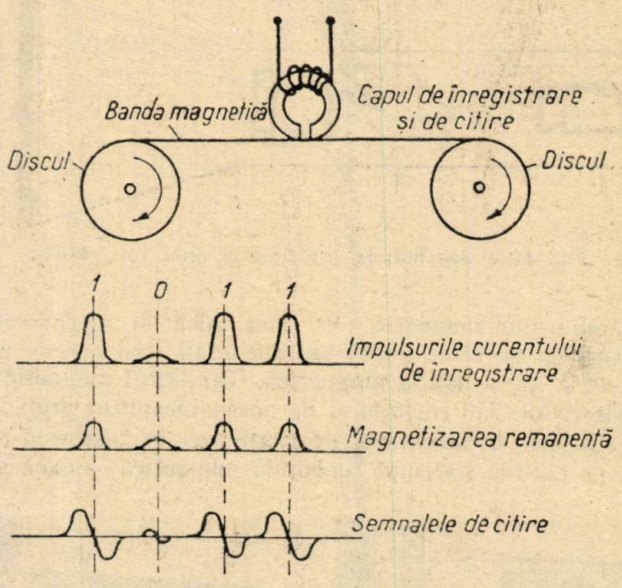


Fig. 12—Schema de principiu a dispozitivului de memorat cu benzi magnetice

mat și banda de hîrtie cu orificiile perforate se bobinează de pe un disc pe celălalt, trecînd prin fața unei lămpi de luminat. Lumina lămpii ajunge prin orificiile benzii la o celulă fotoelectrică și se transformă în semnale electrice, care ajung la mașină. Cu acest dispozitiv se introduc 20 de numere pe secundă. Rezultatele calculelor obținute în mașină se înregistrează pe o bandă magnetică în magnetofonul descris mai înainte. Apoi discul cu rezultatele înregistrate se scoate și se introduce în dispozitivul de imprimare fotografică (fig. 18). În acest dispozitiv rezultatele înregistrate se citesc cu un magnetofon. În funcție de cifrele citite un montaj special (de descifrare) aprinde unul din cele 10 becuri cu neon prevăzute. Lumina este dirijată de la acest bec printr-un sistem optic spre un film cinematografic. Pe lentila sistemului optic sînt desenate cifrele respective. În modul acesta pe filmul cinematografic ajunge imaginea luminoasă a cifrei citite.

Viteza de funcționare a dispozitivului de imprimare fotografică este de 200 numere pe secundă, adică într-o oră pot fi imprimate cu un astfel de dispozitiv peste 1 000 de pagini de tabele. Filmul este developat de o mașină de developat. Multiplicarea copiilor pe hîrtie fotografică se realizează de asemenea cu o mașină specială.

În afara dispozitivului de imprimare fotografică există în BESM un dispozitiv de imprimare electromecanică. Acesta funcționează direct cu ajutorul

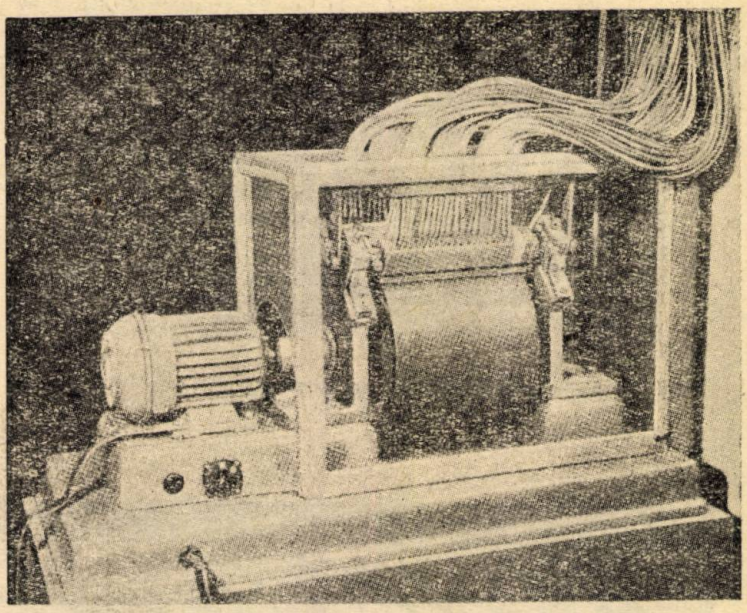


Fig. 13 — Vedere generală a tamburului magnetic

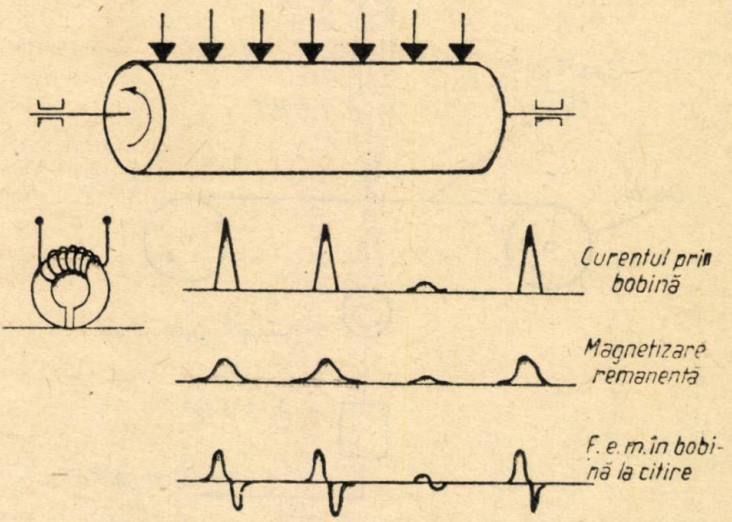


Fig. 14 — Schema de principiu a tamburului magnetic

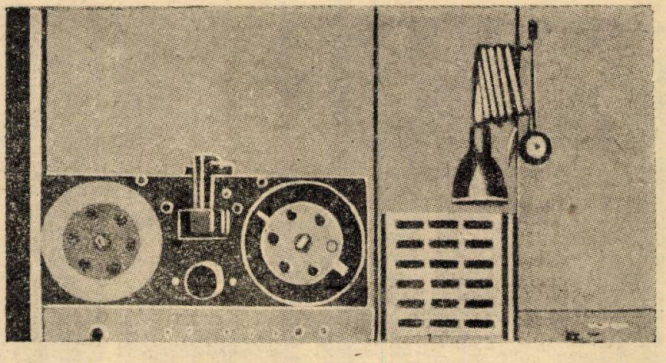


Fig. 15 — Vedere generală a dispozitivului de introducere

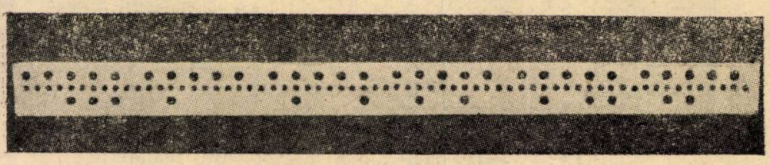


Fig. 16 — Fotografia unei benzi perforate

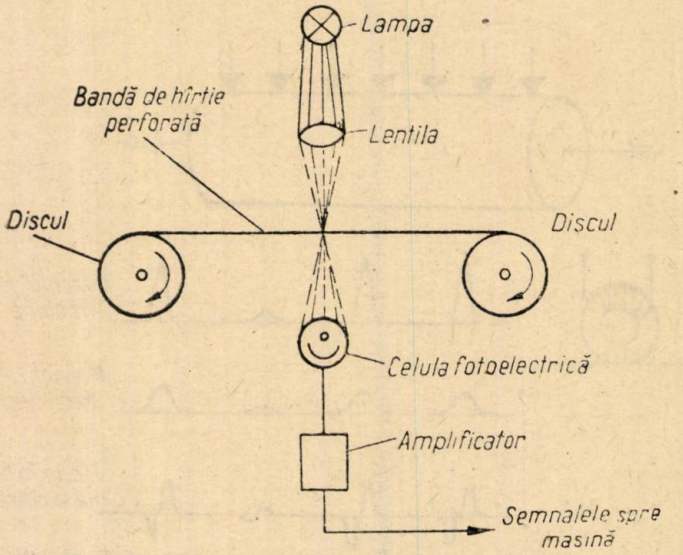


Fig. 17 — Schema de principiu a dispozitivului de introducere

mașinii și se folosește în cazurile, cînd materialul final este redus în comparație cu volumul calculelor, precum și pentru imprimarea valorilor de control, cu ajutorul cărora se poate urmări mersul calculelor.

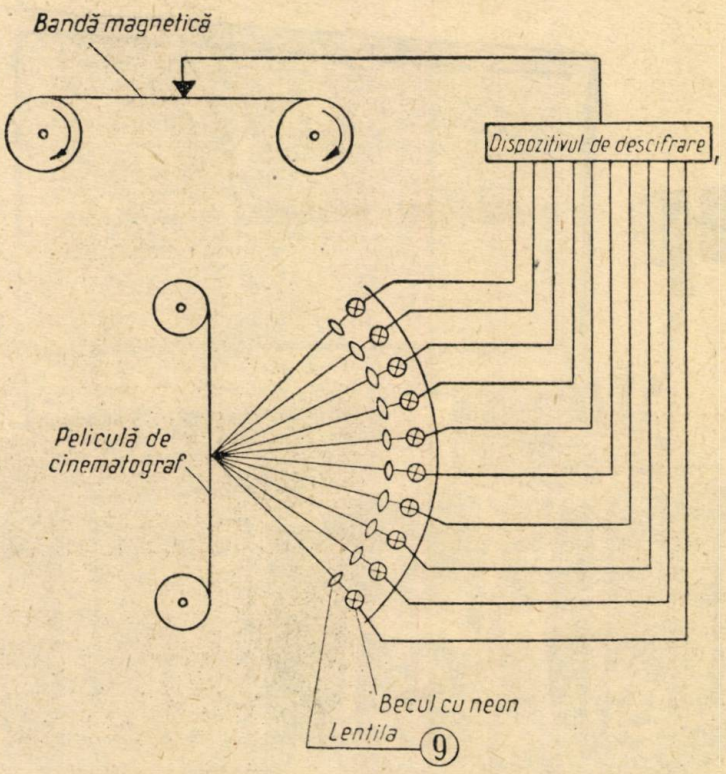


Fig. 18—Schema de principiu a dispozitivului de imprimare fotografică

Funcționarea mașinii se controlează de la pupitrul central de comandă (fig. 19). BESM are circa 5 000 de tuburi electronice. Defectarea chiar a unui singur tub electronic duce la erori de calcul, de aceea trebuie să avem certitudinea că mașina funcționează corect. Durata de serviciu a tuburilor electronice în mașină este de circa 10 000 ore. S-ar părea că după fiecare două ore ar trebui să se defecteze un tub electronic. Desigur că la o asemenea frecvență de defectare a tuburilor electronice ar fi imposibilă exploatarea mașinii. Pentru a asigura însă funcționarea precisă a mașinii se folosesc metode de control preliminar, care constau în faptul că se rezolvă la mașină probleme cu rezultate dinainte cunoscute. Rezultatele obținute se compară automat cu rezultatele corecte cunoscute. Dacă în mașină există vreun defect, rezultatul obținut diferă de cel corect, mașina se oprește automat și cu ajutorul lămpilor semnalizatoare de pe pupitrul de comandă se detectează destul de repede locul defectării. Problemele de control se execută la un regim forțat de funcționare a tuburilor electronice. Prin aceasta se pun în evidență nu numai tuburile electronice defectate, dar și acelea care se găsesc la limita funcționării sigure.

BESM funcționează zi și noapte fără întrerupere. Controlul preliminar se efectuează zilnic; el durează 4—5 ore, adică ocupă circa 20% din timp. Acest control asigură funcționarea ei precisă pe timp de 24 de ore. Din cauza

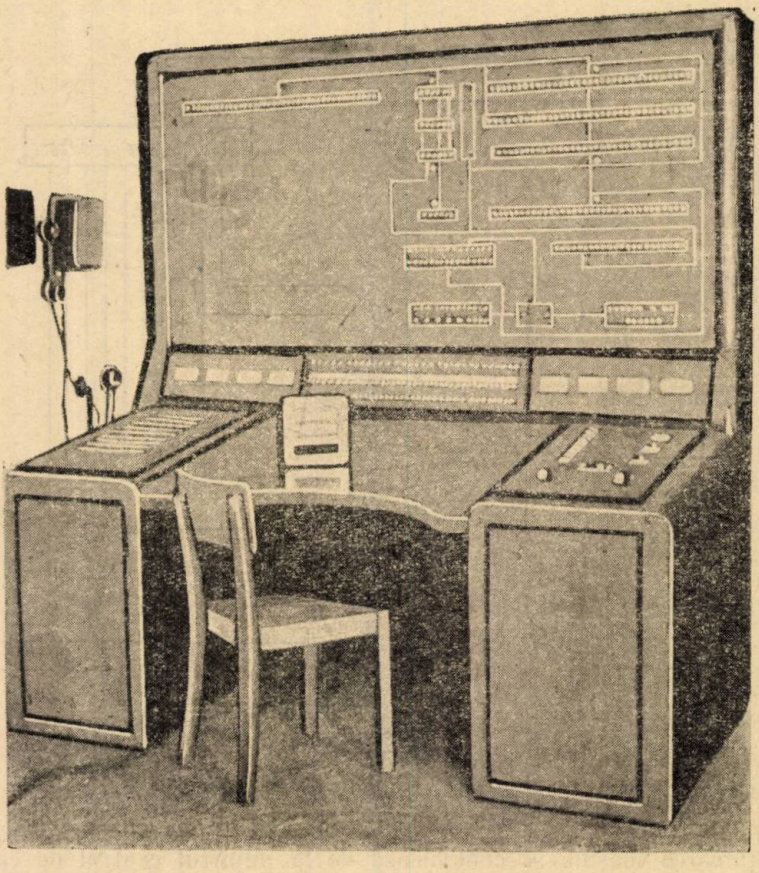


Fig. 19 — Vedere generală a pupitrului de comandă

erorilor mașinii se pierde circa 8% din timp, prin urmare timpul de lucru util al mașinii constituie 72%, ceea ce corespunde celor mai bune modele de mașini americane.

Dezvoltarea automaticii electronice va permite să se mărească în viitor esențial indicii mașinilor electronice de calculat, atît în ceea ce privește viteza de efectuare a operațiilor aritmetice cît și micșorarea numărului de aparataje și a dimensiunilor mașinii.

O mare răspîndire vor căpăta elementele semiconductoare cu cristal, care vor înlocui în viitor tuburile electronice, precum și montajele cu elemente feromagnetice.

Fabricarea în serie a mașinilor electronice de calculat va permite științei și tehnicii sovietice să se dezvolte amplu în noul cincinal.

ELEMENTE DE CALCUL BARICENTRIC

C. COŞNIŢĂ

Conferenţiar la Inst. de Construcţii

CALCULUL baricentric îşi are origina în Statică, în problema compunerii forţelor paralele; ulterior el s-a dezvoltat ca disciplină pur matematică, dovedindu-se extrem de util în rezolvarea unor anumite tipuri de probleme de

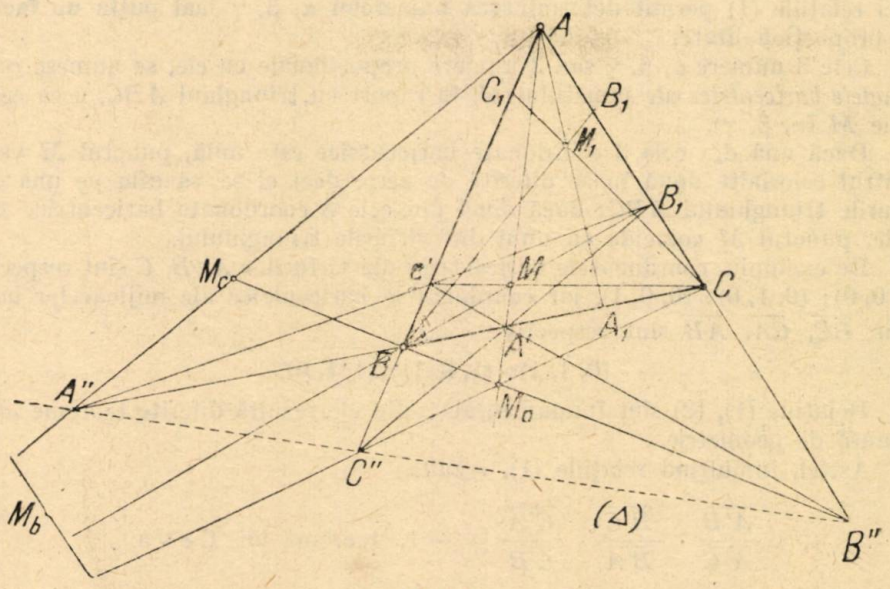


Fig. 1

Geometrie, în care un triunghi sau un tetraedru joacă un rol central. El permite cum se va vedea, tratarea elegantă şi simplă a unor probleme destul de difici de rezolvat prin metoda sintetică sau a coordonatelor carteziene.

1. **Noţiuni introductive.** Să considerăm un triunghi ABC, pe care-l vom numi *triunghi de referinţă* şi 3 numere reale α, β, γ, pozitive sau negative, sau unele nule (nu toate); în acest caz, există în planul ABC un singur punct M, centrul a 3 mase proporţionale cu α, β, γ şi plasate respectiv în A, B, C. Acest punct se găseşte prin procedeul de compunere al forţelor paralele; fie A', B', C' centrele maselor (β, γ); (γ, α); (α, β), adică punctele A', B', C' de pe laturile BC, CA, AB, astfel că:

$$\frac{\overline{A'B}}{\overline{A'C}} = -\frac{\gamma}{\beta}\,; \quad \frac{\overline{B'C}}{\overline{B'A}} = -\frac{\alpha}{\gamma}\,; \quad \frac{\overline{C'A}}{\overline{C'B}} = -\frac{\beta}{\alpha}, \tag{1}$$

toate segmentele fiind orientate. De exemplu, în fig. 1 punctele A', B', C' sînt aşezate între vîrfuri, căci am presupus numerele α, β, γ toate pozitive. Punctul M apare acum sau ca centrul maselor $(\beta, \gamma + \alpha)$ plasate în A şi A',

sau ca centrul maselor $(\beta, \gamma + \alpha)$ plasate în B şi B', sau ca centrul maselor $(\gamma, \alpha + \beta)$ plasate în C şi C'. Avem deci relaţiile:

$$\frac{\overline{MA}}{\overline{MA'}} = -\frac{\beta+\gamma}{\alpha}; \quad \frac{\overline{MB}}{\overline{MB'}} = -\frac{\gamma+\alpha}{\beta}; \quad \frac{\overline{MC}}{\overline{MC'}} = -\frac{\alpha+\beta}{\gamma}. \qquad (2)$$

Reciproc, avînd punctul M se pot determina cu aproximaţia unui factor de proporţionalitate, 3 numere α, β, γ, astfel ca M să fie centrul a 3 mase plasate în A, B, C respectiv şi să fie proporţionale cu ele. În adevăr, M fiind dat, rapoartele în care punctele A', B', C' împart laturile sînt cunoscute şi deci relaţiile (1) permit determinarea numerelor α, β, γ mai puţin un factor de proporţionalitate.

Cele 3 numere α, β, γ sau 3 numere proporţionale cu ele, se numesc *coordonatele baricentrice* ale punctului M, în raport cu triunghiul ABC, ceea ce se scrie $M(\alpha, \beta, \gamma)$.

Dacă una din cele 3 coordonate baricentrice este nulă, punctul M va fi centrul celorlalte două mase diferite de zero, deci el se va afla pe una din laturile triunghiului ABC; dacă două din cele 3 coordonate baricentrice sînt nule, punctul M coincide cu unul din vîrfurile triunghiului.

De exemplu, coordonatele baricentrice ale vîrfurilor A, B, C sînt respectiv $(1, 0, 0)$; $(0, 1, 0)$; $(0, 0, 1)$, iar coordonatele baricentrice ale mijloacelor laturilor $\overline{BC}$, $\overline{CA}$, $\overline{AB}$ sînt respectiv:

$$(0, 1, 1); \quad (1, 0, 1); \quad (1, 1, 0).$$

Relaţiile (1), (2) sînt fundamentale; din ele rezultă diferite teoreme interesante de geometrie.

Astfel, înmulţind relaţiile (1), rezultă:

$$\frac{\overline{A'B}}{\overline{A'C}} \cdot \frac{\overline{B'C}}{\overline{B'A}} \cdot \frac{\overline{C'A}}{\overline{C'B}} = -1, \text{ teorema lui Ceva.}$$

Relaţiile (1), (2) combinate dau:

$$\frac{\overline{MA}}{\overline{MA'}} = \frac{\overline{C'A}}{\overline{C'B}} + \frac{\overline{B'A}}{\overline{B'C}}$$

şi încă două relaţii similare.

De asemenea rezultă următoarea relaţie remarcabilă:

$$\frac{\overline{MA}}{\overline{MA'}} + \frac{\overline{MB}}{\overline{MB'}} + \frac{\overline{MC}}{\overline{MC'}} = 2 + \frac{\overline{MA}}{\overline{MA'}} \cdot \frac{\overline{MB}}{\overline{MB'}} \cdot \frac{\overline{MC}}{\overline{MC'}}.$$

2. Cele 3 coordonate baricentrice α, β, γ au o semnificaţie geometrică interesantă. Se vede pe figură că triunghiurile MAB, MAC au aceiaşi bază $\overline{AM}$, deci ariile lor sînt proporţionale cu distanţele vîrfurilor B şi C la $\overline{AM}$; dar aceste distanţe — se vede imediat din două triunghiuri asemenea — sînt proporţionale cu segmentele $\overline{A'B}$, $\overline{A'C}$, deci cele două arii sînt proporţionale cu aceste segmente.

Să introducem acum noţiunea de *arie algebrică* sau *orientată*; prelungind indefinit laturile triunghiului ABC, planul întreg se împarte în 7 porţiuni

numite *regiuni*, numerotate ca în figură cu cifre romane. Unind punctul M cu vîrfurile B, C vom considera aria triunghiului BMC ca pozitivă sau negativă, după cum punctele A şi M sînt de aceiaşi parte a laturii comune BC, sau deoparte şi alta a ei; aceeaşi convenţie în privinţa ariilor triunghiurilor CMA, AMB.

De exemplu, aria BMC este pozitivă dacă M se află în una din regiunile I, III, IV, VI şi negativă, dacă M se află în una din regiunile II, V, VII (fig. 2). Cu această completare făcută, putem scrie:

$$\frac{\text{aria } MAB}{\text{aria } MAC} = -\frac{\overline{A'B}}{\overline{A'C}} = +\frac{\gamma}{\beta}$$

sau

$$\frac{\beta}{\text{aria } MAC} = \frac{\gamma}{\text{aria } MAB},$$

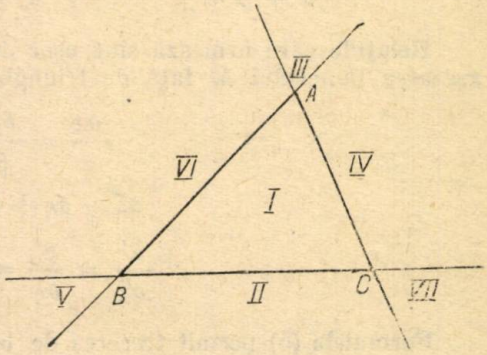


Fig. 2

şi încă două relaţii similare; aceste relaţii întrunite dau:

$$\frac{\alpha}{\text{aria } MBC} = \frac{\beta}{\text{aria } MCA} = \frac{\gamma}{\text{aria } MAB}, \tag{3}$$

cele 3 arii fiind orientate după regula dată.

Deci, coordonatele baricentrice ale unui punct M sînt proporţionale cu ariile orientate MBC, MCA, MAB.

Folosind această nouă definiţie a coordonatelor baricentrice sau folosind relaţiile (1), rezultă prin calcule uşor de făcut, următoarele:

Centrul de greutate G al triunghiului ABC are coordonatele $(1, 1, 1)$, centrul I al cercului înscris în triunghiul ABC are coordonatele (a, b, c).

Centrele I_a, I_b, I_c ale cercurile exînscrise au respectiv coordonatele

$$(-a, b, c);\ (a, -b, c);\ (a, b, -c).$$

Centrul 0 al cercului circumscris triunghiului ABC are coordonatele $(\sin 2A$ $\sin 2B$, $\sin 2C)$ sau $(a \cos A$, $b \cos B$, $c \cos C)$. Ortocentrul H al triunghiului ABC are coordonate $(\operatorname{tg} A, \operatorname{tg} B, \operatorname{tg} C)$.

3. **Coordonatele normale.** Distanţele ξ, η, ζ ale unui punct M la laturile BC, CA, AB considerate algebric după aceeaşi regulă ca şi la coordonatele baricentrice se numesc *coordonate normale absolute*, iar 3 numere x, y, z proporţionale cu ele se numesc *coordonatele normale* ale punctului M.

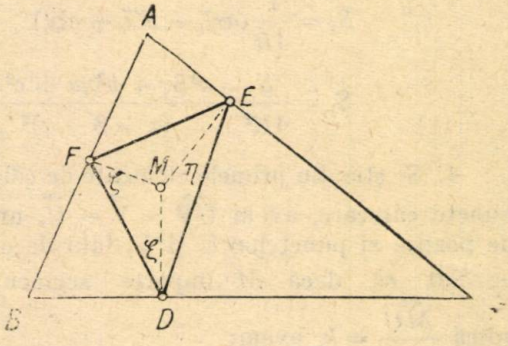


Fig. 3

De asemenea se numesc coordonatele baricentrice absolute ale punctului un sistem de coordonate baricentrice α', β', γ' a căror sumă $\alpha' + \beta' + \gamma' = 1$; dacă α, β, γ sînt nişte coordonate baricentrice oarecare

ale lui M, se vede că putem lua:

$$\alpha' = \frac{\alpha}{\alpha+\beta+\gamma}; \qquad \beta' = \frac{\beta}{\alpha+\beta+\gamma}; \qquad \gamma' = \frac{\gamma}{\alpha+\beta+\gamma} \tag{4}$$

Relaţiile care urmează sînt uşor de stabilit şi sînt valabile oricare ar fi aşezarea punctului M faţă de triunghiul ABC.

$$\frac{ax}{\alpha} = \frac{by}{\beta} = \frac{cz}{\gamma} \tag{5}$$

$$a\xi + b\eta + c\zeta = 2S \tag{6}$$

$$\frac{\alpha'}{a\xi} = \frac{\beta'}{b\eta} = \frac{\gamma'}{c\zeta} = \frac{1}{2S} \tag{7}$$

Formulele (5) permit trecerea de la coordonatele baricentrice la cele normale şi invers. De exemplu, centrul I al cercului înscris are în mod vizibil coordonatele normale (1, 1, 1), deci coordonatele lui baricentrice sînt (a, b, c); tot aşa centrul de greutate G are evident coordonatele baricentrice (1, 1, 1), deci coordonatele lui normale sînt:

$$\left(\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}\right).$$

Să mai facem încă o aplicaţie. Fie D, E, F proiecţiile lui M pe laturile $\overline{BC}$, $\overline{CA}$, $\overline{AB}$ (fig. 3); să calculăm aria S_1 a triunghiului *podar* DEF. Se vede că avem, oricare ar fi punctul M:

$$S_1 = \frac{1}{2}(\overline{ME}\cdot\overline{MF}\sin A + \overline{MF}\cdot\overline{MD}\sin B + \overline{MD}\cdot\overline{ME}\sin C),$$

$$S_1 = \frac{1}{2}\left(\eta\zeta\frac{a}{2R} + \zeta\xi\frac{b}{2R} + \xi\eta\frac{c}{2R}\right),$$

$$S_1 = \frac{1}{4R}(a\eta\zeta + b\zeta\xi + c\xi\eta) \tag{8}$$

$$S_1 = \frac{S}{4R^2}\cdot\frac{a^2\beta\gamma + b^2\gamma\alpha + c^2\alpha\beta}{(\alpha+\beta+\gamma)^2} \tag{9}$$

4. Se ştie din primele elemente de calcul vectorial, că dacă U, V sînt două puncte oarecare, avem $\vec{UV} = \vec{V} - \vec{U}$, unde $\vec{U} = \omega\vec{U}$, $\vec{V} = \omega\vec{V}$ sînt vectorii de poziţie ai punctelor U şi V, faţă de o origină oarecare ω. De aici rezultă imediat că dacă M împarte segmentul $\overline{UV}$ în raportul algebric k, adică $\dfrac{\vec{MU}}{\vec{MV}} = k$, avem:

$$\vec{M} = \frac{\vec{U} - k\vec{V}}{1-k}. \tag{10}$$

Aplicînd această relaţie punctului A', avem:

$$\vec{A'} = \frac{\vec{B} - \left(-\frac{\gamma}{\beta}\right)\vec{C}}{1 - \left(-\frac{\gamma}{\beta}\right)} = \frac{\beta\vec{B} + \gamma\vec{C}}{\beta + \gamma}.$$

Aplicînd apoi această relaţie punctului M definit de prima relaţie (2) se găseşte uşor:

$$(\alpha + \beta + \gamma)\,\vec{M} = \alpha\vec{A} + \beta\vec{B} + \gamma\vec{C} \tag{11}$$

sau introducînd coordonatele baricentrice absolute:

$$\vec{M} = \alpha'\vec{A} + \beta'\vec{B} + \gamma'\vec{C}. \tag{11'}$$

Calculul precedent presupune că $\alpha + \beta + \gamma \neq 0$; dacă însă $\alpha + \beta + \gamma = 0$, prima relaţie (2) dă $\frac{\overline{MA}}{\overline{MA'}} = 1$, deci M se află la infnit. Relaţia $\alpha + \beta + \gamma = 0$ caracterizează un punct la infinit, se zice ecuaţia dreptei de la infinit.

5. **Distanţa între 2 puncte.** Fie $M\,(\alpha_1', \beta_1', \gamma_1')$ un al doilea punct deci:

$$\vec{M_1} = \alpha_1'\vec{A} + \beta_1'\vec{B} + \gamma_1'\vec{C}. \tag{12}$$

Din (11'), (12) deducem:

$$\vec{MM_1} = (\alpha_1' - \alpha')\,\vec{A} + (\beta_1' - \beta')\,\vec{B} + (\gamma_1' - \gamma')\,\vec{C}.$$

Ridicînd la patrat această relaţie, adică înmulţind-o scalar cu ea însăşi apoi ţinînd seamă că

$$\left|\vec{A}\right|^2 = \overline{\omega A}^2, \ldots, 2\vec{A}\cdot\vec{B} = \overline{\omega A}^2 + \overline{\omega B}^2 - c^2, \ldots$$

rezultă:

$$MM_1^2 = (\alpha_1' - \alpha')^2\,\overline{\omega A}^2 + (\beta_1' - \beta')^2\,\overline{\omega B}^2 + (\gamma_1' - \gamma')^2\,\overline{\omega C}^2 + (\alpha_1' -$$
$$-\alpha')\,(\beta_1' - \beta')\,(\overline{\omega B}^2 + \overline{\omega A}^2 - C^2) + (\beta_1' - \beta')\,(\gamma_1' - \gamma')\,(\overline{\omega B}^2 + \overline{\omega C}^2 - a^2) +$$
$$+ (\gamma_1' - \gamma')\,(\alpha_1' - \alpha')\,(\overline{\omega c}^1 + \overline{\omega A}^2 - b^2)$$

Ţinînd seamă că $\alpha_1' + \beta_1' + \gamma_1' = \alpha' + \beta' + \gamma' = 1$, rămîne:

$$\overline{MM_1}^2 = -a^2(\beta_1' - \beta')(\gamma_1' - \gamma') - b^2(\gamma_1' - \gamma')(\alpha_1' - \alpha') \tag{13}$$
$$- c^2(\alpha_1' - \alpha'(\beta_1' - \beta').$$

aceasta este formula căutată.

Să stabilim şi o altă formulă. Dacă în formula precedentă facem punctul M să coincidă succesiv cu A, B, C avem:

$$\begin{aligned} M_1A^2 &= -\sum a^2\beta_1'\gamma_1' + (b^2\gamma_1' + c^2\beta_1') \\ M_1B^2 &= -\sum a^2\beta_1^1\gamma_1' + (c^2\alpha_1' + a^2\gamma_1') \\ M_1C^2 &= -\sum a^2\beta_1'\gamma_1' + (a^2\beta_1' + b^2\alpha_1') \end{aligned} \tag{14}$$

De aici se deduce formula:

$$\sum \alpha' M_1A^2 = -\sum a^2 \beta_1' \gamma_1' + \sum a^2 (\beta_1' \gamma' + \gamma' \beta'). \tag{15}$$

Dacă acum scriem formula (13) sub forma:

$$MM_1^2 = -\sum a^2 \beta_1' \gamma_1' - \sum a^2 \beta' \gamma' + \sum a^2 (\beta_1' \gamma' + \gamma_1' \beta')$$

şi folosim formula (15) deducem:

$$MM_1^2 = \alpha' M_1A^2 + \beta' M_1B^2 + \gamma' M_1C^2 - (a^2 \beta^2 \gamma' + b^2 \gamma' \alpha' + c^2 \alpha' \beta'). \tag{16}$$

Să scoatem de aici cîteva concluzii importante; dacă M_1 este chiar centrul cercului ABC, atunci $M_1A = M_1B = M_1C = M_1M = R$, presupunînd că M se află pe acest cerc. Formula (12) devine:

$$R^2 = R^2 (\alpha' + \beta' + \gamma') - (a^2 \beta' \gamma + b^2 \gamma' \alpha' + c^2 \alpha' \beta')$$

sau:

$$a^2\beta'\gamma' + b^2\gamma'\alpha' \quad c^2\alpha'\beta' = 0$$

Trecînd la coordonate baricentrice oarecare, avem:

$$a^2\beta\gamma + b^2\gamma\alpha + c^2\alpha\beta = 0. \tag{17}$$

Această ecuaţie este verificată de coordonatele baricentrice (α, β, γ) ale oricărui punct al cercului ABC, de aceea se numeşte *ecuaţia cercului ABC*.

Dacă acum ţinem seamă şi de formula (9) deducem $S_1 = 0$. Deci aria triunghiului podar al unui punct de pe cercul circumscris unui triunghi faţă cu triunghiul este nulă, deci triunghiul se reduce la o dreaptă.

Aceasta este tocmai teorema lui S i m s o n.

6. **Puncte asociate unui punct.** Dacă se dă punctul M (α, β, γ) atunci punctele M_a $(-\alpha, \beta, \gamma)$; M_b $(\alpha, -\beta, \gamma)$; M_c $(\alpha, \beta, -\gamma)$ se numesc *asociatele armonice* ale punctului M. Ele se deduc foarte simplu din punctul M astfel: Fie A'', B'', C'' punctele unde $B'C'$, $C'A'$, $A'B'$ taie pe BC, CA, AB; se arată uşor că aceste puncte sînt conjugatele armonice ale punctelor A', B', C' faţă cu vîrfurile respective ale triunghiului.

Teorema lui C e v a permite apoi să se demonstreze că grupele de drepte (AA', BB'', CC''); (BB', CC'', AA''); (CC', AA'', BB'') sînt concurente, iar relaţiile (1) arată că punctele de concurenţă sînt tocmai M_a, M_b, M_c.

Dacă de exemplu, G este centrul de greutate al lui ABC, atunci M_a, M_b, M_c sînt vîrfurile triunghiului anticomplimentar; coordonatele lor sînt $(-1, 1, 1)$; $(1, -1, 1)$; $(1, 1, -1)$.

Să luăm acum simetricele A_1, B_1, C_1 ale punctelor A', B', C' în raport cu mijloacele laturilor BC, CA, AB. Avem relaţiile evidente:

$$\frac{A_1B}{A_1C} = -\frac{\beta}{\gamma}; \qquad \frac{B_1C}{B_1A} = -\frac{\gamma}{\alpha}; \qquad \frac{C_1A}{C_1B} = -\frac{\alpha}{\beta},$$

deci dreptele AA_1, BB_1, CC_1 sînt concurente într-un punct M_1 numit *reciprocul* sau *izotomicul* punctului M; coordonatele lui baricentrice sînt:

$$\left(\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}, \frac{1}{\gamma}\right).$$

Să considerăm alături de punctul M ale cărui coordonate normale sînt x, y, z, punctul M_2 de coordonate normale $\frac{1}{x}, \frac{1}{y}, \frac{1}{z}$; fie D, E, F, D'

E', F' proiecţiile punctelor M, M_2 pe laturile triunghiului ABC (fig. 4). Prin definiţie avem:

$$MD \cdot M_2D' = ME \cdot M_2E' = MF \cdot M_2F'.$$

Ultima egalitate scrisă sub forma $\frac{ME}{MF} = \frac{M_2F'}{M_2E'}$ precum şi egalităţile $\sphericalangle EMF = \sphericalangle E'M_cF' = 180° - A$, arată că triunghiurile MEF, $M'E'F'$ sînt asemenea, deci

$$\sphericalangle MEF = \sphericalangle M_2F'E'.$$

Apoi, din patrulaterele inscriptibile $MEAF$, $M_2E'AF'$ avem:

$\sphericalangle MEF = \sphericalangle MAF$; $\sphericalangle M_2F'E' = \sphericalangle M_2AE'_2$ deci $\sphericalangle MAF = \sphericalangle M_2AE'$

Ultima egalitate arată că dreptele AM, AM_2 sînt simetrice faţă de bisectoarea unghiului A (se zic *izogonale*); la fel se arată că perechile de drepte BM, BM_2 şi CM, CM_2 sînt izogonale faţă de unghiurile B, C.

În definitiv, izogonalele cevienelor punctului M sînt concurente într-un punct M_2 izogonalul lui M.

Dacă notăm cu (x_2, y_2, z_2) coordonatele normale ale lui M_2, avem $xx_2 = yy_2 = zz_2$ şi deci coordonatele baricentrice ale celor două puncte verifică relaţiile:

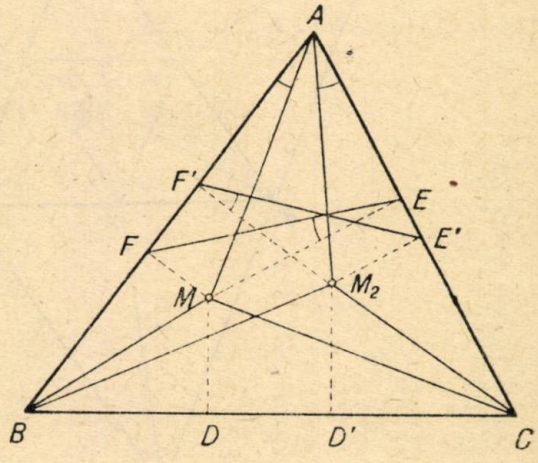


Fig. 4

$$\frac{\alpha\alpha_2}{a^2} = \frac{\beta\beta_2}{b^2} = \frac{\gamma\gamma_2}{c^2}. \qquad (18)$$

De exemplu, izogonalul ortocentrului H are coordonatele baricentrice $\frac{a^2}{\operatorname{tg} A} = a^2 \operatorname{ctg} A = a\frac{\cos A}{\sin A} = 2R\,(a \cos A), \ldots$ deci este centrul 0 al cercului circumscris; ceea ce se poate vedea imediat fără calcul. Izogonalul centrului de greutate are coordonatele baricentrice (a^2, b^2, c^2) şi deci coordonatele normale (a, b, c); acest punct foarte important prin proprietăţile sale se numeşte *punctul lui Lemoine* sau *punctul simedian* (el este intersecţia simedianelor).

Izogonalele centrelor cercurilor tritangente sînt ele însele.

Dacă M se află pe cercul ABC avem $a^2\beta\gamma + b^2\gamma\alpha + c^2\alpha\beta = 0$, sau

$$a^2\frac{b^2}{\beta_2}\frac{c^2}{\gamma_2} + b^2\frac{c^2}{\gamma_2}\frac{a^2}{\alpha_2} + c^2\frac{a^2}{\alpha_2}\frac{b^2}{\beta_2} = 0, \qquad \alpha_2 + \beta_2 + \gamma_2 = 0,$$

adică izogonalul M_2 este la infinit, cevienele AM_2, BM_2, CM_2 sînt paralele.

Să mai observăm că avem $\frac{A_2B}{A_2C} = -\frac{\gamma_2}{\beta_2} = -\frac{\frac{c^2}{\gamma}}{\frac{b^2}{\beta}} = \frac{c^2}{b^2}\left(-\frac{\beta}{\gamma}\right)$

deci:

$$\frac{A_2B}{A_2C} \cdot \frac{A'B}{A'C} = \frac{AB^2}{AC^2}, \text{ relaţia lui Steiner.} \qquad (18')$$

Să considerăm omologul μ al punctului M în triunghiul complementar ABC (fig. 5), adică punctul situat pe dreapta MG astfel ca $\frac{G\mu}{GM} = -\frac{1}{2}$

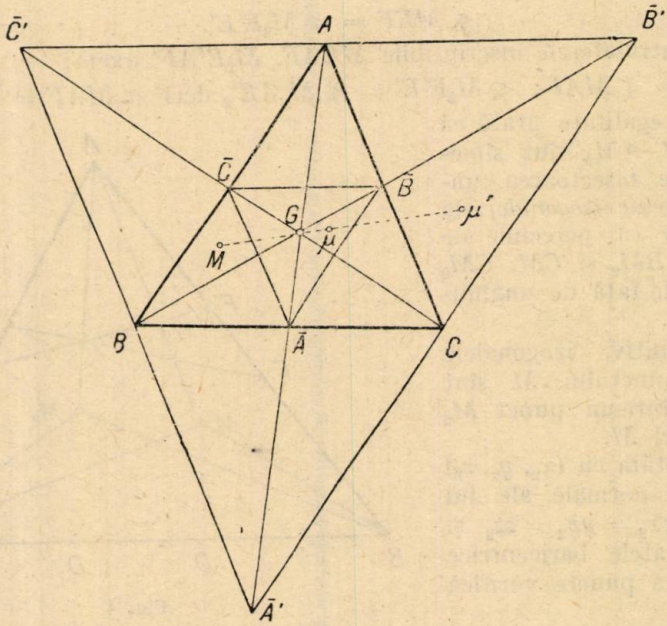


Fig. 5

punctul μ se numeşte complementarul punctului M. Observăm că $\frac{\mu G}{M\mu} = \frac{1}{3}$ şi folosind relaţia (10) avem:

$$\vec{\mu} = \frac{\vec{G} - \frac{1}{3}\vec{M}}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{\frac{1}{3}\vec{A} + \frac{1}{3}\vec{B} + \frac{1}{3}\vec{C} - \frac{\alpha\vec{A} + \beta\vec{B} + \gamma\vec{C}}{3(\alpha + \beta + \gamma)}}{\frac{2}{3}} =$$

$$\frac{(\beta + \gamma)\vec{A} + (\gamma + \alpha)\vec{B} + (\alpha + \beta)\vec{C}}{(\beta + \gamma) + (\gamma + \alpha) + (\alpha + \beta)}.$$

Deci, coordonatele baricentrice ale punctului μ sînt:

$$\beta + \gamma,\ \gamma + \alpha,\ \alpha + \beta.$$

Dacă acum considerăm punctul μ', analogul lui M în triunghiul anticomplementar $A'B'C'$ (fig. 5), adică astfel ca

$$\frac{G\mu'}{G\mu} = -2,$$

printr-un calcul analog ca cel precedent se găsesc coordonatele punctului μ':

$$-\alpha+\beta+\gamma,\ \alpha-\beta+\gamma,\ \alpha+\beta-\gamma.$$

Punctul μ' se numeşte *anticomplementarul* punctului M.

7. **Ecuaţia dreptei.** Fie punctele $M_1(\alpha_1', \beta_1', \gamma_1')$; $M_2(\alpha_2', \beta_2', \gamma_2')$. Avem deci:

$$\vec{M_1}=\alpha_1'\vec{A}+\beta_1'\vec{B}+\gamma_1'\vec{C};\quad \vec{M_2}=\alpha_2'\vec{A}+\beta_2'\vec{B}+\gamma_2'\vec{C}.$$

Dacă M este un punct variabil al dreptei M_1M_2 care împarte segmentul M_1M_2 în raportul k, am văzut (10) că $\vec{M}=\dfrac{\vec{M_1}-K\vec{M_2}}{1-K,}$, deci notînd cu α',β',γ' coordonatele baricentrice absolute ale punctului M avem:

$$\alpha'\vec{A}+\beta'\vec{B}+\gamma'\vec{C}=\frac{\alpha_1'-k\alpha_2'}{1-k}\vec{A}+\frac{\beta_1'-k\beta_2}{1-k}\vec{B}+\frac{\gamma_1'-k\gamma_2'}{1-k}\vec{C}.$$

Egalînd coeficienţii lui $\vec{A}$, $\vec{B}$, $\vec{C}$ din ambele părţi rezultă:

$$\alpha'=\frac{\alpha_1'-k\alpha_2'}{1-k};\qquad \beta_1'=\frac{\beta_1'-k\beta_2'}{1-k};\qquad \gamma'=\frac{\gamma_1'-k\gamma_2'}{1-k}. \tag{19}$$

De aici deducem relaţia independentă de k:

$$(\beta_1'\gamma_2'-\beta_2'\gamma_1')\alpha'+(\gamma_1'\alpha_2'-\gamma_2'\alpha_1')\beta'+(\alpha_1'\beta_2'-\alpha_2'\beta_1')\gamma'=0$$

sau trecînd la coordonate baricentrice oarecare:

$$(\beta_1\gamma_2-\beta_2\gamma_1)\alpha+(\gamma_1\alpha_2-\gamma_2\alpha_1)\beta+(\alpha_1\beta_2-\alpha_2\beta_1)\gamma=0. \tag{20}$$

Această relaţie liniară şi omogenă în raport cu α, β, γ (20) pe care o verifică orice punct al dreptei se numeşte *ecuaţia dreptei.*

Să presupunem că se dă punctul M $(\alpha_0, \beta_0, \gamma_0)$ ale cărui ceviene taie laturile BC, CA, AB în A', B', C'; conjugatele armonice A'', B'', C'' ale acestor puncte faţă cu vîrfurile corespunzătoare ale triunghiului ABC sînt aşezate pe o dreaptă (Δ) numită *polara triliniară* a punctului M (demonstraţia se face imediat cu teorema lui Menelaus).

Reciproc, dîndu-se dreapta (Δ) avem punctele A'', B'', C'' apoi conjugatele lor A', B', C' şi deci punctul M numit *polul triliniar* al dreptei (Δ). Relaţiile:

$$\frac{A''B}{A''C}=\frac{\gamma_0}{\beta_0};\quad \frac{B''C}{B''A}=\frac{\alpha_0}{\gamma_0};\quad \frac{C''A}{C''B}=\frac{\beta_0}{\alpha_0},$$

arată că punctele A'', B'', C'' au coordonatele: $(0, -\beta_0, \gamma_0)$; $(\alpha_0, 0, -\gamma_0)$; $(-\alpha_0, \beta_0, 0)$. Considerînd dreapta (Δ) ca definită de punctele B'', C'' de exemplu (20) ne dă ecuaţia ei:

$$\beta_0\gamma_0\alpha+\gamma_0\alpha_0\beta+\alpha_0\beta_0\gamma=0. \tag{21}$$

Dacă $\alpha_0, \beta_0, \gamma_0$ sînt diferite de 0, adică M nu se află pe nici una din laturi, împărţim ecuaţia (21) cu $\alpha_0\beta_0\gamma_0$ şi avem:

$$\frac{\alpha}{\alpha_0}+\frac{\beta}{\beta_0}+\frac{\gamma}{\gamma_0}=0. \tag{21'}$$

De exemplu, ecuaţiile cevienelor AM, BM, CM sînt:

$$\frac{\alpha}{\alpha_0} = \frac{\beta}{\beta_0} = \frac{\gamma}{\gamma_0},$$

iar ale dreptelor AA'', BB'', CC'' sînt:

$$\frac{\beta}{\beta_0} + \frac{\gamma}{\gamma_0} = 0; \quad \frac{\gamma}{\gamma_0} + \frac{\alpha}{\alpha_0} = 0; \quad \frac{\alpha}{\alpha_0} + \frac{\beta}{\beta_0} = 0.$$

8. Fie dreapta $u\alpha + v\beta + w\gamma = 0$, în care u, v, w sînt numere date; dacă luăm simetricele în raport cu mijloacele laturilor respective punctelor în care dreapta taie laturile aceste puncte (se verifică uşor prin teorema lui M e n e l a u s) se află pe o altă dreaptă numită *izotomica* sau *reciproca* dreptei date; ecuaţia acestei drepte se vede uşor, este:

$$\frac{\alpha}{u} + \frac{\beta}{v} + \frac{\gamma}{w} = 0.$$

Este evident că polii triliniari ai două drepte izotomice sînt două puncte izotomice.

Analog se poate introduce noţiunea de dreaptă (sau transversală) *izogonală* corespunzătoare unei drepte date: se unesc vîrfurile triunghiului cu punctele unde dreapta dată taie laturile acestuia; izogonalele acestor drepte taie aceleaşi laturi în trei puncte situate pe dreapta izogonală. Ecuaţia acestei drepte este evident:

$$\frac{\alpha}{a^2u} + \frac{\beta}{b^2v} + \frac{\gamma}{c^2w} = 0.$$

Se arată simplu că polii triliniari a două transversale izogonale sînt puncte izogonale.

9. Se dau două drepte:

$$u_1\alpha + v_1\beta + w_1\gamma = 0 \; ; \; u_2\alpha + v_2\beta + w_2\gamma = 0;$$

coordonatele baricentrice ale punctului lor de intersecţie se află rezolvînd sistemul în raport cu $\frac{\alpha}{\gamma}, \frac{\beta}{\gamma}$, de exemplu, se deduc pentru α, β, γ valorile:

$$\frac{\alpha}{v_1w_2 - w_1v_2} = \frac{\beta}{w_1u_2 - u_1w_2} = \frac{\gamma}{u_1v_2 - v_1u_2}. \tag{22}$$

Exprimînd că punctul acesta se află la infinit, se găseşte condiţia de paralelism a celor două drepte:

$$(v_1w_2 - v_2w_1) + (w_1u_2 - u_2w_2) + (u_1v_2 - u_2v_1) = 0$$

Ecuaţia $u_1\alpha + v_1\beta + w_1\gamma + k(u_2\alpha + u_2\beta + w_2\gamma = 0$, în care k este un parametru variabil reprezintă un *fascicul de drepte* care trec prin intersecţia celor două drepte date. Dacă se mai dă încă o dreaptă $u_3\alpha + v_3\beta + w_3\gamma = 0$ condiţia ca cele trei drepte să fie concurente se obţine exprimînd că punctul de intersecţie al primelor două drepte se află pe o a treia, deci că valorile (22) verifică ultima ecuaţie. Se găseşte condiţia:

$$u_3(v_1w_2 - w_1c_2) + v_3(w_1u_2 - u_1w_2) + w_3(u_1v_2 - v_1u_2) = 0. \tag{24}$$

Condiția ca trei puncte $P_1(\alpha_1, \beta_1, \gamma_1)$; $P_2(\alpha_2, \beta_2, \gamma_2)$; $P_3(\alpha_3, \beta_3, \gamma_3)$, să fie coliniare se obține scriind ecuația dreptei P_1P_2, apoi exprimînd că această ecuație este verificată de coordonatele punctului P_3. Folosind ecuația (20) se găsește condiția:

$$\alpha_3(\beta_1\gamma_2 - \beta_2\gamma_1) + \beta_3(\gamma_1\alpha_2 - \gamma_2\alpha_1) + \gamma_3(\alpha_1\beta_2 - \alpha_2\beta_1) = 0. \tag{25}$$

10. — **Ecuația cercului.** Am văzut (17) că ecuația baricentrică a cercului circumscris triunghiului ABC este:

$$a^2\beta\gamma + b^2\gamma\alpha + c^2\alpha\beta = 0.$$

Să găsim acum ecuația unui cerc oarecare; fie $M(\alpha_1', \beta_1', \gamma_1')$ centrul și ρ raza cercului. Ecuația cercului se obține exprimînd că pentru orice punct $M(\alpha', \beta', \gamma')$ de pe cerc avem $MM_1 = \rho$. Utilizînd formula (16) deducem ecuația cercului sub forma:

$$\alpha' \cdot M_1A^2 + \beta' \cdot M_1B^2 + \gamma' \cdot M_1C^2 - \rho^2 = a^2\beta'\gamma' + b^2\gamma'\alpha' + c^2\alpha'\beta'.$$

Dacă notăm cu l, m, n puterile vîrfurilor A, B, C față cu cercul, avem:

$$l = M_1A^2 - \rho^2\ ;\ m = M_1B^2 - \rho^2\ ;\ n = M_1C^2 - \rho^2$$

și ecuația precedentă devine:

$$\alpha'(l + \rho^2) + \beta'(m + \rho^2) + \gamma'(n + \rho^2) - \rho^2 = a^2\beta'\gamma' + b_2\gamma'a' + c^2\alpha'\beta',$$

Ținînd seamă că $\alpha' + \beta' + \gamma' = 1$, apoi trecînd la coordonate baricentrice oarecare se găsește ecuația cercului:

$$(l\alpha + m\beta + n\gamma)(\alpha + \beta + \gamma) = a^2\beta\gamma + b^2\gamma\alpha + c^2\alpha\beta, \tag{26}$$

sau

$$E = l\alpha + m\beta + n\gamma, \tag{26'}$$

unde s-a notat:

$$E = \frac{a^2\beta\gamma + b^2\gamma\alpha + c^2\alpha\beta}{\alpha + \beta + \gamma}.$$

Dacă $M(\alpha', \beta', \gamma')$ nu se află pe cerc, puterea lui μ față de cerc este $\mu = MM_1^2 - \rho^2$, deci formula (16) dă:

$$\mu = \alpha'(l + \rho^2) + \beta'(m + \rho^2) + \gamma'(n + \rho^2) - (a^2\beta'\gamma' + b^2\gamma'\alpha' + c^2\alpha'\beta'),$$

$$\mu = l\alpha' + m\beta' + n\gamma' - (a^2\beta'\gamma' + b^2\gamma'\alpha' + c^2\alpha'\beta'), \text{ sau}$$

$$\mu = \frac{(l\alpha + m\beta + n\gamma)(\alpha + \beta + \gamma) - (a^2\beta\gamma + b^2\gamma\alpha + c^2\alpha\beta).}{(\alpha + \beta + \gamma)^2} \tag{27}$$

Cînd M se află pe cerc avem $\mu = 0$ și regăsim ecuația cercului.

În particular, puterea punctului M față de cercul circumscris triunghiului ABC este:

$$\mu' = -\frac{a^2\beta\gamma + b^2\gamma\alpha + c^2\alpha\beta}{(\alpha + \beta + \gamma)^2} = -\frac{E}{\alpha + \beta + \gamma} \tag{28}$$

Dacă presupunem că M descrie un cerc concentric cu cercul ABC, atunci $\mu' = k = \text{constant}$, deci:

$$\frac{a^2\beta\gamma + b^2\gamma\alpha + c^2\alpha\beta}{(\alpha + \beta + \gamma)^2} = \text{constant}.$$

Dacă ţinem seamă de formula (9) rezultă:

Aria triunghiului podar al unui punct de pe un cerc concentric cu cercul ABC este constantă.

Reciproca este evident adevărată. În cazul cercului circumscris avem chiar teorema lui S i m s o n.

Să considerăm punctele $M(\alpha, \beta, \gamma)$ care au puteri egale faţă cu cercul ABC şi faţă cu cercul (26); exprimînd această condiţie avem:

$$\frac{(l\alpha + m\beta + n\gamma)(\alpha + \beta + \gamma) - (a^2\beta\gamma + b^2\gamma\alpha + c^2\alpha\beta}{(\alpha + \beta + \gamma)^2} =$$

$$= -\frac{a^2\beta\gamma + b^2\gamma\alpha + c^2\alpha\beta}{(\alpha + \beta + \gamma)^2}.$$

Efectuînd calculele găsim $l\alpha + m\beta + n\gamma = 0$, adică o dreaptă; aceasta este *axa radicală* a celor două cercuri.

Dacă acum considerăm şi cercul $E = l_1\alpha + m_1\beta + n_1\gamma$ se arată la fel, că axa radicală a acestui cerc şi a cercului (26) este:

$$(l - l_1)\alpha + (m - m_1)\beta + (n - n_1)\gamma = 0$$

NOTE MATEMATICE

Construcţia diferenţei $B - C$ a două din unghiurile unui triunghi ABC

În multe probleme de geometrie, şi mai ales în probleme de construcţii geometrice, intervine diferenţa dintre două din unghiurile unui triunghi, de exemplu, diferenţa $B—C$.

Sînt multe forme de figuri care pun în evidenţă această diferenţă. Dăm în cele ce urmează, pe cele mai caracteristice în ipoteza $B > C$.

1° Cea mai simplă şi imediată construcţie a diferenţei $B - C$ se realizează luînd intersecţia D a laturii AC cu mediatoarea $A'D$. În adevăr, triunghiul BDC fiind isoscel avem:

$$\sphericalangle CBD = \sphericalangle BCD = C \quad \text{şi deci} \quad \sphericalangle ABD = B - C.$$

2° Fie E intersecţia cercului ABC cu paralela din A la BC (fig. 1). Avem:

$$\sphericalangle ABE = \sphericalangle ACE = B - C.$$

deoarece trapezul isoscel $ABCE$ dă:

$$\sphericalangle ABC = \sphericalangle BCE = B$$

şi deci

$$\sphericalangle ABE = \sphericalangle ACE = B - C.$$

3° Se unește un punct oarecare M al arcului opus vîrfului A în cercul ABC cu E. Unghiul AME este egal cu B—C fiind egal cu fiecare din unghiurile ABE și ABC cu care are aceiași măsură, jumătate din arcul AE (fig. 1).

4° Fie H_a și L piciorul înălțimii și al bisectoarei care pleacă din A. Avem:

$$\sphericalangle LAH_a = \frac{B-C}{2}. \qquad (1)$$

Într-adevăr, dacă F este mijlocul arcului BMC atunci

$$\sphericalangle LAH_a = AFO$$

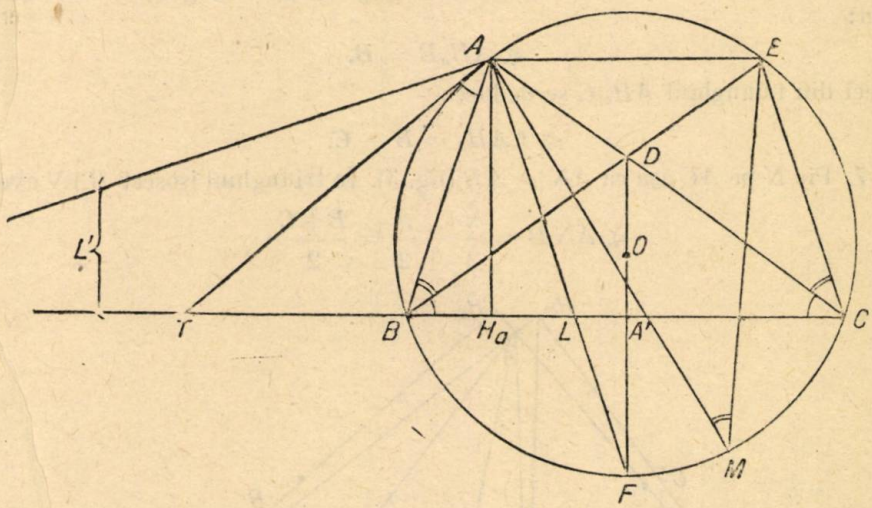


Fig. 1

ca alterne interne, deoarece QL trece prin F, iar O, A', F sînt pe mediatoarea laturii BC. Cum această mediatoare trece și prin mijlocul arcului AE, este bisectoarea unghiului

$$\sphericalangle AFE = \sphericalangle AME = B - C,$$

de unde rezultă relația (1).

Notă. Cînd triunghiul BAC este dreptunghic în A atunci unghiul $A'AH_a$ pe care-l face mediana AA' cu înălțimea AH_a este egal cu $B - C$ (fig. 2). triunghiul dreptunghic BAC, iar triunghiul $AA'C$ este isoscel și

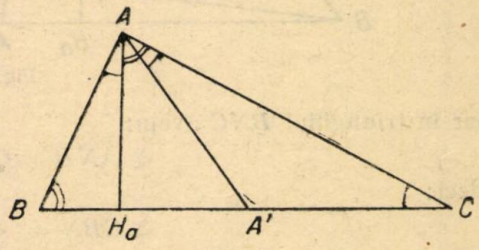


Fig. 2

$$\sphericalangle A'AC = C. \text{ Apoi } \sphericalangle CAH_a = B, \text{ așa că}$$

$$A'AH_a = \sphericalangle CAH_a - \sphericalangle CAA' = B - C.$$

5° Fie A', B', C' și H_a, H_b, H_c (fig. 3) picioarele medianelor și înălțimelor triunghiului ABC. Avem:

$$\sphericalangle H_a H_b A' = \sphericalangle H_a B'A' = \sphericalangle H_a H_c A' = \sphericalangle H_a C'A' = B - C \qquad (2)$$

În patrulaterul inscriptibil $BH\,H_a\,A_b$ avem:

$$\sphericalangle H_a H_b C = B, \tag{3}$$

iar în triunghiul isoscel $A'\,CH_b$ avem :

$$\sphericalangle A'H_b C = C. \tag{4}$$

Din (3) și (4) se deduce:

$$\sphericalangle H_a H_b C - \sphericalangle A' H_b C = \sphericalangle H_a H_b A' = B - C.$$

și cum punctele A', B', C', H_a, H_b, H_c, sînt pe același cerc, cercul celor 9 puncte; din ultima egalitate rezultă (2), ceea ce era de demonstrat.

6°. Fie H_a' simetricul lui B față de H (fig. 3). În triunghiul isoscel BAH_a' avem:

$$\sphericalangle AH_a'B = B,$$

și deci din triunghiul $AH_a'C$ se deduce:

$$\sphericalangle CAH_a' = B - C.$$

7. Fie N pe AC așa ca $AN = AB$ (fig. 3). În triunghiul isoscel BAN avem:

$$\sphericalangle ANB = \frac{\pi}{2} - \frac{A}{2} = \frac{B+C}{2}, \tag{5}$$

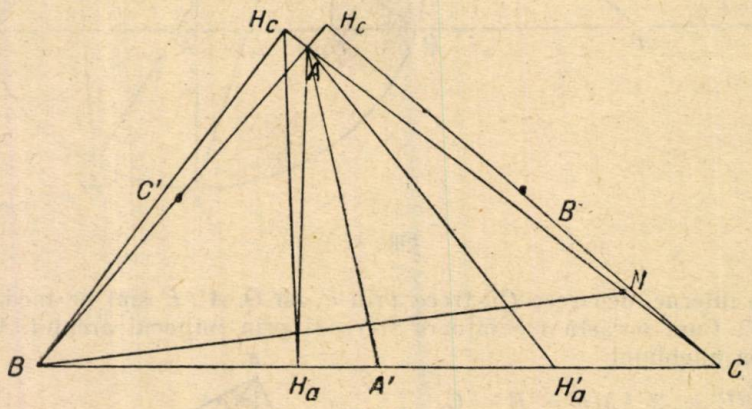


Fig. 3

iar în triunghiul BNC avem:

$$\sphericalangle ANB = C + \sphericalangle CBN,$$

deci:

$$\sphericalangle CBN = \sphericalangle ANB - C$$

și față de (5) rezultă:

$$\sphericalangle CBN = \frac{B+C}{2} - C = \frac{B-C}{2}.$$

8°. Fie L' piciorul bisectoarei exterioare a unghiului A (fig. 1). În triunghiul ABL' avem:

$$B = \sphericalangle BC'A + \frac{\pi - A}{2} = \sphericalangle BL'A + \frac{B+C}{2},$$

deci:

$$2B = 2 \sphericalangle BL'A + B + C$$

sau

$$\sphericalangle BL'A = \frac{B-C}{2}.$$

Tot pe fig. 1 se poate vedea că unghiurile $L'AF'$ și $FA'L'$ fiind drepte patrulaterul $L'AA'F$ este inscriptibil și deci:

$$\sphericalangle BL'A = \sphericalangle A'L'A = \sphericalangle A'FA' = \frac{B-C}{2},$$

ultima egalitate fiind dată la 3°.

9° Pe latura BC se ia punctul B_1 pe CB și C_1 pe BC astfel, încît $BB_1 = AB$ și $CC_1 = AC$. Din triunghiurile isoscele ABB_1, ACC_1 se scoate:

$$\sphericalangle AB_1B = \frac{B}{2} \quad \text{și} \quad \sphericalangle AC_1C = \frac{C}{2},$$

deci:

$$\sphericalangle AB_1B - \sphericalangle AC_1C = \frac{B-C}{2}.$$

10° Tangenta în A la cercul O întîlnește pe BC în T (fig. 1). Avem o nouă poziție de construcție a diferenței $B - C$ și anume:

$$\sphericalangle ATB = B - C.$$

Avem:

$$\sphericalangle TAB = C,$$

ca avînd aceiași măsură iar, din triunghiul BAT se scoate:

$$B = \sphericalangle TAB + C \quad \text{deci} \quad \sphericalangle TAB = B - C.$$

Construcția de la 8° și 10° pune în evidență că triunghiul ATL' este isoscel avînd $TA = TL'$, ceea ce rezultă din relațiile de unghiuri de la 8° și 10°. Tot din acele relații de unghiuri rezultă că:

$$TAL' = \frac{B-C}{2}.$$

Gh. Buicliu

Asupra unei probleme de coliniaritate

Este cunoscută problema: *Avînd trei puncte A, B, C, pe o dreaptă și alte trei puncte A_1, B_1, C_1 pe o altă dreaptă, atunci punctele $M \equiv (AB_1, A_1B)$ $N \equiv (AC_1, A_1C)$, $P \equiv (BC_1, B_1C)$ sînt coliniare.*

Soluție. Dreapta CM taie dreapta A_1C_1 în D, iar dreapta C_1M taie pe AC în D. Presupunem că dreapta MN taie pe B_1C în P_1, pe BC_1 în P_2, iar pe CC_1 în E.

Fasciculele $M(ADA_1BC)$ și $M(D_1A_1B_1C_1)$ au același raport anarmonic. Deci și rapoartele $C_1(DABC)$ și $C(D_1A_1B_1C_1)$ sînt egale (fig. 1).

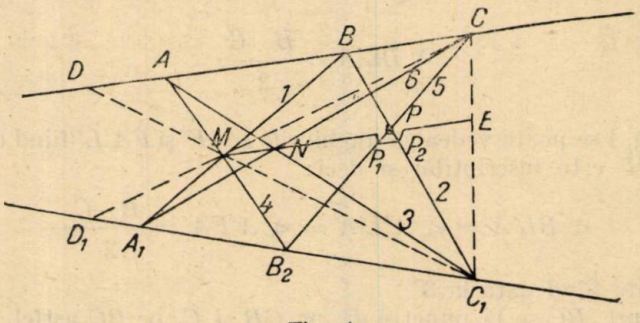


Fig. 1

Observăm că $C(D_1A_1B_1C_1) = (MNP_1E)$, iar $C_1(DABC) = (MNP_2E)$, dar cum $C(D_1A_1B_1C_1) = C_1(DABC)$, avem:

$$(MNP_1E) = (MNP_2E)$$

deci:

$$P_1 \equiv P.$$

Rezultă că punctele P_1 și P_2 se confundă în P, deci punctele M, N, P sînt coliniare.

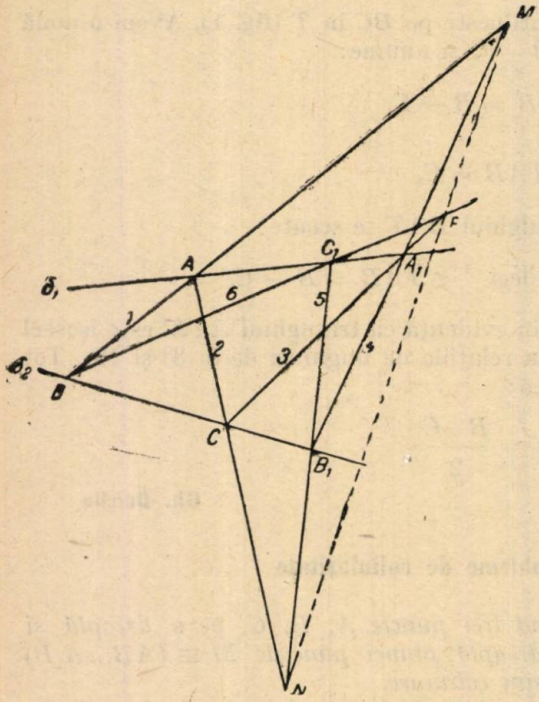


Fig. 2

Observare. Poligonul $AB_1CA_1BC_1$ este un exagon care are trei vîrfuri (A, B, C) pe o dreaptă și celelalte trei (A_1, B_1, C_1) pe o altă dreaptă. Laturile opuse ale acestui exagon se taie în trei puncte coliniare. Dacă un exagon concav are trei vîrfuri pe o dreaptă, iar celelalte trei pe o altă dreaptă, atunci laturile opuse se taie în trei puncte coliniare. Pornind într-un sens și notînd laturile cu 1, 2, 3, 4, 5, 6 avem ca laturi opuse 1 cu 4, 2 cu 5, 3 cu 6.

Cîteva *exemple*:

1° Se dau două drepte δ_1 și δ_2 și două puncte M și N. Prin M se duc două secante MAB și MA_1B_1. Prin N se duc secantele NAC și NB_1C_1. Dreptele BC_1 și CA_1 se taie în P_1 Să se arate că punctele M, N și P sînt coliniare.

Poligonul $ABC_1B_1A_1C$ este un exagon concav în care trei vîrfuri se află pe o dreaptă, iar celelalte trei vîrfuri sînt pe o altă dreaptă (fig. 2). Laturile opuse (AB, A_1B_1), (BC_1, A_1C), (AC, B_1C_1) se taie în trei puncte coliniare M, N, P.

2° Se dau două drepte δ_1 și δ_2. Două Drepte paralele sînt tăiate de dreptele δ_1 și δ_2 în A și B, respectiv A_1 și B_1. O dreaptă dusă din A taie pe BB_1 în C. O dreaptă dusă din B_1 taie pe AA_1 în D și pe AC în E. Fie F intersecția între BD și AC. Să se arate că dreapta EF, rămîne paralelă cu AB.

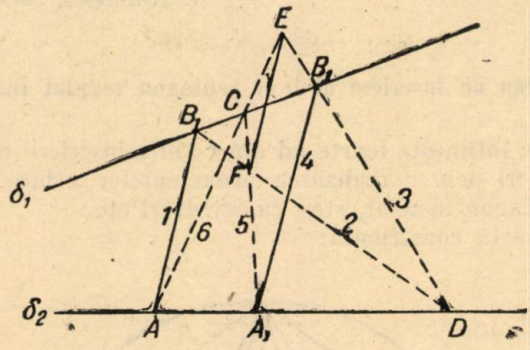


Fig. 3

Poligonul $ABDB_1A_1C$ este un exagon care îndeplinește condițiile precedente. Laturile opuse AC și B_1D se taie în E. Laturile opuse BD și A_1C se taie în F. Laturile opuse AB și A_1B_1 se taie la infinit. Deci și dreapta EF taie laturile AB și A_1B_1 la infinit. Deci dreapta EF rămîne paralelă cu AB (fig. 3).

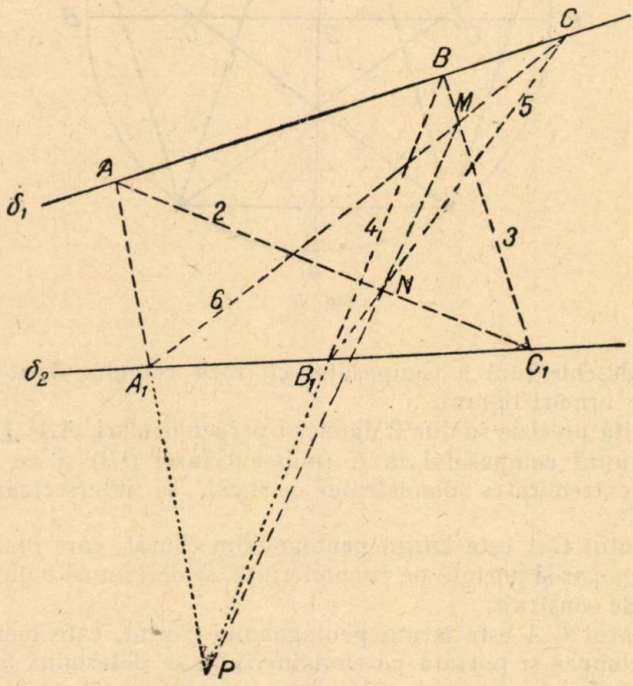


Fig. 4

3° Se dau două drepte δ_1 și δ_2. Pe δ_1 se iau trei puncte A, B și C, iar pe δ_2 trei puncte A_1, B_1, C_1. Să se arate că punctele $M \equiv (A_1C, BC_1)$, $N \equiv (B_1C, AC_1)$, $P \equiv (AA_1, BB_1)$ (fig. 4). sînt coliniare.

Poligonul $AA_1\ CB_1\ BC$ este un exagon ce îndeplinește condițiile precedente. Laturile opuse $(A_1\ C,\ BC_1)$, $(B_1\ C,\ AC_1)$ $(AA_1,\ BB_1)$ se taie în trei puncte coliniare.

N. Teodorescu, absolvent București

Un procedeu de înscriere a unui pentagon regulat într-un cerc

În practică se întîlnește foarte adesea cerința înscrierii poligonului regulat într-un cerc; uneori pentru realizarea ornamentelor arhitectonice în formă de pentagon, pentagon înstelat, stea cu 5 colțuri etc.

Iată în ce constă construcția:

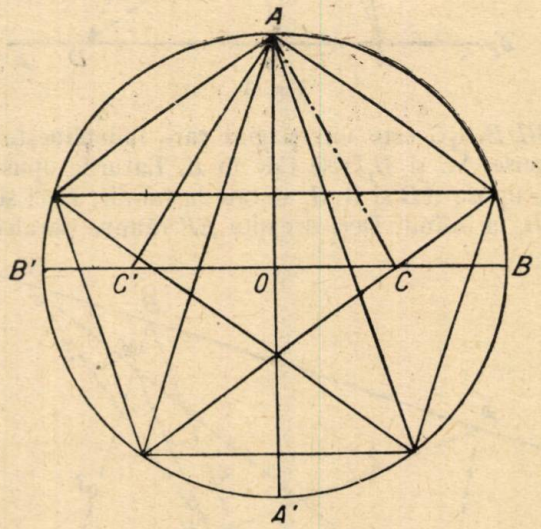


Fig. 5

1. Cu o deschizătură a compasului cît raza cercului dorit se desenează cercul O (a se urmări figura).

2. Cu multă precizie se duc 2 diametri perpendiculari, $AA' \perp BB'$.

3. Cu piciorul compasului în C (mijlocul razei OB) și cu deschizătura pînă în A, extremitatea diametrului vertical, se intersectează diametrul orizontal în C'.

3. Segmentul $C'A$ este latura pentagonului căutat, care luată drept deschizătură în compas și purtată pe circumferință, se determină 5 puncte, vîrfurile pentagonului de construit.

4. Segmentul $C'A$ este latura pentagonului căutat, care luată drept deschizătură în compas și purtată pe circumferință, se determină 5 puncte, vîrfurile pentagonului de construit.

5. Unind din două în două punctele găsite se obține pentagonul înstelat (steaua cu 5 colțuri).

Observație. Segmentul $C'O$ este latura decagonului înscris. Justificarea matematică reiese imediat.

Triunghiul $AC'C$ este isoscel: $AC = CC'$ prin construcție.
În triunghiul dreptunghic AOC găsim:

$$AC^2 = AO^2 + OC^2 \quad \text{sau} \quad AC = \sqrt{AO^2 + OC^2}$$

și înlocuind cu R, raza cercului, deducem

$$AC = \sqrt{R^2 + \frac{R^2}{4}} \quad \text{sau} \quad AC = \frac{R}{2}\sqrt{5}.$$

Segmentul $C'O = C'C - OC$ sau $C'O = AC - OC$. Înlocuind găsim $C'O = \frac{R}{2}\sqrt{5} - \frac{R}{2}$ sau $C'O = \frac{R}{2}(\sqrt{5} - 1)$, care după cum știm este expresia laturei decagonului regulat înscris în cercul de rază R.

În triunghiul dreptunghic $AC'O$, $\overline{AC'}^2 \cdot \overline{OC'}^2 + \overline{AO}^2$ sau $AC' = \sqrt{OC'^2 + AO^2}$. Înlocuind găsim $AC' = \frac{R}{2}\sqrt{10 - 2\sqrt{5}}$, care este după cum se știe, expresia laturei pentagonului regulat înscris în cercul de rază R.

Miu Gh. Filipoiu, București

PROBLEME REZOLVATE

Problema 2357

Să se formeze ecuația de gradul II ale cărei rădăcini satisfac relațiile:

$$x_1^2 + x_2^2 = \frac{m^2 + 1}{m^2} \quad ; \quad (x_1 + 1)(x_2 + 1) = 0,$$

m fiind cunoscut.

* * *

Soluție. — A doua relație se scrie: $x_1x_2 + x_1 + x_2 + 1 = 0$, de unde

$$x_1 x_2 = -1 - (x_1 + x_2). \tag{1}$$

Prima relația se poate scrie:

$$(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = \frac{m^2 + 1}{m^2}. \tag{2}$$

Introducînd valoarea lui x_1x_2 din relația (1) în relația (2), obținem:

$$(x_1 + x_2)^2 - 2\,[-1 - (x_1 + x_2)] = \frac{m^2 + 1}{m^2},$$

de unde:

$$(x_1 + x_2)^2 + 2(x_1 + x_2) + 2 - \frac{m^2 + 1}{m^2} = 0.$$

Problema 2749

Un aerostat cu volumul $V = 150$ m³ este umplut cu hidrogen de greutate specifică 0.09 kg/m³. La părăsirea terenului, aerostotul are o forță ascensională $F = 20$ kgf.

Dîndu-se greutatea specifică $\gamma_0 = 1{,}3$ kg/m³ și presiunea $p_0 = 760$ mm coloană de mercur, ale aerului la suprafața pămîntului, se cere:

1) *Greutatea proprie a aerostatului (înveliș, nacelă și accesorii, exclusiv greutatea hidrogenului).*

2) *Înălțimea de ridicare a aerostatului, admițînd că la fiecare 10 m înălțime presiunea aerului scade cu 1 mm coloană de mercur.*

C. Necșoiu

Soluția I. Forța ascensională este egală cu greutatea aerului dislocuit P minus greutatea totală P' a aerostatului (inclusiv greutatea hidrogenului), adică

$$F = P - P',$$

de unde rezultă:

$$P' = P - F = 1{,}3\,V - F = 1{,}3 \cdot 150 - 20 = 175 \text{ kgf.}$$

Greutatea hidrogenului

$$G' = 0{,}09\,V = 0{,}09 \cdot 150 = 13{,}5 \text{ kgf.}$$

Greutatea proprie:

$$G = P' - G' = 175 - 13{,}5 = 161{,}5 \text{ kgf.}$$

2. Aerostatul se va ridica pînă la înălțimea x, astfel încît greutatea sa totală P' să fie egală cu greutatea aerului dislocuit, adică:

$$P' = V \cdot \gamma, \text{ de unde}$$

$$\gamma = \frac{P'}{V} = \frac{175}{150} \cong 1{,}17 \text{ kg/m}^3.$$

Dacă la 10 m, presiunea scade cu 1 mm, atunci la înălțimea x metri ea va scade cu $\frac{x}{10} = 0{,}1\,x$ milimetri de mercur.

La această înălțime presiunea atmosferică va fi egală cu

$$p = 760 - 0{,}1\,x.$$

Presiunile fiind proporționale cu greutățile specifice ale aerului, vom avea

$$\frac{p}{p_0} = \frac{\gamma}{\gamma_0}.$$

Făcînd înlocuirile obținem:

$$\frac{760 - 0{,}1\,x}{760} = \frac{1{,}17}{1{,}3}.$$

Din această ultimă relație rezultă $x = 760$ m.

Problema 2750

Intr-un circuit electric de curent continuu s-a intercalat un voltametru cu soluție de $CuSO_4$, cu rezistența de 2,4 Ω, un voltmetru șuntat în paralel avînd rezistența șuntului dn 1 Ω, iar a voltmetrului de

100 Ω și o bobină pe care s-a înfășurat sirmă de cupru avînd diametrul de 1,2 mm. Date suplimentare: $\varrho = 0{,}017\ \Omega\frac{mm^2}{m}$; $k = 0{,}33\frac{mg}{c}$; *diametrul bobinei este de 4 cm.*

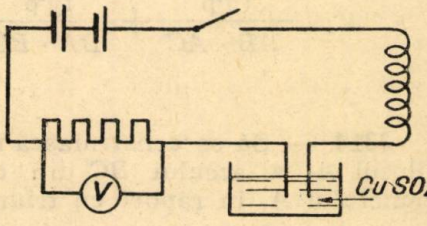
Să se calculeze:

1. *intensitatea curentului din circuit dacă la catod se depun 3,3 g cupru metalic în timp de 20 minute,*
2. *rezistența bobinei dacă e formată din 3 straturi în serie și coaxiale suprapuse, totalizînd 400 spire izolate,*
3. *tensiunea pe care o arată voltmetrul,*
4. *tensiunea la bornele generatorului,*
5. *intensitatea cîmpului creat de curent în centrul bobinei,*
6. *pe ce lungime s-a bobinat sîrma?*

V. Dragu, profesor Constanța

Soluția autorului. 1. Intensitatea curentului $m = kIt$, $I = \frac{m}{kt}$

$$I = \frac{3300}{0{,}33 \cdot 1200} = 8{,}3 \text{ A.}$$



2. Rezistența bobinei $R = \varrho\frac{l}{s}$;

$l = 2\pi rn = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}02 \cdot 400$;

$s = \pi r^2 = \pi(0{,}6)^2 = \pi \cdot 0{,}36$, $R = 0{,}017\frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}02 \cdot 400}{3{,}14 \cdot 0{,}36} = 44{,}4$ ohmi.

3. Tensiunea pe care o arată voltmetrul: $U = R_d I$; $U = 0{,}99 \cdot 8{,}3 = 8{,}217$ V.

$$\frac{1}{R_d} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2};\quad \frac{1}{R_d} = \frac{1}{1} + \frac{1}{100};\quad \frac{1}{R_d} = \frac{101}{100}.$$

$$R_d = \frac{100}{101} = 0{,}99\ \Omega.$$

4. Tensiunea la bornele generatorului: $U = R_e I$;

$R_e = R_d + R_v + R_{\text{bobină}}$; $R_e = 0{,}99 + 2{,}4 + 44{,}4 = 47{,}79\ \Omega$;

$U = 47{,}79 \cdot 8{,}3 = 396{,}657$ V.

5. Intensitatea cîmpului dat de solenoid $H = \frac{0{,}2\pi\mu I}{R}$;

$$H = \frac{0{,}2 \cdot 3{,}14 \cdot 400 \cdot 8{,}3}{20} = 1042{,}48 \text{ Oe.}$$

6. Pe ce lungime s-a bobinat sîrma: $l = \frac{400}{3} \cdot 1.2 = 159{,}6$ mm $= 15{,}9$ cm.

PROBLEME PROPUSE*)

3311. — Se consideră un romb $AC_1A_1B_1$. Notînd cu B şi C punctele în care laturile ce pleacă din A întîlnesc o dreaptă care trece prin vîrful A_1 opus lui A, să se arate că simediana triunghiului ABC trece prin punctul de intersecţie al diagonalelor patrulaterului BCB_1C_1.

N. C. Negoescu, Timişoara

3312. — Limuzina „Tatra 603" poate atinge viteza de 170 km/h. Dacă la bordul ei ar fi instalat un tub Venturi cu raportul secţiunilor sale 1 : 1,5, ce diferenţă de presiune ar indica manometrul ($\varrho = 0{,}0013$ g/cm^3) ?

Dan N. Paulescu, student Bucureşti

3313. — În tetraedrul $VABC$ înălţimea dusă din vîrful V face cu muchiile AV, BV, CV, unghiurile α, β, γ ; iar piciorul ei O coincide cu centrul cercului înscris feţei ABC. Să se arate că există relaţia :

$$\frac{\operatorname{tg}^2\beta}{AB \cdot AC} + \frac{\operatorname{tg}^2\beta}{BA \cdot BC} + \frac{\operatorname{tg}^2\gamma}{CA \cdot CB} = \frac{1}{OV^2}.$$

Gh. Dobrescu, Predeal

3314. — Să se construiască un triunghi ABC cunoscînd latura BC, mijlocul A_1 al arcului BC din cercul ABC şi dreapta lui *Simson* $\triangle$ a punctului A_1 în raport cu triunghiul ABC.

Paul R. Popescu, student Bucureşti

3315. — Să se rezolve în numere întregi şi pozitive ecuaţia:

$$xyz - 3zy - 6xz - 7yx + 41x + 20y + 17z = 112.$$

Se va pune ecuaţia sub forma :

$$\frac{1}{x-2} + \frac{1}{y-3} + \frac{1}{z-6} = 1.$$

Marcel Bărbulescu, Slatina

3316. — Se consideră trei familii de cercuri concentrice de centre M_1, M_2, M_3. Două din cercurile M_1 şi M_3 se întîlnesc într-un punct D din care se duc diametrii DA şi DE ; într-unul din cercurîle M_2 se duce diametrul BC. Se consideră patrulaterele $ADCB$ şi $BCED$ şi cele două diagonale ale fiecărui patrulater ce se intersecteează respectiv în I şi J.

Să se demonstreze că dreptele ce unesc ortocentrele triunghiurilor AIB şi DIC şi triunghiurilor BJD şi EJC formează cu dreptele M_1M_2 şi M_2M_3 patrulatere inscriptibile şi se deplasează paralel cu ele înşile în direcţii perpendiculare pe aceste drepte.

E. Crăciunescu

---

*) VIII (3321, 3328, 3330, 3331, 3335); IX (3311, 3312, 3315, 3317, 3322, 3323, 3324, 3326, 3336, 3338); X (3313, 3314, 3318, 3319, 3320, 3325, 3327, 3329, 3332, 3339, 3340, 3341): XI (3316, 3333, 3334, 3337).

3317. — Se consideră toate triunghiurile ABC care au baza BC de mărime şi poziţia date şi unghiul A constant. Să se găsească locul geometric al intersecţiei diametrului AO al cercului circumscris cu perpendicularele din piciorul înălţimii AH_a pe laturile AB şi AC.

Gh. Buicliu

3318. — Să se calculeze suma părţilor zecimale distincte ale cîturilor împărţirilor cu numere întregi, în care împărţitorul este de un număr întreg de K ori mai mare decît suma părţilor zecimale distincte ale cîturilor, cînd avem acelaşi împărţitor N.

C. Ionescu-Ţiu

3319. — Să se arate că suma părţilor zecimale distincte ale cîturilor împărţirilor cu numere întregi, în care împărţitorul este un număr par $2p$, iar deîmpărţitul orice număr impar, este egal cu $\frac{p}{2}$.

C. Ionescu-Ţiu

3320. — Să se arate că polinomul:

$P(x) \equiv np(n-p)x^m + pm(p-m)x^n + mn(m-n)x^p + (m-n)(n-p)(p-m)$

în care m, n, p, sînt numere naturale, este divizibil prin $(x-1)^3$. Să se afle cîtul diviziunii.

C. Coşniţă

3321. — Fiecare din bilele unui regulator centrifugal cîntăreşte 8 kg, iar lungimea tijei care uneşte centrul fiecăruia din ele de punctul fix A al axei de rotaţie este $l = 50$ cm. Ştiind că dispozitivul centrifugal face o rotaţie pe secundă, să se determine:

1) valoarea unghiului α pe care-l face tija cu axa de rotaţie,

2) valoarea în kilograme a forţei centrifuge F. (Se ia $g = 9{,}8$ m/s^2).

* * *

3322. — Un strat de zăpadă la 0° are grosimea de 10 cm. Cîtă căldură solară va trebui să primească pe metru pătrat pentru ca să se răspîndească în aer sub formă de vapori la 12°? Densitatea zăpezii se consideră 0,077, iar căldura de vaporizare a apei la 12° este 600 cal.

Cît cărbune va trebui ars pentru a se produce acelaşi efect, ştiind că 1 kg de cărbune degajă prin ardere, 8 000 cal.

* * *

3323. — Un calorimetru de alamă cîntăreşte 20 g, iar căldura sa specifică este $c = 0{,}095$. El conţine 500 g dintr-un lichid a cărui căldură specifică este $c' = 0{,}05$. Calorimetrul şi lichidul sînt la temperatura de 20°. Se adaugă 50 g gheaţă la 0°. Se cere temperatura finală a amestecului. Căldura de topire a gheţii este 80 cal.

* * *

3324. — Avem un tub îndoit în U, iar una din ramuri este mai scurtă şi închisă (tub pentru demonstrarea legii Boyle-Mariotte). În ramura scurtă volumul aerului închis este de 10 cm^3, iar presiunea la care se află este presiunea atmosferică şi anume 76 cm coloană Hg.

Nivelul mercurului este același în ambele ramuri; se toarnă prin ramura lungă 25 cm^3 mercur. Care va fi noul volum și noua forță elastică a gazului, știind că secțiunea tubului este de 1 cm^2?

* * *

3325. — Să se găsească relația de legătură dintre a și b, știind că:

$$\operatorname{cotg} 2a = \sqrt{\frac{m^2 - n^2}{m^2 + n^2}}, \qquad \sin 4b = \frac{1}{m}\sqrt{\frac{m^2 + n^2}{2}}.$$

Mihai T. Popescu, profesor Slatina

3326. — În dreptunghiul $ABCD$ bisectoarea unghiului A intersectează diagonala BD în E și dreapta BC în F. Paralela dusă prin E la AB intersectează diagonala AC în G. Să se arate că:

1) patrulaterul $AEGB$ este trapez isoscel; 2) perpendiculara din G pe BD trece prin F; 3) dacă P și S sînt intersecțiile dreptelor BG și FG respectiv cu BD și AF, avem relația: $FG \cdot FP = FS \cdot FE$; 4) punctele M și N de intersecție ale dreptei BC cu dreptele EG și PS sînt conjugate armonic față de B și F.

N. N. Anițescu, Tg. Jiu

3327. — Să se arate că dacă α, β, γ sînt unghiurile pe care diagonala unui paralelipiped dreptunghic le face cu muchiile, atunci:

$$E = 2\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma \sum \cos^3\alpha + 3\cos^2\alpha\cos^2\beta\cos^2\gamma + (\sum \cos^2\alpha\cos\beta)^2 + (\sum \cos\alpha\cos^2\beta)^2,$$

se poate scrie ca un pătrat perfect.

* * *

3328. — Să se construiască triunghiul ABC cînd se cunosc pozițiile în plan ale centrului de greutate, ortocentrului și simetricului vîrfului A față de latura BC.

V. Băghină, Breaza

3329. — Un generator electric de forță electromotoare $E = 8\,200$ V are o putere de 1 600 kW. Vrem să transportăm această energie la distanța de 100 km cu o pierdere maximă de 20%. Care este rezistența pe care nu trebuie să o depășească conductorul ce leagă generatorul de receptor?

Dacă transportul (dus-întors) se face printr-un fir de cupru, ce diametru minim va trebui să aibe acest fir, știind că rezistența unui fir de cupru cu lungimea de 1 km și cu diametrul de 1 mm este de 21 Ω?

* * *

3330. — Asupra unui scripete de masă neglijabilă, care se poate mișca într-un plan vertical în jurul unui ax fix O, este trecut un fir foarte fin (de masă neglijabilă) de capetele căruia atîrnă două greutăți de plumb M și M'. Greutatea M' este cufundată într-un vas plin cu apă distilată. Greutatea M se află în aer. Printr-un artificiu oarecare, sistemul este menținut la început în nemișcare, apoi este eliberat. Să se determine:

1) acceleraţia mişcării (frecările se consideră neglijabile);

2) lucrul mecanic efectuat sub acţiunea gravitaţiei după timpul t secunde de la începerea mişcării.

Se admite că grosimea stratului de apă din vas este suficient de mare pentru ca în tot acest timp greutatea M' să rămînă scufundată în lichid.

Se va nota prin m, masa în unităţi CGS a corpurilor M şi M'; prin ϱ masa unui cm^3 de aer în condiţiile experienţei. Se consideră masa unui cm^3 de apă egală cu unitatea şi g, acceleraţia gravitaţiei exprimată în aceleaşi unităţi (CGS).

* * *

3331. — Întrebuinţînd toate cifrele de la 1 la 9 se pot obţine trei numere de cîte trei cifre a căror sumă rămîne aceiaşi, dacă inversăm ordinea cifrelor fiecărui termen al sumei.

Exemplu:

$$312 + 456 + 897 = 1665,$$
$$213 + 654 + 798 = 1665.$$

Să se afle toate sumele ce se pot obţine pe această cale.

Alexandru Stoenescu

3332. — Să se arate că expresia:

$$\frac{2m \sin x + \sin 2x - 2(m - \cos x)\cos x - 2}{2m \sin x - \sin 2x + 2(m + \cos x)\cos x - 2}$$

nu depinde de m.

Simon St. Petre

3333. — Să se arate că suma părţilor zecimale distincte ale cîturilor împărţirilor cu numere întregi, în care împărţitorul este un număr întreg N, are valoarea $\frac{N-1}{2}$.

C. Ionescu-Ţiu

3334. — Fie AA_b şi AA_c două ceviene în triunghiul ABC. astfel ca $BA_b = CA_c$. Iar $A\alpha_b$ şi $A\alpha_c$ simetricele cevienelor AA_b şi respectiv AA_c faţă de bisectoarea AA'. Notăm cu AD şi AM respectiv, mediana şi simediana laturii BC. Să se arate că avem relaţia

$$\frac{\overline{AA_b}}{\overline{A\alpha_b}} + \frac{\overline{AA_c}}{\overline{A\alpha_c}} = 2\,\frac{\overline{AD}}{\overline{AM}}$$

Lupaş Laurenţiu

3335. — Să dă triunghiul oarecare ABC şi N un punct pe latura BC. Dreapta AN intersectează cercul circumscris triunghiului în punctul M. Să se afle locul geometric al centrului circumscris triunghiului BMN. (În legătură cu problema 2855).

Ovidiu Mitran, Caransebeş

3336. — Fie cercurile O_1 şi O_2 secante în A şi B şi triunghiul ABC. Laturile BC şi AC interceptează cercurile date respectiv în perechile de puncte D, E şi F, G. Să se demonstreze că triunghiurile FCG şi DCE sînt asemenea.

C. A. Dobrescu, profesor Călăraşi

3337. — Să se formeze ecuația de gradul III care admite ca rădăcini pe cosec A, cosec B și cosec C, A, B și C fiind unghiurile triunghiului în care $r_a = 4$ cm, $r_c = 6$ cm, $r_b = 12$ cm.

Huhulea Bujorel

3338. — Se dă un dreptunghi $ABCD$. Să se determine pe latura BC un punct M astfel ca $AM^2 = BM\,(BC + BM)$.

Nicolescu A. Basarab, Ploești

3339. — Să se arate că numărul $N = 89^n\,(1 + 89^n) - 60^n\,(1 + 60^n)$ este un multiplu de 29.

Rădescu E. Eugen, Focșani

3340. — Să se rezolve ecuația:

$$(a + b)\,(b + c)\,(c + a)\,x^3 + abc\,(a + x)\,(b + x)\,(c + x) = 0.$$

Gh. M. Tudor, student București

3341. — Două rezistențe R_1 și R_2 sînt legate întîi în serie apoi în derivație, într-un circuit alimentat de o pilă. Cele două rezistențe sînt formate din fire metalice de aceiași lungime și aceiași secțiune, dar de rezistivități diferite ϱ_1 și ϱ_2. Să se determine raportul cantităților de căldură degajate prin efect Joule-Lenz de rezistențele R_1 și R_2; 1) cînd rezistențele sînt legate în serie; 2) cînd rezistențele sînt legate în paralel.

Virgil Atanasiu

EXERCIȚII ȘI PROBLEME PROPUSE PENTRU ȘCOALA DE 7 ANI *)

E: 1181. — Se dau fracțiile $\frac{31}{35}$; $\frac{37}{42}$; $\frac{41}{46}$. Să se așeze în ordinea lor de mărime, fără a se transforma în fracție zecimală. Apoi să se afle între care din fracțiile date se găsește media lor aritmetică?

C. I. Ț.

E: 1182. — Dacă $y - mx = \sqrt{m^2a^2 + b^2}$ și $my + x = \sqrt{a^2 + b^2m^2}$, atunci $x^2 + y^2 = a^2 + b^2$.

* * *

E: 1183. Să se construiască trapezul $ABCD$ cunoscînd punctul O de intersecție al laturilor neparalele AB și CD, vîrfurile A și C și înălțimea trapezului.

Eftimie Radu, elev București

E: 1184. — Fie A, B, C, D patru puncte aflate pe o dreaptă în ordinea dată. Să se arate că $AC^2 + BD^2 + 2AB \cdot CD = AD^2 + BC^2$.

* * *

---

*) V (1181, 1190, 1191, 1193): VI (1185, 1186, 1187, 1196); VII (1182, 1183 1184, 1188, 1189, 1192, 1194, 1195, 1197, 1198).

E: 1185. — Pînă la ce temperatură se vor încălzi 300 g apă care se găseşte la temperatura de 25°C, dacă apa va absorbi 7 500 calorii?

* * *

E: 1186. — O pompă de 3 cai putere ridică apa la înălţimea de 8 metri pentru a umple un rezervor de 60 m^3. În cît timp se umple acest rezervor şi care este viteza apei în ţeava cu secţiunea de 0,7 dm^2 prin care se ridică apa. Care este viteza de ridicare a nivelului apei din bazin ştiind că suprafaţa apei în bazin este de 15 m^2.

C. I. Ţ.

E: 1187. — a) Să se explice dece o căldare cu fundul înnegrit de fum fierbe mai repede decît una cu fundul curăţat de fum.

b) Explicaţi tirajul coşurilor înalte de fabrlci şi uzine.

c) Dece coşurile înalte ale unui reactor atomic nu scot fum ?

C. I. Ţ.

E: 1188. — Pe un segment fix AB se ia un punct variabil C, cuprins între A şi B. Prin acest punct se duce o dreaptă variabilă Δ pe care se iau în acelaşi sens, segmentele $CD = AC$ şi $CE = BC$. Să se afle locul geometric al intersecţiei dreptele AD şi BE.

O. Nanu, elev Iaşi

E: 1189. — Într-un cerc se consideră o coardă fixă MN şi un diametru variabil AB. Să se afle locul geometric al intersecţiei dreptelor AM şi BN.

Ianuş Stere, Coustanţa

E: 1190. — Diferenţa dintre cel mai mic multiplu comun şi cel mai mare divizor comun a două numere este 2112 şi suma este 2244. Ştiind că unul din numere este 726, să se afle celălalt număr şi apoi să se determine numărul divizorilor lor comuni.

Ianuş Stere, Constanţa

E: 1191. — O gospodărie agricolă de stat a însămînţat o suprafaţă de 1 180 ha cu grîu, porumb, secară, orz şi ovăz. Grîu a însămînţat de 4 ori mai mult ca porumb, iar porumb de 2,5 ori mai mult ca secară. Fiind însămînţată secară de 3,2 ori mai multă ca orz, iar orz de 3 ori mai puţin ca ovăz, să se determine suprafeţe însemînţate cu fiecare cereală în parte. Se cere soluţie aritmetică.

D. Tomoiagă, Sighet

E: 1192. — Se dă un punct O pe diagonala AC a unui patrulater oarecare $ABCD$, Se duce OM paralelă la AB pînă taie latura BC în M, iar apoi ON paralelă la CD pînă taie latura AD în N. Să se demonstreze că există relaţia:

$$\frac{OM}{AB} + \frac{ON}{CD} = 1.$$

* * *

E: 1193. — Două combine A şi B, lucrînd împreună pot strînge întreaga recoltă de grîu de pe terenul unei întovărăşiri agricole în 12 zile. Însă combinele lucrează împreună timp de 10 zile, după care

combina A pleacă în altă parte. Pentru a termina de strîns întreaga recoltă, combina B mai lucrează încă 5 zile singură. Să se determine timpul în care fiecare combină în parte, ar fi putut strînge singură recolta de pe terenul respectiv.

D. Tomoiagă, Sighet

E. 1194. — Să se arate că dacă:

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{1}{m}$$

atunci:

$$\frac{(a+b)(b+c)(c+a)}{(a-m)(b-m)(c-m)}=\frac{abc}{m^3}.$$

Gh. M. Tudor, student Bucureşti

E: 1195. Să dă un triunghi ABC în care unghiul A este de $45°$. Înălţimile BB_1 şi CC_1 se taie în H.

a) Să se demonstreze că $CB_1 = B_1H$; $HC_1 = C_1B$.

b) Să se arate că $\sphericalangle C_1B_1B = 90° - B$.

c) Să se afle aria triunghiului ABC şi a triunghiului AB_1C_1, dacă $AC = 6$ m şi $AB = 8$ m.

d) Dacă triunghiul ABC are toate unghiurile ascuţite şi $A = 45°$ să se arate că aria $ABC = 2$ aria AB_1C_1.

C. I. Ţ.

E: 1196. — Pe şoseaua Darabani-Dorohoi pedalează doi biciclişti cu aceiaşi viteză. În momentul cînd distanţele străbătute de ei însumează întregul parcurs, se constată că, atunci cînd primul se afla pe locul celui din urmă acesta avea străbătută o treime din drum. Care este lungimea parcursului ştiind că, dacă primul s-ar întoarce în loc păstrîndu-şi viteza s-ar întîlni cu al doilea după 2 km de drum?

Viorel Grigore

E: 1197. — Dacă H şi S sînt respectiv ortocentrul şi aria triunghiului ABC, să se arate că:

$$AB \cdot CH + BC \cdot AH + AC \cdot BH = 4S.$$

C. Gabriel Tîrtan, absolvent Găeşti

E: 1198. — Să se arate că:

$$\frac{24}{x(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)}=\frac{1}{x}-\frac{4}{x-1}+\frac{6}{x-2}-\frac{4}{x-3}+\frac{1}{x-4}.$$

Florea Dorel

OLIMPIADA MICILOR MATEMATICIENI ŞI FIZICIENI

An de an, în patria noastră, învăţămîntul matematic şi fizic ia o dezvoltare tot mai mare. Asimilarea primelor noţiuni de fizică dă şcolarilor satisfacţia de a putea înţelege o serie de fenomene în faţa cărora rămîneau nedumeriţi, punîndu-şi semne de întrebare.

Tineretul observă în jurul său progresul şi dezvoltarea tehnicii, i se trezeşte curiozitatea de a cunoaşte şi de a putea explica funcţionarea multi-

plelor mecanisme întîlnite. Prima concluzie trasă este că aceste realizări nu sînt posibile fără utilizarea măsurătorilor și a calculului matematic, fără cunoașterea legilor fizicii. Se dezvoltă în felul acesta treptat un interes deosebit pentru acumularea cunoștințelor de matematică și de fizică, predate chiar din clasele V—VII ale învățămîntului elementar.

S.S.M.F., în dorința de a stimula într-o cît mai mare măsură acest interes, organizează anual olimpiade de matematică și de fizică, adresate elevilor acestor clase: Olimpiada Micilor Matematicieni și Fizicieni (O.M.M.F.).

Pe baza experienței anilor precedenți, anul acesta s-a căutat să se îmbunătățească desfășurarea acestor olimpiade și s-a întocmit regulamentul lor.

Prin regulament s-a urmărit antrenarea elevilor la studiul matematicii și fizicii chiar de la începutul anului școlar și stimularea celor mai buni pentru a ajunge la un nivel cît mai ridicat de cunoștințe.

Astfel, dispoziția că pot participa la Olimpiade numai elevi care au cel puțin 7 în primele două trimestre la matematică și la fizică, constituie un stimulent pentru elevi, trezindu-le dorința de a îndeplini aceste condiții pentru a putea lua parte la întreceri. În plus, regulamentul vine în ajutorul profesorilor, dîndu-le posibilitatea de a recomanda pe cei mai buni elevi ai lor.

Același lucru se urmărește prin introducerea fazei pregătitoare, în care elevii trebuie să rezolve, măcar în parte, un număr de probleme unice pe țară. Problemele propuse au scopul de a contribui la educația elevilor către o muncă ordonată și continuă, la un nivel depășind media clasei; ele vin și în ajutorul profesorilor dîndu-le posibilitatea de a verifica cunoștințele căpătate de elevii lor, cu ajutorul unor probleme suplimentare. Tov. profesori aveau datoria ca la orele de curs să rezolve împreună cu elevii probleme asemănătoare cu cele propuse de comisia olimpiadei, dînd astfel posibilitatea elevilor buni din clasă să rezolve singuri un număr cît mai mare din problemele propuse.

Acest lucru nu a fost înțeles de către unii tov. profesori, care au neglijat această formă de antrenare și mobilizare a elevilor.

S.S.M.F. a tipărit textul problemelor primei etape, în 45 000 exemplare, în afara Gazetei Matematice și Fizice, seria B și revistei Matematikay és Fizikay Lapok și le-a trimis filialelor Societății, secțiilor de învățămînt raionale, orășenești și regionale, în vederea difuzării lor în școli.

Secțiile de Învățămînt erau interesate să popularizeze într-o măsură cît mai mare această acțiune printre profesori și elevi, contribuind și pe această cale la stimularea învățămîntului matematic și fizic în raioanele și orașele respective. Unele secții de învățămînt nu au sprijinit suficient aceste forme de stimulare a elevilor și profesorilor; de aceea sînt școli și chiar raioane întregi, care au avut o participare foarte slabă sau chiar nulă la olimpiadă.

Se pot cita: majoritatea școlilor și profesorilor din regiunea Constanța nu s-a ocupat de această problemă; din Iași, școala medie nr. 7 din Iași și raionul Bîrlad, Negrești; în regiunea Timișoara raioanele: Caransebeș, Făget, Oravița, Reșița; în regiunea Bacău raioanele Ceahlău și Adjud, în regiunea Baia Mare, raioanele Negrești, Tîrgu Lăpuș, Tășnad, Șomcuța; în regiunea Craiova, raioanele Strehaia, Balș, Bechet, Segarcea. Regiunile Craiova, Hunedoara au avut o participare slabă; din orașul București se poate da ca exemplu negativ școala medie nr. 15.

În unele rapoarte ale comisiilor olimpiadelor (Iași, Ploești, Or. Stalin) se semnalează că nu toate problemele propuse au fost potrivite pentru realizarea scopului urmărit. Unele au depășit nivelul cunoștințelor elevilor, nu au fost suficient de atractive și au fost lipsite de un conținut mai pronunțat.

Trebuie subliniat în același timp faptul că filialele S.S.M.F. au contribuit în măsură infimă la îmbunătățirea problemelor primei etape, nepropunînd probleme.

Regulamentul prevede ca la etapa locală problemele propuse să fie întocmite de către filialele regionale ale S.S.M.F. Comisiile regionale aveau sarcina de a întocmi subiecte la nivelul de cunoștințe al elevilor din regiunea respectivă.

Din unele rapoarte relative la această etapă, rezultă că unele comisii au întîmpinat greutăți, din cauză că nu au fost suficient sprijinite de către secțiile de învățămînt ale Sfaturilor Populare raionale. O parte din elevii admiși la această etapă, n-au putut participa din cauză că nu li s-a asigurat transportul și cazarea în localitatea unde a avut loc examenul, cu toate că Ministerul trasase sarcină Secțiilor de Învățămînt în acest sens (instrucțiunile publicate în Buletinul Ministerului Învățămîntului nr. 1 (9).

Asemenea deficiențe au avut loc în regiunile: Craiova, Or. Stalin (raioanele Agnita, Rupea), Oradea (numai raionul Salonta a asigurat transportul elevilor) etc.

Etapa finală (regională) s-a desfășurat în aproape toate regiunile în bune condițiuni. Comisiile regionale s-au îngrijit de buna desfășurare a acestei faze a Olimpiadei.

La această etapă subiectele au fost întocmite de către comisia centrală. Asupra subiectelor cîteva filiale au remarcat că unele au depășit nivelul elevilor buni. Astfel, regiunile Hunedoara, Ploești, Bacău, Timișoara, Or. Stalin, se referă la problema a doua și la exercițiul 3 pentru clasa V-a, precum și la problema a treia pentru clasa VII-a. Filiala Ploești semnalează că timpul de 3 ore afectat pentru răspuns este prea mare pentru puterea de rezistență a elevilor din clasele V—VII. De aceea, propune ca această durată să fie redusă la 2 sau $2^1/_2$ ore, urmînd ca subiectele care se dau să poată fi rezolvate în acest timp.

Filiala Bacău propune ca la această etapă să nu participe decît elevii clasei a VII-a ceilalți fiind prea mici pentru o deplasare (sau chiar două).

Comisiile regionale au fost sprijinite în desfășurarea acestei etape, de aproape toate secțiile de învățămînt regionale. S-a asigurat cazarea, masa și cărțile pentru premiile elevilor evidențiați, iar unele regiuni au oferit participanților și vizionarea unui spectacol. De asemenea secțiile regionale au asigurat mobilizarea profesorilor pentru supravegherea concursului și corectarea lucrărilor scrise. Se menționează sprijinul dat de către secțiile de învățămînt ale regiunilor: Constanța, Iași, Ploești, Timișoara, Orașul București etc.).

Pînă în prezent o situație statistică exactă a participării elevilor la diferitele faze a acestei olimpiade nu se poate da, deoarece rapooartele primite de către comisia centrală de la comisiile regionale sînt incomplete.

Rapoarte incomplete s-au primit de la regiunile: Tîrgu Mureș, Suceava, Galați, Baia Mare, Craiova, Oradea.

La faza pregătitoare numărul participanților pe regiune, variază între 3 000 (București) și 500 (reg. Suceava, Constanța).

Majoritatea regiunilor: Pitești, Craiova, Or. Stalin, Ploești etc., au avut între 1 000 și 1 500 participanți. După datele necomplete totalul aproximativ de participare în toate regiunile țării este de 20 000 elevi.

La etapa locală numărul participanților variază între 2 300 (București) și 400 (regiunile Oradea, Constanța, Hunedoara, Suceava). La majoritatea regiunilor au participat între 600 și 1 200 elevi.

Totalul aproximativ de participanți la această etapă este de 9 000 elevi.

La etapa regională (finală) la majoritatea regiunilor au participat între 100—200 elevi. Numai unele regiuni: Suceava, Constanța, Baia Mare, au avut un număr mai mic.

Numărul total aproximativ de participanți pe țară este de 1 500 elevi.

O.M.M.F. s-a desfășurat fiind organizată de filialele S.S.M.F. cu sprijinul M.I.C. și a organelor locale din toate regiunile țării.

Pe această cale S.S.M.F. aduce mulțumiri tuturor acelora care au sprijinit organizarea și desfășurarea diferitelor etape ale olimpiadei.

Conducerea Societății mulțumește filialelor și subfilialelor societății, comisiilor locale și regionale, profesorilor care au popularizat olimpiada, au antrenat elevii, au participat la întocmirea subiectelor, la supravegherea lucrărilor scrise, sau la corectarea lor.

Totodată, Consiliul S.S.M.F., felicită pe elevii premianți și menționați la olimpiadă, urîndu-le noi succese în viitor.

LISTA ELEVILOR EVIDENȚIAȚI

LA ETAPA REGIONALĂ (FINALĂ) 1958

REGIUNEA AUTONOMĂ MAGHIARĂ

Poca Mircea, cl. VI-a ș. m. 1 „I. Papiu" Tg. Mureș, Popescu Rodica, cl. VI-a ș. m. 1 „I. Papiu" Tg. Mureș. Pall Istvan, cl. VI-a ș m. Gheorgheni. Friedman Eszter, cl. V-a ș. m. Gheorgheni. Ruja Viorica, cl. VI-a, ș. m. „I. Papiu" Tg. Mureș. Kallos Maria, cl. V-a, ș. m. Bolyai, Tg. Mureș. Răduțu Radu, cl. V-a, ș. m. „I. Papiu" Tg. Mureș. Crișan Eugen, cl. V-a, ș. m. „I. Papiu" Tg. Mureș. Kaucsar Marton, cl. V-a ș. m. „I. Papiu, Tg. Mureș. Horvath Katalin, cl. V-a ș. m. Bolyai Tg. Mureș. Nemeș Marta, cl. V-a ș. m. Bolyai Tg. Mureș. Moldovan Mircea, cl. V-a ș. m. „I. Papiu" Tg. Mureș. Marcus Petru, cl. V-a ș. m. „I. Papiu" Tg. Mureș. Cobîlceanu Aldea, cl. V-a ș. m. „I. Papiu" Tg. Mureș. Codoi Remus, cl. V-a ș. elem. nr. 6 Tg. Mureș.

REGIUNEA BACĂU

Tobias Mendel, cl. V-a ș. m. Piatra Neamț. Boboc Dănuț, ș. m. Roznov. Goldimberg Rașela, cl. VI-a ș. m. Roman. Doliner Benjamin, cl. VI-a ș. m. Bacău. Abramovici Vicy, cl. VI-a ș. m. Bacău. Paraschiv Dominic, cl. VI-a ș. m. Bacău. Moscovici Julien, cl. VI-a ș. m. Bacău. Bercovici Fred, cl. V-a ș. m. Bacău. Reif Isac, cl. VI-a ș. m. Bacău. Grumberg Raymond, cl. VII-a Tg. Neamț.

REGIUNEA BAIA MARE

Bologa Octavian, cl. VI-a ș. de 7 ani Apa. Lazăr Voichița, cl. VI-a ș. de 7 ani 1 Baia Mare. Berger Iosif, cl. V-a șc. de 7 ani nr. 3 Sighet.

REGIUNEA BUCUREȘTI

Iorgulescu Afrodita, cl. V-a ș. m. 20 București. Grigorescu Iolanda, cl. V-a ș. m. 22 București. Martin Maria Eugenia, cl. V-a ș. el. 177 București. Palade Romului, cl. V-a ș. m. 1 Giurgiu. Ursu Silvia, cl. V-a ș. el. 51 București. Persache Octavian, cl. V-a ș. m.

11 București. Feran Monica, cl. VI-a ș. m. 19 București. Ganea Cristian, cl. VI-a ș. m. 17 București. Grigorescu Șerban, cl. VI-a ș. m. 1 București. Halpern Radu, cl. VI-a ș. m. 17 București. Pantazi Emanuel, cl. VI-a ș. m. 11 București. Dăbuleanu Alex., cl. VI-a ș. m. 11 București. Ilie Gheorghe, cl. VI-a ș. m. Alexandria. Kaufman Marcel, cl. VI-a ș. m. 17 București. Lucaci Gaby, cl. VI-a, ș. el. 124 București. Negulescu Dan, cl. VI-a ș. el. 154 București. Simiu Cornel, cl. VI-a ș. m. 11 București. Mîrșani Mihai, cl. VII-a ș. m. 13 București. Buiculescu Doina. cl. VII-a ș. m. 8 București. Bogdan Mihaela, cl. V-a ș. m. 22 București. Ionescu Doina, cl. V-a ș. el. 51 București. Leibovici Zefi, cl. V-a ș. el. 76 București. Neltzer Andrei, cl. V-a ș. m. 11 București. Moscovici Emil, cl. V-a ș. el 76 București. Ștefănescu Dan, cl. V-a ș. m. 1 București. Tînțăreanu Cristian, cl. V-a ș. m. 11 București. Berman Liviu, cl. VI-a ș. m. 1 București. Marcus Gaby, cl. VI-a ș. el. 76 București. Mănoiu Valentin, cl. VI-a ș. m. 11 București. Bîrcă Gălățeanu Șerban, cl. VII-a ș. m. 17 București. Nicolau Cristian, cl. VII-a ș. m. 17 București.

REGIUNEA CONSTANȚA

Reidel Dimon Franclin, cl. VI-a ș. m. 1 „Mircea cel Bătrîn" Constanța. Daisa Tatiana, cl. V-a, ș. m. 2 Constanța. Cautiș Dan, cl. VII-a șc. de 7 ani nr. 5 Constanța. Lischievici Paul, cl. V-a șc. de 7 ani nr. 4 Constanța. Jora Boris, cl. VI-a ș. m. Babadag. Axioti Ion, cl. VI-a șc. de 7 ani nr. 1 Constanța. Brînzănescu Vasile, cl. VI-a șc. de 7 ani nr. 8 Constanța. Roitman Moise, cl. VII-a ș. m. 1 „Mircea cel Bătrîn" Constanța. Cautiș Victor, cl. V-a șc. de 7 ani nr. 4 Constanța. Avram Mariana, cl. VI-a ș. m. 2 Constanța.

REGIUNEA CRAIOVA

Udriștoiu Teodor, cl. VI-a ș. m. 2 Tg. Jiu. Pătru Virgil, cl. VI-a ș. m. Balș. Cioplea Gheorghe, cl. VI-a ș. el. Turcinești-Tg. Jiu. Ogășanu Olguța, cl. VI-a ș. m. 1 Turnu Severin. Dragotă Georgel cl. V-a ș. el. 6 Craiova. Păunescu Dorum, cl. VII-a ș. el. 2 Caracal. Boicescu Vlad, cl. V-a ș. el. 10 Craiova. Stoia Manuaela, cl. VII-a ș. m. 3 Craiova. Lipaș Anca, cl. VI-a ș. m. 2 Caracal.

REGIUNEA GALAȚI

Filiuță Margareta, cl. VI-a ș. m. 3 Galați. Colceag Dan, cl. VII-a șc. de 7 ani Viziru. Negulescu Pompiliu, cl. VII-a ș. el. 8 Galați. Staicu Mircea, cl. VII-a ș. de 7 ani Viziru. Schachner Beatrice, cl. V-a ș. m. 1 Focșani. Cojocaru Iulia, cl. VII-a ș. m. 1 Tecuci. Pantelimon A., cl. VII-a ș. m. 1 Focșani. Ganea Alex., cl. VII-a ș. m. 2 Viziru. Rosenzweig, cl. V-a ș. m. 4 Focșani. Pencovici Lenuța, cl. V-a ș. m. 16 Galați.

REGIUNEA HUNEDOARA

Petriu Emil, cl. V-a ș. m. Hațeg. Simu Silviu, cl. V-a ș. m. Hunedoara. Jăpălău Ioan, cl. VI-a ș. m. Alba Iulia. Hîndoreanu Viorel, cl. VI-a șc. de 7 ani nr. 1 Petroșani. Perebiceanu Tadeu, cl. VI-a șc. de 7 ani nr. 1 Alba Iulia. Pantelimon Mihai, cl. VI-a ș. m. Petroșani. Suciu Costin, cl. VI-a ș. m. „Decebal" Deva. Popa Vasiela, cl. VI-a ș. m. Alba Iulia. Popa Horia, cl. VI-a șc. m. Brad. Săbăduș Petru, cl. VI-a șc. de 7 ani Sîntimbru. Bivolaru Sanda, cl. VI-a șc. ped. Deva. Anescu Alexandru, cl. VII-a ș. m. „Decebal" Deva. Laufer Iudita, cl. VII-a șc. ped. Deva. Popa Anca cl. VII-a șc. ped. Deva.

REGIUNEA IAȘI

Giti Angela, cl. V-a ș. m. 4 Iași. Polinger Corina, cl. V-a șc. de 7 ani nr. 7 Iași. Falik Denisa, cl. V-a ș. m. 6 Iași. Cogan Hary, cl. VI-a ș. m. 6 Iași. Goldemberg Daniel, cl. VI-a ș. m. 1 Iași. Balaban Elena, cl. VI-a ș. m. 4 Iași. Tofan Emil, cl. VI-a ș. m. 4 Iași. Cosma Dumitru, cl. VI-a ș. m. Hîrlău. Katz Strul, cl. VI-a ș. m. Hîrlău. Leibovici Estera, cl. VI-a ș. m. 4 Iași. Iticescu Lazaronov, cl. VI-a ș. m. 1 Iași. Ursescu Cornel, cl. VII-a ș. m. 3 Iași.

REGIUNEA ORADEA

Preda Ionel, cl. VI-a ș. m. 1 Oradea. Verteș Petru, cl. VI-a ș.m. 5 Oradea. Seracu Dan, cl. VI-a ș. m. 1 Oradea. Moga Gheorghe, cl. VI-a ș. m. 1 Oradea. Temfli Zoltan, cl. V-a ș. m. 4 Oradea. Iedlischa Francisc, cl. V-a șc. de 7 ani nr. 2 Oradea. Kerekes

Geza, cl. VI-a ş. m. 4 Oradea. Orghidan Ana, cl. V-a ş. m. 2 Oradea. Pop Rodica, cl. V-a ş. m. 2 Oradea. Adamschi Ana, cl. V-a ş. m. 2 Oradea. Benicki Şandor, cl. VI-a ş. m. 4 Oradea. Eald Robert, cl. V-a ş. m. Oradea. Steinbergher Gh., cl. VII-a, ş. m. Salonta. Sukacs Ferenc, cl. VIIa şc. de 7 ani Alesd. Sotoc Olivia, cl. V-a ş. m. 5 Oradea. Borcea Valeria, cl. VI-aş. m. Salonta. Bulza Viorel, cl. V-a, şc. de 7 ani Beliu, Ineu. Torok Mihai, cl. VI-a şc. de 7 ani Alesd. Fazekas Ana cl. V-a şc. de 7 ani Oradea. Nagy P. Ildica, cl. VII-a ş. m. 3 Oradea.

REGIUNEA STALIN

Sisak Ferentz, cl. V-a ş. m. 4 Or. Stalin. Papp Mihai, cl. V-a şc. el. 7 Or. Stalin. Gheorghe Dan, cl. V-a şc. el. Criatian. Bincheci Ioan, cl. VI-a ş. m. 6 Or. Stalin. Gî-lea Valerica, cl. VI-a şc. el. 5 Sibiu. Ludu Nicolae, cl. VI-a şc. el. 1 Făgăraş. Zsido Laszlo, cl. VI-a ş. m. 4 Or. Stalin. Iacob Paul, cl. VI-a şc. el. 12 Or. Stalin. Gravu Mihai, cl. VI-a ş. m. 6 Or. Stalin. Baciu Dorina, cl. VI-a ş. m. 1 Mediaş. Sireteanu Ruxandra, cl. VI-a ş. m. 1 Mediaş. Bozan Elena, cl. VI-a şc. el. 13 Sibiu. Cojocaru Const., cl. VI-a şc. el. 4 Sibiu. Mitrea Stela, cl. VI-a ş. m. 3 Sibiu.

REGIUNEA PITEŞTI

Lupu Florica, cl. VII-a şc. el. Slobozia. Tonchievici Rodica, cl. VI-a şc. de 7 ani nr. 1 Piteşti. Buţă Pompiliu, cl. VI-a ş. m. 1 Rîmnicu Vîlcea. Rădulescu Xenia, cl. VI-a ş. m. 1 Piteşti. Panepal L. Mihai, cl. VI-a, şc. el. Flămînzeşti. Păun I. Florica, cl. VI-a ş. m. 2 Slatina. Beneş Mihail, cl. VI-a şc. de 7 ani nr. 1 Cîmpulung. Mărgineanu Doru, cl. VI-a ş. m. 5 Piteşti. Ciocan Dan, cl. V-a ş. m. 1 Cîmpulung. Ionescu Adrian Viorel, cl. V-a ş. m. 1 Piteşti. Răduţ Monica, cl. V-a ş. m. 1 Rîmnicu Vîlcea. Sandu Niculina, cl. V-a şc. el. Carja. Mătuşa Arsene, cl. VI-a ş. m. 1 Piteşti. Bănică Elena, cl. VI-a şc. de 7 ani nr. 3 Cîmpulung. Popa Crîngu, cl. V-a ş. m. Piteşti. Dinică Doru, cl. V-a şc. de 7 ani nr. 3 Piteşti. Prohanca Aaetius, cl. V-a ş. m. 1 Cîmpulung.

REGIUNEA PLOEŞTI

Popescu Dorin, cl. V-a şc. Mărunţiş-Cislău. Oriş Adrian, cl. VI-a. Uz. Ilie Pintilie, Ploeşti. Lăzărescu Anca, cl. VI-a ş. m. 2 Ploeşti, Stoica Cornelia, cl. VI-a şc. el. 4 Ploeşti. Nicolae Silvia, cl. V-a şc. el. 9 Ploeşti. Dinu Anca, cl. VI-a şc. el. 4 Ploeşti. Popa Ivona, cl. VI-a ş. m. Breaza. Totolo Cristian, cl. VI-a şc. el. 1 Cîmpina. Staicu Andrei, cl. VI-a ş. m. 1 Ploeşti. Fănică Mircea, cl. V-a ş. m. Rîmnicu Sărat. Sorescu Mihaela, cl. V-a ş. m. Sinaia. Nicolae Grigore, cl. VI-a ş. m. 1 Ploeşti. Smoleanu Dan, cl. VI-a şc. el. 2 Băicoi. Ruscu Cornel, cl. VII-a ş. m. 3 Ploeşti. Daschievici Virgil, cl. VI-a ş. m. 1 Ploeşti. Cîmpeanu Georgeta, cl. VI-a şc. el. 1 Buzău. Ionescu Liliana, cl. VI-a ş. m. 2 Ploeşti. Reghenkamp Alex., cl. VI-a şc. el. 1 Tîrgovişte. Anton Rodica, cl. VI-a ş. m. 2 Ploeşti. Păstrănoiu Constanţa, cl. V-a ş. m. 3 Ploeşti. Ilie Gheorghe, cl. V-a ş. el. Clondiru-Mizil. Mărculescu Viorel, cl. V-a ş. m. 3 Ploeşti.

REGIUNEA SUCEAVA

Zaharia Rodica, cl. V-a ş. m. 2 Dorohoi.

REGIUNTA TIMIŞOARA

Lăzărescu Ion, cl. V-a ş. m. 1 Lugoj. Vaşar Traian, cl. VI-a şc. de 7 ani Curtici. Enache Nineta, cl. VI-a şc. de 7 ani nr. 4 Lugoj. Moisescu Bucur, cl. VI-a şc. de 7 ani nr. 15 Arad. Popa Monica, cl. VI-a şc. de 7 ani nr. 26 Timişoara. Tenchea Maria, cl. VI-a şc. el. 1 Timişoara. Ellenbogen B., cl. VI-a şc. el. 1 Timişoara. Lustg Gheorghe, cl. VI-a şc. de 7 ani nr. 3 Timişoara. Luttwag Gavril, cl. VI-a ş. m. 2 Arad.

REGIUNEA CLUJ

Meder Laszlo, cl. VII-a ş. m. 10 Cluj. Ganea Macedon, cl. VII-a ş. m. Cîmpia Turzii. Georgescu Mihai, cl. VII-a ş. m. 4 Cluj. Horovitz Ossi, cl. VI-a ş. m. Ocna Mureş. Plămădeală Lidia, cl. VI-a ş. m. Cîmpia Turzii, Bude Remus, cl. VI-a ş. m. Bistriţa. Opiermann Ana, cl. VI-a ş. m. 7 Cluj. Laza Erzsebet, cl. VI-a ş. m. 3 Cluj. Pop Marius. cl. VI-a ş. m. 6 Cluj. Călugăreanu Grigore, cl. V-a ş. m. 5 Cluj.

POȘTA REDACȚIEI

MIHAI SIRBU, elev Bacău. În afara manualelor de geometrie din școala medie mai găsiți probleme de geometrie în culegerea de Gh. Țițeica, de asemenea puteți consulta cu folos *Maxime și Minime geometrice* de I. Ionescu și *Geometria triunghiului* de Tr. Lalescu. Numere mai vechi din G.M.F.-B, cu rezolvări de probleme de geometrie puteți procura contra cost de la Editura Tehnică, str. Beldiman 2, București.

ION GURĂMULTĂ, elev Adjud. Apreciem începutul prin munca ce ați depus în rezolvarea problemelor din G.M.F.-B, soluțiile trimise au fost bune; însă pentru perfecționare trebuie să duceți o muncă continuă în mai mulți ani. Culegere de probleme de fizică va apare în curînd în Editura Tehnică. De asemenea o altă carte cu probleme de algebră și geometrie este sub tipar.

V. BALTAC, student Timișoara. În articolul ce ați trimis ca aplicație a numărului „*e*" afirmați la sfîrșit existența unei formule pe care nu ați dedus-o. Relativ la teorema lui Menelaus vă informăm că se pot publica și alte soluții decît cele cunoscute, precum și alte generalizări, însă clar și corect expuse.

DRĂGAN AUGUSTIN, elev Orăștie. Redacția nu vă poate trimite prin poștă contra cost numere din G.M.F.-B; vedeți răspunsul dat mai sus; pentru ca numerele ce vor apare din G.M.F.-B să fie aduse și în Orăștie, trebuie să vă adresați Oficiului de difuzarea presei din București, Piața Scînteii 1.

ȘT. GH. ERIMESCU, Topleț. Construcțiile grafice ce ați trimis nu conțin nici o explicație; iar dvs. pretindeți că aproximația construcției trisecțiunii unghiului cu rigla și compasul este cu totul admisibilă, fără nici o explicație. Vor fi publicate în G.M.F.-B și cîteva probleme vechi și celebre asupra construcției grafice cu rigla și compasul.

HARMATA MIHAI, București și *alți colaboratori.* Soluțiile problemelor primite sînt anunțate la rubrica rezolvitorilor numai dacă sînt ale problemelor propuse din ultimile trei numere apărute; de aceea soluțiile trimise la problemele propuse acum 7—8 luni nu au mai fost luate în seamă. Probleme propuse să nu fie luate din altă parte.

GH. PETRESCU, Calafat și SABIN VILCEANU, Tg. Jiu. Am constatat asemănarea între problema 2926 și problema 128 din geometrie clasa IX-a, iar problemele 2205 și 2943 au același enunț. Problemele 2976 și 3002 sînt cunoscute; constatările ce ați făcut sînt juste.

CORNEL ENE, Tîrgoviște. Rezultatele olimpiadelor de matematică și fizică pentru clasele V—VII și pentru școala medie se publică în G.M.F.-B, de asemenea și enunțurile problemelor date la unele etape. La celelalte întrebări aveți răspunsul afirmativ.

EFTIMIE GRECU, Turnu Măgurele și CONST. FLOREA, Cîmpina. Problemele trimise sînt cunoscute. Unele din relațiile geometrice ce ați trimis se găsesc în *Geometria triunghiului de* Tr. Lalescu și culegerea de probleme de mecanică.

PETRUȘ OCTAVIAN, Călărași. Pentru a publica și despre activitatea cercului de matematică și fizică al școlii unde urmați, este necesar să ne trimiteți în copie procesul verbal și darea de seamă asupra activității și desfășurării ședințelor cercurilor de elevi pe anul școlar expirat și propunerile făcute pentru anul școlar care a început.

C. V. COSTĂCHESCU, Constanța. Pentru ca rezolvarea problemelor de astronomie ce propuneți să nu fie formală prin utilizarea unor formule nestabilite în manualele școlare, vă propunem a pregăti un articol cu stabilirea unor astfel de formule ce ar putea fi urmărit de elevii școlilor medii.

GABRIEL TIRTAN, Găiești. Printre problemele rezolvate ce ați trimis sînt soluții la unele probleme al căror enunț a apărut cu zece luni în urmă; aceste probleme nu mai pot fi anunțate la rubrica rezolvitorilor, necorespunzînd indicațiilor date la *Redactarea Soluțiilor,* deși sînt bine rezolvate.

GHEORGHE PIȚIGOI, Rîmnicu Vîlcea. Nu am putut publica din problemele propuse cu numele dvs. întrucît am constatat după cum afirmați și dvs., că ați luat două relații cunoscute, pe care împărțindu-le obțineți relația ce ați propus.

GROZAVU M. și AFILIE VELEN, Petroșani. Problemele rezolvate ce ați trimis semnate împreună nu pot fi luate în seamă. Fiecare rezolvitor să-și redacteze și să scrie singur rezolvările problemelor, să le semneze, să le așeze în plic în ordinea numerică crescîndă, apoi să le expedieze redacției.

ȘCHIOP ALEXANDRU, elev Oradea. Este justă constatarea ce ați făcut că problema 2818 este aceiași cu problema 21 din maxime și minime geometrice de I. Ionescu

și prin urmare nu trebuia propusă, chiar dacă autorul n-ar fi știut că este cunoscută. De asemenea problemele 3227, 2949 sînt cunoscute.

ȘCOLILE MEDII care au trimis adeziune la întrecerea la matematică și fizică, conform regulamentului acestor întreceri publicat în G.M.G.-B nr. 1 din ianuarie 1958 la pagina 27, sînt rugate să ne trimită *fișa cu punctajul* obținut după apariția numerelor 1—10 din 1958, care să poarte viza direcției și ștampila școlii. *Fișa cu punctajul* primit este verificată și completată de redacție, ținînd seamă de numerele 11 și 12, care se găsesc de acum date la tipar și apoi, va apare rezultatul acestei întreceri anuale între școlile medii din țară.

RUBRICA REZOLVITORILOR DE PROBLEME

EVIDENȚIAȚI

Pînă la 26 aprilie a. c. s-au mai evidențiat următorii rezolvitori de probleme din G.M.F.-B, după cum urmează:

Mitran Ovidiu, (cl. X ș. m. Caransebeș), *Stan C. Dumitru*, (student ATM București), *Doniga Nicolae* (student Matematici București), *Mihăilescu I. Viorel* (cl. X ș. m. 1 Caracal), *Ichim Ioan* (cl. X ș. m. 1 Buzău), *Pries Wilhelm* (cl. X ș. m. 2 Caransebeș), *Stepan Ionel* (Cobadin, Constanța), *Olteanu Victor* (cl. X ș. m. 17 București), *Tudoroi Dumitru* (cl. XI seral Constanța), *Păcuț Ion* (cl. X ș. m. Făget Timișoara), *Ion Toma* (absolvent Brăila), *Popa Nestor* (absolvent București), *Strătescu Ion* (student Inst. Construcții București), *Martin Traian* (student Matematici București), *Ciochină Constanța* (cl. X ș. m. 1 Ploești), *Brînzei P. Dan* (cl. X ș. m. 3 Iași), *Căpraru Petre* (cl. X liceul militar Galați), *Petrescu Gh.* (cl. IX Calafat), *Dincă Gheorghe* (cl. X ș. m. 1 Caracal), *Chiriacescu Sergiu* (cl. X Călărași), *Torsan Ilie* (student Matematici Cluj), *Stancu Doru* (absolvent Corabia), *Deutsch Herbert* (absolvent ș. m. 1 Rădăuți), *Grecu Anton* (cl. X Roșiorii de Vede), *Grădinaru Pimen* (absolvent Tulcea), *Vidrașcu Traian* (cl. X ș. m. 2 Tecuci), *Stoican Ștefan* (cl. X Alexandria), *Sîrbu Mihai* (cl. X ș. m. 1 Bacău), *Iienescu Valeriu* (student Matematici București), *Arhanghelscki Iuri* (absolvent București), *Harmata Mihai* (absolvent București), *Lupaș Laurențiu* (cl. IC ș. m. 1 București), *Popescu Dan* (cl. X ș. m. 3 Tîrgoviște), *Rădescu E. Eugen* (cl. X Goșani), *Enăceanu Dan* (cl. X Focșani), *Bică I. Constantin* (cl. X ș. m. 1 Pitești), *Vlăducă Gigel* (cl. X ș. m. Pitești), *Gheorghiu Nicolae* (cl. VIII ș. m. 1 Ploești), *Chiorcea Nicolae* (absolvent Valea Seacă Bacău), *Ionescu N. Marioara* (An I Fac. Matematică, secția F. Frecvență, București), *Taloi Dragoș* (absolvent Turnu Severin), *Dumitrescu Elisabeta* (cl. X ș. m. 4 București), *Stoenescu G.* (cl. X ș. m. 23 București), *Mititelu Ștefan* (cl. X Calafat), *Georgescu Mircea* (cl. X ș. m. 1 Caracal), *Vasilescu Mihail* (cl. X Cîmpina), *Rusu Mihai* (Inst. Politehnic Cluj), *Rizescu Ilie* (absolevent Roșiorii de Vede), *Gherlan Vasile* (tehnician mina Sărmășag), *Cănuță G. Vasile* (cl. X ș. m. 3 Tîrgoviște), *Anițescu Nicolae* (cl. X ș. m. 2 Tîrgu Jiu), *Popescu G. Andrei* (absolvent București), *Grigoraș Vasile* (cl. X ș. m. 1 Bacău), *Manea Sabina* (studentă Fizico-matematici București), *Răscanu Radu* (cl. IX ș. m. 1 București), *Taga Mihail* (cl. X și m. 1 Ploești), *Oproiu Vasile* (cl. X Pucioasa), *Constantin Mihai* (cl. X ș. m. 1 Ploești), *Burghelea Dan* (cl. IX ș. m. 1 Rîmnicu Vîlcea), *Cătană Costică* (absolvent Tecuci), *Popescu O. Radu* (cl. IX ș. m. 1 Giurgiu), *Mîrlogeanu Florea* (cl. X ș. m. 1 Giurgiu), *Oberländer Horst* (cl. X Hunedoara), *Manole Corneliu* (cl. X ș. m. 1 Iași), *Butoi Octavian* (cl. IX Moreni, Ploești), *Tudor Gh.* (cl. IX Ploești), *Lazăr Dorin* (cl. X Ocna Mureș), *Velicescu Mircea* (cl. IX ș. m. 1 Pitești), *Tîrtan Teodor* (cl. VII Găești), *Gavril G.* (absolvent ș. m. 2 Oradea), *Munteanu Ion* (cl. X Moinești, Bacău), *Grădinaru Nicolae* (cl. X ș. m. 1 Oradea), *Vișinescu Mihai* (cl. X ș. m. 1 Giurgiu), *Șchiop Alexandru* (cl. X ș. m. 1 Oradea), *Bigan V. Stan* (absolvent Giurgiu), *Alexandru Titus* (absolvent Ogrezeni, București), *Moflic Emilian* (cl. IX Moreni, Ploești), *Crutarciuc Corneliu* (cl. X Petroșani), *Coman Dumitru* (cl. VIII Moreni, Ploești), *Bozdog Ion* (cl. X ș. m. 2 Tîrgu Jiu), *Drăgan Petre* (cl. X ș. m. 1 Giurgiu), *Simovici Dan* (cl. IX ș. m. 1 Iași), *Ghiuș I. Viorel* (cl. X Focșani), *Tătaru Petru* (cl. VIII s. m. 2 Tecuci), *Ancuța Victor* (cl. IX ș. m. 1 Sibiu), *Bozdog Marin* (absolvent Roșiorii de Vede), *Gafton Narcis* (cl. VIII ș. m. 2 Tecuci), *Grigore Gheorghe* (an I s. t. topografie Sibiu), *Negrea Iunica* (cl. VIII ș. m. 2 Tecuci), *Marinescu Dan* (cl. IX ș. m. 1 Rîmnicu Vîlcea), *Caliniac Nicolae* (cl. X ș. m. 3 Ploești), *Răducănescu Mihai* (cl. VIII ș. m. 2 Tecuci), *Petruș Octavian* (cl. X Călărași),

Lupuțiu Gheorghe (Inst. Politehnic Cluj), *Eftimie Z. Radu* (cl. X ș. m. 18 București), *Dragomirescu Mihai* (cl. X ș. m. 12 București), *Antoniu I. Sorin* (cl. X ș. m. 11 București), *Pavel Gh. Ilie* (cl. X ș. m. 1 București), *Grozavu Mihai* (cl. IC seral Petroșani), *Țigănescu Violeta* (cl. VIII ș. m. 2 Tecuci), *Baumstarck Gertrude* (cl. X ș. m. 2 Timișoara), *Subu Teofil* (absolvent Timișoara), *Adam Gh.* (cl. VIII ș. m. 3 Tîrgu Jiu), *Toma C. Nicolae* (absolvent Buzău), *Ionescu C. Petre* (absolvent Constanța), *Stoica Maria* (ș. m. 1 Dorohoi), *Teodorescu I. Dan* (cl. VIII Constanța), *Nicolau Gh. Virgil* (cl. X ș. m. 4 București), *Chiriac D. D.* (cl. IX Bacău), *Isbășescu Mihai* (cl. X ș. m. 1 București), *Iordănescu Șerban* (cl. IX ș. m. 1 București), *Ionescu V. Corneliu* (absolvent București), *Iţcan Corneliu* (cl. X ș. m. 1 Btoșani), *Alexandrescu G. Virgil* (cl. X ș. m. 1 Bacău), *Comănescu G. Ioan* (absolvent Tîrgu Jiu), *Maftei V. Ioan* (cl. X Vaslui), *Alexei Dan* (absolvent Vîcovul de sus, Rădăuți), *Ieșan Dorin* (absolvent Rădăuți).

★

— Numărul mare de *rezolvitori de probleme* care trimit rezolvări de probleme fără să fie puse în plic în ordinea lor numerică, îngreunează mult întocmirea tabelului de rezolvitori și produc omiteri la întocmirea rubricii rezolvitorilor. De aceea, rezolvitorii vor trimite soluții numai odată în cursul aceleiași luni într-un plic în care probleme să fie puse în *ordinea numerică crescîndă*. Pe o filă de *formatul unei foi de caiet* obișnuit se va scrie numele rezolvitorului, clasa, școala, localitatea și apoi numerele problemelor rezolvate, în ordine numerică corespunzătoare și apoi arătînd *totalul* problemelor rezolvate.

— La problemele propuse pentru școala de 7 ani se primesc soluții și de la elevii claselor a VIII-a ai școlilor profesionale și pedagogice și nu se primesc soluții de la elevii claselor IX, X, XI sau studenți.

— **Soluțiile problemelor care nu corespund și care nu sînt scrise potrivit instrucțiunilor de redactare a soluțiilor, nu vor fi anunțate la rubrica rezolvitorilor.**

★

Pînă la 26 aprilie 1958, s-au mai primit soluții la probleme din G.M.F.-B după cum urmează :

AFUMAȚI. Școala medie cl. VII. Camburu Cristache (2889, 944, 53, E : 1071—74, 77, 81, 82, 84, 86, 89, 92, 93—95, 98, 101, 02). Iordan Constanța (2944, 47, E : 1071—73, 76), Nainer Gheorghe (2750, 944, E : 1071, 73, 74, 86, 93).

ALBA IULIA. Ș. m. 2. cl. X. Bariţiu Gheorghe (2891, 92, 94, 98, 908, 12, 17, 18, 20, 22, 24, 33, 57, 61, 63, 65—70, 75, 86, 87, 94).

ALEXANDRIA. Cl. X. *Stoican Ștefan* (2899, 907—09, 11—13, 17, 18, 20—26, 28, 29, 32, 33, 35, 41, 44, 51, 53, 57, 61—63, 65, 72, 76, 83, 84, 86, 87, 89, 94, 3002—05), Beșu Georgeta (2907, 08, 12, 17, 18, 23, 24, 35, 36, 41, 51, 52).

ANINA. Ș. m. Cl. X. Almăjan Iancu (2922, 44, 57, 61, 63, 65, 68—70, 83, 86, 87, 3003), Dumitru Damian (2957, 61—66, 69, 70, 72, 6, 95, 3002), Iacob Voia (2907, 08, 12, 17, 18, 20—24, 35, 38, 51, 53), Negrea Virgil (2961—63, 65, 69, 70, 72, 75, 85, 86, 92, 3003).

ARAD. Ș. m. 1 „Ion Slavici". Cl. VIII. Ciur Saeorin (E : 1081—88, 90, 92), Israel Iosif (E : 1067, 70—75, 77, 82, 85, 90, 92). Cl. X. Beștea Cătălin (2907, 12, 13, 17, 18, 24, 32, 33, 35, 36, 38, 42, 44, 48), Codreanu Lucian (2887, 88, 91, 96, 98, 907—10, 14, 16—18), Demșoreanu Brutus (2888, 90—94, 96, 98, 905, 07, 08), Revesz Alaxendru (2907, 08, 10, 17, 18, 20, 22—25, 32, 35, 36, 41, 51), Sruber Ivan (2907, 17, 18, 20—22, 24, 25, 32, 51). Abs. Barszony Andrei (2907, 16, 17, 20, 57, 61, 63, 64, 69—72). Ș. m. 2. Cl. VIII. Baltă Florica (3006, 19, 26), E : 1071, 73, 74, 82, 84, 90, 92, 100, 107), Matei Cornel (E : 1069 71—74, 83, 85, 90, 92, 95, 101, 107). Cl. X. Ghișa Rodica (2887, 90, 91, 94, 96—98, 957—59, 63, 64, 68—72), Danciu Z. (2907, 17, 20, 22, 24, 25, 32, 35, 36, 44, 51), Abs. : Bupte Doina (2907, 08, 12, 17, 18, 20—26, 32, 35, 36, 51), Ghilezan Doina

(2907, 12, 15—18, 20, 22—25, 35, 41, 51), Ludoşanu Anca (2920, 21, 25, 26, 57, 63, 64, 68—70, 72). Şc. de 7 ani. Cl. VII. Iaur Ancuţa (E: 1071, 72, 84, 81, 83, 84, 86, 87, 92, 93, 98, 102, 07).

BAIA DE ARIEŞ. Cl. VII. Totolici Gabriel (2917, 20 38, 41, 53, 87, 89), (E: 1065, 71, 81, 83, 90, 92).

BACĂU. Ş. m. 1. Cl. VIII. Guţu Iulian (E: 1071—74, 81, 82, 84, 86, 88—90, 92). Cl. IX. Chiriac D. D. (2809, 11, 14, 16, 21, 22, 26, 49, 54, 58, 81, 82, 85, 94, 96, 907, 10, 13, 17, 20, 21, 26, 32, 33, 38, 41, 42, 44, 61, 62, 64, 66, 72), Chiriac Mihai (2907, 13, 17, 20, 21, 23, 26, 44, 56, 61, 62, 66, 72, 75), Grill Alfred (2958, 61, 69, 72, 76, 85, 86, 3006, 09, 11). Cl. X. *Alexandrescu G. Virgil* (2907, 08, 10—13, 17, 20, 22, 24, 25, 32, 35, 36, 41, 51, 57, 58, 61—65, 68—70, 72, 75, 95, 3001), *Grigoraş Vasile* (2907, 08, 10—13, 17—24, 26, 32, 33, 35, 36, 38, 41, 44, 48, 51—53, 56, 57, 61—64, 66, 69, 70, 72, 73), *Sirbu Mihai* (2841, 42, 45, 55, 84, 87, 88, 90, 91, 94, 96—98, 900—02 04, 07, 08, 11—18, 20—26, 32, 33, 35, 36, 38, 41, 44, 51, 53), Tiţaru Ion (2828, 87, 94, 907, 33, 61, 64, 66, 69, 72, 86).

Ş. m. 2 Vasilache Ion (2917, 20, 23, 41, 53, 61, 66, 72, 75, 87). Abs. Nicolau Gheorghe (2917, 20, 22, 57, 58, 63—65, 68, 70, 72, 75).

BAIA MARE. Abs. Cardoş Coriolan (2860, 61, 63, 65, 67, 70—72, 74—76).

BALŞ. Cl. VIII. Badea Dumitru (E: 1071—79, 81, 83, 84, 89, 90, 92, 93), Croitoru Constantin (2908, 16, 17, 24, 33, 51, 64, 69, 75, 86, 92), Smarandache Ilie (2907, 08, 17, 23, 24, 51, 63, 64, 69, 75, 86).

BĂIŢA (Reghin). Abs. Olteanu Artur (2907, 13, 20,22, 25, 68—72).

BÎRLAD. Ş. m. 1. Cl. X. Macovei Cicerone (2918, 20, 22—24, 32, 44, 57, 63, 65, 68, 70). Ş. m. 2. Cl. VIII. Deteşanu Emilia (2917, 37, 55, 75, 87, 3006, E: 1069, 80—85, 88—90, 92, 93, 99, 107), Năstase Neculai (2975, 3006, E: 1037—70, 76, 77, 80—90, 92), Popa Ionela (2938, 75, E: 1067, 69, 70, 72, 74, 75, 77, 79, 80, 81, 84, 86, 89, 90, 92, 99), Popica Ecaterina (E: 1052—62), Ruseu Elena (2938, E: 1071—75, 79, 81, 84, 89), Spiratos Valeria (2917, 75, 3006, E: 1067, 69, 72, 80—86, 88—90, 92, 93, 107), Turcanu Gheorghe (2917, 75, 3006, E: 1067, 69, 72, 77, 80—85, 88, 90, 92, 93, 99, 107), Zamza Dan (2975, E: 1072, 81, 82, 84, 89, 90, 92, 93, 107). Cl. IX. Arghirescu Doina (2890, 94, 96, 906, 07, 10, 13, 17, 20, 21, 32, 32, 33, 38, 44, 48), Guţu Sultana (2890, 94, 96, 906, 07, 13, 17, 20, 21, 38, 44), Hamza Nausica (2860, 94, 96, 906, 07, 13, 17, 20, 21, 38, 44), Neacşu Mioara (2894, 96, 907, 13, 17, 20, 21, 26, 32, 42, 44, 53, 61, 62, 64, 66, 67, 72, 75, 95), Otracol Marta (2890, 94, 96, 907, 10, 13, 17, 20, 21, 23, 32, 38, 44, 48), Răşcanu Otilia (2890, 94, 96, 906, 07, 13, 17, 21, 32, 38, 44, 48, 61). Cl. X. Diaconu E. (2890, 94, 96, 906, 07, 13, 17, 18, 21, 22, 24, 33, 35 3,6, 61, 95, 3002), Dorobăţ Nicolina (2890, 94, 96, 906, 07, 13, 17, 18, 21, 22, 24, 32, 33, 35, 36, 38, 48, 61, 95, 3002).

BOLINTINUL DE VALE. Cl. VIII. Oprea Eugen (1052, 53, 56, 57, 60, 62, 63, 66), Radu Tudor (2840, 55, 63, 73, 79, E: 1040, 41, 43, 54, 57, 60, 62), Sobărel Ştefan (E: 1052, 53, 56, 57, 60, 62, 63, 66).

BOTOROAGA (Reg. Bucureşti). Abs. Tucan Doina (2907, 08, 20, 22, 32, 33, 51, 57, 61—63, 65, 68, 71, 72).

BOTOŞANI. Ş. M. 1. Cl. VIII. Grosu Virgil (E: 1052, 53, 56, 57, 59—61, 63, 66, 71—74, 77). Cl. X. Cojocaru Benjamin (2908, 17, 20, 23, 38, 44, 51, 57, 63—65, 68, 70, 72, 75, 89, 95), *Iţcău Corneliu* (2848, 67, 70, 72—76, 79, 82, 96, 908, 17, 18, 24, 38, 57, 61, 63—65, 68—72, 75, 77, 78, 95), Seinzeld Arnold (2913, 17, 20, 22—25, 38, 51, 57, 63—65, 70, 89, 95).

BREAZA. Cl. VIII. Tocaci Constantin (2944, 3006, E: 1071—74, 76, 84, 89, 90, 92, 96, 98, 1100, 01, 07). Cl. IX Marineanu Tiberiu Nicolae (2907, 11, 23, 44, 56, 61, 64, 75).

BRĂILA. Ş. m. 1. Cl. VIII. Belciu Tudoriţa (E: 1052, 53, 55, 57, 60, 71, 74, 81, 89, 90). Ş. m. 2. Cl. X. Dumitru Ion (2844, 45, 51, 63, 65, 67, 70, 71, 73, 74, 90, 98, 917), Filoti George (2815, 27, 40, 41, 44, 65, 66, 68, 69, 71, 72, 75, 77, 78, 88, 91, 96—98), Marteniciuc Laur (2863, 65, 67, 74, 90, 98, 917, 44, 45, 51). Ş. m. 3. Cl. VIII. Moisoi Virginia (2944, 53, E: 1071—74, 81, 83, 84, 87, 89, 90, 92). Abs. *Ion Toma* (2778, 83, 91, 96, 848, 53, 90, 907, 08, 11, 13, 17, 18—26, 30—33, 35, 36, 51, 52, 57—59, 61—72, 75, 76, 78, 83—87, 89, 93, 94, 3001—03).

BUCUREŞTI. Studenţi. Bănică Radu (Facult. construcţii) (2885, 87, 90, 91, 94, 96—98, 900, 02, 04), Cîmpu Demetra (an II facult, electronică) (2963, 65, 66, 70, 3010, 12, 13, 21, 22, 25, 29, 32, 34), *Doniga Nicolae* (Facult. Matematică) (2859—61, 63—65, 67—83, 85, 87, 91, 93, 96—98, 901, 02, 04—09, 14—27, 30, 32, 33, 35—37, 40—42, 46, 48, 51,53, 56), Ionescu N. Marioara (Matem. F. F.) (3021, 22, 25, 34, 84, 86, 93, 94, 95, 97, 98, 3100, 04, 06, 07, 09, 11—13, 18—22, 30, 31, 33, 34, 36—38, 40, 42), *Jinescu Valeriu* (2890, 91, 93, 94, 96, 98, 99, 903, 05—26, 30, 32, 33, 35, 36, 41, 42, 44, 48, 50, 51), *Manea Sabina* (Facult. Matema-

tică) (2847, 48, 57, 61, 62, 64, 65, 69—72, 74, 75, 78, 83, 85, 90, 92, 94—96, 914, 19, 23, 26, 51, 3001, 06, 11, 16, 17, 21, 22, 23, 25, 27, 29, 41), *Martin Traian* (an I Matematici) (2907—12, 16—26, 32, 33, 35, 36, 38, 41, 51, 53, 57, 60—66, 68—73, 75, 78, 86, 87, 3006, 11—13, 16, 17, 21, 22, 25, 32, 34, 43, 57), *Stan C. Dumitru* (ATM) (2885, 87, 88, 90, 91, 93, 94, 96—900, 02—05, 07, 08, 10—30, 32, 33, 35, 36, 38, 40, 41, 44, 48, 51, 53, 59—78, 83—87, 89, 91—97, 99, 3005, P), *Strătescu Ion* (Inst. Politehnic) (2885, 87, 90, 91, 94, 96—98, 900—04, 06—08, 11, 12, 13, 15—27, 30, 32, 35—38, 40—42, 44—46, 48, 53, P), Voia Viorel (an I arhitectură) (2957, 61—63, 65, 69, 70, 75, 3006, 11, 12, 16, 21, 29, 32, 57).

Absolvenți. *Arhanghelski Jurii* (2929, 33, 39, 42, 53, 55, 57, 59—62, 64—69, 71, 72, 74, 76—78, 80, 84, 88, 92, 97, 3001, 04, 06, 11, 12, 16—18, 21, 22, 24, 25, 29, 31, 33, 34, 42, 43), Alexe Dan (2885, 88, 91, 93, 94, 96, 98, 99, 905, 07, 08), Frîncu Gh. (2852, 60, 67, 75, 79, 82, 93, 96, 911, 12, 17, 23, 32, 44, 51, 61, 63, 65, 70, 75, 95, 3002), Gămulescu Andrei (2912, 25, 37, 59—61, 63, 65, 67, 3006, 11, 13, 19, 21, 25, 29, 34, 47), *Harmata Mihai* (2890, 98, 99, 901, 07, 08, 12, 13, 16, 17, 20, 21, 23—26, 30, 32, 33, 35, 36, 38, 41, 42, 44, 51, 53, 61, 64—68, 70, 72, 76, 78, 83—76, 3002), *Ionescu V. Corneliu Constantin* (2841, 43, 45, 60, 90, 98, 908, 12, 13, 16, 17, 22—25, 32, 35, 41, 44, 51, 61—65, 69, 70, 72, 75, 78, 89), Marinescu Valentina (2907, 08, 18, 35, 36, 41, 44, 51, 53, 63), *Popa Nestor* (2918, 20, 25, 26, 33, 35, 40, 41, 42, 53, 57—72, 75, 78, 83, 86—88, 91—93, 95, 3001, 11—13, 21, 22, 24, 25, 29, 34, 43, 50, 57), *Popescu Gh. Andrei* (2907, 11—14, 16—18, 20, 22, 23, 25, 32, 33, 35, 36, 38, 42, 53, 56—59, 61, 63, 64, 68, 71, 72, 76, 80, 83, 85, 86, 89, 94, 95, 3002, 005), Popovici Aurel (2909, 11—13, 15, 17, 20—22, 57), Simion Dumitru (2907, 08, 10—13, 17, 18, 20—26).

Ș. m. 1 „Nicolae Bălcescu". Cl. VIII. Doniga Petre (2817, 42, 44, 69, 75, 80, 85, E: 1055, 61, 64, 65, 68, 69, 85), Necșoiu Dan Alex. (2942, 44, 59, 67, 69, 75, 83, 85, 87, 95), Nemeș Gheorghe (2944, 75, E: 1069, 69, 72, 74, 83—85, 90, 92), Ghelmeziu Nicolae (2956, 62, 64, 66, 67, 69, 72, 74, 76, 83, 86, 87, 94, 95, 3004); cl. IX. *Iordănescu Șerban* (2885, 94, 96, 903, 15, 17, 20, 21, 44, 53, 59, 61, 64, 66, 67, 72, 74, 75, 83, 85, 3006, 09, 12, 17, 21, 24, 26, 31, 51), Isbășescu Mircea (2836, 37, 40—42, 45, 46—48, 61, 63, 65, 73, 74, 78, 80, 82), *Lupaș Laurențiu* (2842, 44, 49, 52, 55, 64, 66, 67, 69, 70, 73, 75, 77, 80, 85, 86, 88, 90, 93, 94, 96, 98, 902, 03, 06, 07, 11—14, 16, 17, 20—24, 26, 32, 35 36, 38, 42, 44, 48, 53), Rădăceanu Eduard (2920, 21, 66, 76, 3004, 18, 19, 24, 26, 27), *Răscanu Radu* (2897, 98, 907, 08, 16—18, 20—22, 35—38, 41, 42, 44, 51, 57, 62—64, 66, 69, 72, 74, 83, 91, 95, 96, 3006, 21, 22). Cl. X. Ionescu C. Traian (2859—61, 63—80), *Isbășescu Mihai* (2800, 36, 40—50, 53, 85, 91, 92, 94, 96—98, 900, 03, 06, 32, 35, 36, 38, 41, 48, 51), Mocanu Marcel (2908, 17, 18, 24, 32, 35, 36, 51, 63, 68, 70, 72, 75, 3001), *Nicolescu Miron* 2890, 91, 94, 96, 907, 08, 32, 38, 41, 44, 3006, 11—14, 17, 21, 22, 24, 25), Velicu Vasile (2841, 43, 45, 48, 50, 60, 61, 63—67, 69, 70, 73, 74, 78—80, 82). Cl. X serală. Achiței Paul (2907, 11, 14, 17, 23, 32, 33, 38, 41, 44, 51, 53).

Ș. m. 2. Cl. IX. Teodorescu Maria (2907, 11, 13, 17, 20, 21, 23, 27, 32, 38, 40, 44). Cl. X. Diță Honoriu (2907, 17, 18, 20, 22—26, 32, 46, 51, 57, 62, 63, 65, 66, 69—72, 77, 78, 86, 92).

Ș. m. 3. Cl. X. Adrian Traian Murgan 2912, 16, 20, 22, 23, 32, 51, 57, 64, 69, 70, 72).

Ș. m. 4 „Aurel Vlaicu". Cl. X. *Dumitrescu Elisabeta* (2907, 10, 38, 52, 58, 66, 70—73, 75, 78, 86, 89, 92, 93, 95, 3001, 06, 07, 11, 12, 15—19, 21, 22, 24—27, 29, 32, 34, 43, 54, 57), *Nicolae Gheorghe Cornel Virgil* (2891, 96, 98, 907, 08, 14, 17, 18, 23—25, 32, 35, 36, 38, 41, 44, 51, 53, 61—65, 68—70, 72, 78, 84, 93, 95, 3001), Udrea Dumitru (2807, 11, 13, 16, 19, 26, 63, 65, 67, 74).

Ș. m. 7. Cl. VIII. Vlad I. Valentin (2885, 983, 87, E: 1052—79, 87, 90, 92).

Ș. m. 10. Cl. VII. Predoescu Ioana (E: 1071, 72, 74, 75, 81, 84, 87, 89, 90, 92, 93). Cl. VIII. Fințescu Elena (3006, 12, 17, 26, 31, 100, E: 1098, 99, 100, 01). Cl. IX. Predoescu Marieta (2907, 17, 20, 21, 23, 61, 62, 75, 3004). Cl. X. Iulian Maria (2845, 60, 63, 64, 67, 70, 73, 79, 80, 82, 90, 98), Ștefănescu Aurelia (2907, 08, 12, 14, 17, 18, 22—25, 32, 34, 36, 38, 41, 44, 51).

Ș. m. 11 „Dimitrie Cantemir". Cl. VII. Giani Emanuel (E: 1052, 53, 55—57, 60, 66, 71—75), Nussbaum Rudolf (E: 1052—57, 60—63, 66, 70, 71, 74, 75, 77). Cl. VIII. Antoniu I. Andrei (E: 1077, 81—84, 86, 87, 89, 90, 92, 94, 99), Stoicescu Cristian (2983, 86, 87, 94, 3003, 06, E: 1081, 83, 90, 92, 93, 99). Cl. X. *Antoniu I. Sorin* (2891—94, 96, 98, 907, 08, 16—18, 20, 22—26, 28, 29, 32, 33, 35, 36, 38, 41, 44, 51), Bălșceanu Nicolae (2907, 08, 12, 14, 17, 18, 22—25, 35, 36—38, 41, 44, 51), Gelles George (2891, 94, 911, 12, 17, 23, 35, 36, 41, 44), Ștefan Emilian (2890—94, 96, 98, 905, 07, 08, 11—13, 16—18, 20, 22—24, 26).

Ș. m. 12. Cl. VIII. Mihăescu St. Cristian (2894, 903, 42, 88, E: 1055, 58, 61, 65, 66, 73). Cl. X. Duță Victor (2888, 90, 91, 93,

908, 21—23, 36, 51, 57, 61, 63, 65, 70, 78), *Dragomirescu Mihai* (2837, 41—46, 48, 49, 58, 59, 61, 63—67, 69—67, 69—82), Onu Ștefan (2885, 87, 90—92, 94, 96—98, 900, 01, 04).

Ș. m. 13. Cl. IX. Mereuță Dan (2846, 61, 63, 74, 75, 78, 82, 96, 907, 23, 38). Cl. X. Bănică Dan (2891, 94, 98, 907, 08, 12, 13, 17, 18, 20, 21, 23, 25, 32, 57, 61—66, 67—70, 72—75), Bucur Ioan (2883, 87, 88, 89, 90—92, 96, 97, 900, 33, 35, 36, 44, 51), Tănăsescu Mihail (2907, 09, 11, 13, 17, 20, 21, 23—25, 33, 35, 44, 51, 57, 63, 68—70, 72).

Ș. m. 17. Cl. VIII. Panaite T. (3006, 18, E: 1071—74, 94, 95, 99, 101), *Olteanu Stoica Victor* (2956, 57, 61—65, 67—69, 71, 72, 75, 83, 85—87, 92—95, 3017, 20—24, 32, 33, 53, E: 1067, 69, 71—74, 76—78, 80—93). Cl. X. Grinstein Armi (2891, 94, 98, 908, 17, 23, 24, 33, 35, 51, 61, 64, 70, 86, 94, 96), Fuhrman Justin (2898, 908, 17, 23, 24, 33, 35, 36, 51, 61, 70, 86, 94, 3003).

Ș. m. 18. Cl. VII. Gugu Adrian (E: 1069, 71—74, 77, 81, 82, 85, 86, 88—90, 92). Cl. X. *Eftimie Z. Radu* (2892, 900, 19, 56, 57, 59—72, 75, 75, 76, 78, 83, 86, 87, 91, 92, 94, 95, 3001, 04, P), Nițescu Petru (2907, 08, 11, 14, 17, 18, 20, 22, 24—26, 33—36, 39, 43, 51, 53, 54, 55), Stellu Alexandru (2908, 17, 18, 20, 22, 57, 58, 61, 63, 75, 77, 87), Stricker Peter (2907), 08, 11, 12, 20—23, 25, 26).

Ș. m. 20. Cl. VII. Polizu Virgiliu (E: 1052, 53, 57, 60—63, 73—75). Cl. X. Humuiescu Dumitru (2957, 61—66, 68—70, 72, 75, 76), Marcu I. Mihail (2907, 08, 11, 12, 17, 24, 32, 33, 35, 36, 38, 51). Cl. XI serală. Simion Gheorghe (2890, 91, 93, 94, 96, 98, 905, 07, 08, 12, 23).

Ș. m. 22 „Gheorghe Lazăr". Cl. VIII. Petre Nicolae (E: 1052, 53, 55—57, 59—63, 65, 66).

Ș. m. 23. Cl. X. Nistriceanu Mihai (2887, 91, 96, 98, 901, 56, 57, 63—65, 68—70, 72, 75, 78, 83), Burunția Constantin (2908, 12, 61—65, 3006, 11, 16, 21), Revin Eugen (2907, 08, 12, 13, 16—18, 20, 22, 24, 25, 30, 35, 36, 38, 41, 44), *Stoenescu Gh.* (2907, 08, 11—13, 16—18, 20—24, 26, 42, 44, 49, 57, 59—72, 78, 89, 92), Voinescu Alexandru (2913, 19, 22, 36, 48, 51, 53, 57, 59, 61—67, 69—72, 74, 77, 78, 83, 85, 86, 91).

Ș. m. 26. Cl. X. Corbuleanu Gabriel (2908, 12, 17, 18, 24, 51, 61, 68, 69, 75, 3025, 29), Corbuleanu Marcel (2908, 12, 17, 18, 24, 51, 61, 68, 69, 75, 3025, 29).

BUDEȘTI. Cl. VI. Dincă Mioara (E: 988, 89, 96, 1001, 03, 04, 13, 15, 18—21).

BUZĂU. Ș. m. 1. Cl. X. Cremarenco Stanislav (2913, 17, 22, 24, 32, 35, 38, 51, 57, 61, 63—66, 68—70, 78, 92, 95), *Ichim I. Ioan* (2884—87, 90, 91, 93, 94, 96—904, 06, 08, 09, 18—23, 25—27, 30, 35—38, 40, 42, 45, 47—49, 57, 59—67, 75, 78, 87, 88, 90, 92, 93), *Pavel G. Ilie* (2907, 12, 17, 23, 33, 44, 51, 56, 57, 61, 63, 65, 66, 68—72, 78, 83, 3006, 11, 12, 15, 21, 25, 29, 34, 50, 57), Șelaru Ion (2894, 96, 908, 18, 29, 32, 44, 51, 61, 58, 75), Tudor S. Corneliu (2908, 17, 18, 22—24, 32, 36, 38, 44, 51, 63—65, 3022, 25, 34). Abs. *Toma C. Nicolae* (2848, 957, 61, 63, 66, 68—72, 75, 78, 95, 3002, 06, 09—16, 21, 25, 29, 34, 43, 47, 50, 54, 57).

CALAFAT. Cl. IX. *Petrescu Gh.* (2774, 90, 91, 809, 16, 39, 41, 42, 45, 48, 54, 55, 58, 65, 61, 66—70, 72, 77, 78, 80, 82, 88, 90—92, 94, 96, 907, 10, 11, 14, 17, 41, 44, 48, 51, 56, 61, 69, 72, 74—76, 83, 89). Cl. X. *Mititelu Ștefan* (2907, 08, 11—13, 16—18, 20—25, 29, 32, 33, 35, 36, 40, 41, 44, 48, 51—54, 56, 57, 59—66), Șerban Adrian (2907, 08, 17, 18, 20—25, 33, 35, 36, 41). Abs. Pascu Ion Șerban (2907, 08, 12, 13, 17, 18, 20, 22—25, 32, 35, 36, 51, 53, 63, 66, 69, 70, 75, 78).

CARACAL. Ș. m. 1. Cl. X. *Dincă Gh.* (2840, 45, 48, 58—61, 63—82, 90—92, 96, 907, 11, 16—18, 22, 23, 25, 32, 33, 35, 36, 51), *Georgescu Mircea* (2840, 41, 45, 46, 48, 52, 59, 61, 63—68, 70—81, 90, 91, 93, 96, 98, 912, 17, 18, 22, 24, 32, 38, 44, 51, 68—72), Iacob Mircea (2907, 08, 11, 12, 17, 18, 20, 22—25, 32, 33, 35, 36, 53, 51), *Mihăilescu I. Viorel* (2796, 807, 09, 11, 17, 27, 59—72, 74—77, 79, 80, 90, 96, 98, 907, 08, 13, 17, 18, 20, 23, 35—38, 42, 44, 51, 56—73, 75, 77, 78, 91).

CARANSEBEȘ. Ș. m. 2. Cl. X. Barany Zoltan (2908, 33—36, 43, 63, 68, 70, 76, 3002, 06, 11—13, 16, 21, 25, 29), *Mitran Ovidiu* (2844, 53, 88, 98, 911, 14—16, 19, 20—26, 30, 32, 33, 25, 36, 38, 39, 41—44, 51, 53, 56—61, 63—70, 72—76, 78, 85—89, 92—94, 96, 3001, 03, 06, 07, 10—26, 29, 31, 32, 34, 39, 48), *Pries Wilhelm* (2842, 44, 84, 92, 97, 900, 01, 06—08, 27, 56—80, 83, 85—89, 91—3004).

CĂLĂRAȘI. Cl. VIII. Gheorghe Violeta (E: 1068, 73—75, 71, 81, 83, 84, 92). Cl. IX. Aldea Laurențiu (2894, 96, 910, 13, 17, 20, 23, 39, 44, 53, 72), Agache Athena (2913, 20, 21, 38, 44, 61, 66, 67, 75, 76, 87, 3011, 16, 27), Fischer Aurora (2921, 32, 38, 44, 66, 76, 86, 3011, 16, 27). Cl. X. Alexandreanu N. (2913, 17, 21, 38, 51, 57, 63—65, 68—70, 73, 75, 95), Batir Vasile (2908, 20, 35, 38, 51, 63—65, 69, 70, 75, 95), Burcu Virgil (2889, 96, 908, 24, 35, 36, 38, 48, 63, 65, 70, 75), Cernea Petre (2917, 18, 35, 38, 63, 65, 69, 75, 78, 95, 3002, 11, 25, 43), *Chiriacescu Sergiu* (2894, 96, 907, 08, 11, 15, 17, 18, 20—24, 32, 33, 38, 53, 57—59, 61,

63—66, 68—72, 75, 76, 83, 85—87, 89, 94, 95, 3001, 03), Georgescu Corneliu (2963, 65, 69, 95, 75, 3002, 11, 51, 35, 38, 70), Mitea Mihai (2917, 38, 65, 75, 78, 3011, 25, 43), *Petruș Octavian* (2907, 13, 16—18, 20—25, 32, 38, 41, 51, 63—69, 70, 72, 75, 78, 3001, 06, 11, 17, 21, 22, 25, 34, 43, 57), Roșu Vasile (2911, 12, 17, 24, 35, 38, 57, 61, 63, 68, 69, 75, 77, 92, 3011), Tutungiu Paul (2912, 17, 24, 57, 61, 63, 68, 69, 75, 92). Abs. Rotaru Dumitru (2896, 907, 08, 11, 13, 17, 20—25, 32, 33, 51, 57, 61—66, 68, 70—72, 75, 83).

CIMPIA TURZII. Cl. X. Nemeș Lucian (2807, 11, 13, 17, 48, 61, 64, 67, 73, 74, 79, 80, 94, 98).

CIMPULUNG MUSCEL. Brago Zonel (2973, 76, 83, 86, 3017—19, 21—23, 56, 59—65, 69—72).

CIMPINA. Ș. m. Cl. VIII. Tănase Mihai (2944, 53, 61, 75, E: 1067—69, 71, 73, 74, 77, 79, 81, 83—86, 88, 90, 92). Cl. X. *Vasilescu Mihail* (2888, 91, 96, 98, 907, 08, 10, 12, 17, 18, 20—24, 32, 35, 36, 38, 41, 42, 51, 61—73, 75, 95, 3001—03). Abs. Carp Horia (2907, 08, 18, 24, 26, 27, 57, 61, 63—73, 78, 93, 97). Șc. pedagogică an. I. Bîldan Vasilica (E: 1071—74, 81, 83, 84, 86, 88—90, 92, 94—96, 110, 01), Maria Stan (E: 1071—73, 81, 84, 88—90, 92, 94, 95, 99), Nicolaescu Elena (E: 1071—75, 81, 83, 84, 86, 88—90. 92), Nicolaescu Elena Rodica (E: 1071—75, 81, 83, 84, 86, 88—90, 92). Tianu Ortansa (E: 1081, 84, 86, 88—90, 92—94, 1001, 95, 110).

Șc. de 7 ani GHIRDOVENI (CIMPINA). Cl. VIII. Diaconu Vasile (2894, E: 1040, 43, 48, 50, 52, 55, 57, 60).

CLUJ. Stud. Barbu Ion (Facult matematici) (2932, 33, 38, 41, 48, 66, 69, 70, 72, 74, 78, 83, 86, 87), Bîrzan Romanel (Inst. Politehnic) (2915, 19, 32, 75, 93, 3001, 06, 16, 17, 21, 39), Handraluca T. Viorel (Inst. Politehnic) (2923, 35, 36, 44, 51, 56, 57, 60, 62, 65, 67—70, 72, 89), *Lupuțiu Gh.* (Inst. Politehnic) (2845, 48, 59—61, 63—80, 96, 98, 917, 18, 20, 22—24, 35, 36, P), *Rusu Mihai* (Inst. Politehnic) 2835, 41, 45, 46, 48, 52, 57, 59—82, 87, 90, 92—94, 96, 98, 900, 01. P), *Torsan Ilie* (Facult. matematică) (2890, 911, 25, 26, 33, 44, 55, 57, 61—63, 65—67, 69—72, 74, 75, 77, 78, 80, 86, 87, 3003, 06, 11—14, 16, 18, 19, 21, 22, 24—26, 29, 34, 47, 50, 54, N). Abs. Căluțeriu Mircea (2957, 60, 61, 63, 64, 66—68, 70, 72, 3002, 12, 15, 21, 29).

Ș. m. 4. Cl. VII. Georgescu M. (E: 1040, 47, 52, 53, 57, 60, 62, 71—74, 77, 84, 87, 90, 92).

Ș. m. 6. Cl. V. Marion Iuliu (E: 1071, 72, 74—76). Cl. VIII. Stoicea Aurel (2953, E: 921, 23, 26, 32—34, 1071, 73, 74).

Ș. m. 8. Cl. VII. Herman Sorina (E: 1071—76, 83, 86—90, 92, 95, 1102 03).

COHIA DE SUS (Pitești). Abs. Constantinescu Vasile (2917, 18, 24, 25, 33, 51, 63, 64, 68, 83, 86, 87, 3002).

CODLEA. Cl. IX. Vlădoreanu Cornel (2841, 98, 907, 08, 12, 22, 23, 32, 35, 61, 63, 64, 72, 75, 86).

CONSTANȚA. Abs. *Ionescu C. Petre* (2907, 08, 11—13, 16, 17, 20—26, 30, 32, 33, 40, 41, 44, 63, 65—72, 78, 87), *Stepan Ionel* (2839 41, 43, 45, 46, 51, 56—82, 87, 88, 90, 91, 94, 96, 98, 900, 07, 08, 18, 44, 61, 63—65, 70). Ș. m. 1 „Mircea cel Bătrîn". Cl. VIII. *Teodorescu Ion Dan* (2944, E: 1052—57, 60, 61, 63, 66, 71—75, 78, 81—86, 88—90, 92). Cl. X. Simion E. (2896, 98, 920, 22, 38, 41, 51, 56, 57, 61, 63—65, 75, 76), Vechiu N. Mihai (2957, 60, 61, 63—69, 71, 73). Cl. XI serală.*Tudorof Dumitru* (2907, 08, 11—13, 16—17, 30, 32, 35, 40, 41, 44, 46, 51, 53, 56—75, 78, 82). Ș. m. 2. Cl. IX. Manole Mihai (2917, 20, 23, 61, 64, 67, 69, 72, 74, 75, 77, 85, 86, 94, 3004), Rădulescu M. G. (2841, 61, 63, 88, 94, 96, 907, 13, 17, 20, 21, 23, 26, 33, 38, 41, 44, 61, 64, 66, 69, 72, 74, 87, 3004). Ș. elem. 16. Cl. VII. Detesiu Virgil (E: 1052, 53, 55, 57, 60—62, 65, 66).

CORABIA. Abs. Biţică D. Virgil (2957, 61, 63—66, 68—72, 75, 89, 95, 3006, 11, 12, 16, 17, 21—24, 29, 34, 50, 57).

CRAIOVA. Abs. Mihăilescu Constantin Virgil (2907, 08, 12, 17, 18, 20—26, 64—66, 3006, 11), *Stancu Doru* (2899, 904, 07, 17, 20—22, 24, 26, 33, 51, 56, 57, 61, 63—66, 69—76, 83—87, 94—96, 3002, 06, 11—13, 18, 21, 22, 25, 29, 37). Ș. m. 2. Cl. IX. Drîmbă Ion (2907, 13, 17, 21, 23, 44, 62, 72, 75, 3006, 12, 21). Ș. m. 3. Cl. VIII. Florea Octaviana (E: 1071—74, 90, 92, 99, 1101, 07). Cl. IX. Cetățeanu Rodica (2961, 64, 66, 75, 3006, 11, 12, 16, 18, 21). Ș. m. 4. Cl. VIII. Pușcu Teodora (2844, 45, 49, 61, 63, 65, 69, 74, 78, 96, 910, 17, 41, E: 1040, 55, 56, 71, 74).

Ș. m. PLENIȚA (Craiova). Cl. X. Cioacă Petre (2883, 901, 07, 17, 20, 22, 25, 51, 53, 54).

Ș. m. STREHAIA (Craiova). Cl. X. Bocrie Vasile)2898, 907, 08, 10, 11, 16—18, 24, 25, 32, 33, 36, 38, 39, 44, 51—53), Cenușe Gh. (2911 23, 33, 41, 44, 61, 75, 76, 86, 94, 3003). Ș. elem. nr. 8. Cl. VII. Drăgan Elena (E I 1068—80). Ș. elem. nr. 9. Cl. V. Călina D. Ion (E: 1040, 50—52, 57, 59, 60, 71, 72, 74, 75), Ilie Ștefan (E: 1039,

50—54, 59, 60, 75, 76), Pantelimon Gh. (E: 1040, 50, 52, 57, 59, 60, 71, 72, 74, 75). Şc. 7 ani Negoiu (Craiova). Cl. VII. Constantin Sandu (E: 1052—57, 60), Popescu-Stănescu Virgil (E: 1052—54, 56, 57, 60).

DEJ. Ş. m. 2. Cl. X. Munteanu Lucia (2908, 17, 23, 33, 36, 38, 61, 63, 69, 3002, 03, 06, 16, 27, 34), Pop Tereza (2917, 23, 35, 36, 38, 51, 63, 69, 95, 3002, 03, 15, 21, 34, 57), Pura Doina (2917, 35, 36, 38, 51, 57, 63, 69, 70, 95, 3002, 03, 06, 12, 21, 25, 34), Suciu Voichiţa (2908, 14, 17, 23, 33, 35, 36, 38, 51, 61, 63, 64, 69, 3002, 03, 06, 16, 27, 34).

DOROHOI. Ş. m. 1. Cl. IX. *Stoica Maria* (2907, 11, 13, 17, 21, 23, 26, 44, 48, 53, 59, 61, 62, 64 66, 67, 69, 72, 75, 95, 3006, 09, 12, 14, 16, 21, 24, 26, 39, 47).

DRĂGĂŞANI. Abs. Barbu Gh. Emil (2891, 93, 94, 96, 905, 07, 08, 12, 17, 18, 20—25, 28, 32, 33, 41).

FĂGĂRAŞI. Cl. X. Săbăduş Mihai (2956, 61, 63—66, 69, 70, 72, 75).

FĂGET (Timişoara). Cl. X. *Păcuţ Ion* (2907, 08 12, 14, 16—25, 32, 35, 36, 38, 41, 43, 44, 51, 53, 56—58, 61—65, 68—73, 75, 92, 3001, 02, 06, 11, 13, 16, 21, 25, 29, 34, 43, 57). Abs. Antănaş Petru (2904, 07, 12, 16—26, 30, 32, 33, 35, 36, 38, 41, 44, 46, 51, 53, 54).

FĂLTICENI. Ş. m. 2. Cl. VIII. Salavu Gh. (2811, E: 1029, 31, 40, 47, 50, 81, 84, 86, 89, 90, 92).

FOCŞANI. Ş. m. 1. Cl. VIII. Popa D. Nicolae (2892—94, 96, 98, 905, 07, 08, 12, 14, 16—18, 20—25, 32, 33, 35, 36, 38, 41, 51, 53). Cl. IX. Jinga Ionel (2845, 83, 94, 920, 21, 32, 34, 37, 44, 53, 61, 62, 72, 83, 94). Cl. X. *Rădescu E. Eugen* (2912, 15, 16, 26, 42, 53, 56—76, 78, 83, 85—87, 89, 91—95, 3001—04, P). Ş. m. 2. Cl. IX. Rădescu Gabriela (2962, 64, 66, 72, 74—76, 61, 87, 89, 94, 95, 3004). Ş. m. „Unirea". Cl. X. Alexandrescu Tatiana (2917, 23, 24, 32, 61, 63—65, 69, 70, 72, 75, 95), *Enceanu Dan* (2883, 96, 912, 18, 20, 23, 29, 32, 51, 54, 57, 63—65, 68—70, 72, 73, 76, 83, 85—87, 89, 94, 95, 3002—04, 07, 11, 13, 16, 17, 21, 22, 26, 27, 29, 34, 39, 51, 59), *Ghiuş I. Viorel* (2883, 87, 88, 90—92, 94, 96, 98, 903, 07, 08, 11—15, 17, 18, 20—24, 32, 33, 35—38, 51, 53).

GALAŢI. Ş. m. 1. Cl. X. Constantin Costache (2896, 908, 17, 22—24, 32, 35, 63, 65, 68—70, 75, 92). Ş. mil. „Mihai Viteazu". Cl. VIII. Apostolache Dumitru (2975, 83, E: 1073, 74, 81—84, 90, 92, 93). Cl. IX. Andrei Dan (2890, 96, 912, 17, 40, 44, 61, 66, 75, 76, 85), Pascu Dumitru (2890, 96, 912, 13, 17, 21, 44, 61, 66, 75, 85). Cl. X. *Căprariu Petre* (2890—92, 94, 96, 98, 907, 08, 12, 14, 15, 18, 20, 22—25, 34—36, 38, 41, 44, 51, 53, 56—58, 61—66, 68—72, 75, 86, 95, 3001, 02), Secară Ioan (2812, 72, 91, 92, 94, 96, 98, 907, 12, 15, 17, 22, 23, 33, 35, 36, 38, 41, 44, 51). Lic. mil. de marină. Cl. X. Muscalnic D. (2918, 23, 36, 41, 51, 61, 68, 75, 3007, 15, 25, 29, 32).

Ş. elem. nr. 17. Cl. VII. Dorobăţ Marin (E: 1052, 54, 57, 59, 60, 61, 66), Leibovici Patter (E: 1052, 54, 57, 59, 60), Oroenstein Rebeca (E: 1052, 53, 55, 56, 57, 59, 60, 62, 66)), Rosenberg A. (E: 1052, 54, 57—60, 65), Tipchis Mircea (E: 1052, 53, 58—60), Toader Mircea (E: 1052, 57, 59, 60, 66), Vasilescu Sorin (E: 1052, 54, 57—61, 65).

GHERLA. Ş. m. 1. Cl. X. Morojan Maria (2908, 17, 20, 24, 32, 44, 61, 75, 96, 3025).

GIROV (Bacău). Abs. Teofănescu Corneliu (2908, 11—13, 17, 20—22, 33, 63, 65, 66, 69—72, 75, 83, 86, 87, 3003).

GIURGHIU. Ş. m. 1. Cl. V. Decu Ligia-Alice (E: 1071, 74, 76, 77, 84, 89). Cl. IX. *Popescu O. Radu* (2933, 39, 52, 56, 61, 62, 64, 66, 67, 69, 72, 75, 83, 84, 86, 87, 92, 94—96, 3004, 06, 09, 11, 12, 14, 16, 17, 19, 21, 24, 26, 27, 39, 57). Cl. X. *Drăgan Petre* (2911, 44, 52, 56, 57, 59, 61—66, 68—72, 75, 76, 78, 83—87, 92, 94, 96, 3001—05), *Mirlogeanu Florea* (2911, 37, 52, 56, 58, 59, 61—66, 68—72, 75, 76, 78, 83—87, 92, 94—96, 3001—04, 11, 12, 25, 29, 31), *Vişinescu Mihai* (2929, 55, 57, 59—69, 71, 72, 74—76, 83—87, 91, 92, 94—96, 3002—04). Abs. *Bigan V. Stan* (2907, 08, 13, 17—20, 22—25, 32, 33, 35, 51, 53, 61—65, 72, 86, 3006, 11—15).

GOVORA-BĂI (Rm. Vîlcea). Abs. Costescu V. Adrian (2907, 08, 20, 32, 33, 35, 36, 44, 51, 56, 57, 63—66, 69—72, 83, 86, 87, 94, 3002, 03).

HUNEDOARA. C. X. *Oberländer Horst* (2907—09, 11—13, 17,18, 20—22, 26, 30, 32, 33, 35—38, 41, 42, 44, 48, 51, 57, 60, 61, 63—73). Abs. Toma C. Marin (2907, 08, 16—18, 22—24, 33, 35, 36, 51).

HUŞI. Abs. Dolteanu Temistocle (2956—58, 60, 63, 65, 68, 71, 72, 75).

IAŞI. Ş. m. 1 „Mihail Sadoveanu". Cl. VIII. Caciaunov Claudia (2885, 975, 93, E: 1053, 63—65, 68, 81, 83). Cl. IX. Olăneaţă Laurenţiu Mihai (2917, 20, 21, 23, 32, 41, 44, 53, 75, 3001, 06, 16), *Simovici Dan* (2908, 30, 44, 56—58, 61, 62, 65—67, 69, 71—76, 78, 83, 85—87, 89, 94—98, 3001, 04, P). Cl. X. *Manole Corneliu* (2910, 14—16, 30, 39, 40, 44, 45, 46, 49, 50, 54, 60—65, 69—78, 86, 91, 93—95, 97, 3002).

Ş. m. 2. Cl. IX. Mihăilescu Simona Ana (2907, 17, 21, 23, 41, 44, 48, 61, 62, 72, 74, 75, 85, 86, 3006). Cl. X. Baltaru Cornelia (2912, 13, 17, 20—24, 35, 36).

Ş. m. 3 „C. Negruzzi". Cl. X. *Brînzei P. Dan* (2910, 12, 15, 27, 54, 65—73, 75—81, 83, 85, 86, 88, 89, 92—95, 97, 3001, 04).

IVEŞTI (Galaţi). Abs. Hilabi V. Dan (2890, 91, 94, 96, 98, 907, 08, 13, 16, 17, 18, 20, 21, 23, 25, 33, 40, 46, 51, 84).

LUGOJ. Ş. m. 1. Cl. VIII. Niţoiu Şerban (2815, E: 1025, 27—31, 33, 35, 37, 39, 40, 45, 46, 48, 55—57, 60, 62).

MĂCIN (Galaţi). Cl. X. Barău Constantin (2907, 08, 12, 18, 20, 22, 28, 35, 36, 38, 41, 44, 51, 52).

MEDGIDIA. Cl. X. Andrei Gh. Andrei (2907, 08, 10, 11, 13, 16—18, 20, 24, 35, 36, 51).

MOINEŞTI (Bacău). Cl. X. Munteanu Ioan (2907, 10, 12, 17, 18, 23, 24, 32, 35, 36, 38, 41, 44, 48, 51, 57, 61—66, 68—70, 72, 75, 78, 89, 91, 93, 95, 3001, 02).

MORENI (Ploeşti). Cl. VIII. *Coman Dumitru* (2917, 44, 75, E: 1052—57, 59—61, 65—67, 71—73, 75, 77—79, 81—85, 87—90, 92, 93), Metz Ion (E: 1052—57, 59—61, 66, 67, 71—73, 78, 81—84, 88, 90, 92, 93), Paraschivoiu Ioan (2975, 83, 87, E: 1067, 71—79, 81—86, 89, 90, 92, 93), *Nesemnat* (2917, 44, 53, 75, 83, 87, 89, 95, E: 1052—63, 65—68, 71—79, 81—93). Cl. IX. *Butoiu I. Octavian* (2890, 94, 96, 13, 17, 20, 21, 23, 26, 32, 38, 41, 44, 53, 56, 59, 61—64, 66, 67, 69, 72, 74, 75, 83, 85—87, 89, 91, 92, 95, 96, 3001, 04), *Moflic Emilian* (2890, 94, 96, 907, 13, 17, 20, 21, 23, 26, 32, 33, 38, 39, 41, 44, 53, 56, 61—63, 66, 67, 69, 72, 74, 75, 83, 85—87, 89, 91, 92, 95, 96, 3001, 04), Niţă D. C. (2907, 13, 17, 20, 21, 23, 26, 32, 41, 44, 53, 56, 59, 61, 64, 66, 67, 72, 75, 85, 89), Rădulescu Spiridon (2907, 13, 20, 21, 23, 26, 32, 41, 44, 53, 56, 59, 61, 64, 66, 67, 72, 75, 85, 89), *Tudor Gh.* (2890, 94, 96, 907, 13, 17, 20, 21, 23, 26, 32, 41, 44, 53, 56, 59, 61, 62, 64, 66, 67, 69, 72, 74, 75, 83, 85—87, 89, 91, 92, 95, 96, 3001, 04).

NĂSĂUD. Cl. X. Crăciun Albu (2908, 11, 17, 24, 41, 44, 51, 53, 68, 69), Tîrnovean Alexandru (2908, 17, 18, 24, 35, 36, 44, 51, 53, 61, 63, 64, 68—70, 75).

OCNA MUREŞ. Cl. X. *Lazăr Dorin* (2907, 08, 79, 15—17, 26, 27, 29, 48, 45, 58—61, 63, 65, 67, 68, 70—80, 85, 91, 94, 96, 98).

OGREZENI (Bucureşti). Abs. *Alexandru Titus* (2893, 96, 907, 11, 12, 16, 18, 20, 21, 25, 32, 53, 56—58, 61, 62, 64—66, 68, 69, 72, 75, 83, 85, 87, 89, 3001, 12, 17, 57).

ORADEA. Ş. m. 2. Cl. VIII. Nistorescu Rodica (2944, E: 1052, 53, 55—57, 60, 63, 65, 66, 71—76, 84, 89, 92, 98), Popa Lucia (2917, 20, 23, 32, 44, 53, E: 1071—74, 77, 79). Ş. m. 1. Cl. VIII. Hulea Ioan (2987, E: 1068, 81, 83—85, 87, 90, 92, 93), Negruţ Ilie (2975, E: 1053, 58, 63, 71, 77, 79, 81—84, 87—89, 92, 93). Cl. X. Onescu Victor (2890, 91, 94, 96, 98, 907, 08, 11, 12, 17, 20—22, 32, 35, 36, 38, 51), *Şchiop Alexandru* (2846, 49, 59, 62, 73, 90, 98, 907, 08, 10, 11, 13, 21, 23—26, 29, 35, 36, 38, 40, 42, 53, 57, 60, 61, 63, 68—70, 72, 73, 78, 91). Abs. Taras Bujor (2907, 08, 10, 13, 17, 20—24, 44).

Şc. elem. de 7 ani Săcădat (Oradea. Cl. V. Tărău Titus (E: 1094—96, 1102,03).

ORAŞUL STALIN. Ş. m. 1. Cl. VIII. Savu Silvia (2894, 96, E: 1061, 72, 75, 77, 80—84, 86, 89), Şerban Doina (2944, 53, 75, 95, E: 1069, 71, 72, 74, 81, 86, 89, 90, 92, 95, 110, 01, 07). Cl. X. Angelescu Ştefan (2908, 12, 17, 20, 22, 24, 32, 35, 36, 44, 51, 63—65, 69, 70, 72, 73, 75, 92, 95, 3022, 25, 29, 32, 34).

PĂUNEŞTI (Bacău). Şc. elem. Cl. V. Berbec Dumitru (E: 1055, 58, 66, 71, 74, 84, 86, 87, 89, 92), Moise Neculai (E: 1062, 71, 72, 74, 76, 84, 87, 89, 91—93), Novac Virginia (2952, E: 1055, 62, 70, 72, 76, 89, 92, 93, 110, 01), Vasilache Maria (E: 1053, 62, 84, 87, 89, 92—94, 110, 01). Cl. VI. Ignat Gh. Gh. (2849, 94, 938, E: 1045, 62, 82, 86, 87, 89, 92), Novac Felicia (1043, 45, 48, 50, 62, 70, 72, 76, 92, 89). Cl. VII. Andronic Vasile (2938, E: 1057, 58, 70, 76, 82, 87, 89, 92), Chiriac Valeriu (E: 2894, 975, 76, 86, 94, E: 1062, 63, 76, 81, 82, 84, 90, 92, 93). Marin I. Angela (E: 1052, 54, 58, 59, 70, 72, 76, 82, 84, 89, 92).

PIATRA NEAMŢ. Ş. m. 1. Cl. VII. Crivăţ Ioan (E: 1053, 55, 56, 60, 72—74, 84, 87, 90, 92). Cl. X. *Grădinaru Nicolae* (2907, 08, 11—13, 17, 18, 20, 22—25, 32, 33, 35, 36, 44, 51, 57, 61, 63, 64, 65, 68—73, 75, 86, 89, 91, 95). Ş. m. 2. Cl. X. Covrig Margareta (2840, 41, 57, 67, 70, 72—75, 79, 80). Abs. Cimpoeşu Teodora (2907—09, 17, 21—26, 32, 51), *Gavril Gh.* (2887, 90—94, 96, 98, 900—03, 05, 06, 56—73, 75, 76, 86).

PITEŞTI. Ş. m. 1. Cl. VIII. Voica Ion (2953, 75, 87, E: 1071—74, 81, 84, 89, 90, 92). Cl. IX. Fotescu Constantin (2907, 11, 13, 17, 20, 21, 23, 32, 41, 44, 53), Scarlat Nicolae (2907, 10, 13, 17, 20, 21, 23, 32, 38, 44, 53, 56, 58, 61, 62, 64, 66, 67, 72, 75, 92, 93, 95), Tomescu C. Ioan (2908, 17, 18, 23, 33, 61, 64, 72, 73, 75, 86, 92, 3002, 03), *Velicescu Mircea* (2885, 94, 95, 96, 98, 907, 08, 11, 13, 16, 17, 20, 21, 23, 26, 32, 35, 36, 38,

41, 44, 48, 53, 56, 61—64, 66, 67, 69, 72, 75, 76, 83, 85, 88, 92, 95). Cl. X. *Bică I. Constantin* (2849, 50, 90, 91, 94, 96, 98, 903, 07, 08, 11—14, 17—21, 23—26, 32, 36—38, 44, 51, 53, 62, 65—67, 69, 78, 86, 87, 91, 92, 95, 3001), Popescu Zamfira (2915, 22, 23, 33, 51, 63, 70, 71, 75, 86, 95), *Vlăducă Gigel* (2913, 37, 56, 57, 61—73, 76, 78, 86, 91—95, 3003, 06, 12, 13, 17, 19, 21, 26, 27, 29, 31, 32, 34, 43, 57). Abs. Mosolski Constantin (2891, 94, 96, 908, 16, 23—25, 38, 57, 61—63, 65, 68—72, 3013, 22, 25). Ş. m. 3. Cl. IX. Alexe Ştefan (2907, 10, 11, 13, 17, 20, 21, 32, 44, 64, 66, 67, 69, 70, 72), Bălăbăneanu Soare (2910, 17, 21, 23, 32, 44, 53, 66, 72, 75, 3006, 21).

Şc. elem. Găeşti (Piteşti). Cl. VII. *Tîrtan Teodor* (2672, E: 920—25, 32—44, 46—49, 62—73).

PLOEŞTI. Ş. m. 1. Cl. VII. Raimond Zade (E: 1094, 99, 102, 03). Cl. VIII. Dolete Ioan (E: 1081, 83, 84, 89, 90, 92, 96, 99, 1100, 01, 02, 07, 08), Ene Nicolae (E: 1071, 73—75, 77, 78, 81—84, 86), *Gheorghiu Nicolae* (E: 1045—87), Gheorghiade Alexandru (E: 1071, 74, 81, 84, 89, 90, 94—96, 99, 100, 02), Nicolaescu Mihaela (E: 1039, 40, 50, 52, 55, 57, 65, 71, 72, 74), Rădulescu N. (E: 1067, 71, 73, 74, 76—78, 83, 90, 92). Cl. IX. Zade Constantin (3011, 12, 16, 22, 25, 29, 34, 43, 45, 47, 48). Cl. X. Bordeanu C. (2891, 938, 51, 57, 61, 63, 65, 68—71, 75, 78, 83, 86), Budileanu S (2778, 90, 91, 95, 99, 802, 03, 06, 07, 30, 908, 65), Costea Gh. (2907, 12, 13, 17, 20—24, 35, 38, 44, 51), *Ciochină Constantin* (2907—09, 11—26, 30, 32, 33, 35—38, 40—42, 44, 46, 48, 51, 53, 54, 56, 57, 59—72, 75, 76, 78, 80, 83, 85—87, 91—86), *Contineanu Mihai* (2890, 91, 94, 96, 907, 08, 12, 17, 18, 20—25, 32, 38, 41, 44, 51, 61, 63—66, 68—72, 75, 78, 83, 86, 95), Dabija Bogdan (2888, 96, 908, 16, 17, 23—25, 51, 53), Năstase Victoria (2912, 18, 20—25, 32), Negoescu Emilian (2841, 45, 50, 60, 61, 63—65, 67, 70, 71, 73—76, 78—80, 912, 51), Negulescu Dumitru (2917, 18, 20, 22—25, 32, 38, 41, 53), Rădulescu Romulus (2908, 10, 17, 18, 32, 36, 38, 57, 58, 60, 61, 64, 65, 68, 72), *Ţagă Mihail* (2907, 08, 11, 16—19, 22—24, 32, 33, 35, 36, 38, 41, 44, 51, 53, 56, 61—66, 68—70, 72, 75, 91, 92, 95, 3001).

Ş. m. 2. Cl. IX. Nicolescu P. Anca (2890, 96, 907, 17, 20, 23, 44, 61, 62, 95), Vieru Mihaela (2907, 17, 20, 61, 62, 64, 66, 67, 72, 75, 3006, 18, 21). Cl. X. Filipescu Emilia (2887, 90, 91, 96, 98, 917, 20, 22, 36, 51, 53), Georgescu Emilia (2908, 12, 15, 17, 18, 20, 24, 25, 32, 35, 36, 51, 53), Jinca Anca (2890, 91, 96, 908, 11, 12, 14, 17, 18, 24, 28, 29, 32, 33, 51), Oniga Delia (2887, 90, 91, 96, 98, 908, 17, 18, 20, 23, 35, 51), Rissdorfer Dionisie (2907, 08, 12, 14, 17, 20—24, 32, 35, 36, 38, 51), Ştefănescu Doina (2887, 90, 91, 96, 98, 908, 17, 18, 20, 23, 35, 36, 51).

Ş. m. 3. Cl. V. Alexe Mircea (E: 1052—54, 57, 60), Curculescu Simona (E: 1052, 53, 56, 57, 62, 81, 84, 86, 87, 89), Preda Mihai Adrian (E: 1052, 54, 57, 60, 69, 72, 74, 84, 89, 93). Cl. VI. Stăvaru Cristina (E: 1041, 48, 49, 52, 53, 56, 57, 60, 61, 66, 71, 74, 76, 80). Cl. VIII. Pampu Virginia (2949, 3006, E: 1068, 71—73, 83, 85, 87, 90, 92, 1101). Cl. IX. Teodorescu Luiza (2845, 917, 23, 32, 41, 44, 61, 72, 75, 87), Verbancu Smaranda (2845, 917, 23, 32, 41, 44, 61, 72, 75, 87). Cl. X. *Caliniac Nicolae* (2893, 901, 18, 24, 28, 29, 31, 48, 51, 53, 60, 61, 63—65, 68—72, 74, 76, 83, 85—87, 94, 96, 3002—04, P). Vişină Elena (2898, 908, 12, 15, 17, 24, 35, 36, 37, 44, 51, 53, 57, 61—64, 68, 70, 72, 75).

Ş. m. 4. Cl. X. Negru Vasile (2888, 96, 908, 16, 17, 23—25, 51, 53. Abs. Cojocaru Alex. (2923, 24, 32, 41, 51, 6365, 70, 72, 3006, 11, 14, 17, 21, 22, 25, 29, 34).

PREDEAL. Cl. X. Olteanu Ilie (2907, 13, 17, 18, 20—25, 32, 33, 35, 36, 38, 41, 51), Şerban Emanoil (2907, 13, 17, 21, 23, 32, 38, 41, 51, 65, 70).

PUCIOASA. Cl. VIII. Leontescu Grigore (E: 1052, 56, 57, 60, 71—74, 83, 84, 88, 89, 92). Cl. IX. Erhan Constantin (2883, 94, 96, 98, 906, 07, 11, 13, 17, 20, 21, 23, 32). Cl. X. Banu Cornel (2891, 96, 908è 07, 11, 16—22, 24, 32, 33, 35, 38, 51, 58), Bănescu Steliana (2890, 91, 96, 907, 08, 11, 16, 17, 19, 21—23, 32, 33, 35, 36, 38, 41, 51, 53), Dragomir Paul (2890, 91, 96, 907, 08, 11, 16—19, 22—24, 32, 33, 35, 36, 38, 41, 51, 53), Gheorghe Nicolae (2890, 91, 96, 916, 17, 19—21, 24, 25, 38, 56), Grigorescu Grigore (2890, 91, 96, 907, 08, 11, 16, 17, 19—24, 32, 33, 35, 36, 38, 41, 51, 53), Leontescu Petre (2890, 91, 96, 907, 08, 11, 16, 17, 19—21, 23, 24, 33, 32, 35, 36, 38, 41, 51, 53), Oitoc Florin (2890, 91, 911, 23, 32, 33, 35, 36, 38, 41, 51,94), *Oproiu Vasile* (2902, 41, 56, 57, 59—73, 75, 76, 78, 81, 83, 85—87, 89, 91, 92, 94—96, 3001—04), Petrescu Gh. (2890, 91, 96, 907, 08, 11, 16—19, 22—24, 32 33, 35, 36, 38, 41, 51), Pleş Nicolae (2891, 96, 908, 11, 16—25, 32, 38, 41, 53), Rimbu Gh. (2908, 10, 17—20, 22—24, 32, 33, 35, 36, 38, 51), Ştefănescu Ion (2907, 16, 19, 20, 23, 24, 32, 35, 36, 41, 51, 53), Vintilescu Mihai (2908, 17, 22—24, 32, 33, 35, 36, 41, 44, 51, 57, 75, 87, 95, 3001), Voinea Petre (2890, 91, 96, 907, 08, 16—19, 23, 24, 32, 33, 35, 36, 38, 41, 51, 53, 57, 64, 65).

PETROȘANI (Hunedoara). Ș. m. 1. Cl. IX. serală. *Grozavu Mihai* (2894, 96, 907, 11, 12, 15, 17, 20, 22, 32, 44, 56, 59, 66, 67, 69, 71, 72, 75, 85, 76, 94, 95, 3001, 04), Lepădatu C. Ilie (2841, 85, 96, 906, 23, 38, 56, 62, 64, 66, 72, 74—76, 83, 87, 88, 95). Cl. X. *Crutarciuc Corneliu* (2885, 87, 90, 91, 94, 96, 902, 06, 07, 11, 13, 17, 18, 20—25, 30, 32—35, 38—41, 43, 44, 48, 51).

RĂCARI. Abs. Horia Alexandru (2906—09, 11—13, 15—27, 32, 33, 35—37, 41, 42, 44, 51).

RĂDĂUȚI. Ș. m. 1. Cl. VIII. Moroșa Ion (E: 1071—74). Abs. *Deutsch Herbert* (2884, 87, 88, 90—94, 96, 98, 900—09, 11, 13, 15, 17, 18, 21—27, 30, 32, 33, 35, 38, 40—42, 44, 51—53).

RÎMNICU SĂRAT. Ș. m. 1. Cl. IX. Raicu Viorel (2811, 16, 48, 61, 63, 74, 923, 38, 69, 72, 83, 87, 91).

RÎMNICU VILCEA. Ș. m. 1. Cl. IX. *Burghelea Dan* (2887, 90, 94, 96, 903, 06, 07, 13, 14, 17, 20, 21, 23, 32, 33, 37—39, 42, 44, 48, 56, 61, 62, 64, 66, 67, 69, 72, 79, 85, 86, P), Costin V. Valerica (2907, 17, 20, 23, 38, 42, 44, 52, 53, 64, 72, 3006). Cl. IX. *Marinescu Dan* (2907, 10, 17, 20, 21, 23, 26, 32, 33, 38, 41, 42, 44, 48, 52, 53, 56, 59, 61, 62, 64, 66, 67, 69, 72, 75, 76, 85—87, 89, 94, 3006, 11, 12, 17, 21, 27), Nicolae Constantin (2916, 17, 20, 22—24, 35, 36, 38, 44, 51), Parlapan Florin (2932, 33, 38, 39, 44, 48, 55, 61, 64, 72, 85, 86). Cl. X. Postelnicu Ion (2907, 08, 11, 16—18, 20, 23—25, 32, 36, 38, 41, 44, 51, 52), Verzeanu Dumitru (2908, 17, 18, 20—23, 32, 35, 36, 38, 41, 44, 51, 57, 61—63, 65, 67, 69, 70, 71, 75, 78, 91, 92, 99, 3001).

ROMAN. Cl. VIII. Belauș Nelly (2941, 44, 66, 69, 75, 89, 95, E: 1071, 73, 74, 79, 81, 86), 92), Cănilă Constantin (2958, 61, 69, 75, 67, 68, 72—75, 77, 82—87, 90, 92), Răducanu Claudia (2944, 53, E: 1071—74, 77—79, 81, 83, 84, 86, 88), Vasilion Mircea (E: 1068, 71, 72, 74, 75). Cl. X. Ricinski St. Cezar (2896, 98, 907—09, 12, 18, 20—23, 27, 32, 35, 36, 38, 41, 44).

ROȘIORII DE VEDE. Cl. X. *Grecu Anton* (2811, 16, 18, 23—26, 30, 31, 58, 62, 81, 82, 86, 90, 91, 94, 96, 911—13, 15, 16, 19—22, 24, 25, 28, 41, 42, 44, 61—65, 69, 70, 72, 78, 80, 95, 3001), Leonte Alexandru (2908, 12, 17, 18, 20—25, 27, 30, 35, 37, 38, 42, 44, 51, 53, 54). Abs. *Bozdog Marin* (2907, 08, 17—25, 28, 32, 33, 35, 36, 41, 47, 51, 53, 56, 57, 61, 63, 64, 66, 68, 70—73, 86). *Rizescu Ilie* (2941, 44, 56—66, 68—75, 81, 84, 86, 87, 89, 91, 92, 94—96, 99, 3001—03, 05, P, N).

SATU MARE. Ș. m. „Mihail Eminescu". Cl. VIII. Svah Ștefan (E: 1052, 55, 57, 60, 62, 65, 72, 73). Cl. IX. Sava Nicolae (2731, 64, 90—92, 95, 96, 806, 07, 21, 41, 48). Cl. X. Măriеș Viorel (2892, 98, 907, 08, 17, 22, 33—36, 39, 40, 43, 51, 63, 65—73, 75, 77, 79), Wiesler Ervin (2891, 96, 98, 917, 23, 32, 36, 38, 44, 51, 3003), Wieslre Hervat (2907, 08, 13, 17, 18, 20—26, 29, 30, 32, 33, 35, 43, 48, 53). Abs. Pop Ioan (2907, 11—13, 17—24, 26, 27, 51). Ș. m. t. expl. c.f.r. An. IV. Szasz Carol (2907, 08, 14, 17, 23, 25, 32, 35, 36, 44, 51).

SARAMĂȘAG. Tehnician *Gherlan Vasile* (2907—27, 30, 32, 33, 35—42, 44, 48, 49, 51, 53, 54).

SINAIA. Cl. X. Popa Constantin (2908, 10—12, 17, 18, 22, 24, 25, 32, 41, 51, 57, 61, 63, 65, 68—73, 89). Cl. XI serală. Zaharescu Gh. (2907, 08, 11—13, 16—20, 23—25, 32, 51, 57, 84). Abs. Stănicel Dan (2908, 10—12, 17, 18, 20, 23—25, 41, 51, 57, 63, 72, 89).

SLATINA. Abs. Dorobanțu Valeriu (2956, 57, 61—67, 70, 72, 74—78, 83, 86—89, 94—96).

SIBIU. Ș. m. 1. Cl. VII. Scurtu Ionel (E: 1067, 71, 73—75, 78, 79). Cl. IX. *Ancusa Victor* (2893, 907, 17, 18, 22—24, 32, 34, 38, 51, 57, 61—65, 68—72, 75, 86, 87, 89, 91, 95, 3002, 03), Dordea Nicolae (2917, 20, 38, 44, 59, 61, 62, 66, 72, 89). Golescu Alex. (2957, 59, 62, 63, 65—67, 77, 89, 95). Ș. m. 5. Cl. VII. Gladcă Eugen (2953, E: 1051—75, 81—85, 87, 89). Cl. X. Palagh on Cornel (2907), 17, 20, 22, 23, 32, 33, 35, 36, 38, 44, 51, 57, 61, 63, 65, 68—73, 76, 86, 89). Șc. elem. nr. 1. Cl. VI. Carp Dan (1052, 53, 57, 60, 62, 66). Ș. m. t. topografie. An. I. *Grigore Gh.* (2893, 908, 16—18, 22, 23, 25, 33, 38, 41, 44, 61, 63—65, 68—72, 74—76, 86, 3002, 03, 11—13, 21, 25, 29).

SPĂTĂREȘTI (Suceava). Abs. Spătărescu Florin (2907, 08, 11, 14, 20—24, 32, 33, 53).

SUCEAVA. Ș. m. „Ștefan cel Mare". Cl. X. Andrișor Gh. (2907, 08, 33, 35, 36, 51, 64, 68, 70, 72, 76, 85, 86, 94). Abs. Curcă Dumitru (2917, 20—24, 41, 44, 51, 57, 62—65, 70—72, 83, 86, 87, 94, 3002).

TECUCI. Ș. m. 1. Cl. X. Sulugiuc Silvia (2891, 96—98, 900, 01, 12—14, 18, 48, 56, 57, 61, 64, 75, 81, 82, 89, 95, E: 1072, 76). Abs. *Cătană Costică* (2848, 919, 48, 56, 57, 59—73, 75—77, 83—87, 89, 91, 94—96, 3002, 03, 05), Chișcaru Marin (2912, 17, 18, 20, 22, 23, 33, 35, 36, 51). Ș. m. 2. Cl. V. Tătaru Ioan (E: 1052, 60, 72, 75, 76, 78, 83, 87, 89, 92, 93). Cl. VII. Arghire Vasilica (E: 1073, 74, 76, 83, 84, 87, 89, 92, 95, 1100, 01), Bubulac Marioara (E: 1071—74, 81, 83—85, 87, 89, 92, 93), Lebăduș Elena (E: 1072—74, 76, 77, 94, 94, 99, 103). Cl.

VIII. Belcescu Mihai (2944, E: 1067, 71, 73, 74, 76, 78, 79, 81—89, 92), Doca Maricel (2944, E: 1052, 53, 56, 57, 60, 66, 67, 70—74, 78, 81, 86, 92, 93), Dimofte Elvira (E: 1070—76, 78, 79, 81, 82, 84, 90, 92), *Gafton Narcis* (2944, E: 1062—55, 57—60, 62, 63, 66, 68, 70—76, 78, 79, 81—85, 87—90, 92—94), Moscovici Henry (2938, 53, 75, 3006, E: 1058, 61, 63—65, 71, 74, 78, 81, 82, 84—86), Grama Petru (2944, E: 1057—59, 68, 70—76, 79, 81—84, 90, 92, 93), Ionescu Vasilica (2938, 53, E: 1067, 71, 73—75, 81, 84, 86, 89, 90, 92, 93), Lebăduș Vasile (E: 1055, 72—74, 76, 77, 94, 99, 100, 103). *Negrea Junica* (2944, E: 1053, 54, 57—60, 63, 65, 66, 68, 70—76, 78, 81—85, 87, 89, 90, 92, 93, 99), Popa Angela (2944, E: 1022, 52, 54, 55, 59, 65, 71, 72, 74—76, 78, 79, 81—84, 87, 89, 90, 93), Profiriu Constanța (E: 1052—60, 65, 70—74, 76, 78, 79, 81—85, 87, 89, 90, 92, 93), *Răducănescu Mihai* (2944, E: 1053—55, 57—60, 62, 63, 65, 66, 68, 70—76, 78, 79, 81—85, 87—80, 92, 93), *Tigănescu Violeta* (2894, 938, E: 1052—62, 65, 68, 70—74, 76, 78, 81—85, 87, 89, 90, 92), *Tătaru Petre* (2944, E: 1052, 53, 55—58, 60, 63, 66, 68, 70—76, 78—85, 87—90, 92, 93), Vasiliu Rodica (2944, E: 1059, 70, 71, 73—76, 78, 79, 84, 87, 89, 90, 92), Vîrgolici Ileana (E: 1052, 53, 56—59, 62, 70, 71, 73, 74—76, 78, 79, 81, 83—85, 87, 90, 92), Cl. IX. Agheorghesei Margareta (2894, 96, 911, 53, 56, 63, 66, 67, 75, 95), Ailioaiei Rodica (2896, 913, 17, 53, 56, 64, 66, 67, 72, 75, 95, 3000), Bradea Ion (2841, 46, 48, 61, 63, 74, 94, 96, 907, 17, 21, 38), Pascal Elena (2885, 94, 96, 903, 11, 13, 44, 56, 61, 64, 67, 75 95), Valicu Valeria (2885, 94, 96, 913, 56, 56, 66, 67, 95). Cl. X. Iacob D. Ioan (2841, 59, 61, 63, 65, 72—74, 944, 3006, 21), *Vidrașcu Traian* (2883, 84, 88, 90—94, 96, 98, 903, 04, 07, 08, 11—13, 15—17, 19—26, 32, 34, 36, 38, 44, 56—59, 60—62, 64—66).

TIMIȘOARA. Stud. Mănușteru St. (Facult. mat.-fiz) (2884, 86, 91, 94, 97, 98, 906). Ș. m. 1. Cl. V. Giurgiu Mircea (E: 1013, 24, 49, 70, 71). Cl. VIII. Hiris Viorel (2975, 3006, 26, E: 1081—86, 88—90, 92 94—96, 98—1100, 02, 07, 08), Popa Liviu (2944, E: 1052, 53, 55, 56, 60, 66, 71, 73, 74), Tupan Ion (2944, E: 1052, 53, 55, 56, 60, 66, 71, 73, 74). Cl. IX. Bernath Walter (2907, 20, 21, 23, 44, 48, 49, 61, 66, 67, 69), Mureșanu Vasile (2914, 17, 32, 61), Pîrvu Dorel (2907, 10, 13, 17, 21, 23, 38, 44, 49, 53, 61, 66, 72), Skech Carol (2911, 20, 23, 32, 38, 49, 53, 66, 69, 87). Cl. X. Anuții Aurel (2908, 17, 23, 35, 36, 41, 44, 53, 61, 63, 65, 69, 72, 91), Bălan Trandafir (2932, 35, 36, 41, 44, 89, 93, 97), Coșereanu Radu (2890, 91, 94, 957, 61, 63, 65, 68—72), Dungan Mircea (2860, 61, 63—65, 67, 73—75, 78, 907, 08, 16, 17, 23, 24, 35, 36, 41, 44, 51), Gosler C. (2908, 12, 17, 22—24, 37, 41, 44, 61, 63, 64, 68, 71, 72), Stoicoiu Dumitru (2907, 08, 11—13, 16—18, 23,25, 35, 36, 38, 41, 44, 51), Vuia Ion (2896, 906, 08, 17, 23, 24, 35, 41, 44, 51, 63, 70).

Ș. m. 2. Cl. VIII. Dungan Eugen (W: 1071—74, 78, 81, 87, 89, 90, 92, 93), Cl. X. *Baumstarck Gertrude* (2911—13, 16, 17, 20—26, 30, 32, 35, 36, 38, 44, 46, 51, 57, 59—61, 63—70, 72, 78, 91), Bergermeister Klemens (2907, 08, 17, 18, 21, 23, 24, 35, 51, 61, 63, 65, 68—72), Leichman Dieter (2908, 17, 18, 23, 24, 25, 36, 51, 57, 63—65, 70, 75), Muchha Helmuth (2908, 17, 18, 23, 24, 51, 57, 63—65, 70, 75). Petzok Josif (2907, 12—19, 23, 24, 57, 63, 64, 66, 68—70, 72).

Ș. m. 3. Cl. X. Silaș Veronica (2916, 17, 33, 38, 40, 41, 44, 51—53), Vlăduceanu Doina (2916, 17, 38, 41, 44, 51, 52, 61, 69, 75).

Ș. m. 5. Cl. X. Bailuc Alecandru (2844, 96, 98, 907, 08, 10—12, 17, 18, 20, 22—25, 32, 33, 35, 41, 51), Hoffmann Ioan (2907, 08, 10, 11, 16, 17, 22, 24, 32, 33, 35, 36, 38, 41, 44). Abs. Pita Bujor (2893, 96, 905, 33, 56, 61, 63, 64, 70, 72, 75, 86, 87), *Subu Teofil* (2896, 907, 11, 14, 17—24, 32, 33, 51, 53, 56, 61—64, 66, 68—73, 83, 84, 86, 87).

Ș. m. 10. Cl. X. Mocanu Victor (2907, 08, 14, 17, 18, 23, 24, 32, 33, 35, 36, 51).

Ș. elem. Cacova. Cl. VII. Ginghină (E: 1052—55, 57, 59, 60, 73—75, 90, 92).

TIRGOVIȘTE. Ș. m. 1. Cl. IX. Dumitrescu Horia (2948, 56, 57, 61, 62, 64, 69, 72, 91, 92, 95, 3001), Ploscaru Mihail (2907, 17, 20, 21, 23, 33, 38, 42, 61, 66, 67, 72, 64, 74, 76, 83, 85, 86, 88, 94, 3002, 04).

Ș. m. 2. Cl. IX. Bărboiu St. Virgil (2836, 40, 45, 46, 48, 53, 55, 61, 63, 80, 82, 83, 88, 94, 96, 903, 04, 07, 13, 17, 20, 21, 23, 26). Cl. XI serală. Irimia N. Corneliu (2919, 33, 39, 52, 56—58, 61—65, 68—73, 75, 82, 89, 92, 93, 95, 3001).

Ș. m. 3. Cl. VIII. Dumitrică Aurel (2944, 75, 87, E: 1071, 73—76, 78, 79, 81, 83—86, 88—90, 92, 95, 97, 99, 107). Cl. IX. Brezeanu Florin (2883, 88, 90, 91, 96, 904, 07, 10, 13, 17, 20, 21, 23, 32, 38, 44). Cl. X. *Cănuță Gh. Vasile* (2814, 45, 49, 68, 71, 77, 87, 80—94, 96—98, 905, 07, 08, 10, 12—14, 17, 20—24, 29, 32, 33, 35, 36, 38, 41, 44, 46, 51, 53), *Popescu S. Liviu Dan* (2779, 91, 92, 94, 95, 99, 801, 06, 07, 09, 11, 13, 15, 17, 29, 31, 34, 45, 61, 63—80, 96, 98, 99). Abs. Nicolescu M. Ion (2957, 61, 65, 66, 68—71, 78), Popescu Melania (2907, 08, 12, 15, 17, 18, 20, 22—25, 32, 36, 44, 51, 53).

TIRGU JIU. Ș. m. 1. Cl. VIII. Demetrescu Rodica (E: 1052—66). Ș. m. 2. Cl. IX. Albu Ion (2884, 907, 10, 18, 23, 44, 56, 61, 62,

64, 72, 75), Ceaureanu Ion (2845, 48, 49, 59, 60, 61, 63—65, 69, 74, 75, 78, 91, 907, 18, 23, 32, 44, 51). Cl. X. *Anițescu Nicolae* (2885, 90, 92—94, 905, 07—09, 11—15, 17—27, 30, 35, 36, 38, 41, 44, 63, 65, 69, 70, 72, 78), *Bozdog Ion* (2885, 98, 907, 08, 12, 13, 16—18, 20, 22—25, 32, 33, 35, 36, 38, 41, 44, 51, 57, 61, 63, 65, 68—72, 78), Drăgănescu Traian (2849, 60, 61, 64—66, 74, 75, 78, 907, 10, 14, 17, 18, 32, 44).

Ș. m. 3. Cl. VIII. *Adam Gh.* (2811, 13, 15, 47, 48, 51—60, 62). Abs. *Comănescu Gh.* 29, 31, 45, 48, 61, E: 1025—32, 35, 40, 43, 47, 48, 51—60, 62). Abs. *Comănescu Gh. Ioan* (2836, 46, 48, 52, 60—82, 90, 91, 94, 96, 98).

TIRGU NEAMȚ. Ș. m. 1. Cl. IX. Antoniuc Bogdan (2845, 67, 72, 82, 93, 903, 06, 17, 20, 44), Grădinaru Niculae (2907, 20, 21, 23, 64, 66, 72, 67, 75, 3006, 11, 21, 25). Cl. XI serală. Munteanu Corneliu (2808, 11, 27, 35, 59, 61, 85, 63, 67, 70, 78, 99). Abs. *Grădinaru Pimen* (2899, 903, 16, 19—21, 24—26, 30, 32, 33, 86, 44, 51, 56, 57, 59, 61—73, 75, 76, 78, 83, 84, 86, 87).

TURNU MĂGURELE. Abs. Grecu I. Eftimie (2783, 836, 48, 68, 70, 962—65, 69, 70, 72, 78, 86, 89, 3001).

TURNU SEVERIN. Ș. m. 1. Cl. VIII. Manolescu Margareta (E: 1068—71, 73, 74, 77, 90, 92). Cl. IX. Oprică Verona (2894, 96, 913, 20, 21, 44, 72, 74—76, 83, 87, 94, 3004), Roată Radu (2907, 23, 38, 41, 53, 61, 62, 64, 66, 67, 72, 75, 97, 3001, 06). Cl. X. Alexe Alexandru (2845, 58, 71, 72, 74, 78, 913, 17, 20, 23—25, 33, 35, 36, 51, 63), Bresniceanu Alexandru (2840, 45, 60, 61, 63, 70, 72, 96, 907, 08, 17, 18, 23, 32, 44, 51, 53, 61, 65, 70, 75), Lazaroniu Gh. (2920—22, 24, 25, 32, 51, 57, 62—65, 70, 72, 73, 78, 86, 87, 89, 95, 3003), Purcărin Ion (2898, 917, 33, 35, 38, 44, 51, 61, 63, 68, 69, 75), Tănase Mihail (2896, 907, 17, 20, 22, 24, 25, 32, 33, 35, 38, 51). Ș. m. 2. Cl. X. Anonim (2907, 08, 16—18, 20, 22—24, 32, 35, 36, 51). Abs. Epuran D. Constantin (2907, 11—13, 17, 20—23, 25, 32, 41, 44, 53), *Taloi Dragoș* (2907—13, 16—27, 32, 33, 35, 36, 38, 40—42, 44, 48, 51, 53, 56, 61—67, 69, 70). An. II. Lăcătuș Hotăranu Dumitru (2894, 938, 76, E: 1053, 58, 62, 64, 74, 75, 81, 90, 92).

URLAȚI. Abs. Iancu Vasile (2912, 17, 18, 20, 22, 24, 32, 37, 38, 44). Abs. Vasilescu Sorin (2893, 2913, 17, 18, 22, 24, 28, 29, 32, 33, 44, 51).

VASLUI. Cl. X. Lupu Ioan (2917, 23, 38, 41, 44, 51, 65, 63, 66, 68—70, 72, 78, 86, 89, 93, 3011, 13, 21, 25), *Maftei V. Ioan* (2907, 17, 18, 20—25, 30, 32, 38, 40, 41, 44, 51, 57, 61, 63—66, 68—70, 72, 73, 78, 83, 85—87, 89, 92, 3013, 21, 22, 24, 34).

VALEA SEACĂ (Bacău). Abs. *Chiorcea N. Nicolae* (2845, 85, 88, 90—94, 96, 98, 901, 05, 07, 08, 11, 12, 14—26, 32, 33, 35, 36, 38, 41, 44, 48, 51—54, P).

VICOVUL DE SUS (Rădăuți). Abs. *Alexei Dan* (2912, 13, 17, 18, 20—26, 33, 38, 41, 44, 51, 53, 57, 63—70, 72, 75, 78, 83, 86, 3002, 03). Abs. *Ieșanu Dorin* (2907, 12, 17, 18, 20—25, 32, 33, 38, 41, 44, 51, 53, 57, 60, 62, 63, 65, 66, 68, 69, 70, 72, 75, 78, 3002, 03).

ERATĂ

— La pagina 353 la lista evidențiaților la etapa regională a Olimpiadei de Matematică 1958 se va adăuga:

Regiunea ORADEA. Clasa VIII — *Bărbulescu Aurelia* (șc. m. 2 Oradea). Clasa IX-a — *Pascovici Gheorghe* (șc. m. 1 Oradea). Clasa X-a — *Carțiș Dan* (șc. m. 1 Oradea), *Dulca Doina* (șc. m. 2 Oradea), *Mihele Vasile* (șc. m. 1 Oradea), *Pascovici Dumitru* (șc. m. 1 Oradea), *Șchiop Alex.* (șc. m. 1 Oradea).

— La pag. 421 rîndul *2 de sus* în loc de 6 se va scrie 5.

REDACTAREA SOLUȚIILOR

— *Rezolvarea fiecărei probleme* trebuie făcută separat, cu toate calculele necesare, iar figurile să fie desenate cu îngrijire. Nu se vor trimite soluțiile mai multor probleme pe aceiași foaie: fiecare soluție trebuie să fie precedată de numărul de ordine al problemei, enunțul complet și numele propunătorului. După soluționarea fiecărei probleme scrieți citeț numele, clasa și *școala unde urmați* sau ocupația și adresa și apoi trimiteți problemele așezate în *ordinea lor numerică*, iar pe adresă menționați: *Redacției G.M.F. seria B.*

— *Se primesc soluții* numai la problemele și exercițiile din ultimele trei numere apărute.

— *Soluțiile ce se vor anunța* la rubrica rezolvitorilor în tiooț cursul anului 1958 se vor socoti la premierea colaboratorilor pe anul 1958.

— După apariția numărului 10 al G.M.F.-B, corespondenții evidențiați în cursul anului 1958 sînt rugați să-și întocmească cîte o *fișă* cuprinzînd numele, adresa lor și tabelul cu toate problemele ce au rezolvat, așezate în *ordinea lor numerică* și care au fost anunțate la rubrica rezolvitorilor în numerele 1—10, apoi să o trimită redacției în plicul cu alte probleme rezolvate, în vederea *clasificării și premierii pe anul 1958.*

— *Problemele ce se propun* de către colaboratorii revistei, să fie clar compuse, însoțite de soluții, să fie personale și nu luate din cărți sau reviste, iar trimiterea lor să se facă odată cu problemele rezolvate. Elevii sînt sfătuiți să înceapă a propune probleme, numai după ce au soluționat un număr destul de mare de exerciții și probleme. Problemele propuse necorespunzătoare nu se pot publica. Dacă un corespondent constată că unele probleme propuse mai există publicate în cărți sau reviste, este rugat să ne arate precis *volumul* și *pagina* unde s-a mai publicat enunțul sau soluția problemei respective.

— În redactarea unei soluții trebuie alese *notații potrivite*, subliniate părțile principale, iar calculele numerice să fie făcute cu mare îngrijire. *Figurile* trebuie făcute corect, clar, cu linii pline și punctate. De multe ori aceste reguli îndeplinite conduc la soluția problemei. Adesea dintr-o problemă simplă pot ieși chestiuni interesante. Soluțiile mai dificile se obțin uneori prin încercări succesive și studiind chestiuni în legătură cu problema de rezolvat.

— Corespondentul nostru care a citit și a înțeles deplin multe din soluțiile publicate, a rezolvat multe din probleme propuse, poate și este îndemnat să încerce să schițeze cîte o *notă* scoasă dintr-o observare făcută cu ocazia rezolvării unei chestiuni mai grele. Aceste note este bine să fie refăcute de mai multe ori înainte de a fi trimise pentru a se evita ca în expunerea făcută să fie scrise *vorbe fără rost*, iar ideile trebuie să deștepte *interes pentru cititor.*

— *Ordinea și îngrijirea* în prezentarea unei idei pot fi îndeplinite dacă harnicul nostru corespondent a făcut mai multe rezolvări, dacă a citit și a înțeles deplin, multe soluții și articole publicate și dacă a studiat îndeajuns chestiunea de care se ocupă.

— Tovarășii colaboratori elevi sînt rugați să ne trimită date asupra activității lor extrașcolare la matematică și la fizică, asupra activității cercurilor de matematică sau de fizică la care iau parte și asupra modului de desfășurare a „Olimpiadei de matematică și fizică", pentru ca apoi, prin revistă, să se poată realiza cu succes, un schimb de experiență. Abonamentele la G.M.F. — seria B se fac individual și prin oficiul poștal local pe lunile ce urmează pînă la finele anului 1958, socotindu-se prețul de 1,50 lei exemplarul

— Reclamații în legătură cu tirajul revistei G.M.F.-B, cu întîrzierea sau neprimirea abonamentelor se pot face Direcției regionale P.T.T.R. a regiunii respective, iar în București Oficiului de difuzarea presei în Capitală, Piața Scînteii nr. 1.

BIBLIOTECA SOCIETĂȚII DE ȘTIINȚE MATEMATICE ȘI FIZICE DIN R. P. R.

1.	E. RUSU	Bazele teoriei numerelor.
2.	A. I. MARKUȘEVICI	Șiruri recurente.
3.	N.N. VOROBIEV	Numerele lui Fibonacci.
4.	P. S. ALEXANDROV	Introducerea în teoria grupurilor.
5.	I.S. SOMINSKI	Metoda inducției matematice.
6.	GH. MIHOC	Elemente de calculul probabilităților.
7.	H. IONESCU	Calcule numerice.
8.	A. I. MARKUȘEVICI	Arii și logaritmi.
9.	A. I. GHELFOND	Rezolvarea ecuațiilor în numere întregi.
10.	O. SACȚER	Despre conice și alte curbe.
11.	ION IONESCU	Maxime și minime geometrice.
12.	F. I. ZIGHEL	Cometele.
13.	S. SKLOVSKI	Radioastronomia.
14.	V. ATANASIU	Structura materiei.
15.	V. V. SARONOV	Soarele și observarea lui.
16.	O. KREINDLER	Elemente de calcul vectorial.
17.	B. B. KUDRIAVȚEV	Experiențe simple cu ultrasunete.
18.	M. V. PENTKOVSKI	Nomograme.
19.	A. KAHANE	Elemente de teoria congruențelor de drepte.
20.	GH. ȚIȚEICA	Culegere de probleme de geometrie, (revăzută și completată de G. D. SIMIONESCU).
31.	A. HALANAY	Introducere în teoria calitativă a ecuațiilor diferențiale.
22.	N. STĂNESCU	Electronul.
23.	V. SERGIESCU	Introducere în fizica solidului.
24.	G. N. BERMAN	Cicloida.
25.	C. BORȘ	Noțiuni de geometrie proiectivă.
26.	AL. SANIELEVICI	Introducere în radioactivitate.
27.	M. HEROVANU	Introducere în fizica atmosferei
28.	C. G. BEDREAG	Bibliografia fizicii române.
29.	I. S. DUBNOV	Erori în demonstrațiile geometrice.
30.	H. STEINHAUS	Caleidoscop matematic (traducere din limba poloneză).
31.	C. POPOVICI	Stelele, date fizice, structura internă, originea și evoluția lor.
32.	C. DRIMBA	Elemente de mecanică cerească.

C. 11102 — Atel. poligr. Editura Tehnică

Lei 1,50

E 1426

KAT

SOCIETATEA DE ȘTIINȚE
MATEMATICE ȘI FIZICE DIN R.P.R.

GAZETA MATEMATICĂ ȘI FIZICĂ

SERIA B

PUBLICAȚIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Institut de documentare tehnică
BUCUREȘTI
OBMEN - SCHRE
VYMENA - WYMIANA
TAUSCH - ÉCHANGE

Anul IX — septembrie 1958

9

EDITURA TEHNICĂ

GAZETA MATEMATICĂ ŞI FIZICĂ

(SERIA B)

Anul IX — Nr. 9 — septembrie 1957

SUMARUL

	Pag.
1. *Introducere în geometria cinematică de N. Mihăilă*	497
2. *Radiaţii radioactive de Virgil Atanasiu*	513
3. *Probleme alese de matematici de Gh. I. Bercea*	524
4. *Note matematice de Bretan Dan*	527
5. *Probleme rezolvate (2752; 2755; 2760; E: 1012; 1033; 1034; 1043; 1045; 1018; 1069; 1079)*	530
6. *Chestiuni de examen (3342—3352)*	538
7. *Probleme propuse (3353—3373)*	540
8. *Exerciţii şi probleme propuse pentru şcoala de 7 ani (E: 1199—E: 1217)*	544
9. *Poşta redacţiei*	547
10. *Rubrica rezolvitorilor de probleme*	548

ANUL IX 9 SEPTEMBRIE

COMITETUL DE REDACŢIE

Atanasiu V., lector, redactor pentru fizică ; **Bolangiu A.**, asistentă univ., **Ionescu Bujor C.**, prof. univ. ; **Ionescu-Ţiu C.**, profesor, redactor pentru matematică ; **Muşat I.**, profesor ; **Negulescu A.**, profesoară ; **Petrovanu A.**, profesor ; **Pop Alex.**, profesor ; **Rădulescu N.**, profesor ; **Sacter O.**, conf. univ., redactor responsabil ; **Simionescu D. Gh.**, conf. univ.

REDACŢIA : Str. Academiei, 14 — Tel. 14.46.53 — Bucureşti I

Articolele, notele, recenziile, problemele propuse sau rezolvate, corespondenţa privitoare la activitatea matematică şi fizică a şcolilor, precum şi orice material informativ care ar putea interesa redacţia noastră se vor trimite pe adresa de mai sus.

KÖNYVTÁR ORSZÁGOS MÚZEUM 1883

GAZETA
MATEMATICA ȘI FIZICA (SERIA B)
PUBLICAȚIE LUNARĂ PENTRU TINERET
Anul IX, Nr. 9 septembrie 1958

INTRODUCERE ÎN GEOMETRIA CINEMATICĂ

Conf. univ. N. MIHĂILĂ

1. MIȘCAREA, formă de existență a materiei, înglobează în înțelesul larg al cuvîntului, toate schimbările și procesele care au loc în natură. In acest sens, gama mișcărilor se întinde de la forma simplă a mișcării mecanice, pînă la forma superioară a mișcării care se manifestă în procesul gîndirii.

Matematica, prin diferitele ei ramuri: geometria și aritmetica, algebra și analiza etc., folosește mișcarea, prezentînd-o evident sub diverse aspecte proprii. Astfel, transformările geometrice, funcția, operația de trecere la limită ș.a.m.d. sînt noțiuni matematice în care se reflectă mișcarea.

Față de noțiunea de mișcare au fost luate două poziții:

— mișcarea este o noțiune primară și deci este folosită în definirea entităților fundamentale ale matematicii;

— mișcarea este o noțiune care se cere definită.

Astfel, cînd se spune: „dacă prin suprapunere figurile geometrice coincid, ele sînt egale", nu se face altceva decît că se consideră mișcarea (operația de suprapunere) ca o noțiune evidentă, folosind-o apoi la definirea egalității figurilor geometrice. Așa face Euclid în „Elementele" sale.

De pe a doua poziție (cum face Hilbert), noțiunea de mișcare este definită. În acest sens, considerîndu-se operația de punere în corespondență a două mulțimi ca operație primară, mișcarea este definită drept o corespondență dintre punctele spațiului.

Geometria a folosit noțiunea de mișcare mai mult în sensul lui Euclid, și pe această cale s-a ajuns la crearea unei discipline matematice aparte, numită *Geometria cinematică* sau *Geometria mișcării*. Dar și pe această cale lucrurile au prezentat aspecte diferite. Dat fiind că la începutul creerii Geometrii mișcării, mecanica teoretică fusese constituită de Newton, unele cercetări au folosit noțiunile de viteză și accelerație ca elemente esențiale în studiul proprietăților figurilor geometrice. Totuși, proprietățile figurilor geometrice, chiar dacă acestea sînt generate prin mișcare, nu depind de vitezele și accelerațiile punctelor în mișcare, ci numai de succesiunea pozițiilor ocupate de figurile respective. Pe această ultimă poziție s-au situat fondatorii Geometriei mișcării: Cauchy, Chasles, Mannheim și în acest sens vom prezenta cele ce urmează.

2. A deplasa înseamnă a schimba cuiva locul. Deplasarea unei figuri înseamnă schimbarea locului acelei figuri. Cu alte cuvinte, geometric, deplasarea este o transformare care permite să se treacă de la o figură F la o altă figură egală F'.

Evident, deplasarea, ca orice schimbare, este înglobată în noțiunea generală de mișcare. Totuși, geometria a găsit necesar să nuanțeze mișcările respective.

Astfel, într-o deplasare nu se are în vedere felul după care se execută mișcarea, adică nu se ține seamă de timpul întrebuințat pentru a trece de la o poziție la alta, ci se socotește esențial numai poziția inițială și cea finală ; ca operație geometrică, deplasarea are un caracter finit, de unde și denumirea de deplasare finită.

Deplasarea figurilor geometrice poate avea loc astfel :

— punctul se poate deplasa pe o dreaptă, în plan și în spațiu ;

— figura plană se poate deplasa în planul ei (deplasare plană) și în spațiu *) ;

— figura spațială se poate deplasa în spațiu.

Pentru a pune în evidență deplasarea unei figuri geometrice, ea trebuie raportată la alte figuri, considerate drept sistem de referință.

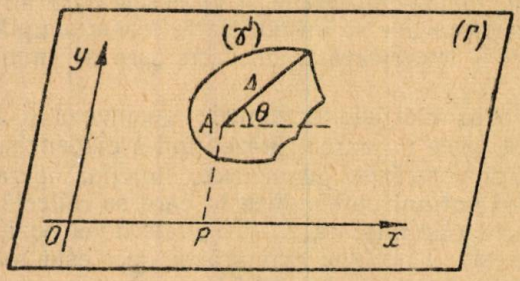


Fig. 1.

De exemplu. O figură plană γ (o placă foarte subțire) se raportează la planul Γ (fig. 1) (pe care este așezată placa). Geometric, planul Γ îl definim prin dreptele concurente Ox și Oy. Figura γ se poate deplasa oricum în planul Γ. Pentru îngrădirea mișcării ei, fixăm mai întîi un punct A, prin numerele $OP = a$, $PA = b$, și apoi oprim rotirea în jurul lui A, prin unghiul θ, format de o dreaptă Δ a figurii γ cu dreapta Ox. Au apărut astfel, trei parametri care îngrădesc mișcarea unei figuri plane ; concludem că *mișcarea plană are trei grade de libertate* **).

Într-o deplasare oarecare, toți cei trei parametri sau numai unii din ei, pot varia după legi cu totul arbitrare. Dacă parametrii trebuie să satisfacă la o condiție dată (mișcarea se îngrădește în anumite sensuri), mai rămîn arbitrari doi parametri. În acest caz, figurii plane γ i-au rămas două grade de libertate.

Dacă cei trei parametri trebuie să satisfacă la două condiții date, figurii plane γ nu-i mai rămîne decît un singur grad de libertate.

Acesta este cazul corespunzător și situației cînd cei trei parametri depind de parametrul timp, cercetat în mod special de cinematică.

Ținînd seamă de gradele de libertate ale unei figuri plane, sîntem conduși la următoarea teoremă :

---

*) Deplasarea plană este o transformare care menține figurile geometrice direct egale. (Figuri egale și cu același sens de circulație pe contur).

**) Fixarea punctului A și a dreptei Δ, poate fi înlocuită cu fixarea punctului A și a altui punct B, astfel că AB să determine pe Δ.

Teorema I. — *Cunoașterea mișcării a două puncte oarecare ale unei figuri invariabile plane este suficientă pentru cunoașterea mișcării oricărui punct aparținînd figurii considerate.*

Într-adevăr, fie A, B și A', B' pozițiile diferite ocupate de două puncte ale unei figuri plane, într-o mișcare plană dată (fig. 2). Poziția M a unui

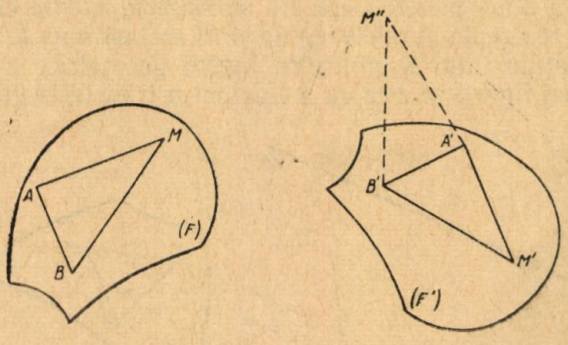


Fig. 2.

punct oarecare aparținînd figurii plane în poziția F este determinată de distanțele MA și MB, care rămîn constante în timpul mișcării. Evident, figura plană fiind invariabilă în timpul mișcării, în poziția F', punctul M' corespunzător lui M se obține construind un triunghi $A'B'M'$ direct egal cu ABM (nu $A'B'M''$). Această construcție este unic determinată și totdeauna posibilă.

Fără a insista, informăm că o figură din spațiu are în general, șase grade de libertate, iar cunoașterea mișcării a trei puncte necoliniare este suficientă pentru cunoașterea mișcării oricărui punct al figurii spațiale considerate.

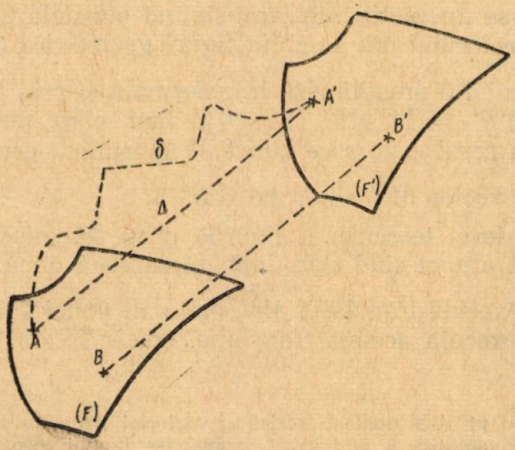


Fig. 3.

3. Să definim mișcările fundamentale: translația și rotația.

a) *Translația.* Fie F și F' două poziții diferite ale aceleiași figuri invariabile (fig. 3). Unind un punct oarecare A aparținînd figurii cu punctul

corespunzător A' aparținînd figurii F' prin definiție, se obține deplasarea punctului A. Această deplasare poate avea loc pe o curbă oarecare δ sau pe o dreaptă Δ.

Cînd deplasarea punctului este rectilinie ea poartă numele de *translația punctului.*

Translațiile a două puncte oarecare se zic *echipolente* cînd deplasările respective se fac pe drepte paralele, egale și în același sens ($AA' = \uparrow\uparrow BB'$).

Dacă translațiile tuturor punctelor figurii geometrice considerate sînt echipolente, atunci figura se zice că a efectuat o translație geometrică.

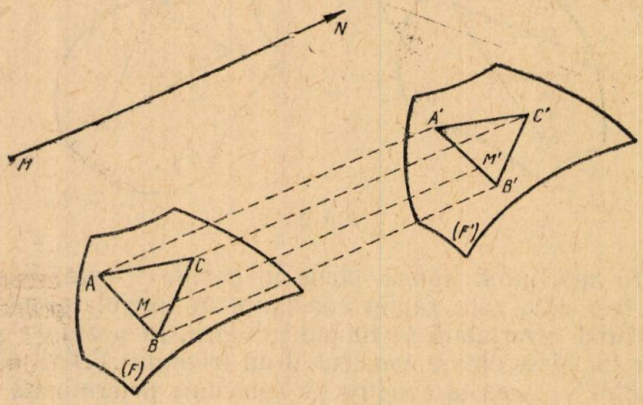


Fig. 4.

Operația de translație a unui punct definește un segment orientat numit *vector,* care se notează $\overrightarrow{AA'}$.

Invers, dîndu-se un vector $\overrightarrow{MN}$, translatînd punctele figurii F cu translații echipolente vectorului dat se obțin figuri geometrice direct egale.

Într-adevăr, luînd o dreaptă AB, transformata ei prin translația $\overrightarrow{MN}$ va fi tot o dreaptă $A'B' = \uparrow\uparrow AB$ (fig. 4), fapt care rezultă din relația $AA' = \uparrow\uparrow BB'$. În acest caz, orice punct M aparținînd dreptei AB, va avea translatatul M' de vector $\overrightarrow{MN}$ situat pe $A'B'$ *).

Mai mult, conform teoremei I, figurile plane au mișcarea determinată pentru orice punct atunci cînd este dată mișcarea a două puncte. În acest sens dacă A și B execută translația $\overrightarrow{MN}$, orice alt punct C al aceleiași figuri indeformabile va executa aceiași translație, adică $CC' = \uparrow\uparrow MN$.

---

*) Relația $AB = \uparrow\uparrow A'B'$ poate fi scrisă și vectorial $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{A'B'}$. Această relație în mecanică este luată ca definiție a mișcării de translație a unui corp. (Un corp execută o mișcare de translație dacă un vector oarecare atașat corpului rămîne echipolent cu el însuși în tot timpul mișcării). În acest caz apare o deosebire între translația geometrică și translația mecanică, deosebire care constă în aceea că în translația geometrică trecerea de la un punct A la omologul lui A' se face numai rectiliniu, pe cînd în translația mecanică această trecere se poate face pe orice curbă. Se constată ușor că în translația mecanică curbele descrise de puncte sînt paralele.

În mod analog, dacă trei puncte necoliniare ale unei figuri geometrice spațiale, execută o anumită translație, atunci oricare alt punct al figurii considerate va executa aceiași translație.

b) *Rotația.* Dacă la o figură oarecare indeformabilă se îngrădește libertatea de mișcare fixîndu-i două puncte P și Q (fig. 5), atunci figura respectivă execută o mișcare numită *rotație*. Dreapta Δ determinată de cele două puncte fixe este numită axă de rotație *). Evident, fixînd un al treilea punct M, necoliniar cu P și Q mișcarea de rotație nu se mai poate efectua.

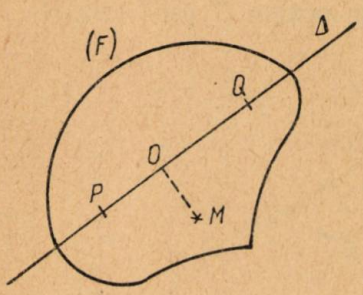


Fig. 5.

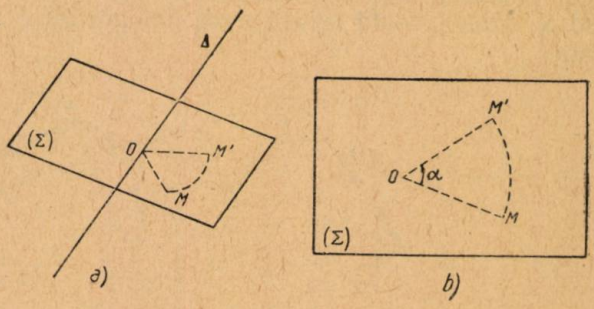


Fig. 6.

Cînd figura F se rotește în jurul axei Δ, punctul M descrie un cerc cu centrul O pe axa de rotație și situat într-un plan Σ perpendicular pe axa de rotație **) (fig. 6 a). Deci, *rotația punctului* nu poate fi decît o mișcare plană.

În acest sens, rotația punctului se obișnuiește a se defini direct, ca mișcare a unui punct pe un arc de cerc (fig. 6 b). Punctul O este numit centru de rotație, iar unghiul $MOM' = \alpha$ argumentul rotației. Rotația unui punct este determinată cînd se dă centrul și argumentul rotației. Pe această cale mișcarea unei figuri geometrice oarecare este o rotație atunci cînd toate punctele ei execută rotații de același argument și cu centrele pe aceeași dreaptă. Mișcarea de rotație depinde deci de un singur parametru.

4. Teorema II. — *Deplasarea unei figuri plane în planul ei se poate face printr-o rotație în jurul unui punct fix* ***)

Dat fiind că mișcarea unei figuri plane F este cunoscută cînd se cunoaște mișcarea a două puncte aparținînd figurii respective, fie A și B cele două puncte considerate, iar A' și B' omoloagele lor într-o deplasare oarecare (F') (fig. 7). Avem evident $AB = A'B'$.

În mijloacele A_1 și B_1 respectiv a segmentelor AA' și BB' ridicăm perpendiculare care se întîlnesc în punctul O. Putem scrie relațiile

$$OA = OA'\,; \quad OB = OB'\,; \quad AB = A'B',$$

*) Se oferă matematicii una din cele mai bune definiții ce se poate da liniei drepte: dreapta este locul punctelor care nu se mișcă atunci cînd o figură se deplasează, menținîndu-i-se două puncte fixe.

**) Apare definiția cercului ca drumul descris de un punct al unei figuri geometrice indeformabile ce execută o rotație.

***) Teorema a fost enunțată pentru întîia oară de Chasles în 1830.

din care rezultă egalitatea triunghiurilor OAB și $OA'B'$ și deci,

$$\sphericalangle AOB = \sphericalangle A'OB'.$$

Cum avem

$$\sphericalangle AOB = \sphericalangle AOA' - \sphericalangle BOA'$$
$$\sphericalangle A'OB' = \sphericalangle BOB' - \sphericalangle BOA'$$

rezultă:

$$\sphericalangle AOA' = \sphericalangle BOB' = \alpha,$$

adică, punctele A și B au suferit o aceiași rotație de centru O și argument α. Atunci, toată figura trece din poziția F în poziția F' prin această rotație.

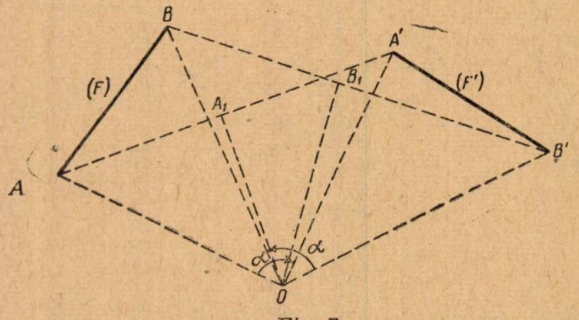


Fig. 7.

Centrul de rotație O astfel determinat mai este numit *pol de rotație*. Dreapta care unește două puncte omoloage — ca AA' — este numită *coarda* punctului (A) iar perpendiculara ridicată în mijlocul coardei este numită *raza normală* a punctului (A).

Notînd cu Σ planul fix în care se face mișcarea și cu σ planul mobil al figurii F, în timpul deplasării, cele două plane au un punct comun O; deplasarea lui σ este o rotație în jurul lui O, toate punctele lui σ descriind arce de cerc cu centru în O. Se poate acum, enunța următoarea teoremă:

Teorema III. *Razele normale ale tuturor punctelor planului mobil trec prin polul de rotație.*

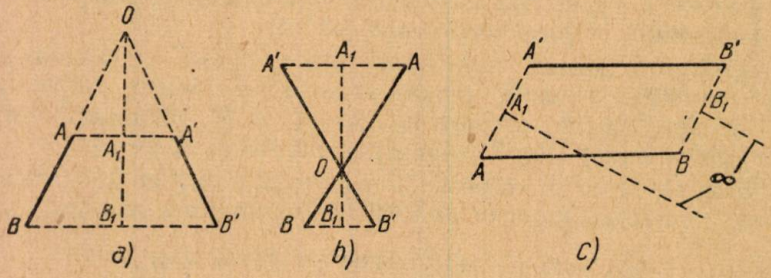


Fig. 8.

Observare. Într-o deplasare a unei figuri plane se pot prezenta drept poziții particulare următoarele cazuri:

a) Coardele AA' și BB' să fie bazele unui trapez isoscel, ceea ce implică coincidența razelor normale (fig. 8 a și b). În acest caz o rotație în jurul punctului de concurență O al dreptelor AB și $A'B'$ deplasează figura geometrică din poziția F în poziția F'.

b) Coardele AA' și BB' sînt paralele ceea ce implică paralelismul razelor normale (fig. 8 c). În acest caz, poligonul $ABB'A'$ este un paralelogram, deci $AA' = \uparrow\uparrow BB$, adică deplasarea respectivă se obține printr-o translație.

Translația apare astfel ca o rotație particulară, rotația cu centrul la infinit.

5. Trecerea de la o deplasare a unei figuri geometrice la o mișcare continuă se face transformînd deplasarea finită într-o deplasare infinitezimală și trecînd apoi la limită. În acest sens, considerînd două puncte A și B ale unei figuri plane într-o deplasare infinitezimală se obțin omoloagele respective A' și B' (fig. 9), precum și polul de rotație O. Cînd deplasarea

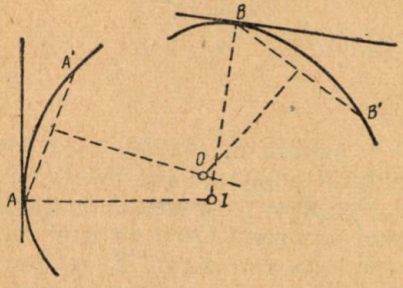


Fig. 9.

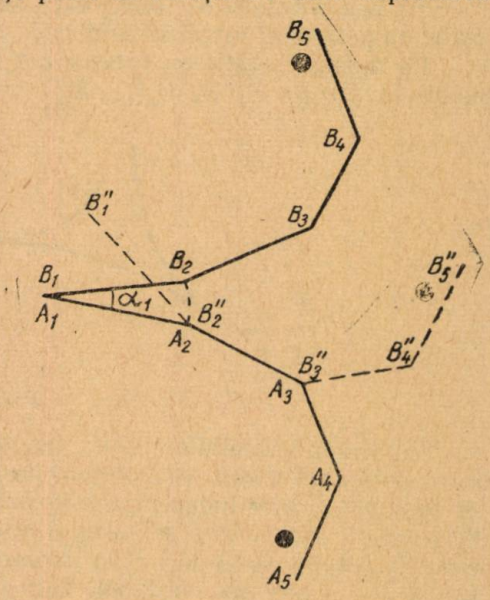


Fig. 10.

infinitezimată tinde către zero, A' tinde către A și B' tinde către B, coardele AA' și BB' se transformă la limită în tangente la traiectoriile descrise de A și B în mișcarea considerată, iar razele normale respective se transformă în normale la traiectorii. Polul de rotație O, care este punctul de concurență al razelor normale are și el o poziție limită dată de punctul de concurență I al normalelor și este numit *centru* sau *pol instantaneu de rotație*. Totodată teorema III se modifică în sensul următor:

Teorema IV. — *Într-o mișcare oarecare a unei figuri geometrice plane, normalele la traiectoriile punctelor figurii sînt concurente în centrul instantaneu de rotație* *).

În baza acestei teoreme cunoscînd traiectoriile a două puncte, ducînd normalele se construiește centrul instantaneu de rotație I; fiind determinat I se cunoaște la un moment dat al mișcării distribuția tangentelor la traiectoriile tuturor punctelor figurii în mișcare.

*) Bernoulli este acela care a descoperit existența centrului instantaneu de rotație pentru mișcarea cea mai generală a unei figuri plane în planul ei (1742). Descartes (în 1638) enunțase sub o variantă mai puțin generală această teoremă.

Mai mult, cunoscînd proprietățile vitezei în mișcare circulară ($V = R\omega$, $\omega =$ viteza unghiulară, $\vec{v}$ vectorul viteză tangent cercului) se poate afla viteza oricărui punct al figurii geometrice.

6. Fie Σ un plan fix și σ un plan mobil în planul Σ. Presupunem că σ efectuează succesiv rotațiile α_i ($i = 1, 2, \ldots, n$) respectiv în jurul punctelor A_i ($i = 1, 2, \ldots, n$) aparținînd lui Σ (fig. 10). Fie B_i punctul care aparține lui σ și care prin rotație coincide cu A_i ($i = 1, 2, \ldots, n$). Avem evident: $A_{i-1} A_i = B_{i-1} B_i$ ($i = 2, 3, \ldots, n$). În cele două plane s-au format contururile poligonale $A_1 A_2 \ldots A_n$ (fix) și $B_1 B_2 \ldots B_n$ (mobil).

La prima rotație α_1 latura $B_1 B_2$ se rotește în jurul centrului A_1 ($\equiv B_1$) astfel ca poligonul mobil să ia poziția $B_1 B'_2 \ldots B'_n$ (unde $B'_2 \equiv A_2$).

La a doua rotație α_2 rotația are loc în jurul centrului A_2 și poligonul mobil ia poziția $B_1'' B_2'' B_3'' \ldots B_n''$ (unde $B_3'' \equiv A_3$).

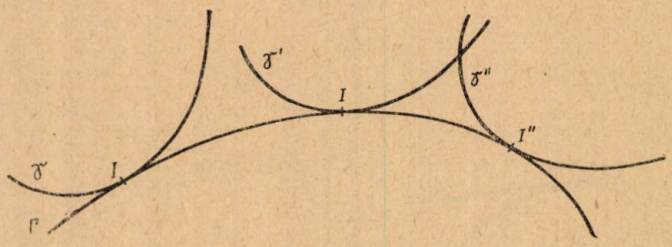


Fig. 11.

Continuînd celelalte rotații, fenomenul se petrece în așa fel, încît conturul poligonal mobil se rostogolește pe conturul poligonal fix. Fenomenul de rostogolire este independent de numărul rotațiilor (respectiv a centrelor de rotație), așa încît el subsistă și atunci cînd apropiem oricît de mult centrele de rotație A_i și deci cînd deplasările planului σ în planul Σ se transformă într-o mișcare continuă. Într-o mișcare continuă conturul poligonal $A_1 A_2 \ldots A_n$ este înlocuit cu o curbă fixă Γ iar conturul poligonal mobil $B_1 B_2 \ldots B_n$ devine o curbă mobilă γ care se rostogolește pe curba Γ (fig. 11). Astfel de puncte — centre de rotație la un moment dat — am văzut că există într-o mișcare continuă: ele sînt centrele instantanee de rotație. Putem deci conchide următoarele:

Teorema V. — *În timpul mișcării unui plan mobil în planul său (fix) există în planul fix o curbă* Γ, *iar în planul mobil o curbă* γ, *ambele fiind definite de legea mișcării și pentru care mișcarea se desfășoară ca și cum curba* γ *se rostogolește pe curba* Γ *).

Cele două curbe sînt numite *curbe polare (centroide)*. Polara fixă Γ mai este numită *bază*, iar polara mobilă γ este numită *rostogolitoare* (rulantă).

Baza reprezintă deci locul geometric al centrelor instantanee de rotație față de planul fix, iar rostogolitoarea locul geometric al centrelor instantanee de rotație față de planul mobil. Cele două curbe polare sînt în fiecare moment tangente în centrul instantaneu de rotație respectiv.

Traiectoriile în planul fix al oricărui punct din planul mobil într-o mișcare dată, sînt numite *rulete*.

---

*) Dintre mișcări se înlătură cazul translației unei figuri, precum și cazul banal al rotației în jurul unui punct fix.

Pe cale inversă se observă că dîndu-se două curbe atașate celor două plane, fix și mobil, cea mobilă rostogolindu-se pe cea fixă, atunci rezultă o mișcare bine determinată a planului mobil.

7. *Aplicații.* 1. Printre definițiile elipsei se află și următoarea: Elipsa este curba descrisă de un punct M al unui segment PQ de lungime dată 1, care se mișcă astfel că se sprijină cu extremitățile pe două drepte perpendiculare Ox și Oy (fig. 12).

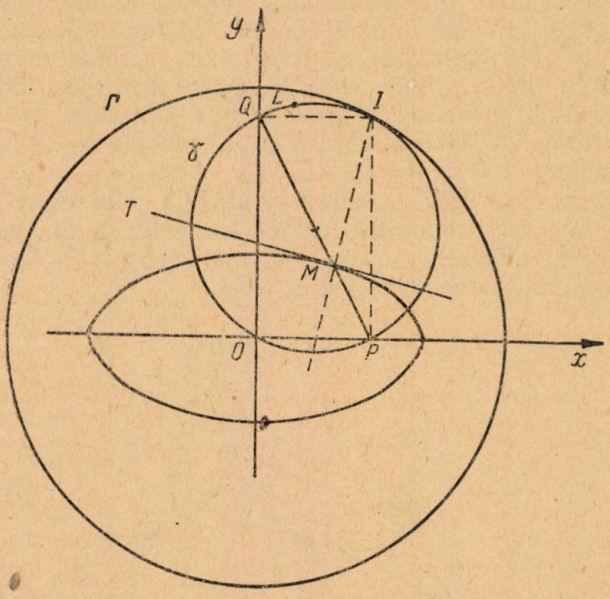


Fig. 12.

Să se contruiască tangenta la elipsă în punctul M.

Ținînd seama de teorema IV și cunoscînd traiectoriile punctelor P și Q (dreptele Ox, respectiv Oy), construim centrul instantaneu I ducînd normalele în P și Q la traiectoriile Ox și Oy, apoi construim normala în M, unind I cu M, și prin urmare tangenta în M este perpendiculara MT construită în M pe normala MI.

II. *Considerînd mișcarea plană a dreptei PQ în planul determinat de dreptele Ox și Oy să se determine baza și rostogolirea mișcării* (fig. 12).

Centrul instantaneu de rotație, punctul I, are poziția dată de relația $OI = PQ = 1 =$ constant, deci locul lui I în planul fix este cercul cu centrul O și cu raza 1; această curbă Γ este baza mișcării.

Față de planul mobil (aici segmentul PQ) punctul I este văzut de un observator din planul mobil sub un unghi constant ($\sphericalangle PIQ = 90°$), deci, locul lui I este cercul γ descris pe PQ ca diametru; aceasta este rulanta. Mișcarea segmentului PQ se face astfel ca și cum cercul γ s-ar rostogoli în interior, pe cercul Γ *).

*) Această problemă este schematizarea teoretică a mișcării cardanice, întîlnită des în tehnică. Ea rămîne valabilă și cînd dreptele Ox și Oy nu sînt perpendiculare. Mișcarea cardanică este mișcarea unei figuri plane în planul său, astfel ca două din punctele sale să se deplaseze pe două drepte concurente. Este numită astfel după numele lui Cardano (sec. XVI) care a prezentat-o în literatură. Totuși a fost cunoscută și de matematicienii Greciei antice.

III. *Să se arate că orice punct L al cercului care se rostogolește în interiorul unui cer fix de rază dublă descrie un diametru al cercului fix.*

Punctul L fix pe cercul mobil are poziția determinată pe cercul γ de arcul QL constant (Q și L puncte date ale cercului γ). Unghiul QOL rămîne în tot timpul mișcării cercului γ constant și cum latura OQ este fixă rezultă că și cealaltă latură OL este tot fixă; deci punctul L se mișcă pe diametrul OL determinat, odată fixată la un moment dat poziția punctului L.

Această proprietate este folosită în tehnică la mecanisme în modul următor: două roți dințate, una cu diametrul dublu decît prima, sînt angrenate interior (ca rostogolitoarea cu baza), iar cu roata mică în punctul L se angrenează o tijă rectilinie care nu poate executa decît o translație după OL. Cînd roata mică se rostogolește pe roata mare, tijei i se transmite o mișcare rectilinie și alternativă (acest mecanism este numit în tehnică angrenajul Lahire).

8. Considerăm o curbă oarecare c, atașată unei figuri plane mobile. Curba C fixă, față de care curbele mobile rămîn tangente este numită *înfășurătoarea* (sau învelitoarea) curbelor mobile c (fig. 13). În mod particular baza Γ este înfășurătoarea rostogolitoarei γ.

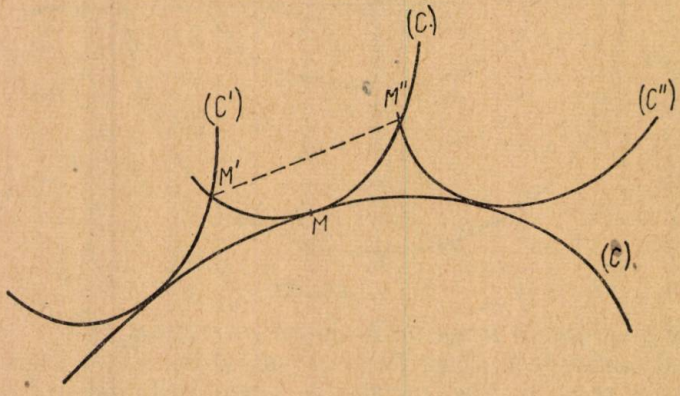


Fig. 13.

Numim *punct caracteristic* al unei curbe c limita punctului de intersecție a curbei considerate cu o curbă infinit vecină.

Teorema VI. — *Înfășurătoarea* C *este tangentă curbei mobile* c *în punctul ei caracteristic.*

Într-adevăr, fie c' și c'' două curbe infinit vecine curbei c, cu punctele de intersecție M' și M''. Cînd curbele c' și c'' tind către curba c, coarda $M'M''$ tinde către tangenta în punctul M al înfășurătoarei C. Dar punctul M este limita lui M' și limita lui M'', este deci punctul caracteristic al curbei c. Cum $M'M''$ este coardă în curba c, la limită, va tinde către tangenta la curba c, în punctul M.

Deci, înfășurătoarea C este tangentă curbei mobile c în punctul ei caracteristic.

Teorema VII. *Centrul instantaneu de rotație se găsește pe normala comună dusă în punctul de contact dintre curba mobilă și înfășurătoarea ei.*

Într-adevăr, fie c și c' două poziții infinit vecine ale curbei mobile, M'

punctul lor de intersecție și M_1 punctul de pe curba c care în deplasarea infinitezimală a ajuns în M' (fig. 14).

Pentru deplasarea infinitezimală, M_1M' este o coardă ; perpendiculara în mijlocul coardei M_1M' este o rază normală care trece prin polul de rotație respectiv I_1. La limită raza normală devine normală la curba c, în punctul

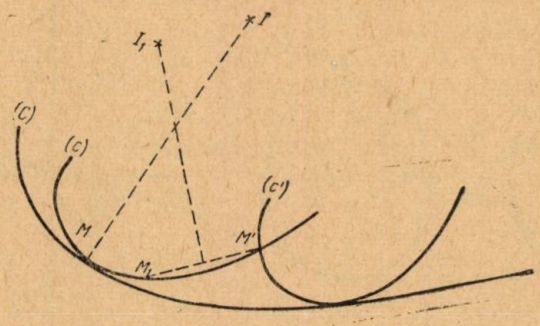


Fig. 14.

către care tind cele două puncte M_1 *și* M' și care este tocmai punctul caracteristic al curbei c, adică punctul de tangență M, iar polul de rotație I_1 tinde către centrul instantaneu de rotație I. Rezultă cu normala dusă în M la înfășurătoarea C trece prin I. Invers, normala din I la C determină punctul de contact dintre curba mobilă c și înfășurătoarea C.

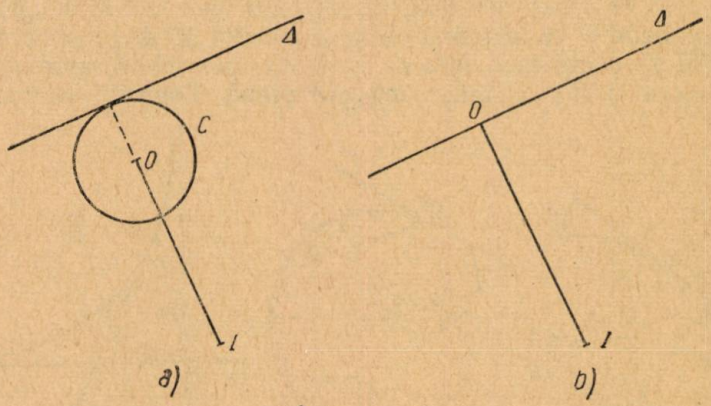


Fig. 15.

Caz particular. Fie o dreaptă Δ aparținînd figurii mobile și care în timpul mișcării rămîne tangentă la un cerc fix (fig. 15 a). În acest caz, centrul instantaneu de rotație se găsește pe normala comună a dreptei Δ și a cercului C. Acest rezultat subzistă oricît de mic ar fi cercul C, deci și pentru cercul de rază nulă (fig. 15 b). Putem deci, enunța următoarea teoremă :

Teorema VIII. — *Dacă o dreaptă aparținînd unei figuri mobile trece printr-un punct fix* O, *centrul instantaneu de rotație se găsește pe perpendiculara la dreapta dusă în acest punct fix.*

9. *Aplicații.* I. *Construcția tangentei la o podară.* Se numește *podara* unei curbe date γ, în raport cu un punct dat O, locul proiecțiilor punctului O pe tangentele duse la curba γ.

Exemple. 1. Podara unui cerc în raport cu un punct exterior cercului este curba numită *melcul lui Pascal* (fig. 16 a)*).

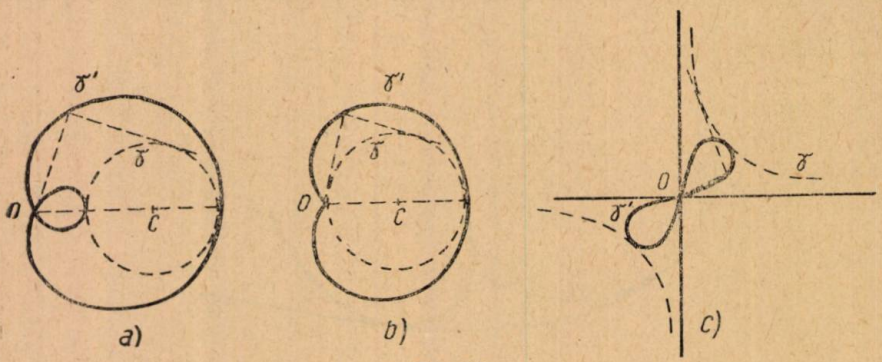


Fig. 16.

2. Podara unui cerc în raport cu un punct de pe cerc este o curbă melc Pascal particulară, numită *cardioidă* (fig. 16 b).

3. Podara unei iperbole echilatere în raport cu centrul de simetrie O este *lemniscata lui Bernoulli* (fig. 16 c).

Să arătăm cum se construiește tangenta la o podară oarecare.

Fie γ curba dată, O punctul dat și γ' podara curbei γ în raport cu punctul O *(fig. 17 a)*. Ducem tangenta MT într-un punct M al curbei γ apoi proiectînd punctul O pe tangentă obținem punctul M' de pe podară. Unghiul drept $OM'M$ se poate considera ca o figură invariabilă, antrenată, atunci cînd M descrie curba γ într-o mișcare plană. Centrul instantaneu I se

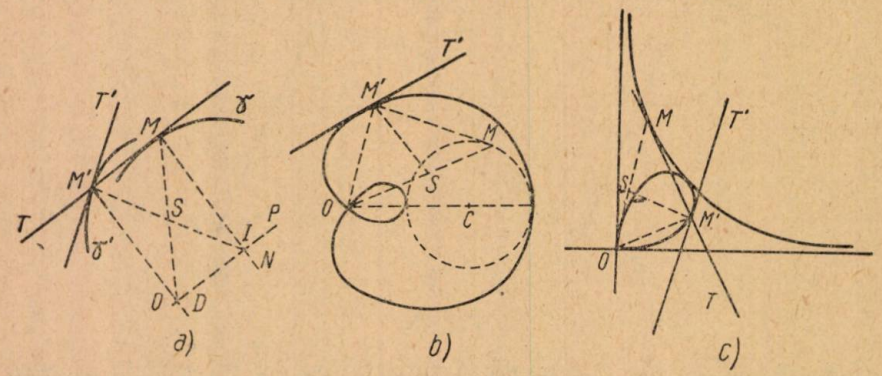


Fig. 17.

găsește pe normala comună MN (teorema VII; curba este înfășurătoarea tangentelor ei), precum și pe o perpendiculară OP dusă din O la dreapta $M'D$ care trece prin punctul fix O (teorema VIII). Normala în M' la podara γ' este dreapta $M'I$ (teorema IV). Tangenta $M'T'$ se construiește ca perpendiculara în M' pe $M'I$.

*) Vezi: O. Sacter: Despre conice și alte curbe.

Dat fiind că patrulaterul $MM'OI$ este un dreptunghi, practic normala în M' se obține unind M' cu mijlocul S al segmentului OM. (Se va urmări construcția tangentei în cazul melcului lui Pascal și a lemniscatei lui Bernoulli (fig. 17 b și c).

II. *Construcția tangentei la o concoidă*

Se numește *concoida* unei curbe date γ în raport cu un punct dat O, curba γ' obținută purtînd pe toate razele vectoare duse din O la punctele curbei date γ o lungime constantă l *).

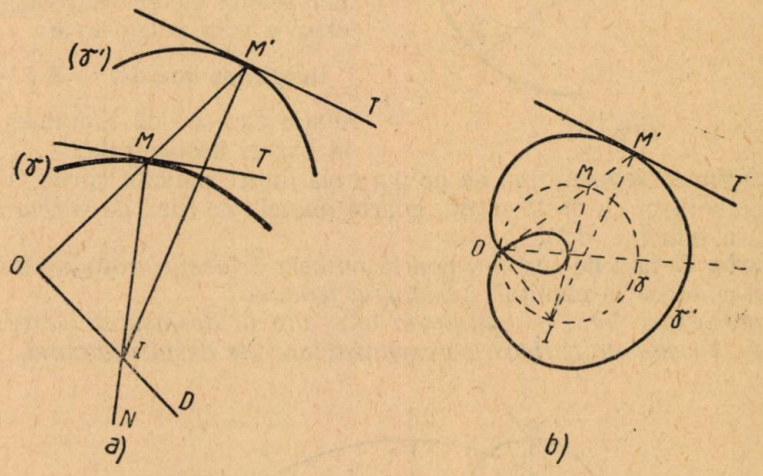


Fig. 18.

Presupunem cunoscută tangenta în M la γ și ne propunem să construim tangenta în M' la γ' (fig. 18 a). Dreapta $MM' = l$ situată pe raza vectoare OMM', este dreapta care se află în mișcare cînd M descrie curba γ. Ea trece prin punctul fix O. Deci centrul instantaneu de rotație I se găsește pe perpendiculara OD, precum și pe normala MN la curba γ, adică la intersecția lor.

Cunoscînd pe I, avem normala IM' la curba γ' iar perpendiculara în M' pe $M'I$ este tangenta $M'T'$ la γ'.

Concoida unui cerc în raport cu un punct de pe cerc este un melc Pascal. Să se urmărească construcția tangentei pe figura 18 *b*. Se observă că centrul instantaneu de rotație este punctul opus diametral lui M.

10. O dreaptă mobilă, mereu perpendiculară la o curbă dată C, formează familia de normale a curbei considerate. Înfășurătoarea normalelor, curba ν, care joacă un rol important în studiul curbelor, este numită *desfășurata* curbei C (fig. 19).

---

*) Vezi: O. Sacter: Despre conice și alte curbe.

Considerînd în mișcare figura formată de dreapta mobilă ce constituie familia de normale și tangenta în M, centrul instantaneu de rotație I se găsește situat pe perpendiculara pe tangentă, deci pe normala, în M la curba C (dreapta MD), precum și pe normala comună a dreptei MD și a înfășurătoarei ei; deci I este tocmai punctul de contact μ al normalei în M cu desfășurata ν. În acest caz, desfășurata ν este baza mișcării, iar normala MD este rostogolitoarea.

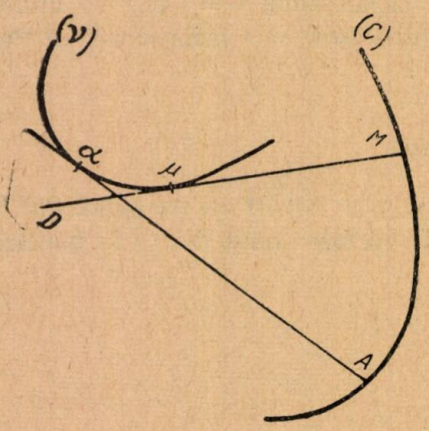


Fig. 19.

Atunci, considerînd pozițiile normalei în punctele A și M și ținînd apoi seama că ea se rostogolește pe curba ν vom putea scrie:

$$\text{lungimea arc } \alpha\mu = A\alpha - M\mu,$$

relație care ne dă lungimea unui arc al curbei desfășurate.

Lungimea segmentului de pe normală dintre punctul curbei M și punctul μ de contact cu desfășurata, poartă numele de *rază de curbură* a curbei date C în punctul M*).

Curba C față de curba ν poartă numele de *desfășurătoare*. Relația precedentă conduce la enunțul următoarei teoreme:

Teorema IX. — *Lungimea unui arc al desfășuratei este egală cu diferența razelor de curbură corespunzătoare ale desfășurătoarei.*

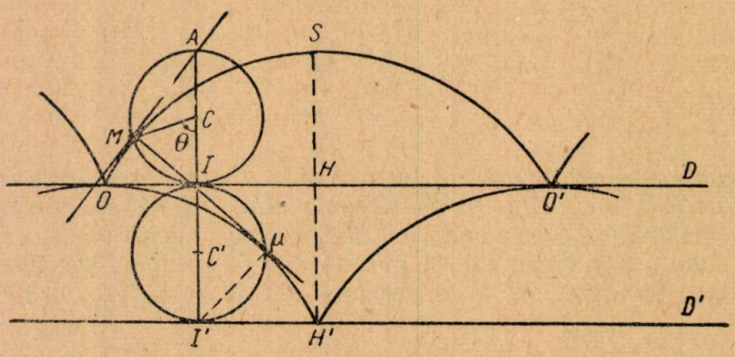


Fig. 20.

11. *Aplicații.* I. *Cicloida.* Cicloida este curba descrisă de un punct M al unui cerc dat C care se rostogolește (fără să alunece) pe o dreaptă dată D (fig. 20)**).

*) Se poate arăta că punctul μ este centrul unui cerc numit cerc de curbură, tangent în M curbei date și că desfășurata este locul centrelor de curbură.

**) Datorită frumoaselor probleme ce se pun în legătură cu cicloida, descoperite în sec. 17 de mai mulți matematicieni, în jurul ei a avut loc o ceartă răsunătoare, din care cauză un istoric al matematicii o numește „mărul discordiei" sau „Elena" geometrilor din acea vreme.

Ne propunem să determinăm elementele geometrice ale cicloidei. Se dă R raza cercului C. Mișcarea cercului C pe dreapta D este mișcarea unei figuri plane în planul ei. Baza mișcării este dreapta D, iar rostogolitoarea mișcării cercul C. Centrul instantaneu de rotație I este punctul lor de contact.

Normala la traiectoria descrisă de M (la cicloidă) este dreapta MI.

Tangenta în punctul M este dreapta MA, perpendiculară în M pe MI. Cum unghiul IMA este drept și are vîrful pe cercul C, cele două puncte I și A vor fi diametral opuse. Construcția tangentei se face unind M cu punctul diametral opus punctului de contact I.

Desfășurata. Considerînd cercul C' simetricul cercului C în raport cu I, normala MI întîlnește acest cerc într-un punct μ simetricul lui M în raport cu I.

Să arătăm mai întîi, că punctul μ descrie o cicloidă.

Într-adevăr, luînd dreapta D' paralelă cu D, tangentă cercului C' în punctul I', putem scrie:

$$\text{arc } I'\mu = \text{arc } I'\mu\, I - \text{arc } \mu\, I = \pi R - \text{arc } IM$$

Cum $\pi R = OH$ și arc $IM = OI$ (din condiția rostogolirii) avem:

$$\text{arc } I'\mu = OH - OI = IH = I'H'.$$

Punctul H' fiind fix, arcul $I'\mu$ fiind egal cu segmentul $I'H'$ rezultă că cercul C' se rostogolește pe dreapta D' și deci punctul μ descrie o cicloidă cu punctul de întoarcere în H', evident egală cu prima.

Să arătăm că dreapta $M\mu$ este tangentă în punctul μ la cicloida descrisă de μ.

Într-adevăr, pentru a doua cicloidă centrul instantaneu este I', normala în μ este dreapta $\mu I'$; cum tangenta în μ este perpendiculară pe normala $\mu I'$ rezultă că nu poate fi decît dreapta μIM.

Normala $M\mu$ la prima cicloidă fiind tangentă la cicloida a doua, rezultă că *desfășurata unei cicloide este o altă cicloidă egală cu prima și avînd ca vîrfuri punctele de întoarcere ale acesteia.* Mai mult, raza de curbură a unei cicliode este îndoitul normalei MI.

Lungimea arcului de cicloidă. Aplicînd teorema IX, lungimea arcului de cicloidă $O\mu$ este egală cu normala $M\mu$ sau cu $2\mu \cdot I$. Trecînd acest rezultat de la desfășurată la desfășurătoare (cicloide egale) putem scrie că arcul SM este egal cu 2 MA. Din triunghiul isoscel AMC avem:

$$MA = 2 \cdot MC \cdot \sin\frac{MCA}{2} = 2R\cos\frac{\theta}{2}$$

și deci:

$$SM = 4R\cos\frac{\theta}{2}\cdot$$

Pentru $\theta = 0$ avem

$$OS = 4R,$$

iar *lungimea totală a unei bucle de cicloide este 8 R* (de opt ori raza cercului mobil.

II. Se știe că pendulul circular, punct material greu ce se mișcă fără frecare pe un cerc vertical (fig. 21 a) are pentru micile oscilații, o mișcare oscilatorie izocronă, (rezultat găsit de Galileu experimental; perioada de oscilație $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$; este o lege aproximativă).

Pendulul realizat prin două semiarce de cicloidă OA și OB (fig. 21 b) de punctul O fiind fixat un fir de lungime $OPM = 4R$ care se înfășoară pe arcul de cicloidă și la capătul căruia este atîrnat punctul material greu M, după proprietatea că desfășurata cicloidei este tot o cicloidă, descrie cicloida ACB. Acest pendul realizat pentru întîia oară de Huyghens, numit

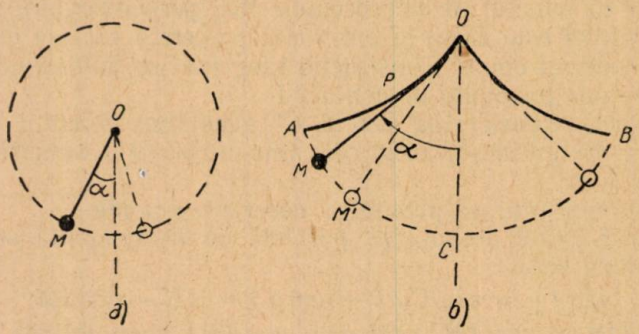


Fig. 21.

pendulul cicloidal, se bucură de proprietatea că este izocron pentru orice amplitudine. Mai mult, perioada este aceeași indiferent dacă mișcarea începe în M sau în alt punct M' (mișcare tautocronă); iar timpul ca să ajungă dintr-un punct M în C este cel mai mic posibil (cicloida este curbă brachystochronă). Se arată că $T = 4\pi\sqrt{\frac{R}{g}}$.

12. Folosirea mișcării în studiul proprietăților figurilor geometrice duce atît în geometria plană cît și în geometria în spațiu, la încă foarte multe rezultate interesante, care sînt folosite fie la studiul teoretic al geometriei, fie de mecanica teoretică și de mecanica aplicată.

Vom încheia acest articol arătînd la ce rezultate putem ajunge dacă nu sîntem atenți cu mișcarea figurilor.

Pentru determinarea lungimii unui cerc se obișnuiește a se indica metoda practică de rostogolire a unui cerc pe o dreaptă, urmărind ca un punct A să facă o rotație completă (fig. 22 a). Atunci AA' = lungimea cercului.

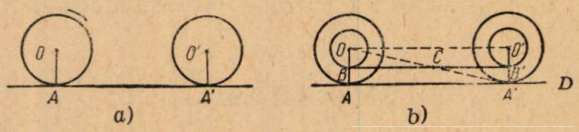


Fig. 22.

Luînd două cercuri concentrice *solidare* de raze $OA = R$, $OB = r$ (fig. 22 b) prin rostogolirea roții punctul A vine în A' și punctul B vine în B' și deci am fi tentați să spunem:

AA' = lungimea cercului de rază R

BB' = lungimea cercului de rază r,

deci, două cercuri de raze diferite au aceiași lungime (această afirmație constituie un paradox datorit lui Aristotel). De unde această concluzie greșită?

Mai întîi, în mișcarea plană efectuată, baza este dreapta D și rostogolitoarea cercului C de rază $OA = R$, deci rostogolire fără alunecare are loc numai pentru aceste curbe. Baza și rostogolitoarea într-o mișcare dată sînt curbe unice bine determinate, deci dreapta BB' nu mai poate fi bază iar cercul de rază $OB = r$ nu mai poate fi rostogolitoare.

Mișcarea cercului de rază r pe BB' se face prin rostogolire și alunecare în același timp.

Dacă am considera centrul O ca un cerc de rază nulă, dreapta OO' este parcursă de O numai prin translație.

Notînd cu x și y arcele pe AA' și BB' descrise de cele două cercuri numai prin rostogolire și ținînd seama că $x = R\theta$, $y = r\theta$, θ fiind unghiul de rotație al roții, avem

$$\frac{x}{y} = \frac{R}{r}$$

relație valabilă și pentru o rotație completă ($\theta = 2\pi$), adică putem scrie

$$\frac{L}{l} = \frac{R}{r} \quad \text{sau} \quad \frac{AA'}{l} = \frac{OA}{OB}$$

relație care arată că lungimea l a cercului de rază r este segmentul BC. În mișcarea lui B pînă în B' segmentul BC măsoară deplasarea datorită rostogolirii, iar segmentul CB' deplasarea datorită alunecării.

RADIAȚII RADIOACTIVE

VIRGIL ATANASIU

24 FEBRUARIE 1896 este data nașterii radioactivității. În această zi, Henri Becquerel a comunicat Academiei de Științe din Paris, că alaunul de uraniu are proprietatea de a emite raze invizibile „raze uranice" sau „raze Becquerel" — cum au fost numite timp de cîțiva ani — capabile de a impresiona placa fotografică.

Deși împrejurările în care această însușire a fost observată ar putea să creeze la prima vedere impresia unei întîmplări fericite, descoperirea radioactivității a fost o consecință necesară a dezvoltării generale a fizicii și în particular, a marilor progrese realizate de ea în cea de-a doua jumătate a sec. al XIX-lea. Descoperirea radioactivității este unul dintre cele mai importante evenimente din istoria fizicii atomice. Radioactivitatea naturală este fenomenul care a deschis calea cercetărilor nucleare.

Una din primele observații făcute de Becquerel a fost că radioactivitatea nu este o proprietate a unei molecule speciale conținînd, uraniu, ci o proprietate a atomului de uraniu însuși, care impresionează o placă fotografică, oricare ar fi compusul din care face parte.

Cînd s-a identificat natura radiațiilor emise de substanțele radioactive s-a înțeles că aceste particule sînt expulzate din nucleul atomului și că asistăm cu această ocazie, la o adevărată transmutare, la o transformare a unui element într-altul.

Descoperirea poloniului și a radiului în 1898, și studiul radioactivității lor de către Marie și Pierre Curie, au constituit începutul unui lung lanț

de cercetări asupra fenomenelor „spontane" de transmutație nucleară. Deși descoperirea nucleului atomic a fost făcută abia 15 ani mai tîrziu, independența totală a proceselor radioactive de acele condiții exterioare fizice și chimice care duc la restructurări ale învelișului electronic, a fost o indicație a faptului că aceste procese au loc în cele mai profunde părți ale atomului.

Substanțele radioactive au o serie de proprietăți caracteristice. Ele ionizează gazele, înegresc emulsia fotografică, provoacă luminiscența substanțelor fluorescente, degajă energie. După cum se știe, purtătorii acestor acțiuni sînt niște raze emise de substanțele radioactive și anume, razele α, β și γ, care ulterior au fost denumite *raze radioactive.*

Astăzi în locul termenului de *rază* se folosește acela de *radiație,* iar prin „radiație" se înțelege în fizică, un fascicul de „particule" în mișcare. Termenul de „particulă" în sensul cel mai larg, cuprinde și *fotonii* (particule cu masa de rapaus nulă) și *corpusculii* (particule cu masa de rapaus diferită de zero). Cu această precizare se spune că există *radiații electromagnetice* și *radiații corpusculare.* În radiațiile corpusculare nu intră fasciculele atomice și fasciculele moleculare (numite încă, respectiv raze atomice și raze moleculare), care se deosebesc prin proprietățile lor în mod magnetice și b) radiații corpusculare.

Radiațiile radioactive sau nucleare cuprind deci: a) radiații electromagnetice și b) radiații corpusculare.

a) În grupa radiațiilor electromagnetice intră: *radiațiile X* și *radiațiile* γ;

b) În grupa radiațiilor corpusculare intră:

— fascicule de particule elementare: *electroni* (β)
mezoni
neutroni
protoni

— fascicule de nuclee de atomi: *deuteroni*
tritoni
helioni (α)

— fascicule de atomi ionizați: He^+
Li^+
Ne^{++}

Tot în categoria radiațiilor radioactive sau nucleare intră de asemenea *radiațiile cosmice,* care sînt formate atît din radiații corpusculare, cît și din radiații electromagnetice.

Ca surse pentru aceste radiații avem:
— instalații Roentgen,
— acceleratorii de particule,
— substanțele radioactive naturale și artificiale,
— reacțiile nucleare,
— fisiunea nucleară,
— radiațiile cosmice.

Fără a intra în prea multe amănunte, sînt totuși necesare unele caracterizări sumare privind *radiațiile radioactive* și *sursele de radiații.*

Radiațiile eletromagnetice se caracterizează prin energia lor, care se exprimă practic în electron-volți (eV), kiloelectron-volți (keV) și megaelectron-volți (MeV). Electron-voltul este energia cinetică obținută de o

particulă cu o sarcină elementară accelerată de o diferență de potențial de 1 volt.

$$1 \text{ eV} = 1{,}602 \cdot 10^{-12} \text{ ergi}$$

$$1 \text{ keV} = 10^3 \text{ eV}; \qquad 1 \text{ MeV} = 10^6 \text{ eV}.$$

Mai rar se folosește și 1 GeV $= 10^9$eV.

Radiațiile corpusculare se caracterizează fie prin *energia* lor exprimată ca și în cazul radiațiilor electromagnetice, fie prin *numărul de particule*. Acestea sînt mărimile de bază.

Sursele radioactive (dacă este vorba de substanțe radioactive), se caracterizează prin:

— *durata* sau *timpul de înjumătățire*, adică intervalul de timp în decursul căruia se dezintegrează jumătate din numărul nucleelor radionucleidului respectiv; această mărime se notează prin litera T;

— *activitatea* sau *rația de dezintegrare* este cea mai importantă mărime caracteristică surselor radioactive.

Să presupunem că N este numărul de nuclee la momentul t; după un interval mic de timp Δt, numărul de nuclee existente se micșorează în urma dezintegrării și devine egal cu N_1. Deoarece Δt este mic, și N_1 va diferi puțin de N, adică diferența $N - N_1 = \Delta N$ este mică. În notația folosită Δ este un simbol al micimii valorii. Astfel, ΔN înseamnă variații mici ale mărimii N, iar Δt înseamnă variații mici ale timpului t. Dacă ΔN nuclee se dezintegrează în timpul Δt, în unitate de timp se dezintegrează $\Delta N / \Delta t$ nuclee. Această mărime care reprezintă numărul de dezintegrări pe secundă se numește *activitate* (A) a sursei radioactive, deci:

$$A = \frac{\Delta N}{\Delta t} \tag{1}$$

Experiența arată că activitatea este proporțională cu numărul de nuclee radioactive existente, adică:

$$A = \lambda N, \tag{2}$$

unde λ este o mărime constantă numită constantă de dezintegrare. Expresia (2) este cunoscută sub numele de *legea dezintegrării radioactive*.

Variația cantității de substanță activă în funcție de timp este dată de curba reprezentată în fig. 1.

Pe axa absciselor se ia timpul, iar pe axa ordonatelor se ia numărul de nuclee radioactive. Legea de variație reprezentată grafic în figură se numește *exponențială* și se scrie sub forma:

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \tag{3}$$

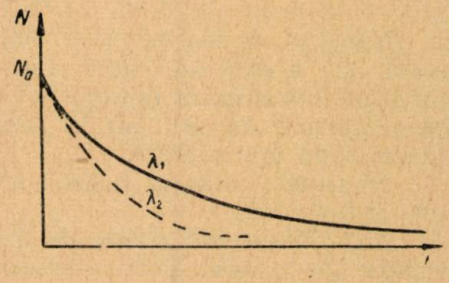


Fig. 1.

unde N_0 este numărul de nuclee radioactive la momentul $t = O$. λ este constanta de dezintegrare, t este timpul, N este numărul de nuclee radioactive la momentul t, iar e este baza logaritmilor naturali egală cu 2,718...

Ținînd seama de expresia (3) putem pune legea dezintegrării radioactive sub forma:

$$A = \lambda N_0 e^{-\lambda t} \tag{4}$$

Înlocuind în expresia (3), $t = T$ și $N = \frac{N_0}{2}$ obținem:

$$\lambda T = 0{,}693 \tag{5}$$

de unde $\lambda = \frac{0{,}693}{T}$ și deci expresia (3) poate fi pusă sub forma:

$$N = N_0 e^{-\frac{0{,}693}{T} t} \tag{6}$$

Unitatea activității este *dezintegrarea pe secundă*. Dezintegrarea pe secundă este activitatea unui radionucleid care suferă o dezintegrare pe secundă, indiferent de numărul sau de natura particulelor emise. Deoarece această unitate este prea mică se folosește un multiplu al ei numit *curie*.

$$1 \text{ curie} = 3{,}7 \cdot 10^{10} \text{ dez/s}$$

submultipli:

$$1 \text{ mc} = 10^{-3} \text{ c} \quad \text{și} \quad 1 \mu \text{ c} = 10^{-6} \text{ c}$$

— *activitatea specifică* este raportul dintre activitatea unui radionucleid și masa sa;

— *activitatea redusă* sau rația de numărare este numărul de impulsuri înregistrat de un aparat de detectare și numărare. Relația dintre activitatea redusă și activitate este

$$R = fA,$$

unde f este factorul de detectare.

Dacă ținem seamă de variația în timp a activității (A) expresia lui R se poate scrie sub forma

$$R = R_0 e^{-\lambda t}$$

— *masa nucleidului* radioactiv m, este masa celor N atomi radioactivi existenți la timpul t. Dacă m_a este masa atomului respectiv, atunci:

$$m = N \cdot m_a,$$

și ținînd seama de variația în timp a numărului de nuclee, se poate scrie:

$$m = m_0 e^{-\lambda t}.$$

Numărul de nuclee (N), activitatea (A), activitatea redusă (R) și masa (m) a radionucleidului variază în timp după aceiași lege exponențială, cu același factor la exponent — constanta de dezintegrare λ; urmează că aceste mărimi se reduc la jumătate din valoarea inițială după durata timpului de înjumătățire.

Să trecem acum în revistă, unele date principale referitoare la radiațiile radioactive.

Radiațiile α sînt nuclee de atomi de heliu încărcați pozitiv, de mare energie 2—8 MeV. Prin accelerarea lor în ciclotron sau fazotron pot ajunge pînă la energii de 400 MeV. Parcursul lor în aer este foarte mic — cîțiva cm — iar puterea lor de pătrundere este de asemenea foarte mică, o simplă foaie de hîrtie poate să le oprească.

Datorită energiei lor mari, radiațiile α crează pe drumul lor, în gaze, un număr corespunzător de mare de perechi de ioni. Energia medie chel-

tuită de o particulă α pentru crearea unei perechi de ioni (+, —) este egală, în aer, cu 32,5 eV; în consecință, o particulă α cu energia de cîțiva MeV, înainte de a-și cheltui toată energia și de a se transforma într-un atom obișnuit de heliu, poate produce un număr de cca. 10^5 ioni. Curba experimentală de distribuție a densității de ionizare de-a lungul parcursului particulelor α este dată în fig. 2. Pe axa ordonatelor s-a reprezentat numărul de perechi de ioni pe 1 mm de parcurs în aer, iar pe axa absciselor, distanța de la capătul parcursului pînă la sursa de particule α, în milimetri.

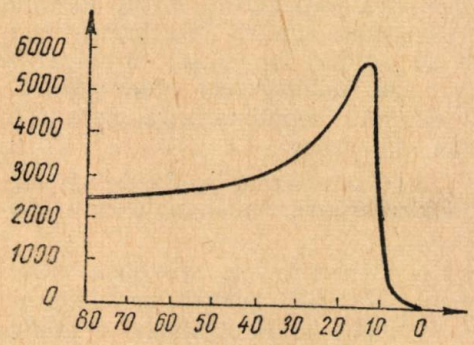


Fig. 2.

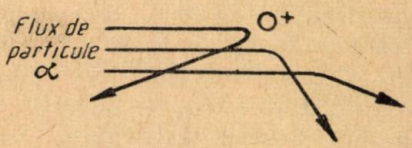


Fig. 3.

Acțiunea puternic ionizantă este una din proprietățile cele mai importante ale radiațiilor α. Frînarea particulei α în substanță este provocată în special, de interacțiunea ei cu electronii. Aceștia din urmă sînt captați de particulele α formînd ioni cu o singură sarcină (He^+) și atomi de heliu neutri. Însă, datorită vitezei foarte mari (cca 19 000 km/s) a particulei α, electronii captați se desprind repede, și acest proces se repetă de mai multe ori. În același timp, din atomii sau din moleculele mediului respectiv se formează perechi de ioni.

Sub acțiunea particulei α unii electroni sînt smulși din atomi și din molecule căpătînd o energie cinetică atît de mare, încît ei la rîndul lor încep să exercite o acțiune ionizantă (electroni secundari sau raze δ).

Caracterul rectiliniu al mișcării se păstrează de majoritatea particulelor α pe toată lungimea parcursului, deoarece interacțiunea cu electronii este însoțită de pierderi mici de energie și nu provoacă devierea particulelor α. Rar, cam una din 10 000, trece în mișcarea ei aproape de un nucleu atomic, și în acest caz, suferă o deviere importantă sau este aruncată înapoi de către cîmpul electric al nucleului (fig. 3).

Energia de frînare a particulelor α are un rol important în fenomenele de luminiscență a unor substanțe, de exemplu a sulfurii de zinc. La ciocnirea particulei α cu substanța luminiscentă se observă scînteieri (scintilații), fenomen utilizat la observarea și numărarea particulelor.

La expulzarea unei particule α atomul rămas suferă un fenomen de recul și capătă o energie cinetică de ordinul 0,1 MeV. Această energie este suficientă pentru ca particula să capete, într-o anumită măsură, o acțiune ionizantă. La ciocniri cu moleculele altor substanțe, atomii de recul pierd electroni și se transformă în ioni pozitivi, de obicei cu o singură sarcină. Pe această proprietate a lor se bazează cunoscutul procedeu de a culege pe suprafețe încărcate negativ, produșii rezultați din dezintegrări α.

Radiațiile α produc diferite efecte chimice al căror mecanism este legat de proprietatea de ionizare a particulelor. Ele descompun apa cu formare de oxigen și hidrogen, în același itmp în soluție se formează H_2O_2.

HCl, NH_3, H_2S și alte substanțe similare, se descompun sub acțiunea radiațiilor α în elementele lor componente; totodată, se observă și reacția inversă: formarea combinațiilor respective din elemente. La fel se produce ozonizarea oxigenului.

Substanțele organice de tipul hidrocarburilor sufăr transformări complexe sub acțiunea radiațiilor α: pe de-o parte, moleculele se rup formînd molecule mai simple, pe de altă parte se produc sinteze de substanțe mai complexe decît cele inițiale. Simultan se produc de obicei, următoarele fenomene: de hidrogenare, condensare sau polimerizare, hidrogenarea substanțelor nesaturate cu hidrogenul degajat, depolimerizare, care este însoțită de ruperea legăturii dintre atomii de carbon.

Iradiind cu particule α, acizi grași, aceștia se decarbonizează cu formare de hidrogen, CO_2, CO și diferite hidrocarburi. Substanțele care conțin grupa amino elimină totodată, amoniac.

Radiațiile α au o acțiune fiziologică puternică. Ele provoacă arsuri și alte procese inflamatorii asupra pielii. Datorită puterii lor slabe de pătrundere protecția împotriva lor este simplă: îmbrăcămintea și mănușile de cauciuc sînt suficiente. Dacă însă, pulberi radioactive, care emit radiații α, pătrund în corp fie pe cale bucală, fie prin inhalare, ele pot provoca distrugeri foarte grave, care pot fi mortale. Aceste radiații pierd toată energia lor într-o regiune foarte mică în jurul punctului lor de localizare și distrug foarte repede și definitiv, celulele întîlnite.

Radiațiile β sînt constituite din electroni încărcați negativ, care au o viteză de 10—15 ori mai mare decît aceea a radiațiilor α.

La dezintegrarea β este posibilă emisia atît a electronilor negativi, cît și a electronilor pozitivi (pozitroni). Cu excepția așa-numitului fenomen de anihilare (despre care vom vorbi mai departe) legile de interacțiune ale celor două feluri de electroni cu mediul sînt aceleași. Gama energiilor cu care sînt emiși electronii și pozitronii este foarte mare; ea se întinde de la energii mici și greu de măsurat pînă la 16 MeV.

Dezintegrarea β^- se produce în urma transformării intranucleare a unui neutron în proton,

$$n_0^1 \rightarrow H_1^1 + e_{-1} + \nu,$$

iar dezintegrarea β^+, a unui proton în neutron

$$H_1^1 \rightarrow n_0^1 + e_{+1} + \nu.$$

În ambele cazuri, dezintegrarea este însoțită și de emisia unui neutrino (ν).

Pozitronii se caracterizează prin viața lor extrem de scurtă. La sfîrșitul parcursului său, pozitronul încetinit interacționează ușor cu eletronii mediului ambiant; se formează în acest caz, două cuante γ, care sînt emise în sensuri opuse. Deci, *dezintegrarea* β^+ *este totdeauna însoțită de o radiație* γ. Fenomenul descris este denumit „anihilarea pozitronului și a eletronului". În anumite condiții poate avea loc și procesul invers: transformarea unei cuante γ cu o energie de cel puțin 1,02 MeV într-o pereche electron-pozitron.

Radiațiile β au o putere penetrantă mult mai mare decît a radiațiilor α. În funcție de energia particulelor β parcursul lor în aer variază de la fracțiuni de *mm* pînă la cîțiva metri. Datorită masei lor mici particulele β suîăr devieri sub acțiunea cîmpurilor electrice create de electronii atomilor și de nucleele încărcate pozitiv, și în consecință, traiectoria lor nu este rectilinie ca aceea a particulelor α, iar parcursul real este de 1,5... 4 ori mai mare decît grosimea stratului străbătut.

Puterea de ionizare a particulelor β este de cîteva ori mai mică decît aceea a particulelor α de aceiași energie.

Radiațiile β trecînd printr-un strat de substanță absorbantă își micșorează treptat intensitatea. Absorbția particulelor β se face cu o precizie suficientă după legea exponențială.

$$I = I_0 e^{-\mu d}$$

unde I_0 este activitatea măsurată în absența absorbantului; I — activitatea după trecerea radiației prin stratul absorbant de grosime d (cm); μ — coeficientul total de absorbție (cm^{-1}).

Coeficientul total de absorbție (μ) arată fracțiunea din numărul particulelor β, care este absorbită pe unitatea de lungime a parcursului lor în mediul dat.

Se obișnuiește să se folosească în loc de grosimea absorbantului în unități de lungime (cm, mm) valoarea masei sale raportate la unitatea de suprafață (g/cm^2 sau mg/cm^2). Relația de mai înainte devine:

$$I = I_0 e^{-\mu/\rho \cdot R}$$

unde ρ este densitatea mediului absorbant, iar raportul μ/ρ = coeficientul masei de absorbție și R — grosimea stratului absorbant în g/cm^2.

Frînarea electronilor la trecerea lor prin cîmpul electric al nucleului duce la generarea unei radiații X de frînare. Existența radiației de frînare duce la faptul că, trecînd prin substanțe materiale, electronii foarte rapizi încep să radieze intens și își pierd repede energia. De exemplu, un electron cu o energie de 10 MeV își pierde jumătate din energia sa inițială într-o placă de plumb de 4 mm. De aceea, chiar electronii foarte rapizi nu pot trece prin grosimi mari de substanțe materiale.

O serie de substanțe anorganice ca platino-cianura de bariu, wolframatul de calciu, safirul sintetic, precum și organice ca naftalina, antracenul, antipirina etc., devin luminiscente sub acțiunea radiațiilor β.

Acțiunea radiațiilor β este mult mai puțin accentuată decît aceea a radiațiilor α, însă pătrund mai adînc în substanță. Acțiunea lor chimică se exercită mai ales prin ionizarea atomilor și a moleculelor substanței iradiate. Radiațiile β impresionează placa fotografică, descompun apa. Colorarea sticlei, a porțelanului și a altor substanțe sub acțiunea radiațiilor β se datorește de asemenea unor transformări chimice. În soluții apoase o concentrație mare de radiații β duce la reacții puternice de reducere a substanțelor dizolvate.

Radiațiile β provoacă descompunerea substanțelor organice, în special a hidrocarburilor saturate. Se formează carbon, hidrogen și hidrocarburi nesaturate. Pe de altă parte, sub acțiunea radiațiilor β asupra hidrocarburilor nesaturate se poate mări randamentul în polimeri și micșora totodată, cantitatea de produși gazoși rezultați.

Sînt relativ mai puțin periculoase decît radiațiile α, deoarece își pierd energia pe o regiune mai mare de țesut. Totuși, efectele produse pe piele sînt foarte distructive.

Radiația γ este o radiație electromagnetică, deci de aceiași natură ca și radiația X, numai că lungimea de undă este mult mai scurtă decît aceea a radiațiilor X (0,016...0,232 Å).

Procesele nucleare sînt însoțite adesea de emisiune γ. Astfel, excesul de energie al nucleului nou format în reacțiile de captură ale neutronilor sau ale protonilor se elimină sub formă de radiație γ. De asemenea, cînd nucleul nu ia naștere în stare normală, ci într-una excitată, tranziția spre starea normală are loc prin emisia de radiații γ. În procesele radioactive emisiunea γ însoțește în anumite cazuri, atît transmutațiile α cît și transmutațiile β.

Procesul emisiunii radiației γ este analog cu acela al emisiilor electromagnetice de către învelișul electronic al atomului. Analogia este într-o anumită privință: atît emisia radiațiilor γ cît și emisia radiațiilor electromagnetice care țin de domeniul optic sau Roentgen al spectrului — este rezultatul unei tranziții între două stări cuantice. Deosebirea constă numai în faptul că în cazul emisiei γ este vorba de stări cuantice ale nucleului, pe cînd în cazul emisiei optice sau Roentgen, stările cuantice sînt ale învelișului electronic.

Această deosebire se manifestă într-un anumit fel, după cum vom vedea la proprietățile radiațiilor γ.

Lungimea de undă și energia radiațiilor γ sînt legate prin relația:

$$W = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$$

Se obișnuiește a se vorbi nu de lungimea de undă a radiațiilor γ, ci de energiile $h\nu$, a fotonilor, exprimate în eV sau MeV.

Energia radiațiilor γ variază după natura radioizotopului mergînd pînă la maximum 7,1 MeV pentru radioizotopul artificial N_7^{16}. Sînt cele mai penetrante.

La trecerea radiațiilor γ prin substanță intensitatea lor scade treptat apropiindu-se asimptotic de zero. La radiațiile γ nu putem vorbi de o anumită valoare maximă a parcursului.

Absorbția radiațiilor γ are loc ca și în cazul radiațiilor β după o lege exponențială:

$$I = I_0 e^{-\mu d}$$

sau:

$$I = I_0 e^{-\mu/\rho \cdot R}$$

La trecerea radiațiilor γ prin substanță se produc în esență, următoarele trei fenomene: *efectul fotoelectric, efectul Compton* și *formarea de perechi.*

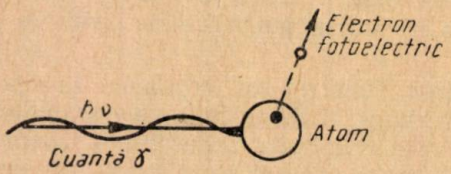


Fig. 4.

Dacă energia fotonului este mai mică de 1 MeV, aceste fenomene se mărginesc la absorbția fotoelectrică și difuzie.

În urma *efectului fotoelectric,* atomul substanței absorbind o cuantă γ

expulzează un electron (fig. 4) în special din pătura K sau L. Energia electronului expulzat este practic egală cu energia cuantei γ inițială. În cazul radiațiilor γ de energie mică electronul fotoelectric este expulzat aproape perpendicular pe direcția inițială a cuantei γ. Pe măsură ce crește energia radiațiilor γ direcția electronilor expulzați se apropie de direcția inițială a radiațilior γ. Atomul care pierde un electron fotoelectric emite radiația X caracteristică elementului dat.

Efectul Compton, constă în interacțiunea elastică a unei cuante γ cu unul din electronii atomului. Cuanta (2—3 Mev) cedează o parte din energia sa electronului, fapt pentru care electronul este expulzat sub un unghi φ față de direcția inițială de mișcare a fotonului. De asemenea cuanta γ își modifică direcția de un unghi θ și își micșorează energia (fig. 5).

Cuantele γ difuzate, interacționînd cu electronii din atomi, continuă să-și micșoreze energia — stadiul final al absorbției lor este de obicei un efect fotoelectic.

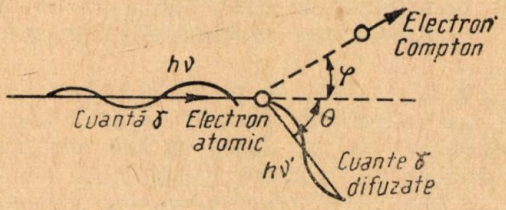


Fig. 5.

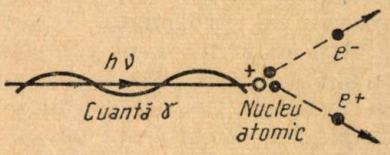


Fig. 6.

Energia electronului expulzat prin efect Compton este practic egală cu diferența valorilor energiei cuantei inițiale și a celei difuzate.

Pentru o energie a fotonului de peste 1 MeV (1,02) se observă și a treia formă de absorbție: *formarea de perechi de electroni* (+ —).

Transformarea unei cuante γ într-un electron pozitiv și altul negativ se produce în apropierea imediată a unui nucleu atomic sub influența cîmpului său electric (fig. 6). Cu cît sarcina nucleului este mai mare, cu atît perechea se formează mai ușor. Alături de formarea de perechi este posibil și procesul invers. În acest caz, perechea de particule „dispare" și avem de-a face cu această ocazie, cu degajarea unei radiații γ. Fenomenul este denumit impropriu „anihilare", adică „distrugere" a particulelor, el este folosit însă, deoarece s-a încetățenit. Emiterea unui singur foton cu ocazia anihilării este posibilă numai în prezența unui nucleu oarecare. Necesitatea unei a treia particule în cazul formării de perechi, precum și în cazul anihilării se datorește faptului că această particulă trebuie să ia asupra ei surplusul de impuls.

În concluzie deci, radiațiile γ ca și particulele încărcate interacționînd cu substanța își cheltuiesc energia producînd ionizare. Deoarece probabilitatea ciocnirii dintre o cuantă γ și electronii atomilor și moleculelor mediului, precum și probabilitatea procesului de generare de perechi sînt mici, rezultă că radiațiile γ sînt foarte penetrante în comparație cu radiațiile α și β.

Trebuie subliniat că ionizarea produsă de radiațiile γ în mod direct, adică *ionizarea primară* este foarte slabă, ionizarea produsă însă de fotoelectronii Compton, adică *ionizarea secundară* este mult mai intensă.

În general, o cuantă γ formează un număr de ioni egal cu numărul de ioni format de o particulă α sau β cu aceiași energie. Însă, datorită absorbției mai mici a radiațiilor γ ionii formați de acestea sînt răspîndiți la distanțe mai mari.

Ca unitate de radiație γ sau X se consideră cantitatea de radiație care produce într-un cm^3 de aer (la 0^0 și 760 mm), $2{,}08.10^9$ perechi de ioni, sau $1{,}61.10^{12}$ perechi de ioni pe gram. Sarcina totală a acestor ioni este egală cu 1 ues de fiecare semn (1 Franklin). Această unitate se numește *roentgen* (*R*). Un roentgen corespunde la absorbția sub formă de cuante γ sau X a unei energii de 0,11 erg sau $6{,}81.10^4$ MeV în cm^3 de aer.

Acțiunea chimică a radiațiilor γ este legată de puterea lor ionizantă, deoarece depinde de formarea ionilor și a electronilor rapizi smulși din atomi sau din molecule. Datorită puterii penetrante mari a radiațiilor γ acțiunea lor în comparație cu aceea a radiațiilor β se exercită asupra unui volum mai mare de substanță iradiată (de exemplu, asupra unei soluții).

Sub acțiunea radiațiilor γ substanțele anorganice dizolvate în apă se oxidează sau se reduc. Substanțele anorganice se descompun punînd în libertate CO_2 sau H. În acest caz, o moleculă care reacționează absoarbe o energie de aproximativ 100 eV.

Apa pură nu se descompune în H și O, însă în prezența oxigenului sau a aerului dizolvat se formează apă oxigenată. Desigur că moleculele apei sînt activate sub acțiunea radiațiilor γ și de aceea au loc reacțiile substanțelor dizolvate în ea. Se presupune că în cazul acesta, rolul principal îl are formarea radicalilor liberi H și OH. Apariția acestor radicali are loc și la combinațiile organice. De aceea radiațiile γ influențează viteza proceselor de polimerizare a substanțelor nesaturate.

Radiațiile γ impresionează placa fotografică și pot fi astfel, foarte ușor puse în evidență.

Absorbția radiațiilor γ este însoțită de degajare de căldură.

Cînd traversează corpul omenesc, radiațiile γ pot da naștere — datorită proceselor menționate — la electroni secundari ale căror efecte sînt asemănătoare cu acelea ale radiațiilor β. Datorită puterii de penetrație a radiațiilor γ se pot forma electroni în toate părțile corpului producîndu-se astfel afecțiuni generalizate.

Neutronii. Aceste radiații nu sînt emise de izotopi radioactivi, dar pot fi întîlnite în jurul aparatelor acceleratoare de ioni sau în jurul reactorilor cu uraniu. De asemenea, ei pot fi produși de sursa Ra-Be (un tub cu pulbere de beriliu metalic și cu un precipitat de radiu). Neutronii iau naștere în urma reacției

$$Be_4^9 + He_2^4 \rightarrow C_6^{12} + n_0^1 + 5{,}5 \text{ MeV}$$

Pentru obținerea unor neutroni monocromatici se folosesc uneori reacțiile de fotodezintegrare (reacțiile (γ, n)). Ca țintă se întrebuințează cel mai des, deuteriul (apa grea) și beriliul; ca surse se întrebuințează preparate radioactive emițătoare de radiații γ.

Cea mai puternică sursă de neutroni este însă, reactorul nuclear în care are loc reacția de fisiune în lanț.

Neutronii sînt particule de masă apropiată de aceea a nucleului de hidrogen, însă nu poartă nici o sarcină electrică. Ei nu există în stare liberă decît în intervale foarte scurte de timp, deoarece pe de o parte sînt absorbiți ușor de nuclee și, pe de altă parte — fiind radioactivi — se dezinte-

grează, cu o perioadă scurtă, de ordinul a 20 minute. De aceea în natură nu există neutroni în stare liberă. Ei trebuie obținuți prin metodele menționate.

Interacțiunea neutronilor cu nucleele*) este un fenomen de mare importanță, mai ales pentru procesul de fisiune, dar și pentru alte procese care vor fi amintite în parte.

Un fapt deosebit de important îl prezintă proiectilele secundare create prin șoc. Aceste proiectile încărcate acționează prin cîmpul lor electric asupra electronilor atomilor de care se apropie. În cazul unui solid se produce astfel, prin deplasarea electronilor, o modificare a structurii cristaline. Această modificare a structurii cristaline care poate fi comparată cu baterea metalelor sau călirea, este trecătoare în cazul corpurilor bune conducătoare, dar permanentă pentru corpurile rău conducătoare. Aceste fenomene pot avea aplicații în industrie ca de exemplu, la cracarea petrolului, vulcanizarea cauciucului.

În ceea ce privește interacțiunea neutronilor cu substanța vie, cu țesutul animal, sînt importante cîteva observații. La energii sub 20 MeV interacțiunea care predomină este împrăștierea elastică prin care neutronul transferă nucleului ciocnit o parte din energia sa cinetică. Această fracțiune de energie este după cum am văzut, cu atît mai mare cu cît masa nucleului ciocnit este mai aproape de aceea a neutronului. În țesut, cele mai importante interacțiuni ale neutronilor sînt acelea cu nucleele de H, deoarece cea mai mare parte din țesut ($\sim$ 2/3) sînt atomi de H, iar energia transferată la ciocnirea elastică cu un proton este maximă.

Pentru neutronii cu energii mai mici de 100 eV devine apreciabilă probabilitate capturii neutronului de către H și N. Aceste reacții de captură joacă un rol foarte important în acțiunea biologică a neutronilor. Pe măsură ce energia neutronilor scade probabilitatea de captare crește. Captura neutronilor de către H dă naștere unor fotoni γ de 2,2 MeV, iar captura lor de către N dă naștere la protoni cu energii de 0,66 MeV.

Trebuie menționat că la energii foarte mari, de peste 20 MeV, neutronii produc la ciocnire fragmentarea nucleului. În acest proces, nucleul este rupt într-un număr de fragmente.

Vedem deci că în substanța vie procesele de interacțiune a radiațiilor nu diferă în principiu de acelea care au loc în substanța lipsită de viață. Ceea ce diferențiază cele două acțiuni ale radiațiilor sînt urmările la care acestea conduc.

Efectele biologice produse de radiațiile radioactive nu ajung în conștiința ființelor vii. Ele se manifestă prin modificări direct decelabile sau funcționale ale altor organe decît organele de simț. Aceste radiații acționează asupra tuturor celulelor din organism, evident, în funcție de radiosensibilitatea lor. Efectele biologice ale acestor radiații apar cu întîrziere; această întîrziere poate fi de cîteva zile, cîțiva ani, sau chiar mai mult. Dacă modificările produse în timpul iradierii au loc asupra celulelor care se transmit de la individ la individ, atunci apar modificări biologice la generațiile de urmași (efecte genetice).

Mecanismul producerii efectelor biologice este foarte complex și multe din aspectele acestui mecanism sînt necunoscute încă: unele sînt doar bănuite, teoretic. De multe ori, cauza și efectul în aceste procese nu pot fi stabilite și diferențiate.

(va urma)

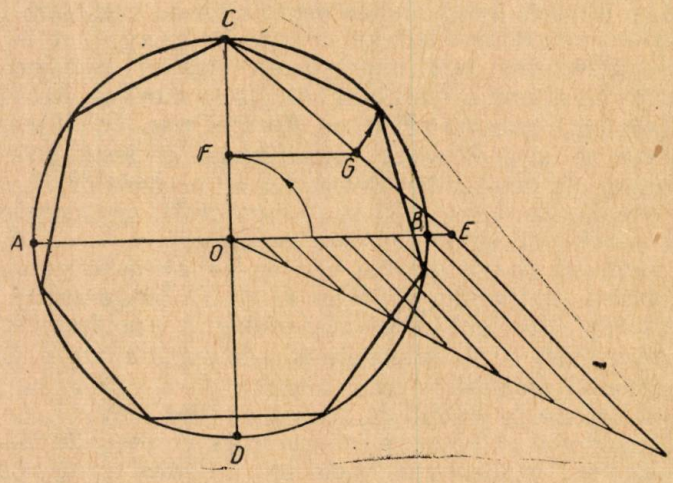
---

*) v. rubrica „Pentru cunoașterea energiei atomice nr. 5/1958, p. 268.

GEOMETRIE

1. Construcția heptagonului regulat. Vom expune o metodă aproximativă a profesorului J. Cordhila din Rio-de-Janiero (*Construction trés approchée du côté de l'heptagon régulier*, l'Éducation Mathématique, anul 29, nr. 13, p. 97).

În cercul O de rază R, ducem doi diametri perpendiculari AB și CD; pe prelungirea lui AB în acest sens, luăm punctul E, astfel ca $BE = \frac{1}{7} R$; iar pe OC punctul F, astfel ca $CF = \frac{4}{7} R$.



Paralela din F la OE taie pe CE în G. Lungimea CG se poate lua cu aproximație, egală cu latura heptagonului regulat înscris în cercul O.

Într-adevăr, cum $FG = \frac{4}{7} \cdot \frac{8}{7} R$ (din asemănarea triunghiurilor CFG și COE) rezultă:

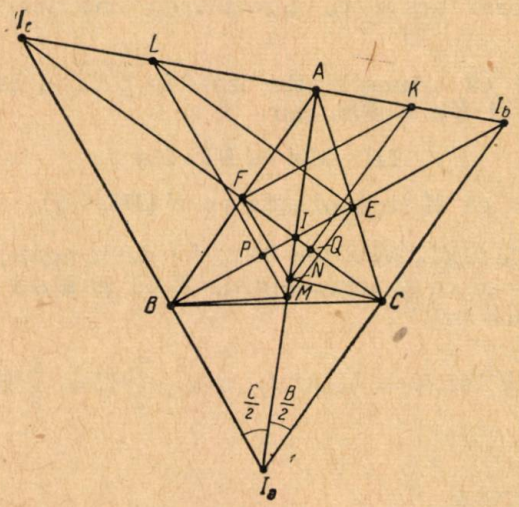
$$CG^2 = \sqrt{R^2\left(\frac{4}{7}\right)^2 + R^2\left(\frac{4}{7} \cdot \frac{8}{7}\right)^2};$$

$$CG = \frac{4}{7} R \sqrt{1 + \left(\frac{8}{7}\right)^2} = \frac{4}{49} R \sqrt{113} = R \cdot 0{,}8677670\ldots$$

Valoarea exactă este $R \cdot 0{,}867\,767\,5\ldots$ așadar, dacă $R = 1$ m diferența nu depășește $\frac{1}{2000}$ dintr-un milimetru! Eroarea este deci practic, admisibilă.

2. Dacă un triunghi are două bisectoare egale, atunci el este isoscel.

Vom arăta o demonstrație dată de *Victor Thébault* (Franța). Fie ABC un triunghi și BE, CF bisectoarele interioare. Notăm cu I, I_a, I_b, I_c centrele cercurilor tritangente; cu P și Q mijloacele bisectoarelor BE și CF; cu M, L respectiv N, K intersecțiile mediatoarelor segmentelor BE, CF, cu AI_a respectiv I_cI_b.



Triunghiurile BME, CNF sînt isoscele. În triunghiul AFC bisectoarea unghiului A și mediatoarea laturii FC se taie pe cercul circumscris triunghiului AFC, deci patrulaterul $AFNC$ e inscriptibil. Rezultă că:

$$\sphericalangle NFC = \sphericalangle NCF = \frac{1}{2} A.$$

În triunghiul $I_aI_bI_c$ înălțimile sînt I_aA, I_bB, I_cC (proprietate cunoscută), deci $\sphericalangle BI_bI_a = \frac{1}{2} A = \sphericalangle NFC$.

Cum $FC \perp I_aI_b$, deducem $FN \perp BI_b$, deci $FN \parallel I_aI_c \parallel ML$.

La fel deducem că $\sphericalangle MEB = \sphericalangle MBE = \frac{1}{2} A = \sphericalangle CI_c I_a$ și $ME \parallel I_aI_b \parallel NK$.

Triunghiurile isoscele BME, CNF sînt deci asemenea.

Din $\frac{FN}{BI_a} = \frac{AN}{AI_a} = \frac{NK}{I_aI_b}$ și $\sphericalangle FNK = \sphericalangle BI_aI_b$ rezultă că triunghiurile BI_aI_b și FNK sînt asemenea; deci, triunghiul FNK e dreptunghic ($\sphericalangle F = 90°$). Le fel triunghiurile EML și CI_aI_c sînt asemenea și $\sphericalangle E = 90°$.

Dar triunghiurile dreptunghice CI_cI_a, BI_bI_a sînt asemenea, prin urmare şi triunghiurile FNK, EML sînt asemenea. Avem:

$$BM^2 = EM^2 = MP \cdot ML = MI \cdot MA \quad \text{şi}$$

$$CN^2 = FN^2 = NQ \cdot NK = NI \cdot NA,$$

unde P şi Q sînt mijloacele segmentelor BE, CE.

Să presupunem acum că bisectoarele interioare BE şi CF sînt egale: $BE = CF$.

Prin faptul că triunghiurile isoscele CNF şi BME sînt isoscele rezultă că avem şi $EM = FN$, sau

$$MI \cdot MA = NI \cdot NA$$

de unde deducem că M se confundă cu N ($M \equiv N$).

Triunghiurile MEL, NFK (cu $M \equiv N$) devin egale, deci $ML = MK$ şi de aici se deduce că şi triunghiurile MAL şi MAK sînt egale, adică $\sphericalangle AML = \sphericalangle AMK$ sau:

$$\sphericalangle AI_aI_c = \sphericalangle AI_aI_b \quad \text{sau} \quad \frac{1}{2}C = \frac{1}{2}B.$$

TRIGONOMETRIE.

1. O aplicaţie a teoremei lui Ptolomeu. Cu ajutorul teoremei lui *Ptolomeu* deducem următoarea demonstraţie a formulelor trigonometrice:

$$\sin(a \pm b) = \sin a \cos b \pm \sin b \cos a.$$

Fie O un cerc cu diametrul unitatea. Ducem un diametru AC şi de o parte şi de alta a acestui diametru, AC, luăm corzile AB şi AD, care formează cu AC unghiurile ascuţite $\sphericalangle CAB = a$; $\sphericalangle CAD = b$.

Teorema lui *Ptolomeu* se scrie:

$$AC \cdot BD = BC \cdot AD + CD \cdot AB \tag{1}$$

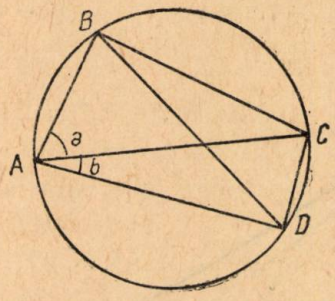
Cum însă: $AC = 2R = \frac{1}{2} = 1$; $BD = 2R \sin(a+b) = \sin(a+b)$; $BC = 2R \sin a = \sin a$; $AD = 2R \sin(90° - b) = \cos b$; $CD = \sin b$; $AB = \cos a$; formula (1) devine:

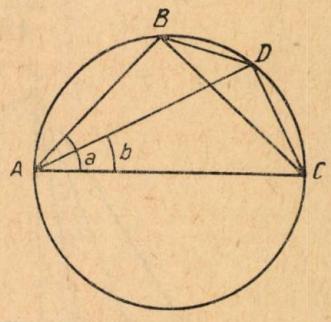
$$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a. \tag{2}$$

Dacă AB şi AD sînt de aceiaşi parte a lui AC, atunci obţinem:

$$\sin(a - b) = \sin a \cos b - \sin b \cos a. \tag{3}$$

Dar aceste formule noi le-am dedus numai pentru a și b, unghiuri ascuțite; ele se pot generaliza.





Presupunem de exemplu, că arcul a se termină în cadranul II, iar b în III, adică:

$$\frac{\pi}{2} < a < \pi\,;\ \pi < b < \frac{3}{2}\pi.$$

Să punem: $a = \frac{\pi}{2} + a'$ și $b = \frac{3}{2}\pi - b'$ unde a' și b' sint unghiuri ascuțite, adică pentru ele putem aplica relația (3):

$$\sin\left[a - \frac{\pi}{2} - \left(\frac{3}{2}\pi - b\right)\right] = \sin\left(a - \frac{\pi}{2}\right)\cos\left(\frac{3}{2}\pi - b\right) -$$

$$-\sin\left(\frac{3}{2}\pi - b\right)\cos\left(a - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\text{sau } \sin(a + b) = \cos a \sin b + \cos b \sin a.$$

Demonstrația este scoasă din articolul „Apropos de la formule fondamentale de la trigonométrie", par M. Varon din E'ed. Math. 28e année pag. 1.

Gh. I. Bercea, inginer, București

NOTE MATEMATICE

Generalizarea teoremei bisectoarei

Să considerăm triunghiul ABC, în care am împărțit unghiul BAC în n părți egale prin dreptele AM_1, AM_2, $\cdots$ AM_{n-1} *(fig. 1). Avem atunci relația:*

$$\frac{BM_1}{AB \cdot AM_1} = \frac{M_1 M_2}{AM_1 \cdot AM_2} = \frac{M_2 M_3}{AM_2 \cdot AM_3} = \cdots = \frac{M_{n-1} C}{AM_{n-1} \cdot AC} \qquad (1)$$

Soluție. — Să luăm în considerare triunghiul BAM_2 și să aplicăm teorema bisectoarei în acest triunghi. Avem în acest caz relația

$$\frac{BM_1}{AB} = \frac{M_1M_2}{AM_2}. \tag{2}$$

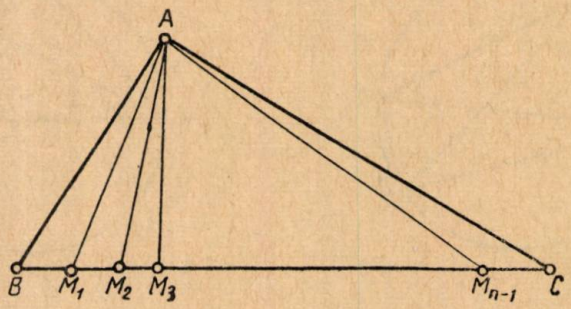


Fig. 1.

Dacă împărțim ambii termeni ai egalității cu AM_1 obținem:

$$\frac{BM_1}{AB \cdot AM_1} = \frac{M_1M_2}{AM_2 \cdot AM_1} \tag{2'}$$

Aplicînd aceiași teoremă triunghiului M_1AM_3 putem scrie:

$$\frac{M_1M_2}{AM_1} = \frac{M_2M_3}{AM_3}. \tag{3}$$

Prin împărțirea ambilor membri cu AM_2 obținem relația:

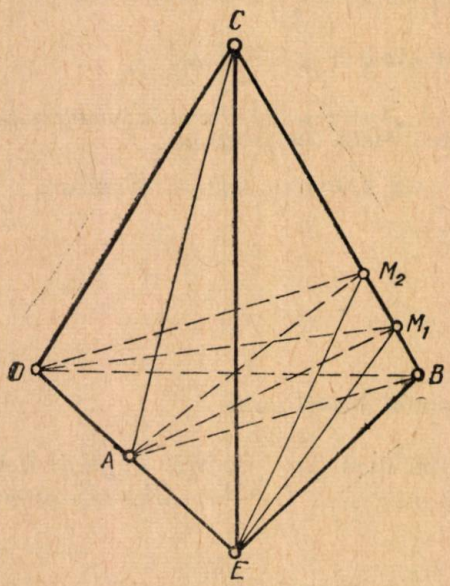


Fig. 2.

$$\frac{M_1M_2}{AM_1 \cdot AM_2} = \frac{M_2M_3}{AM_2 \cdot AM_3} \tag{3'}$$

Din compararea relațiilor (3') și (2') rezultă:

$$\frac{BM_1}{AB \cdot AM_1} = \frac{M_1M_2}{AM_1 \cdot AM_2} = \frac{M_2M_3}{AM_2 \cdot AM_3}$$

Procedînd în mod analog cu triunghiurile M_2AM_4, M_3AM_5, ș. a. m. d. din aproape în aproape obținem relația (1). Astfel teorema este demonstrată.

Să încercăm acum, o extindere în spațiu a acestei generalizări.

Fie în acest scop, tetraedrul $BDEC$ (fig. 2) în care am împărțit unghiul diedru al fețelor (CDE) și (BDE) în n părți egale prin planele (DEM_1), (DEM_2), $\cdots$. (DEM_{n-1}).

Avem în acest caz, relaţia:

$$\frac{BM_1}{(BDE)(DEM_1)} = \frac{M_1M_2}{(DEM_1)(DEM_2)} = \cdots = \frac{M_{n-1}C}{(DEM_{n-1})(DEC)} \tag{4}$$

Soluţie. Intr-un tetraedru planul bisector împarte muchia opusă în părţi proporţionale cu ariile feţelor ce pleacă din aceiaşi muchie. Aceasta este teorema planului bisector într-un tetraderu (v. G.M.F.-B nr. 9, an VI, p. 417).

Aplicînd această teoremă tetraedrului BM_2DE putem scrie:

$$\frac{BM_1}{(BDE)} = \frac{M_1M_2}{(DEM_2)} \tag{5}$$

sau împărţind cu (DEM_1) ambii membri ai relaţiei (5) obţinem:

$$\frac{BM_1}{(BDE)(DEM_1)} = \frac{M_1M_2}{(DEM_1)(DEM_2)}\,. \tag{5'}$$

La fel putem scrie teorema planului bisector în tetraedrul $M_1M_3\,DE$

$$\frac{M_1M_2}{(DEM_1)} = \frac{M_2M_3}{(DEM_3)}\,. \tag{6}$$

Impărţind cu (DEM_2), obţinem relaţia:

$$\frac{M_1M_2}{(DEM_1)\,(DEM_2)} = \frac{M_2M_3}{(DEM_3)\cdot(DEM_2)}\,. \tag{6'}$$

Comparînd relaţiile (5') cu (6') rezultă egalitatea:

$$\frac{BM_1}{(BDE)\cdot(DEM_1)} = \frac{M_1M_2}{(DEM_2)\,(DEM_1)} = \frac{M_2M_3}{(DEM_3)\,(DEM_2)}\,.$$

Procedînd din aproape În aproape, în mod analog cu tetraedrele M_2M_4DE; M_3M_5DE; ş. a., m. d. obţinem şirul de rapoarte egale (4). Astfel teorema este demonstrată.

Observaţie. — In tetraedrul BDEC să considerăm planul CBA perpendicular în A pe muchia DE. In acest caz putem scrie expresia ariilor:

$$(BDE) = \frac{1}{2}\,DE\cdot AB;\ (M_1DE) = \frac{1}{2}\,DE\cdot AM_1;\cdots\ M_{n-1}\,DE) = \frac{1}{2}DE\cdot AM_{n-1}$$

$$\text{şi } (CDE) = \frac{1}{2}\,DE\cdot AC\cdot$$

Inlocuind aceste arii în relaţia (4) şi făcînd simplificările necesare obţinem relaţia (1).

Deci, relaţia (1) este un caz particular al relaţiei (4), Pentru $n=2$ obţinem cunoscuta teoremă a bisectoarei (a planului bisector) într-un triunghi, respectiv tetraedru.

Bretan V. Dan, Timişoara

PROBLEME REZOLVATE

Problema 2752

Se formează un şir de numere în care un termen oarecare este dat prin expresia

$$U_n = ax_1^n + bx_2^n$$

a şi b fiind nişte constante date, iar x_1 şi x_2 rădăcinele ecuaţiei de gradul al doilea $x^2 - x - 1 = 0$.

1) *Să se demonstreze că în şirul de numere astfel format,*

$$U_0, U_1, U_2 \ldots\ldots U_n \qquad (1)$$

orice termen este egal cu suma celor doi termeni precedenţi ($U_n = U_{n-1} + U_{n-2}$).

2. *Să se determine a şi b astfel ca primii doi termeni ai şirului (1) să fie 0 şi 1 ($U_0 = 0$; $U_1 = 1$), în acest caz să se dea formula generală pentru un termen oarecare U_n şi să se demonstreze că*

$$U_n^2 - U_{n-1}\, U_{n+1} = (-1)^{n-1}$$

3. *Să se demonstreze că oricare doi termeni consecutivi ai şirului determinat sub 2) sînt numere prime între ele.*

4. *Dacă a şi b sunt două segmente date să se indice o metodă de construcţie cu rigla şi compasul, succesiv, termenii şirului $U_n = ax_1^n + bx_2^n$.*

O. Sacter

Soluţie. — 1) Numerele x_1 şi x_2 fiind rădăcinele ecuaţiei $x^2 - x - 1 = 0$, avem:

$$x_1^2 = x_1 + 1 \quad \text{şi} \quad x_2^2 = x_2 + 1.$$

Inmulţind ambii membri ai primei relaţii cu ax_1^{n-2} şi pe ai celei de-a doua cu bx_2^{n-2} deducem:

$$ax_1^n = ax_1^{n-1} + ax_1^{n-2} \quad \text{şi} \quad bx_2^n = bx_2^{n-1} + bx_2^{n-2}$$

şi adunînd termen cu termen obţinem:

$$ax_1^n + bx_2^n = (ax_1^{n-1} + bx_2^{n-1}) + (ax_1^{n-2} + bx_2^{n-2})$$

ceea ce demonstrează că $U_n = U_{n-1} + U_{n-2}$.

2. Trebuie ca $U_0 = 0$ şi $U_1 = 1$ ceeace înseamnă că

$$U_0 = ax_1^0 + bx_2^0 = a + b = 0$$

şi

$$U_1 = ax_1^1 + bx_2^1 = ax_1 + bx_2 = 1$$

Rezolvind sistemul obţinut cu necunoscutele a şi b, găsim

$$b = -a = \frac{1}{x_2 - x_1} = \frac{1}{\frac{1-\sqrt{5}}{2} - \frac{1+\sqrt{5}}{2}} = -\frac{1}{\sqrt{5}}.$$

Urmează deci că termenul general are formula găsită de Binet.;

$$U_n = ax_1^n + bx_1^n = \frac{1}{\sqrt{5}}\left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n\right]$$

pentru că $x_1 = \frac{1+\sqrt{5}}{1}$ și $x_2 = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$.

Pentru a demonstra că $U_n^2 - U_{n-1}\ U_{n+1} = (-1)^{n-1}$, vom calcula expresia din membrul stîng folosindu-ne de $U_n = ax_1^n + bx_2^n = \frac{1}{\sqrt{5}}(x_1^n - x_2^n)$ unde $x_1\ x_2 = -1$ și $x_1 + x_2 = 1$. Avem:

$$U_n^2 - U_{n-1}\ U_{n-1} = \frac{1}{5}\left(x_1^n - x_2^n\right)^2 - \frac{1}{\sqrt{5}}\left(x_1^{n-1} - x_2^{n-1}\right)\frac{1}{\sqrt{5}}\left(x_1^{n+1} - x_2^{n+1}\right) =$$

$$= \frac{1}{5}\left(x_1^{2n} - 2(x_1\ x_2)^n + x_2^{2n} - x_1^{2n} + x_1^{n-1}\ x_2^{n+1} + x_2^{n-1}\ x_1^{n+1} - x_2^{2n} \right)$$

sau

$$U_n^2 - U_{n-1}\ U_{n+1} = \frac{1}{5}\left[-2(x_1\ x_2)^n + (x_1\ x_2)^{n-1}\ (x_1^2 + x_2^2) \right].$$

Avînd în vedere că $x_1\ x_2 = -1$ și $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2\ x_1\ x_2 = 1 + 2 = 3$ rezultă

$$U_n^2 - U_{n-1}\ U_{n+1} = \frac{1}{5}\left[-2(-1)^n + 3(-1)^{n-1}\right] =$$

$$= \frac{1}{5}\left[2(-1)^{n-1} + 3(-)^{n-1}\right] = (-1)^{n-1}$$

Aceiași relație este demonstrată prin metoda inducției matematice la pagina 11 în broșura „Numerele lui Fibonacci de N. Vorobiev.

3. Să presupunem că U_{n-1} și U_n n-ar fi prime între ele, atunci am avea $U_{n-1} = $ d.v și $U_n = $ d.u, unde d ar fi un divizor comun diferit de unu și atunci introducînd aceasta în relația precedentă am avea

$$d^2u^2 - dvU_{n+1} = (-1)^{n-1}$$

ceeace ce ar însemna că d divide numai $(-1)^{n-1}$, deci d nu poate decît unu, deci U_{n-1} și U_n sînt prime.

4. *Metoda I.* Este suficient să știm să construim termenul

$$U_1 = a\frac{\sqrt{5}+1}{2} - b\frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

pentrucă ceilalți se construiesc imediat, avînd în vedere că $U_2 = U_1 + U_0$ $U_3 = U_1 + U_2$ etc. Avem:

$$U_1 = \frac{a+b}{2} + \frac{a-b}{2}\sqrt{5} = \frac{(a+b) + \sqrt{(a-b)^2 + 4(a\quad b)}}{2}$$

Segmentul $\sqrt{(a-b)^2 + 4(a-b)^2}$ este ipotenuza triunghiului dreptunghic care are catetele $(a-b)$ și $2(a-b)$. Rezultă construcția lui U_1 și deci a tuturor celorlalți termeni.

Metoda II. Putem scrie $U_1 = \frac{a+b}{2} + \frac{a-b}{2}\left(\sqrt{5} - 1 + 1\right)$ sau $U_1 = a + (a-b)\frac{\sqrt{5}-1}{2}$; ori $(a-b)\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ este latura decagonului regulat înscris, în cercul de rază $a - b$. Rezultă deci censtrucţia pentru U_1.

Cu o rază cît $a - b$ descriem un cerc şi construim latura decagonului convex regulat înscris, adăugînd acestei laturi segmentul a, obţinem U_1 apoi, succesiv termenii ce urmează.

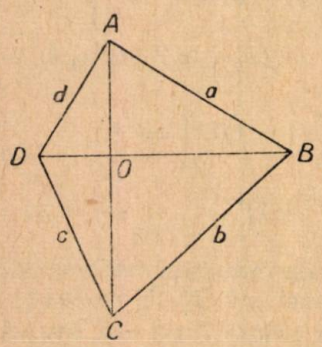
Problema 2755

Intr-un patrulater convex ortodiagonal $ABCD$ de laturi $AB = a$, $BC = b$, $CD = c$, $DA = d$ să se stabilească relaţia:

$$a^2b^2(a^2 - b^2) + b^2c^2(b^2 - c^2) + c^2d^2(c^2 - d^2) + d^2a^2(d^2 - a^2) = 0.$$

C. Bulucea, elev R. Vîlcea

Soluţie. — Să notăm cu O intersecţia diagonalelor. Conform teoremei lui Pitagora generalizată avem:



$$a^2 = d^2 + BD^2 - 2\,BD \cdot OD$$

$$b^2 = c^2 + BD^2 - 2\,BD \cdot OD$$

Prin scădere obţinem

$$a^2 - b^2 = d^2 - c^2$$

din care deducem

$$b^2 - c^2 = a^2 - d^2;$$

$$c^2 - d^2 = b^2 - a^2;$$

$$d^2 - a^2 = c^2 - b^2.$$

Avem: $a^2b^2(a^2 - b^2) + b^2c^2(b^2 - c^2) + c^2d^2(c^2 - d^2) + d^2a^2(d^2 - a^2) =$
$= a^2b^2(d^2 - c^2) + b^2c^2(a^2 - d^2) + c^2d^2(b^2 - a^2) + d^2a^2(c^2 - b^2) =$
$= a^2b^2d^2 - a^2b^2c^2 + a^2b^2c^2 - b^2c^2d^2 + b^2c^2d^2 - a^2c^2d^2 + a^2c^2d^2 - a^2b^2d^2 = 0$
ceea ce era de demonstrat.

Problema 2760

În triunghiul ascuţitunghi ABC $(B > A > C)$ dreapta lui Euler face cu tangentele în vîrful triunghiului la cercul circumscris, unghiurile α, β, γ. Să se demonstreze inegalitatea:

$$\frac{\cos^2\alpha}{\cos\beta\,\cos\gamma} \geqslant \frac{7}{2}.$$

Radu Stroe

Soluţie. — Fie A', B', C' proiecţiile punctelor A, B, C pe dreapta lui Euler. Deoarece această dreaptă trece prin centrul de greutate al triunghiului vom avea conform unei teoreme cunoscute:

$$\overline{AA'} = \overline{BB'} + \overline{CC'} \qquad (1)$$

Însă $\overline{AA'} = R\cos\alpha$; $\overline{BB'} = R\cos\beta$; $\overline{CC'} = R\cos\gamma$. Deci (1) devine:

$$\cos\alpha = \cos\beta + \cos\gamma.$$

Considerăm acum inegalitatea cunoscută:

$$(x+y+z)\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right) \geqslant 9,$$

în care dacă notăm $x = \cos\alpha$, $y = \cos\beta$, $z = \cos\gamma$ obţinem:

$$(\cos\alpha + \cos\beta + \cos\gamma)\left(\frac{1}{\cos\alpha}+\frac{1}{\cos\beta}+\frac{1}{\cos\gamma}\right) \geqslant 9$$

sau, ţinînd seamă că $\cos\beta + \cos\gamma = \cos\alpha$, obţinem:

$$2\cos\alpha\left(\frac{1}{\cos\alpha}+\frac{\cos\alpha}{\cos\beta\ \cos\gamma}\right) \geqslant 9$$

sau

$$2+\frac{2\cos^2\alpha}{\cos\beta\ \cos\gamma} \geqslant 9,$$

deci:

$$\frac{\cos^2\alpha}{\cos\beta\ \cos\gamma} \geqslant \frac{7}{2}$$

adică, ceea ce aveam de demonstrat.

Problema E: 1012

Să se rezolve ecuaţia

$$\frac{(x+a)^3+(x+b)^3+(x+c)^3-3(x+a)(x+b)(x+c)}{a(a-b)+b(b-c)+c(c-a)} = 1.$$

A. Iorgulescu

Soluţie. — Numărătorul fracţiei prin dezvoltare dă:

$$(x+a)^3+(x+b)^3+(x+c)^3-3(x+a)(x+b)(x+c) = 3x^3+$$
$$+3(a^2+b^2+c^2)x+3(a+b+c)x^2+a^3+b^3+c^3-3x^3-$$
$$-3(ab+bc+ca)x-3(a+b+c)x^2-3abc = 3(a^2+b^2+c^2-ab-$$
$$-bc-ca)x+a^3+b^3+c^3-3abc = 3(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)x+$$
$$+(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca).$$

După aceste reduceri la numărător, ecuaţia devine:

$$\frac{(3x+a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)}{a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca} = 1.$$

De unde rezultă:

$$3x+a+b+c = 1 \quad \text{sau} \quad x = \frac{1-a-b-c}{3}.$$

Problema E: 1033

Să se arate că:

$$\frac{a\dfrac{b-c}{b+c}+b\dfrac{c-a}{c+a}+c\dfrac{a-b}{a+b}}{\dfrac{b-c}{b+c}+\dfrac{c-a}{c+a}+\dfrac{a-b}{a+b}}=\frac{2\left(\dfrac{a}{-a+b+c}+\dfrac{b}{a-b+c}+\dfrac{c}{a+b-c}\right)+3}{\dfrac{1}{-a+b+c}+\dfrac{1}{a-b+c}+\dfrac{1}{a+b-c}}=$$

$$=a+b+c.$$

Cezar Coşniţă

Soluţie. — Partea I-a se scrie succesiv:

$$\frac{\sum[a+b+c-(b+c)]\dfrac{b-c}{b+c}}{\sum\dfrac{b-c}{b+c}}=\frac{(a+b+c)\sum\dfrac{b-c}{b+c}-\sum(b-c)}{\sum\dfrac{b-c}{b+c}}=$$

$$=a+b+c.$$

Partea a doua se scrie:

$$\frac{\sum\left(\dfrac{2a}{-a+b+c}+1\right)}{\sum\dfrac{1}{-a+b+c}}=\frac{\sum\dfrac{a+b+c}{-a+b+c}}{\sum\dfrac{1}{-a+b+c}}=a+b+c.$$

S-a notat cu semnul $\sum$ (sumă) sigma care arată că se mai adaugă încă doi termeni analogi obţinuţi prin permutarea circulară a literelor a, b, c.

Problema E: 1034

Într-o grădină zoologică se află 37 fiinţe cu 86 picioare şi 44 de limbi. Ştiind că vulpile şi tigrii la un loc sînt cît cangurii la număr, iar tigrii şi urangutanii împreună sînt cît şerpii la număr, să se afle: cîţi canguri şi urangutani care stau în cîte două picioare fiecare, şerpi cu cîte două limbi fiecare şi cîţi tigri, se află în grădina zoologică.

zidar **Stepan Ionel**

Soluţie. — Notînd cu x, y, z, u şi v numărul cangurilor, vulpilor, şerpilor, tigrilor şi urangutanilor, avem ecuaţiile:

$$x+y+z+u+v=37 \tag{1}$$

$$2(x+v)+4(y+u)=86 \tag{2}$$

$$x+y+2z+u+v=44 \tag{3}$$

$$x=y+u \tag{4}$$

$$z=u+v \tag{5}$$

Scăzînd pe (1) din (3) avem $z=7$.

Substituind pe (4) în (1) și (2) ne dă:

$2x + v = 30$ și $3x + v = 43$, de unde $x = 13$ și $v = 4$

Din (5) $u = z - v = 7 - 4 = 3$; $u = 3$.

Din (4) $y = x - u = 13 - 3 = 10$; $y = 10$

Deci, $x = 13$, $y = 10$, $z = 7$, $u = 3$ și $v = 4$.

Problema E: 1043

Pe un cîntar zecimal se pune un balot în greutate de 52,5 kg. Pentru a cîntări acest balot pe talerul cîntarului se pun greutăți confecționate dintr-un aliaj obținut prin topirea laolaltă a 780 kg fier și 270 kg aluminiu. Ce volum ocupă greutățile puse pe taler cunoscînd densitatea fierului $D_1 = 7{,}8$ *kg/dm*^{3} *și densitatea aluminului* $D_2 = 2{,}7$ *kg/dm*^{3}.

C. Nica, elev Timișoara

Soluție. — Greutățile puse pe talerul cîntarului zecimal vor avea o greutate de $G = 5{,}25$ kg la volumul V. Avem $V = \frac{G}{D}$, unde D este densitatea aliajului din care sînt confecționate greutățile.

Greutatea aliajului este $G_1 = G' + G''$ unde $G' = 780$ kg și $G'' = 270$ kg; deci $G_1 = 1050$ kg.

Volumul V' al fierului care intră în combinația aliajului este

$$V' = \frac{G'}{D_1} = \frac{780}{7{,}8} = 100 \text{ dm}^3.$$

Volumul aluminiului care intră în aliaj: $V'' = \frac{G''}{D_2} = 100$ dm^3

$$V_1 = V' + V'' = 200 \text{ dm}^3.$$

Densitatea aliajului este

$$D = \frac{G_1}{V_1} = \frac{1050}{200} = 5{,}25 \text{ kg/dm}^3$$

Înlocuind valoarea lui D avem $V = \frac{G}{D} = \frac{5{,}25}{5{,}25} = 1$ dm^3.

Problema E: 1045

Dacă

$$\frac{a + b + c}{x + y + z} = \frac{m}{n}$$

să se arate că

$$(na + nb - mz)^2 + (nb + nc - mx)^2 + (nc + na - my)^2 =$$
$$= (mx + my - nc)^2 + (my + mz - na)^2 + (nz + nx - mb)^2.$$

Const. D. Bulucea, elev R. Vîlcea

Soluție. — Desfacem parantezele în egalitatea propusă:

$$n^2a^2 + n^2b^2 + m^2z^2 + 2n^2ab - 2mnaz - 2mnbz + n^2b^2 + n^2c^2 + m^2x + \\ + 2n^2bc - 2mnbx - 2mncx + n^2c^2 + n^2a^2 + m^2y^2 + 2n^2ac - 2mncy - \\ - 2mnay = m^2x^2 + m^2y^2 + n^2c^2 + 2m^2xy - 2mncx - 2mncy + m^2y^2 + \\ + m^2z^2 + n^2a^2 + 2m^2yz - 2mnay - 2mnaz + n^2z^2 + n^2x^2 + m^2b^2 + \\ + 2n^2xz - 2mnbz - 2mnbx$$

sau:

$$n^2(b^2 + a^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca) = m^2(x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx)$$

sau:

$$n^2(a + b + c)^2 = m^2(x + y + z)^2$$

adică

$$\frac{(a + b + c)^2}{(x + y + z)^2} = \frac{m^2}{n^2}$$

care provine din ridicarea la patrat a relației de condiție.

Problema E; 1018

Din relația

$$\left[x - 3 + \frac{2}{\sqrt{3}}(z + 2)\right]\left[x - 3 - \frac{2}{\sqrt{3}}(z + 2)\right] = \\ = \left(1 + y\sqrt{3} + \frac{2\sqrt{3}}{3}z + \frac{4\sqrt{3}}{3}\right)\left(1 - y\sqrt{3} - \frac{2\sqrt{3}}{3}z - \frac{4\sqrt{3}}{3}\right),$$

să se deducă relația

$$(x - a)^2 + 3\left(y + \frac{2}{3}z + \frac{4}{3}\right)^2 - \frac{4}{3}(z + 2)^2 = 1,$$

precum și relația

$$x^2 + 3y^2 + 4yz - 6x + 8y + 8 = 1.$$

C. Ionescu-Țiu

Soluție dată de *Mihăescu St. Cristian*, clasa 8 s.m. 12 București. Grupăm convenabil termenii din ambii membri ai primei relații și desfacem parțial parantezele. Avem:

$$(x - 3)^2 - \frac{4}{3}(z + 2)^2 = 1 - \left(y\sqrt{3} + \frac{2\sqrt{3}}{3}z + \frac{4\sqrt{3}}{3}\right)^2$$

sau

$$(x - 3)^2 - \frac{4}{3}(z - 2)^2 = 1 - 3\left(y + \frac{2}{3}z + \frac{4}{3}\right)^2,$$

de unde:

$$(x - 3)^2 + 3\left(y + \frac{2}{3}z + \frac{4}{3}\right)^2 - \frac{4}{3}(z + 2)^2 = 1.$$

Dezvoltînd parantezele avem :

$$x^2-6x+9+3\left(y^2+\frac{4}{9}z^2+\frac{16}{9}+\frac{4}{3}yz+\frac{8}{3}y+\frac{16}{9}z\right)-$$

$$-\frac{4}{3}(z^2+4z+4)=1$$

sau

$$x^2-6x+9+3y^2+\frac{4}{3}z^2+\frac{16}{3}+4yz+8y+\frac{16}{3}z-\frac{4}{3}z^2-$$

$$-\frac{16}{3}z-\frac{16}{3}z=1 \quad \text{sau} \quad x^2+3y^2+4yz-6x+8y+8=0.$$

Problema E: 1069

Să se arate că dacă:

$$x+y+z=a \quad \text{şi} \quad x^2+y^2+z^2=a^2$$

avem relaţia

$$\frac{xy}{x+y}+\frac{xz}{x+z}+\frac{yz}{y+z}+a=0.$$

B. Huhulea

Soluţie. — Avem : $x+y+z=a$. Ridicînd la patrat obţînem :

$$x^2+y^2+z^2+2(xy+yz+zy)=a^2.$$

Dar $x^2+y^2+z^2=a^2$, prin urmare

$$a^2+2(xy+yz+zx)=a^2, \quad \text{sau}$$

$$xy+yz+zx=0.$$

Din relaţia $xy+yz+zx=0$ scoatem pe fiecare din necunoscute, în funcţie de celelalte două. Avem astfel :

$$x=-\frac{zy}{z+y}; \quad y=-\frac{zx}{z+x}; \quad z=-\frac{xy}{x+y},$$

pe care le înlocuim în $x+y+z=a$. Obţinem :

$$\frac{xy}{x+y}+\frac{xz}{x+z}\frac{yz}{y+z}+a=0.$$

Problema E; 1079

Dacă A şi B sînt numere întregi care satisfac relaţia

$$1245A-713B=\mathcal{M}\,1958$$

atunci avem şi relaţia

$$1245B-713A=\mathcal{M}\,1958$$

I. Mateescu

Soluție. — Avem :

$$1958(B-A)=1958B-1958A=\mathcal{M}1958 \qquad (1)$$

și conform enunțului mai avem :

$$1245A-713B=\mathcal{M}1958. \qquad (2)$$

Adunînd relațiile (1) și (2) obținem :

$$1958B-1958A+1245A-713B=1245B-713A=\mathcal{M}1958.$$

CHESTIUNI DE EXAMEN

SUBIECTELE DATE LA EXAMENUL DE MATURITATE ÎN IUNIE 1958.

SUBIECTUL I

3342. O piramidă cu vîrful S are ca bază triunghiul dreptunghic ABC ($\hat{A}=90°$) iar înălțimea ei cade în punctul A. Ipotenuza este de 25 cm, o catetă este cu 5 cm. mai mare decît cealaltă, iar înălțimea piramidei este egală cu suma catetelor. Se cere :

a) Să se calculeze laturile triunghiului ABC.

b) Aria laterală, aria totală și volumul piramidei.

c) Unghiul muchiei SB cu planul bazei îl notăm cu α iar unghiul muchiei CS cu aceleași plan îl notăm cu β. Să se demonstreze relațiile :

$$\operatorname{ctg}\alpha+\operatorname{ctg}\beta=1\,;\quad -\frac{\pi}{2}<\alpha+\beta<\frac{\pi}{2}$$

2. *a*) Să simplifice fracția :

$$\frac{x^3-6x^2+11x-6}{-x^2+x+6}$$

b) Pentru ce valoare a variabilei x fracția simplificată este pozitivă.

3. Să se rezole ecuația : $3\,(1-\sin x)=2\cos^2 x$.

Subiectul II

3343. Se dă un cerc cu centrul O de raza R și un punct exterior P, în planul cercului. Fie A, B punctele de contact ale tangentelor duse din P la cerc și α unghiul AOP. Se rotește figura în jurul diametrului OP și se cere :

a) Volumul corpului alcătuit din conul PAB și segmentul sferic exterior conului.

b) Să se determine unghiul α astfel ca aria laterală a conului PAB să fie egală cu aria calotei sferice exterioară conului.

2. Se dă ecuaţia $(m+2)\ x^2 - 2mx + 1 = 0$.

a) Să se determine m astfel ca suma patratelor rădăcinelor să fie egală cu 2.

b) Să se discute natura şi semnele rădăcinelor ecuaţiei date, cînd parametrul m ia toate valorile numerice de la $-\infty$ la $+\infty$.

3. *a*) Să se rezolve ecuaţia: $2 \sin^2 x = \sin 2x$

b) Să se arate că egalitatea $2 \sin (x+a).\ \sin\ (x-a) = \cos 2a$ este adevărata cînd x se înlocueşte cu soluţia ecuaţiei de la punctul (a) cuprinsă între $0 < x < \frac{\pi}{2}$

SUBIECTELE DATE ÎN SEZIUNEA MARTIE 1958 LA ŞCOALA TEHNICĂ DE MAIŞTRI DIN ORAŞUL STALIN.

3344. — Să se studieze şi să se reprezinte grafic variaţia funcţiei $y = \frac{x^2 - 2x + 1}{x + 2}$

3345. —Să se calculeze aria cuprinsă între parabolele

$$y = x^2$$

$$y = \frac{x^2}{2} + 2.$$

3346. — Se dă triunghiul AOB avînd A (5,0) B (4.3). Să se verifice prin calcul că acest triunghi este isoscel. Să se scrie ecuaţia cercului circumscris triunghiului AOB, să i se calculeze coordonatele centrului şi raza.

3347. — Faţă de un sistem de axe de coordonate xOy se consideră punctul mobil $M\ (x, y)$ avînd $OP = x$, $MP = y$,.

a) Să se afle locul geometric al punctului M care se deplasează astfel încît să avem $OM + MP = a$, constant.

b) Să se recunoască şi să se construiască curba — loc obţinută. Să se considere şi cazul $y < 0$.

3348. — Să se studieze şi să se reprezinte grafic variaţia funcţiei

$$y = \frac{x - 13}{x^2 - x - 12}.$$

3349. — Să se calculeze aria cuprinsă între parabolele

$$y = -\frac{3}{2} x^2 + 6x,$$

$$y = -\frac{1}{2} x^2 + 2x.$$

3350. — Se dă hiperbola echilateră $x^2 - y^2 - 16 = 0$ şi parabola $y^2 - 6x = 0$. Să se reprezinte pe aceiaşi figură ambele curbe. Să se calculeze coordonatele punctelor de intersecţie M_1, M_2 ale curbelor precedente precum şi $\sphericalangle M_1 F M_2$, F fiind focarul parabolei.

3351. — Să se scrie ecuaţia parabolei raportată la axa de simetrie şi la tangenta la vîrf, care trece prin punctul M (5,3). Să se traseze parabola şi să se verifice prin calcul că ordonata focarului este egală cu a parabolei.

3352. — Se consideră paraboloidul obţinut prin rotirea parabolei în jurul axei $x'x$, avînd drept bază cercul vertical care trece prin M. Dintre toţi cilindrii înscrişi în paraboloid, cu axul după $x'x$ şi cu baza în planul cercului de bază al paraboloidului, să se găsească acela de volum maxim.

PROBLEME PROPUSE *)

3353. — Fiind dat triunghiul ABC, se cere să se construiască cu rigla şi compasul, unghiul α dat de egalitatea

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin A}{\cos A + \sin \frac{B}{2}}.$$

Gh. Buicliu

3354. — În cercul O de rază R, să se înscrie două coarde perpendiculare una pe alta, dintre care una AC egală cu latura triunghiului echilateral înscris în cerc şi alta BD egală cu latura patratului înscris.

Să se demonstreze că, dacă se notează cu a, b, c, d laturile patrulaterului $ABCD$, atunci

$$\sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + d^2} = 2l_4,$$

unde l_4 este latura pătratului înscris în O.

Gh. Buicliu

3355. — Două cercuri O_1. O_2 sînt secante în A şi B. Se duce o tangentă comună avînd punctele de contact T_1, T_2 cu O_1, O_2 respectiv. Dreapta T_1A taie cercul O_2 în E, iar dreapta T_2A taie cercul O_1 în F. Dreptele AF, T_1B se taie în D, iar dreptele AE, T_3B se taie în C. Să se arate că:

1. Dreptele T_1F, T_2E sînt tangente cercului BT_1T_2.
2. Dreptele CD este paralelă cu T_1T_2.
3. Patrulaterul $ADBC$ este inscriptibil, iar tangenta în A la cercul său circumscris taie pe T_1F, T_2E în punctele M, N astfel că triunghiurile AMF, ANE sînt isoscele.

C. Coşniţă

---

*) (VIII: 3365, 3372,); (IX: 3354, 3355, 3358, 3363, 3364, 3366, 3368, 3370, 3371,); (X: 3353, 3356, 3357, 3359, 3360, 3361, 3362, 3367, 3369, 3373,).

3356. — Pentru care valori ale lui x avem:

$$\sin (60° + 2x) < \sin (60° - x).$$

C. Ionescu-Țiu

3357. — Știind că: $\sqrt[3]{a + bi} = x + yi$; $\sqrt[4]{a' + b'i} = y + xi$ (a, b, x, y fiind reale), să se demonstreze relația:

$$x^2 + y^2 = \frac{(a')^2 + (b')^2}{a^2 + b^2}.$$

D. Tudorof, Constanța

3358. — Fie (AA_1, BB_1, CC_1), (AA_2, BB_2, CC_2) cevienele punctelor P_1, P_2 în raport cu triunghiul ABC. Notăm $I_1 \equiv (B_1C_2, B_2C_1)$, $I_2 \equiv (A_1C_2, A_2C_1)$; $I_3 \equiv (A_1B_2; A_2B_1)$. Să se arate că punctele I_1, I_2, I_3, P_1, P_2 sînt coliniare. (În legătură cu problema 1955).

Tudor M. Gheorghe, student București

3359. — Să se afle minimul funcției:

$$Z = x^2 + y^2 - 2(ax + by) - (a^2 + b^2).$$

Cristea P. Aurel, student Iași

3360. — Să se rezolve sistemul:

$$x^n + y^n = 2a^n; \quad xy = a^2.$$

Viorel Raicu, elev R. Sărat

3361. — Unui cub $ABCDA_1B_1C_1D_1$ cu muchia a, i se înscrie și circumscrie cîte o sferă. M este centrul pătratului BCB_1C_1, iar N și P sînt punctele unde AM taie, respectiv, sfera înscrisă și sfera circumscrisă.

1) Să se calculeze AN și MP; 2) Să se arate că suprafața sferei înscrise este echivalentă cu suprafața calotei mici ce are ca bază cercul de diametru AP.

Cornel Georgescu

3362. — Să se arate că expresia

$$E = n^3(n+1)^4(n+2)(2n^2+2n-1)^2 + 2n^4(n+1)^4(n+2)(2n^2+2n-1)$$

se divide prin 720, oricare ar fi n întreg.

C. Ionescu-Țiu

3363. — Să se arate că, dacă ecuația $x^2 - a_1x + a_2x = 0$ are rădăcinile x_1 și x_2 pozitive și dacă $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 1$, atunci $a_1 = a_2 \geqslant 4$.

Paul Popescu, București

3364. — Se dă un triunghi ABC. Din piciorul A_2 al înălțimii duse din A se duce perpendiculara A_2M pe mediana AA_1 dusă din același vîrf. Să se afle locul geometric al punctului M cînd A este fix, iar B și C se deplasează pe o dreaptă Δ fixă așa ca, diferența proiecțiilor laturilor AB și AC pe BC să fie constantă (k).

O, Nanu, Iași

3365. — În Aritmetica recreativă de B. Iosub, sînt arătate proprietățile numerelor 45 și 75 de a se putea descompune într-o sumă de patru termeni astfel, încît efectuînd cu ei adunarea, scăderea, înmulțirea și împărțirea cu un același număr să se obțină rezultate identice.

$$45 = 8 + 12 + 5 + 20$$
$$8 + 2 = 12 - 2 = 5 \cdot 2 = \frac{20}{2}$$
$$75 = 8 + 16 + 3 + 48$$
$$8 + 4 = 16 - 4 = 3 \cdot 4 = \frac{48}{4}.$$

Să se arate că orice număr care are printre divizorii săi un pătrat se bucură de aceiași proprietate. Astfel, numărul 99 are ca divizor pe $9 = 3^2$. Avem:

$$99 = 20 + 24 + 11 + 44$$
$$20 + 2 = 24 - 2 = 11 \cdot 2 = \frac{44}{2}.$$

Alexandru Stoenescu

3366. — Două cercuri O_1 și O_2 sînt secante în punctele A și B. Fie M un punct mobil pe cercul O_1. Se notează cu C și D intersecțiile dreptelor MA și MB cu cercul O_2 și cu E punctul de intersecție al tangențelor în M și C la cele 2 cercuri.

Să se arate că: 1) Patrulaterul $MECD$ este trapez; 2) Unghiul MEC este constant (se vor da două soluții).

Să se determine locul geometric al mijlocului segmentului CD.

N. N. Anițescu, Tg. Jiu

3367. — Într-un vas care conține un lichid oarecare cu tensiunea superficială τ, se introduc trei tuburi capilare. Fie h_1, h_2, h_3 înălțimile la care se ridică lichidul în cele trei capilare și d_1, d_2, d_3 diametrele acestor tuburi.

1) Să se arate că dacă diametrele d_1, d_2, d_3 ale tuburilor sînt în progresie geometrică, atunci și h_1, h_2, h_3 formează o progresie geometrică; să se găsească o relație între rațiile celor două progresii.

2) Să se arate că dacă diametrele celor trei tuburi sînt în progresie aritmetică, atunci există relația

$$\frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_2} + \frac{1}{h_3} = \frac{3 d_2 g}{4 \tau}.$$

E. E. Rădescu, elev Focșani

3368. — Se dă un patrulater $ABCD$. Fie M și N mijloacele diagonalelor AC și BD, iar L, P, Q, R respectiv mijloacele laturilor AB, BC, CD, DA.

Să se dovedească că în acest caz avem următoarele relații:

a) $AB^2 + BC^2 + CD^2 + AD^2 = 2\,(FQ^2 + PR^2) + 4\,MN^2$

b) $AC^2 + 4\,MN^2 + 9\,BD^2 = 4\,(DL^2 + BQ^2 + DP^2 + BR^2)$.

O. Man, Carei

3369. — Să se rezolve în numere întregi ecuația $\sqrt{x} - \sqrt{y} - 7 = 0$.

C, Gabriel Tîrtan, Găești

3370. — Pe arcul BC al cercului circumscris unui triunghi ABC se consideră un punct M. Fie α, β, τ proiecțiile punctului M sub un unghi oarecare φ, respectiv pe laturile BC, AC, AB. În acest caz există relația:

$$\frac{a}{M\alpha} = \frac{b}{M\beta} + \frac{c}{M\tau},$$

unde a, b, c sînt laturile triunghiului considerat.

A. Stoicescu, București

3371. — Se dau două cercuri O_1 și O_2 tangente interior în punctul T. Două secante oarecare duse prin T taie cercul O_1 în M_1 și N_1; cercul O_2 în M_2 și N_2 și o perpendiculară oarecare pe linia centrelor în M și N. Fie O' centrul cercului circumscris triunghiului TMN și P intersecția dreptelor M_1N_2; M_2N_1. Să se arate că:

1. dreapta lui Simson a punctului unde dreapta TP taie cercul O este împărțită în două părți egale de laturile triunghiului TNM,

2, axul radical al cercurilor descrise pe segmentele M_1N_2 și N_1M_2 ca diametre, trece prin O.

Radu Stroe, București

3372. — La un spectacol de teatru s-au vîndut 100 de bilete de trei categorii cu 100 lei. Știind că biletele de categoria III costă 5 lei, cele de categoria II costă 2,50 lei iar de categoria III costă 0,50 lei, se cere numărul biletelor de categoria I, II, III care s-au vîndut.

I. Bardan, Strehaia

3373. — Un conductor sferic cu raza de 9 mm, încărcat cu sarcina $+Q$, crează în jurul său în vid, un cîmp electric. În punctul A aflat la distanța de 30 cm de sarcina Q (considerată punctiformă), intensitatea cîmpului este de 1 dynă/ues · CGS de sarcină. În acest cîmp se mai dă un al doilea punct B, aflat la distanța de 0,9 m. Să se calculeze:

1. Sarcina $+Q$;

2. Potențialul în punctele A și B ale cîmpului;

3. Lucrul mecanic la deplasarea unei sarcini de $+1$ coulomb de la B la A;

4. Potențialul conductorului sferic încărcat cu sarcina Q.

Toate rezultatele se vor exprima atît în unități CGS, cît și în unități MKS.

Iuliu Amberg

EXERCIŢII ŞI PROBLEME PROPUSE PENTRU ŞCOALA DE 7 ANI

E: 1199. — Să se calculeze suma primelor 1959 numere întregi.

* * *

E: 1200. — Două vapoare pleacă odată din acelaşi port şi în aceiaşi direcţie. Primul face $62\frac{1}{2}$ km în $1\frac{1}{4}$ ore, iar al doilea $146\frac{1}{4}$ km în $2\frac{1}{2}$ ore.

a) La ce depărtare de mal va fi fiecare din cele 3 vapoare după $\frac{4}{5}$ ore?; b) la ce depărtare vor fi unul de altul în acel moment $\left(\text{la } \frac{4}{5} \text{ ore de la plecare}\right)$?

(Cl. V O.M.M.F. Baia Mare)

E:1201. — Un zugrav face socoteala că, dacă ar face singur o lucrare la care s-a angajat, ar termina în 12 zile. Ca să termine mai repede îşi ia doi tovarăşi, care, dacă fiecare din ei ar fi lucrat singur ar fi terminat lucrarea în 10 zile.

a) Ce parte din lucrare au făcut cei trei zugravi lucrînd împreună timp de trei zile; *b)* cît le-a mai rămas de făcut *c)* în cît timp termină lucrarea lucrînd toţi trei împreună?

(Cl. V O.M.M.F. Baia Mare)

E: 1202. — S-au vîndut 32 m stambă, 40 m satin şi 25 m pînză, încasîndu-se în total 1 184 lei. Cît costă un metru din fiecare material, dacă un metru de pînză este de două ori mai scump decît un metru de stambă, iar unul de satin este de $\frac{6}{5}$ ori mai eftin decît un metru de pînză?

(Cl. VI O.M.M.F. 1958. Baia Mare)

E: 1203. — Un corp cu greutate de 10 kgf aflat la înălţimea de 5 m cade pînă la înălţimea de 2 metri. Cîtă energie potenţială mai posedă el la înălţimea de 2 m şi cîtă energie potenţială s-a transformat în energie cinetică?

(Cl. VI. O.M.M.F. 1958. Baia Mare)

V (E: 1199, 1200, 1201, 1206, 1207, 1208,); VI (E: 1202, 1203, 1209, 1210, 1211, 1212, 1216,); VII (E: 1204, 1205, 1213, 1214, 1215,).

E: 1204. — Rezistența unui ampermetru este de 0,02 ohmi. Curentul maxim suportat de ampermetru este de 10 amperi. Se pune întrebarea, dacă ampermetrul respectiv se poate pune într-un circuit direct la un acumulator a cărui tensiune la poli este de 2 volți.

(Cl. VII. O.M.M.F. 1958. Baia Mare)

E: 1205. — Perimetrul unui triunghi ABC este de 60 cm; laturile sale sînt proporporționale cu numerele 3,4 și 5. Cea mai mare dintre laturi este BC. Se duce cercul circumscris triunghiului ABC și semicercurile de diametri AB și AC. Se cere:

a) Să se calculeze lungimile laturilor triunghiului; b) să se demonstreze că acesta este triunghi dreptunghic; c) să se calculeze aria părților în formă de semilună cuprinse între cercuri.

(Cl. VII. O.M.M.F. 1958. Baia Mare)

E: 1206. — Primul satelit arificial lansat de URSS în octombrie 1957, a avut o viteză de 28 000 km/oră. În cît timp ar puteta să străbată satelitul distanța de la pămînt la lună, care este de 384 000 km?

Dar o rachetă cosmică care ar merge cu o viteză de 16 km/s, în cîte ore și cîte minute ar ajunge la lună? Care merge mai repede și cu cît pe oră?

Dacă s-ar lansa pe lună o rachetă cosmică cu o viteză de 16 km/s, iar după o oră o altă rachetă cu o viteză de 20 km/s, să se calculeze după cît timp și la ce distanță a doua rachetă va ajunge pe prima. Cîți km ar mai avea pînă la lună?

(Cl. V. O.M.M.F. 1958. Bacău)

E: 1207. — O dactilografă poate să copieze un manuscris lucrînd singură în 8 ore, alta în 12 ore. Dacă lucrează împreună în același timp, ce parte a manuscrisului vor putea copia într-o oră? În cît timp ar termina de copiat întregul manuscris?

(Cl. V. O.M.M.F. 1958. Bacău)

E: 1208. — Să se efectueze:

$$4\frac{7}{24}-\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{6}-\frac{1}{8}\right)-12:\left(\frac{11}{240}+\frac{7}{8}-\frac{1}{16}+\frac{5}{36}-\frac{1}{18}+\right.$$
$$\left.+\frac{4}{144}-\frac{19}{20}+3\frac{7}{180}+\frac{6}{40}\right).$$

(Cl. V. O.M.M.F. 1958. Bacău)

E: 1209. — La un concurs de matematici trei elevi au obținut un premiu de 2 420 lei. Toți trei au lucrat la fel de bine, însă unul din ei a terminat într-o oră și 4 minute, al doilea într-o oră și 12

minute, iar al treilea într-o oră și 20 minute. Ținînd seama de aceasta, comisia a hotărît ca suma de mai sus să li se împartă invers proporțional cu timpul în care au lucrat. Cît a primit fiecare?

(Cl. VI O.M.M.F. 1958. Bacău)

E: 1210. — S-au făcut două reduceri de prețuri la încălțămintea pentru copii. Prima reducere a fost de 5%, iar a doua făcută mai tîrziu, de 15%. O pereche de ghetuțe costă acum, după ultima reducere, 64,60 lei. Cît a costat înainte de cele două reduceri?

(Cl. VI O.M.M.F. 1958. Bacău)

E: 1211. — Un triunghi ABC are unghiul $B = 64°23'$. Bisectoarea acestui unghi se întîlnește cu bisectoarea unghiului C în punctul I. Știind că unghiul $BIC = 126°9'$, să se afle unghiurile C și A.

(Cl. VI O.M.M.F. 1958. Bacău)

E: 1212. — La construirea unui dig trebuie deplasat sub apă, un bloc de piatră cu dimensiunile 2m/2m/1,5 m și cu greutatea specifică de 2,4 gf/cm^3. Lanțul cu ajutorul căruia trebuie ridicat blocul este în stare să susțină o greutate maximă de 10 tone. Va rezista oare lanțul la ridicarea blocului de piatră dacă el este încă scufundat complet în apă și în momentul cînd blocul este scos din apă?

(Cl. VI O.M.M.F. 1958. Bacău)

E: 1213. — Un triunghi isoscel ABC are $A = 120°$ și $AB = AC = a$. Se cere: a) să se afle perimetrul triunghiului ABC; b) Să se determine raza cercului 0 circumscris triunghiului ABC; c) În punctele A, B, C se duc tangentele la cercul O care se întretaie două cîte două în A', B', C'. Să se afle unghiurile și laturile triunghiului $A'B'C'$.

(Cl. VII O.M.M.E. 1958. Bacău)

E: 1214. — Se dă expresia:

$$E = \frac{1 - \dfrac{4x}{(x+1)^2}}{\dfrac{x}{x+1} - \dfrac{1}{1-x} - \dfrac{2x}{x^2-1}}$$

și se cere: 1) să se ducă la forma cea mai simplă; 2) să se arate că această expresie nu poate avea valoarea numerică egală cu 1 pentru nici o valoare a lui x; 3) pentru ce valoare a lui x această expresie are valoarea numerică $\frac{3}{5}$?

(Cl. VII O.M.M.F. 1958. Bacău)

E: 1215. — Un fierbător electric cu rezistența de nichelină lungă de 533 8 cm, cu secțiunea de 0,000314 cm^2 și rezistivitatea de 0,4 ohmi/m/mm^2 este folosit pentru fiertul apei. Se cere: 1) Care este mărimea rezistenței; Care este intensitatea curentului ce trece prin rezistență dacă tensiunea rețelei este de 110 volți?; 3) cîtă apă la temperatura inițială de 15° se poate aduce la fierbere în timp de 5 minute?; 4) Care este cantitatea de electricitate ce trece prin secțiunea conductorului în același timp?; 5) cît costă fiertul apei dacă 1 kw se plătește 1,10 lei?

(Cl. VII O.M.M.F. 1958. Bacău)

E: 1216. — Conform depășirii de plan trimestrial, s-a acorda celor trei mecanici ai unei uzine, un premiu în valoare de lei 900. Să se afle: ce sumă a primit fiecare din mecanici dacă primul a primit 175%, iar al doilea 125% din cît a primit al treilea mecanic.

B. I. Baieră, Păunești, Bacău

E: 1217. — Două roți dințate sînt angrenate împreună. Înainte de a se pune în mișcare se înseamnă cu creta cei doi dinți ai ambelor roți din locul de contact. Știind că o roată are 1958 dinți și cealaltă are numai 336 dinți, să se calculeze cîte rotații pot face fiecare din roți pînă ce aceiași dinți însemnați cu creta ocupă același loc ca la începutul mișcării.

* * *

POȘTA REDACȚIEI

— *Alex. Ionescu,* Timișoara. Repartizarea problemelor pe clase este făcută în urma mai multor cereri, astfel că numerele de ordine sînt în continuare fără a fi un neajuns la anunțarea soluțiilor primite. Greutăți la întocmirea rubricei rezolvitorilor avem din cauză că nu toți corespondenții așează problemele reozlvate în ordinea numerică crescîndă, iar uneori trimit mai multe plicuri în cursul aceleiași luni. La totalizarea soluțiilor primite trebuie făcută din nou ordinea de anunțare și astfel se pot comite erori. Problemele ce se anunță în nr. 11 și 12 ale GMF-B sînt și ele socotite la premierea rezolvitorilor pe 1958 sau a școlilor medii înscrise la întrecerea pe 1958, de care ține seama redacția înainte de întocmirea clasificărilor anuale.

— *Ion Vlădoiu,* Craiova. *Ștefan Soare,* București. Țineți seama de cele arătate în răspunsul precedent. Soluțiile problemelor propuse în GMF-B primite de la corespondenți sînt luate în seamă dacă sosirea lor la redacție este pînă la apariția celui de al patrulea număr al GMF-B care urmează după numărul în care enunțul problemelor respective a fost publicat. Timpul de publicare la rubrica rezolvitorilor a soluțiilor primite nu se poate scurta, deoarece corectarea, totalizarea soluțiilor în ordinea lor numerică și trecerea rezolvitorilor pe localități, școli, clase și în ordinea alfabetică, trebuie făcută cu mult timp înainte de apariția revistei, pentru a fi predată tipografiei.

— *Azzola Giovanni,* Oțelul Roșu, Timișoara, *Petre Dită,* Pitești, și *Alex. Marinescu,* Ploești. Explicațiile date mai sus arată că publicarea soluțiilor urmează să fie făcută în GMF-B între circa 6 luni la 12 luni, de la apariția enunțurilor problemelor. Se primesc soluții la toate problemele propuse chiar dacă sînt probleme date la examene de admitere sau olimpiade; însă soluțiile se vor publica numai la cele mai interesante sau deosebite.

— *Tudor Moldoveanu,* Breaza, *Baciuc Ioan,* Oradea, *Marin N. Ciobanu,* Giurgiu, *Oct. Mogaș,* Cîmpina *și altor corespondenți.* Răspundem pe această cale foarte multor

corespondenți care ne mărturisesc cît de mult îi ajută GMF-B în aprofundarea cunoștințelor de matematici predate în școală, cît de mult le face plăcută munca în studiul matematicii și fizicii: iar mulți își arată regretul că au cunoscut GMF-B. sau au început să trimită rezolvări mai tîrziu decît ar fi trebuit și toți își iau angajamente de a fi harnici rezolvitori de problem. Rugăm pe acești colaboratori să ne trimită părerile lor și despre celelalte rubrici ca: articole, note, construcții de aparate, noutăți în știință, caleidoscop, dări de seamă, etc., care din ele le-au fost de folos și ce sugestii au pentru îmbunătățirea lor.

— *Cristian Bergthaler*, Petroșani, *Radu Grozescu*, Breaza, *Cornelia Enescu*, București. După cum ați constatat, GMF-B este o publicație pentru marea masă a tineretului care studiază. Desigur, în primul rînd se adresează elevilor din învățămîntul mediu; însă se ocupă și de harnicii elevi din învățămîntul elementar, precum și de absolvenții sau studenții care, formați prin activitatea lor la GMF-B, caută să se perfecționeze în matematicile elementare și să aducă și contribuția lor la dezvoltarea și răspîndirea în mase a cunoștințelor și a educației matematice, necesare unui intelectual.

— *Ion V. Popescu*, Tg. Jiu, *Ioan Baciuc*, Oradea, *Cornel Vlădăreanu*, Codlea, *Paul Popescu*, București. Am cerut să se scrie adresa pe plic, înțelegînd ca rezolvitorul să indice pe plic localitatea, școala și clasa care o urmează, pentru a putea fi trecut la locul corespunzător unde urmează să fie anunțat la rubrica rezolvitorilor. Adresa unde locuiește corespondentul, este necesară numai pentru autorii de note sau articole, sau pentru elevii premiați, pentru a ști unde să li se expedieze cărțile acordate ca premiu.

— *Traian Andras*, Brăila, *Cătălin Arsene*, S. m. 18, București, *Rodica Ionescu*, șc. m. nr. 4, Bucureți; *Vladimir Glasberg* șc. m. 12, București; *Octavian Nanu*, șc. m. 3, Iași, și *Cornel Pop*, șc. m. 1, Oradea. Dacă ați dorit ca școala medie pe care o urmați să participe la întrecerea între școlile medii, organizată pe anul 1958, conform regulamentului acestei întreceri publicat la începutul anului, trebuia să vă adresați profesorilor respectivi de matematică și fizică din școală și apoi direcției școlii, pentru ca cererea de adeziune la întrecere să fie vizată de școala dv., indicînd și numărul de clase medii din această școală. Întrecerea pe 1959 începe cu activitatea rezolvitorilor trecuți la rubrica rezolvitorilor din nr. 1/1959 și următoarele, cu ședințele cercurilor de elevi la matematică și fizică și participarea elevilor școlii la olimpiadele de matematică și fizică pe 1959. Cererle de participare la întrecere se pot face imediat după încheerea trimestrului întîi.

— *Gheorghe Ceangiru*, cl. 9, Tr. Măgurele. Am primit plicurile cu soluțiile trimise care au fost îngrijit redactate. Continuînd astfel veți putea deveni un distins colaborator al GMF-B și veți obține bune rezultate.

RUBRICA REZOLVITORILOR DE PROBLEME

EVIDENȚIAȚI

Pînă la 1 iunie 1958 s-au mai evidențiat următorii rezolvitori de probleme:

Ioniță Teodor (student Orașul Stalin), *Nanu Gh. Octavian* (cl. 10 s.m. 3 Iași), *Motoargă Dumitru* (col. 10 Breazna), *Virgolici V. Virgil* (student București), *Mogoș Octavian* (absolvent Cîmpina), *Diță N. Petre* (cl. 9 Pitești), *Bergthaler Cristian* (cl. 10 Petroșani), *Popescu Paul* (student București), *Vrăjitoru Mihai* (cl. 10 Aiud), *Mihai Al. Mircea* (cl. 10 Brăila), *Tudorache Ștefan* (absolvent Găești), *Baltag Vasile* (student Timișoara), *Crînu Mircea* (cl. 9 Tîrgoviște), *Gheoghe A. Cezar* (cl. 9 s.m. 1 Buzău) *Azzola Giovanni* (cl. 9 Oțelul Roșu), *Fonoș Ioan* a(bsolvent Lugoj), *Strătescu Ioan* (student București), *Lupaș Laurențiu* (cl. 9 s.m. 1 București), *Marchitan Gh.* (cl. 10 s.m. 1 Suceava), *Turburan Ion* (cl. 10 Breaza), *Balea Andrei* (absolvent Cîmpina), *Ciobanu N. Marin* (absolvent Giurgiu), *Racoltă Mihail* (cl. 10 Baia Mare), *Alexe N. Dan* (absolvent București), *Soare Ștefan* (cl. 9 s.m. 12 București), *Ixaru Gr. Liviu* (cl. 10 Găești), *Stan N. Dumitru* (absolvent Pucioasa), *Iliescu D. Constantin* (cl. 10 R. Vîlcea), *Alexandru Horia* (absolvent Răcari București), *Pițigoi I. Gheorghe* (cl. 10 R. Vîlcea), *Diaconescu Corneliu* (cl. 10 s.m. 2 R. Vîlcea), *Moldoveanu Tudor* (cl. 10 Breaza), *Ancuțoiu*

Gheorghe (student Bucureşti), *Enescu Cornelia* (absolventă Bucureşti), *Barany Zoltan* (cl. 10 Caransebeş), *Bîrsan Romanel* (student Cluj), *Marinescu Alex.* (cl. 8 Ploeşti), *Birnzei P. Dan* (cl. 10 s.m. 1 Iaşi), *Costea Gheorghe* (cl. 10 Ploeşti), *Oprică Horia* (cl. 10 s.m. 17 Bucureşti), *Grosescu Radu* (cl. 10 Breaza), *Stoican Ştefan* (cl. 10 Alexandria), *Mititelu Ştefan* (cl. 10 Calafat), *Ploeşteanu Ion* (cl. 10 Alexandria), *Puţaru Const.* (cl. 10 Breaza), *Ioniţă St. Neagu* (cl. 10 Găeşti), *Popescu Const.* (cl. 10 Breaza), *Bena I. Iosif* (absolvent Oraviţa), *Voinescu Ştefan* (cl. 10 Ploeşti), *Dobrişan Marin*, (absolvent Ploeşti), *Munteanu Valeriu* (cl. 10 Focşani), *Manole Corneliu* (cl. 10 s.m. 1 Iaşi), *Dorobanţu Valeriu* (absolvent Slatina), *Brean V. Dan* (student Timişoara), *Popescu S. Liviu* (cl. 10 Tîrgovişte), *Carangioiu Mircea* (student Timişoara), *Safta Gh. Victor* (cl. 10 Tîrgovişte), *Ionescu Alexandru* (cl. 10 s.m. Timişoara), *Mărgineanu Gh. Const.* (absolvent Tg. Jiu), *Comănescu Laurenţiu* (cl. 10 Tîrgovişte), *Găletuşe Stelian* (absolvent Tr. Severin), *Bărbulescu Marcel* (absolvent Slatina), *Popescu V. Ion* (cl. 9 Tg. Jiu), *Rizescu Ilie* (cl. 10 Roşiori de Vede), *Pop Ion* (cl. 10 Suceava), *Grecu Eftimie* (absolvent Tr. Măgurele), *Vîlceanu Sabin* (cl. 9 Tg. Jiu), *Grădinaru Pimen* (absolvent Tulcea), *Slăvescu M. Mihai* (cl. 8 Tg. Jiu), *Mîrlogeanu Florea* (cl. 10 Giurgiu, *Iordănescu C. Silvian* (cl. 9 Piteşti), *Blehman Henry* (cl. 8 s.m. 6 Iaşi), *Sender Solomon* (cl. 10 Iaşi), *Kim-Lang-Su* (cl. 10 s.m. 3 Iaşi), *Nicolae Magda* (cl. 10 Oradea), *Caliniac Nicolae* (cl. 10 s.m. 3 Ploeşti), *Velicescu Mircea* (cl. 9 Piteşti), *Contineanu Mihai* (cl. 10 Ploeşti), *Gavril Gheorghe* (absolvent P. Neamţ), *Crutarciuc Corneliu* (cl. 10 Petroşani), *Necula Ion* (absolvent P. Neamţ), *Grigorescu C. Gabriel* (absolvent Buzău), *Chriacescu T. Sergiu* (cl. 10 Călăraşi), *Stratan Gh.*, cl. 10 Caracal), *Pries Wilhelm* (cl. 10 Caransebeş), *Moisin Laurenţiu* (absolvent Cîmpina), *Vlădoiu Gh. Ion* (an. II mecanica-auto Craiova), *Triboi Eugen* (cl. 10 Găeşti), *Ri-The-Sic* (cl. 10 s.m. 1 Bucureşti), *Paşcanu C.* (cl. 10 s.m. 1 Bucureşti), *Gruian Ştefan* (absolvent Alba Iulia), *Danciu P. Viorel* (cl. 10 Brăila), *Capriş Nicolae* (cl. 10 Breaza), *Damian Toma* (cl. 10 Breaza, *Harmata Mihai* (absolvent Bucureşti), *Jaliu Georgeta* (absolvent Bucureşti), *Stepan Ionel* (absolvent Corabia), *Mocanu Nicolae* (cl. 9 Călăraşi), *Pop Cornel* (cl. 10 Oradia), *Baciuc Ioan* (cl. 10 Oradia), *Caraconcea Emanoil* (cl. 10 Giurgiu), *Brişcă Virgil* (cl. 10 Giurgiu), *Nicolae I. Nicolae* (cl. 8 Breaza), *Croitoriu Dumitru* (cl. 9 Breaza), *Anghel Ioan* (cl. 10 Breaza), *Anghel Ioan* (cl. 10 Breaza), *Ianuş Stere* (absolvent Constanţa), *Cantor Ioan* (cl. 10 Breaza), *Stancu Doru* (absolvent Craiova), *Lupu Mihai* (cl. 10 Breaza), *Lupan Mircea* (cl. 10 s.m. 1 Bucureşti), *Stoenică Gruia* (cl. 10 Balş), *Eftimie Z. Radu* (cl. 10 s.m. 18 Bucureşti), *Glasberg Vladimir* (cl. 10 s.m. 12 Bucureşti) *Antoniu I. Sorin* (cl. 10 s.m. 11 Bucureşti), *Achiţei Paul* (cl. 10 seral s.m. 1 Bucureşti), *Bădeliţă Luminiţa* (cl. 10 s.m. 4 Bucureşti), *Pătraş Mihai* (cl. 10 Buzău), *Aldea Laurenţiu* (cl. 9 Călăraşi), *Borcea N. Nicolae* (absolvent Călăraşi), *Drăgănescu Cornel* (cl. 10 Cîmpina), *Bănică Constantin* (cl. 9 C. Lung Muşcel), *Iordache Gh. Elena* (absolvent Constanţa), *Rada C. Narciş* (absolvent Costeşti), *Barbu Gh. Emil* (absolvent Drăgăşani), *Florescu Dan* (c.l 8 s.m. 22 Bucureşti), *Ionescu P. Sorina* (cl. 10 s.m. 15 Bucureşti), *Isbăşescu Mihai* (cl. 10 s.m. 1 Bucureşti), *Iontescu Rodica* (cl. 10 s.m. 4 Bucureşti), *Ionescu V. Dan* (cl. 10 s.m. 1 Bucureşti), *Pirşan Liviu* (cl. 8 s.m. 18 Bucureşti), *Spulber Dorian* (cl. 10 Bîrlad), *Petre Anghel* (cl. 10 Breaza), *Petrescu Adrian* (cl. 10 Breaza), *Gheorghiţă Mariana* (studentă Bucureşti), *Pasteeucă Mihai* (cl. 10 Breaza), *Totolici Gabrirel* (cl. 8 Baia de Arieş) *Dascov Paul* (cl. 10 Breaza), *Iliescu Mihaela* (cl. 8 Bîrlad), *Dobrescu V. Teodor* (cl. 10 Breaza), *Andraş Traian* (cl. 8 Brăila), *Chirilă Nicolae* (cl. 10 Breaza), *Taloi Dragoş* (absolvent Tr. Severin), *Bahonea Ştelian* (cl. 8 Breaza), *Metoni I. Gheorghe* (absolvent Tr. Măgurele), *Roman V. Remuş* (cl. 10 Tg. Jiu), *Mănuţă Petre* (cl. 8 Breaza), *Pupăzescu Gh.* (cl. 10 Tg. Jiu), *Penu V. Dan* (cl. 8 Breaza), *Grigorescu Grigore* (cl. 10 Pucioasa), *Firtat Damian* (cl. 9 Breaza), *Neamţu Mihai* (cl. 8 Tg. Jiu), *Cojocaru Ioan* (cl. 9 Breaza), *Runcan Dumitru* (cl. 8 Tg. Jiu), *Botoacă Vasile* (cl. 10 Breaza), *Preda Constanţa* (cl. 9 Tg. Jiu), *Florescu Gheorghe* (cl. 9 Breaza), *Nicolae M. Ion* (cl. 10 Alexandria), *Vasilescu Florin* (cl. 10 Giurgiu), *Leontescu Petre* (cl. 10 Pucioasa), *Poşircă M. Ion* (cl. 8 R. Vîlcea), *Osiceanu Dan* (absolvent Slatina), *Sulugiuc Silvia* (cl. 10 Tecuci), *Paraschivoiu Ion* (cl. 9 Tg. Jiu), *Petre Gheorghe* (absolvent Giurgiu), *Rîmbu Gheorghe* (cl. 10 Pucioasa), *Catrina Gh. Vasile* (absolvent Ianca), *Munteanu I. Ovidiu* (cl. 10 Sibiu), *Păsculescu Gheorghe* (cl. 10 Petroşani), *Constantinescu I. Ion* (cl. 10 R. Vîlcea), *Vişinescu Mihai* (cl. 10 Giurgiu), *Rusu Ştefan* (cl. 10 Ocna Mureş), *Dragan I. Petre* (cl. 10 Giurgiu), *Schiop Alexandru* (cl. 10 Oradia), *Miritescu V. Ioan* (cl. 9 Piteşti), *Costache Gh. Ioan* (cl. 8 Ploeşti), *Ene P. Dumitru* (cl. 9 Ploeşti), *Dumitrescu Stelian* (cl. 10 Ploeşti), *Banu Cornel* (cl. 10 Pucioasa), *Calistrate D. Ion* (cl. 6 Plopşor-Craiova), *Stekelman Şalom* (cl. 10 Iaşi).

Pînă la 1 iunie 1958 s-au mai primit cel puțin cîte zece soluții bune la problemele propuse în G.M.F.B. nr. 1, 2, 3, 4, după cum urmează:

AGNITA (Reg. Stalin). *Școala medie nr. 1.* Clasa X. Avram Valeria (2917, 51, 63, 68—70, 72, 73, 3006, 11, 22, 29, 34, 57). Munteanu Ilarie (2917, 18, 25, 36, 51, 63, 68, 70, 73, 75, 3011, 22), Samoilă Felicia (2951, 57, 63, 69, 70, 72, 3011, 15, 22, 25, 29).

ALEXANDRIA. Clasa IX. Dumitru I. Petru (2917, 20, 23, 32, 44). Clasa X. Popescu C. Mihai (2907, 22, 35, 41, 51, 63, 64, 70, 72, 75, 3001, 25, 57). *Stoican Ștelan* (2959, 60, 64, 73, 74, 78, 85—87, 95, 3001, 06, 08, 10—27, 29, 34, 50, 52, 57, 59, 60, 63, 84—86, 93—95, 97, 104, 06, P). Absolvent. N. Angela (2907, 08, 11—13, 16—18, 20, 22—26, 32, 44, 48, 51, 53), Absolvent. Ionescu Alexandru (2913, 17, 20—26, 33, 57, 58, 63—65, 68, 70, 71, 73, 78, 86, 87, 907, 10, 12 P), Absolvent. *Nicolae M. Ioan* (2907, 12, 17, 18, 20—23, 25, 28, 32, 33, 35, 41, 44, 51, 57, 61, 63—65, 68—70, 72, 3011, 21, 29, 34), Absolvent. *Ploeșteanu I. Ion* (2930, 49, 57, 60—66, 68—72, 80, 83, 84, 86—89, 95, 3001—03, 06, 11—17, 19, 21, 22, 24, 26, 27, 29, 34).

ADJUD. *Școala medie.* Clasa IX: Gurămultă V. Ion (2907, 10, 11, 13, 17, 20, 21, 23, 27, 32, 38, 41, 44, 53), Pescaru Vasile (2907, 17, 20, 21, 23, 27, 32, 38, 41, 44, 53), Pravăț V. Vasile (2907, 17, 20, 21, 23, 27, 38, 41, 44, 53 P). *Clasa X:* Grigoriu Maria (2907, 08, 12, 17, 18, 22, 33, 35, 36, 38, 41, 86). Seciu Iridenta (2907, 08, 12, 17, 18, 20, 22, 35, 36, 38, 41, 63, 65, 68, 69). *Școala de 7 ani.* Clasa V. Cîrlan Bucovina (E: 1081, 84, 87, 89, 93, 94, 96, 114, 115).

ALBA IULIA. Absolvent. *Gruian Ștefan* (2907—09, 11—13, 15, 16, 18, 20, 21, 23—26, 29, 33, 35—40, 44, 45, 48, 51, 53, 63—66, 68—70 72, 86, 89 P).

AFUMAȚI. Clasa VII. Iordan Constanța (E: 1077, 81, 85, 90, 98). Clasa VIII. Camburu Costache (E: 1083, 85, 88, 96, 99, 1107, 08, 15, 16, 20).

ANINA. Clasa X. Iacob Voina (2957, 59—72, 75, 78, 92). Negrea C. Virgil (2964, 68, 71, 94, 95, 3002, 06, 11, 12, 15, 25, 29).

AIUD. Clasa X. *Vrăjitoru Mihai* (2909, 10, 15, 16, 27, 29, 39, 56, 57, 59—61, 63—72, 75—78, 83—87, 91, 94, 95, 97, 3001, 02, 04, 06, 09, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 22, 24, 25, 26, 29, 31, 32, 34, 39, 47, 50, 51, 54, 55, 57, 59, 60, 82—84, 86, 93, 94—98, 100, 02—06 P). Herteg Aurel (2907, 08, 11, 12, 17, 20—22, 24, 38, 41).

ARAD. *Școala medie nr. 1 „Ion Slavici".* Clasa VII. Ciurea Sorin (3006, E: 1068, 69, 72, 76—79, 89, 93). Clasa VIII. Popescu Dorel (2944, 72, 3004, 06, 12, 21, 26, 31 E 1071, 74, 81—85, 88, 90, 92, 94, 95, 99, 100, 07). Toma Direl (3006, 12 E 1071, 74, 81, 84, 92—94, 107). Clasa X. Auneanu Ion (2907, 17, 51, 61—63, 65, 68, 70—73). Bathory Ludovic (2908, 12, 16—18, 20, 22, 23, 25, 32, 35, 51, 57, 61—63, 65, 68—73, 3001). Bernath Robert (2957, 61, 63—65, 69—72, 78, 92, 3001). Bestea Gh. Cătălin (2956, 59, 61, 63—70), Bogorodita Mihai (2908, 17, 24, 32, 36, 51, 57, 61, 63—65, 70). Bogdănescu Gh. Silviu (2907, 17, 32, 35, 36, 51, 57, 61, 63, 65, 68, 70, 71, 75). Curtuțiu Ion (2907, 17, 20, 22—25, 22, 35, 36, 44, 51). Codreanu Lucian (2920—26, 32, 35, 36, 51, 57, 61—66, 68—72, 75, 93, 3001). Demșoreanu Brutus (2912, 16—18, 20—25). Danciu Zamfir (2957, 61, 63—65, 68, 69, 71, 72, 86, 94, 95, 3001). Feier Virgil (2917, 22—25, 29, 32, 36, 51). Lupaș Alexandru (2965, 69, 70, 3012, 16, 21, 25, 34, 93—95, 102). Mihaloș Nicolae (2909, 17, 18, 20, 22—25, 32, 35, 36, 44, 51). Nadiu St. Gheorghe (2957, 59, 61, 62—65, 68—72, 86, 3002, 06, 11—13, 15, 16, 21, 25, 29, 34, 50, 57). Révész Alexandru (2912, 21, 57, 61, 63—66, 68—72, 75, 95, 3001). Savin Viorel (2915, 17, 19, 20, 22—26, 41, 44, 53, 57, 61—65, 68, 69, 72, 73, 75, 78, 89, 92, 95, 3011 P). Schreiber Ioan (2957, 61, 63—65, 68, 69—72, 75, 95, 3001). Siclovan R. Marius (2908, 20, 22, 24, 25, 32, 35, 36, 44, 51, 61, 63—65, 72, 3001, 16, 21, 22, 57, 62, 69, 70, 95). *Școala medie nr. 2.* Clasa VIII. Neamțu Lucia (2917, 38, 44, 3006 E 1071—75, 77, 78, 81—84, 86, 87, 89, 90, 92, 101). Clasa IX. Crișan Doina (2913, 20, 23, 59, 61, 67, 3011, 18, 21, 24). Clasa X. Bogdan Florica (2911—13, 17, 20, 22, 63, 69, 75, 95). Ghișa Rodica (2907—09, 16, 21, 22, 32, 36, 51). Absolvent. *Bupte Doina* (2957, 61—72, 75, 76, 83—85, 92, 3006, 09, 11—13, 16, 17, 21, 22, 24, 26, 29, 57). Absolvent. Ludoșan Anca (2959, 61, 62, 65—67, 71, 2006, 21, 29, 75). *Școala medie nr. 3.* Raduly Csabe (2915—17, 19, 20, 22, 25, 29, 33, 39, 41, 63—65). *Școala medie nr. 5.* Clasa VII. Flesch Victoria (E 1071—75). Absolvent. Barsony Andrei (2914, 15, 21, 26, 54, 56, 58, 59, 62, 65—67). *Școala de 7 ani nr. 4.* Clasa VII. Israel Iosif (E 1069, 80, 81, 83, 84, 86—89, 93, 95, 101).

BACĂU. *Școala medie nr. 1.* Clasa VIII. Kloetzer Eugen (2944 E 1071—74, 81—84, 86, 89, 90, 92). Clasa X. *Sirbu Mihai* (2919, 30, 40, 42, 48, 56, 57, 60—72, 75, 76, 78, 85, 86, 89 91—95, 99, 3001—04). *Școala medie nr. 2.* Clasa IX. Smeltzer Greta (2907, 11, 13, 17, 20, 44, 56, 61, 62, 72). *Școala pedagogică.* Anul I. Obreja Petru (E 1071—74, 81, 82, 84 86, 90, 92, 97, 101, 02).

BABADAG (Reg. Constanța). *Școala medie.* Clasa X. Ghencea Andrian (2907, 12, 17, 18, 20, 22—24, 35, 36, 38, 41, 44, 51).

BAIA DE ARIEȘ (Cluj). Clasa VIII. *Totolici Gabriel* (2848, 83, 961, 67, 75, 3006, 16, 21, E 1044, 53, 70, 76, 77, 82, 84—86, 89, 93—95, 97—103, 07, 08) (30).

BAIA MARE. *Școala medie nr. 1.* Clasa VIII. Voicu Mihai (E 1071—74, 78, 81, 83, 84, 86, 89) (10). Clasa X. Moldovan Gheorghe (2907, 08, 16, 17, 20, 24, 32, 33, 35, 36, 38, 51, 63—65, 68—70, 72, 86,95). *Racoltă Mihail* (2845, 908, 09, 12, 15—18, 20—26, 32, 35, 36, 38, 40, 44, 48, 51, 53, 56, 57, 60, 61, 63—65, 68—72, 75, 78, 91, 92, 95, 3006, 11—14, 16, 17, 21, 22, 24, 25, 29, 32, 34, 39, 43, 50, 57).

BALȘ (Reg. Craiova). *Școala medie.* Clasa VIII. Dinu Gheorghe (2964, 75, 3006, 39 E 1069, 71, 73—77, 81, 84, 86, 90, 92—94). Clasa X. *Stoenică Gruia* (2918, 22, 33, 57, 61, 63—65, 68—72, 75, 86, 92, 3003, 06, 07, 11—13, 16, 18, 21, 22, 25, 28, 29, 34, 39, 55, 57).

BIRLAD. *Școala medie nr. 1.* Clasa V. Oprișan Gina (E 1070—72, 74,76, 84, 87, 96, 103). Parfene Magda (E 1070—72, 74—76, 81, 84, 87, 92). Clasa VII. Cotoronu Virginea (E 1071, 73—75, 83, 87, 90, 92, 93, 95). Mateescu Liliana (E 1067, 68, 70—76, 90, 92). Preda Ion (E 1068, 71, 72, 74, 82, 83, 85, 87, 89, 90). Clasa VIII. Goldstein Iancu (2917, 44, 49, 87, E 1967, 68, 71—74, 77, 81—85, 88, 89, 92, 93, 99). Clasa X. Crețu Nicolae (2907, 08, 18, 32, 38, 41, 44, 48, 51, 70, 3022, 25, 32). Macovei Cicerone (2961, 64, 66, 69, 71, 72, 3011, 12, 15, 22, 25, 29, 34). Russu Tofan (2921, 61, 63, 64, 69, 70, 3011, 22, 25, 57). Slavu Mircea (2907, 22, 24, 41, 42, 57, 62—65, 69, 70—72, 75, 95, 3001, 11, 12, 21, 25, 29, 34, 57). *Spulber Dorian* (2907, 08, 20—25, 27, 30, 36, 40, 48, 53, 54, 56, 57, 60—66, 69, 72, 95, 3006, 11, 12, 21, 25, 34 P). *Școala medie nr. 2.* Clasa VIII. *Liescu Mihaela* (2917, 75, 87, 3006, 17, E 1067, 69, 72, 77, 80—86, 88, 89, 90, 92—100, 07, 08). Popica Ecaterina (2944, E 1067, 71—75, 79). Roșca Iordache (2911, 17, 49, 75, 87, 3006, E 1067, 69, 72, 77, 80—82, 85, 86, 88, 89, 93, 99, 107). Swemer Natan (E 1071—76, 78—81, 83—90, 92, 93). Solcă Florina (E 1067, 72—75, 87—89, 92). Vasiliu Gabriela (2975, E 1022, 81—85, 88—90, 93). Clasa IX. Antoni Ioana (2917, 32, 44, 48, 53, 61, 62, 64, 66, 3012, 21). Blănaru Stela (2890, 94, 96, 907, 13, 27, 21, 44, 53, 61, 62, 75, 3021). Ene Lucia (2913, 20, 21, 48, 53, 61, 62, 64, 75, 3012, 21). Gîrneață Mariana (2890, 94, 907, 13, 17, 20, 26, 22, 44, 61, 62, 66, 72, 3012, 21). Gheorghiu O. Stoica (2894, 96, 907, 13, 17, 20, 21, 26, 32, 42, 44, 53, 61, 62, 62, 64, 66, 67, 72, 95, 3011). Grama Alexandru (2894, 96, 907, 17, 20, 21, 32, 42, 44, 53, 61, 62, 64, 66, 67, 72, 75, 95, 3011, 21). Holincu Virginia (2890, 94, 96, 907, 13, 17, 20, 21, 61, 62, 3012, 21). Leonte Stela (2907, 08, 11, 13, 17, 20, 21, 24, 32, 35, 36, 28, 44, 51, 57, 61, 63—65, 68—70, 72, 75, 3002). Pascu Adriana (2890, 94, 96, 906, 07, 13, 17, 20, 21, 38,, 44, 48, 61, 62, 66, 3021, 24). Tudor Mihaela (2890, 94, 96, 907, 17, 20, 21, 26, 32, 42, 44, 53, 61, 62, 64, 67, 72, 74, 95). Clasa X. Avădanei Luciana (2907 08, 12, 13, 17, 20—22, 24, 35, 38, 44, 53). Beneș Rodica (2907, 08, 17, 20, 21, 24, 38, 53, 71, 2011, 21, 25, 34). Bălan Dana (2907, 08, 11—13, 17, 18, 29, 21, 23—25, 32, 35, 36, 38, 41, 44, 51). Boicu Iulia (2907, 13, 15, 19—23, 32, 33, 36, 38). Harabagiu Georgeta (2918, 22, 24, 35, 58, 44, 51, 61, 63, 65). Nargong Hilda (2907, 13, 19—21, 23—25, 32, 33, 35, 36, 38, 41, 42, 44, 51, 53, 65, 69). Stingă Emilia (2907, 08, 13, 17, 20—22, 24, 35, 36, 38, 53, 64, 65, 68, 2011, 21, 25, 29). Toporaș Maria (2908, 11—13, 17, 18, 20, 32, 35, 36, 38, 41, 44, 51). Trocin Valentina (2908, 12, 13, 17, 20, 22, 23, 35, 36, 38, 41, 44, 65, 68, 3029).

BICAZ (Raionul Piatra Neamț). *Școala medie. Clasa X.* Tuțuianu Constantin (2911—12, 17, 20, 21, 23, 38, 44, 51).

BISTRIȚA (Regiunea Cluj). *Școala medie.* Clasa X. Radu Nistor (2908, 32, 63, 64, 69, 70, 72, 86, 3021, 34, 57). Tătaru Livia (2907, 09, 11, 12, 17—20, 23, 24, 33, 35, 36, 38, 51). Absolvent Verveagă Teodor (2661—65, 68—70, 72, 93, 95).

BOLINTINUL DIN VALE. Clasa VIII. Costache V. Ilie (2944, 75, E 1071, 73, 74, 81, 82, 84, 89, 90, 92). Dascălu G. Maria (3006, E 1071, 73—75, 79, 93, 94, 100, 01). Dobre V. Elena (2006, E 1071, 73—75, 79, 93, 94, 100, 01). Dinu D. Mariana (E 1073, 74, 79, 81, 84, 90, 92, 93). Ghiță Radu (2944, 89, 3012, 21, 39, E 1071, 73, 74, 76, 79, 81, 92—94, 97, 98, 100). Mindricel M. Ilie (2944, 3039, E 1071, 73, 79, 81, 84, 92—94). Marin Maria (3006, E 1071, 74, 75, 79, 93, 94, 100, 01). Nistor Constantin (E 1071—73, 74, 79, 81, 84, 92, 94, 95, 97, 100). Oprea I. Eugen (2944, E 1067, 71, 72, 74—76, 79, 81, 84). Panait Maria (E 1071, 73, 74, 92, 94, 99). Radu V. Nicolae (2944, E 1071—74, 81, 84, 90, 100, 01, 07). Tolă Valeriu (E 1072, 74, 81, 84, 89, 90, 92, 99). Tădrescu Elena (E 1071, 74, 75, 93, 94, 99). Tudose Cornelia (E 1071, 73—75, 79, 92, 94, 99). Clasa IX. Alexandru St. Cornel (2896, 921, 22, 24, 25, 29, 22, 56, 61, 62, 64, 3001, 12, 17, 57, 65, 66, 69, 72, 73, 75, 83, 85, 87, 89). Popescu Gh. Vasile (2907, 21, 22, 32, 44, 62, 64, 66, 72, 83). Răduță Apolodor (2907, 10, 11, 17, 20, 23, 24, 26, 32, 38, 61, 63, 64, 65, 69, 73, 75, 89, 3006, 16, 21, 27, 57). Clasa X. Dascălu Gh. Nicolae (2908, 16, 17, 35, 36, 40, 61, 63, 75, 3034). Dincă Vasile (2907, 08,

16, 17, 24, 25, 36, 44, 61, 64, 68, 75). Jurosek I. Constantin (2908, 16, 17, 44, 63—65, 68, 75, 87, 95). Lăzărescu Mihai (2907, 08, 16, 17, 24, 44, 61, 63—65, 68, 75, 87). Nițu Stan (2907, 08, 17, 20—22, 24, 32, 35, 44).

BOTOȘANI. *Școala medie „Mihail Eminescu"*. Clasa VI. Croitoru Saul (1083, 84, 87, 89, 93, 96, 99, 101—03). Clasa VII. Segall Arnold (E 1081, 86, 87, 89, 90, 92, 94—96, 98, 99. 110—03, 07). Clasa X. Petrea Mariana (2961, 63, 70, 74, 78, 3006, 21, 22, 25, 29, 93, 94, 106).

BRĂILA. *Școala medie nr. 1*. Clasa VIII. Dumitriu Luiza (2975, E 1071—74, 83, 86, 89, 90, 92). Clasa IX. Caloyannis Elly (2917, 20, 21, 26, 27, 44, 66, 67, 69, 72, 3009, 11, 14, 19, 21, 23, 24 P). Clasa X. Podeanu Magda (2908, 17, 23, 24, 25, 36, 44, 51, 63, 75, 3025, 34). *Școala medie nr. 2 „N. Bălcescu"*. Clasa VIII. *Andras Traian* (2894, 3006, E 1054, 55, 60, 63, 69—74, 76, 81, 83—85, 89, 90, 92—95, 98—101, 08). Parupca Doina (E 1056, 57, 60, 66, 71, 74, 81, 84, 95, 98). Clasa IX. Mălaianu Marcela (2894, 96, 944, 64, 72, 3006, 09, 11, 21, 26). Clasa X. *Danciu P. Viorel* (2897, 902, 07—09, 11, 13, 16—27, 29, 30, 32, 33, 35—38, 40—42, 44, 51, 53, 61, 62—66, 68, 69). Goga Nicu (2907, 17, 20, 32, 44, 51, 61, 63, 64, 69, 70, 75, 86, 3006, 11, 21, 34, 57). *Mihai Al. Mircea* (2829, 84, 97, 902, 07—09, 11, 13, 16—18, 20—25, 27, 32, 33, 35—38, 40—42, 44, 48, 50, 51, 53, 56—80, 84, 86—88, 90—95, 3000—04 P). Absolvent Toma Ion (2958, 66, 73, 3006, 11—19, 21, 24, 25, 29, 31, 24, 57, 60). Școala medie nr. 3. Clasa X. Marcu Doina (2908, 12, 23—25, 35, 36, 61, 62, 64, 70, 75). Tănăsescu Cătălina (2907, 08, 12, 17, 23, 24, 35, 36, 44, 51).

BREAZA. *Liceul militar „D. Cantemir"*. Clasa VIII. Agavriloaiei Dragoș (3006, 26, E 1080—84, 87, 90, 100, 01, 03, 14—16, 19). Abel Traian (E 1071, 73—76, 81, 84, 85, 90, 92—94). *Bahonea Stelian* (2917, 38, 44, 3006, E 1067—73, 75, 76, 79, 81, 83, 84, 87, 89, 90, 92, 94, 95, 98—103, 07, 08). Bîrligea A. Ion (2944, E 1069, 71—75, 81, 82, 84, 92, 94, 95, 98, 99, 102, 107). Cazacu Constantin (2944, 55, E 1067, 69, 71, 73, 74, 76, 77, 84, 85, 90, 92, 94, 95, 98—100, 02). Cazacu Dumitru (3006,E 1081, 82, 84, 85, 89, 90, 92, 94, 95, 99, 101, 02, 14—16). Constantinescu Gheorghe (E 1071—77 81, 82, 84, 85, 90, 93). Costandache Mihalache (2944, 3006, 101, 02, 08, E 1069, 71—74, 76—78, 81, 83, 84, 90, 92—94, 98, 99). Constantinescu Nicolae (2944, 55, E 1067, 71, 73, 74, 76, 84, 85, 87, 90, 92, 94, 95, 98, 100, 102, 07). Chiodan Liviu (2944, 87, E 1071, 73, 74, 76, 84, 85, 89, 94, 95, 98, 100, 01, 07). Costandache P. Nicolae (E 1071—74, 82—85, 92, 93). Coteanu Ion (E 1068—71, 73, 74, 76, 77, 81—85, 89, 90, 92, 100). Doican Nicolae (2944, E 1068—77, 81, 84, 86, 89, 90, 92, 94, 95, 98, 101, 02, 07, 08). Done Cornel (2944, E 1068, 71—75, 79, 81, 86, 92, 94, 95, 98, 101, 08). *Ghioabă Aurel* (2975, 93, 3006, 16, 26, E 1081—87, 89, 90, 92—95, 98, 99, 101—04, 12, 14—17). Guță Vasile (2938, 44, E 1068—77, 79, 81, 84, 86, 89, 90, 92, 94, 95, 98, 99, 101, 02). Grigore R. Vasile (E 1068—75, 77, 78, 81—86, 88—90, 92, 94, 96, 98, 99, 101, 02, 08). *Ghiuță Mihai* (2944, E 1068—77, 79, 81—86, 88—90, 92, 94—96, 98, 99, 101, 02, 07, 08). Iuga Ioan (3006, E 1081—86, 89, 90, 92, 99, 101, 02, 14—16). Iancu Petre (3006, E 1068, 69, 71, 73, 74, 79, 81, 82—85, 89, 90, 92, 94, 95, 99, 101, 02, 07, 08). Iacob C. Ioan (E 1071—77, 81, 84, 90, 94, 103). Moldoveanu Ernest (2944, E 1068, 69, 71—76, 79, 81, 83—86, 89, 90, 94, 95, 98, 101, 02, 07, 08). *Mănuță Petre* (2944, E 1068—77, 79, 81—90, 92, 94—96, 98, 99, 101, 02, 07, 08). Manea Gheorghe (2944, E 1071—75, 79, 81, 84, 86, 90, 92, 94, 95, 98, 99, 101, 02). Munteanu Ștefan (2938, 44, E 1068, 69, 71—76, 79, 81, 83—85, 92, 94—96, 99, 101, 07, 08). *Nicolae I. Nicolae* (2917, 38, 61, 75, 3006, 16, 39, E 1067—70, 73, 75, 77—79, 81, 83, 84, 86—90, 92—95, 98, 100—03, 07, 08). Opriță Dorel (E 1069, 71, 73, 74, 81, 82, 84, 85, 89, 90, 93, 95, 99, 100, 07). Olteanu Ion (3006, E 1071—74, 76, 81, 82, 84, 92—94, 101). Preda D. Aurelian (E 1065, 71, 73, 74, 81, 84, 85, 89, 90, 92, 95, 99, 100, 07). *Penu V. Dan* (2917, 38, 44, 3006, E 1067—77, 79, 81, 83, 84, 89, 90, 92, 94, 95, 98—03, 07, 08). Rusescu Dumitru (2944, E 1071—76, 79, 81, 84, 86, 89, 90, 92, 94, 95, 98, 99, 101, 02, 07, 08). Strul Alexandru (2938, 44, 3006, E 1068, 69, 71—76, 78, 79, 81, 83—86, 89, 90, 92, 94, 95, 98, 99, 101, 02, 07, 08). Ștefănescu Ion (3006, E 1071—74, 76, 81, 83—85, 92—94, 101). Țărigrădeanu Marian (3006, E 1082—90, 92, 96, 101, 02, 09, 14, 15). Tenic Petru (E 1068, 71—77, 82, 83, 85, 90, 92). Teodorescu H. Gheorghe (2944, E 1069—74, 76, 81, 84, 86, 90, 92, 94, 95, 98, 99, 101, 02, 07). Vîlceanu T. Ilie (E 1069—75, 77, 79, 81, 84, 86, 89—92, 94, 95, 98, 99, 101, 02, 07). Clasa IX. Bogoi Marin (2917, 23, 38, 41, 44, 61, 64, 66, 67, 76, 83, 87, 2004). *Cojocaru Ioan* (2907, 17, 23, 32, 33, 36, 38, 41, 44, 59, 61—64, 66—68, 72, 74—76, 83, 86, 87, 94, 96, 3001, 04, 06, 21). *Croitoru Dumitru* (2995, 61, 62, 64, 66, 67, 69, 71, 72, 75, 87, 89, 95, 3001, 04, 06, 11, 12, 14, 16, 19, 21, 24, 26, 27, 31, 39, 42, 57, 95, 100, 02, 04). Chivu Stoica Gheorghe (2917, 23, 41, 44, 61, 62, 64, 66, 67, 72, 85—87, 3006, 11, 12, 21, 39). *Firtat Damian* (2959, 61, 62, 64, 66—68, 72, 75, 87, 89, 95, 2001, 04, 06, 11, 12, 14, 19, 21, 24, 26, 27, 31, 39, 42, 57, 71, 95, 100, 02, 04). *Flo-*

rescu Gheorghe (2907, 17, 21, 23, 28, 33, 36, 38, 41, 44, 51, 61, 62, 64—67, 72, 74—76, 83, 86, 87, 94, 95, 3001, 04, 06, 16, 39). Ianculescu Paul (2917, 44, 59, 61, 62, 64, 66, 67, 75, 85, 3006, 11, 21, 26, 29). Nour Ioan (2961, 62, 64, 66, 67, 72, 76, 3004). Popovici Mihai (2962, 66, 67, 72, 75, 89, 95, 3001, 06, 16, 21). Pîrvu Dumitru (2917, 33, 26, 38, 41, 44, 51, 61, 64—67, 72, 87, 94, 95, 3004, 06, 16, 39). Ştefănescu Traian (2917, 23, 44, 61, 62, 64, 66, 67, 72, 85, 87, 3006, 11, 21, 26, 39). Clasa X. *Anghel Ioan* (2907, 08, 10—12, 14, 17—25, 32, 35, 36, 38, 40, 41, 44, 51, 61, 63—65, 68, 70, 75, 3006, 21, 22, 25, 39). Alexandru Gheorghe (2908, 11, 18, 22, 23, 25, 36, 38, 41, 44, 63, 65, 3006, 22). *Boţoaocă Vasile* (2911, 12, 17, 18, 20, 22, 24, 38, 41, 44, 51, 57, 63, 65, 66, 68, 70, 71, 3006, 10—13, 18, 21, 22, 24, 25, 29, 32, 34, 50). Barbălău Şt. Aurel (2961—65, 69, 70, 78, 93, 3006, 11, 13, 21, 22, 25, 34, 39, 55). Burac Gheorghe (2961—65, 69, 70, 75, 78, 92, 3006, 11, 13, 21, 22, 25, 28, 34, 39, 55). Brudaşcă Vasile (2907, 08, 11, 12, 17, 18, 20, 22, 23, 32, 35, 36, 38, 41, 44, 51, 61, 63, 65, 67, 3006, 21, 25). *Chirilă Nicolae* (2912, 17, 18, 23, 35, 36, 38, 41, 44, 54, 57, 61, 63, 64, 65, 69, 86, 94, 95, 3002, 06, 11, 12, 16, 21, 25, 24, 39, 54, 57). Ciobanu Octav (2957), 63—66, 68, 69, 75, 95, 3002, 21, 25, 34). Cristea Ion (2961—65, 69, 70, 75, 78, 3006, 11, 13, 16, 21, 22, 25, 28, 34, 49, 55). *Capriş Nicolae* (2911, 12, 17, 18, 20—24, 35, 36, 41, 44, 51, 57, 61, 63, 65, 66, 69—71, 75, 77, 92, 95, 3002, 06, 10, 15, 16, 21, 22, 24, 25, 29, 32, 34, 47, 57). Ciocea Constantin (2912, 18, 21, 30, 44, 62, 64, 65, 69, 75, 3012, 21, 25, 28, 32, 34, 49, 43, 55). *Contor Ioan* (2907, 08, 10, 16—18, 22—25, 32, 35, 36, 38, 41, 44, 51, 61—65, 67, 69, 70, 75, 77, 3006, 21, 22, 25, 39). Cercelaru Sabin (2908, 11, 17, 18, 20, 23, 32, 35, 36, 38, 41, 44, 51, 63, 65, 3022)), Covaci Octav (2908, 10, 18, 23, 22, 35, 36, 38, 41, 44, 51, 61, 61, 63, 63, 65, 3006, 21, 22, 25). Cuzuban Dumitru (2908, 17, 18, 23, 32, 35, 36, 38, 41, 44, 63, 67, 77). *Dobrescu V. Teodor* (2907, 08, 10, 12, 13, 17, 18, 20—26, 28—30, 32, 33, 35—28, 40, 41, 44, 51, 55, 57, 63, 70). *Damian Toma* (2911, 12, 15, 17, 18, 20, 22, 24, 25, 32, 33, 38, 41, 44, 51, 57, 63, 68—71, 75, 77, 92, 3006, 10, 11, 13, 16, 21—25, 29, 22, 34, 47, 57). Dinu Ştefan (2961—65, 69, 70, 75, 78, 93, 3006, 13, 21, 22, 25, 28, 31, 34, 39, 43, 55). Dughină M. Ilie (2907, 08, 11, 12, 14, 17, 18, 23, 24, 35, 36, 38, 41, 44, 51, 3025). *Daşcov Pavel* (2907, 08, 10, 11, 17, 18, 20, 22—25, 32, 35, 26, 38, 41, 44, 51, 61—65, 67, 69, 70, 3006, 21, 22, 25, 39). Epure D. Nicolae (2963—65, 68—70, 72, 78, 93, 3006, 16, 47, 74, 82, 86, 93—95, 3100, 01, 02). Ene Mircea (2908, 17, 18, 23, 35, 38, 41, 44, 61, 62, 69, 3006, 25). *Grosescu Radu* (2907, 11—13, 17, 20—23, 26, 28, 20, 32, 33, 35—38, 40, 41, 44, 51, 55—57, 61—67, 69, 72, 74—76, 83, 85—87, 91, 92, 94, 95, 3001, 04 P). Ghiga Ion (2907, 08, 11, 12, 17, 18, 20—23, 32, 35, 36, 38, 41, 44, 51, 63—65, 68, 70, 75, 3006, 21, 22, 25, 39). Horst Frank (2959—62, 64, 67, 69, 85, 87, 89, 3006, 11, 12, 16, 18, 21, 24, 26, 39, 42, 57, 95). Ilie Gheorghe (2961—65, 68—70, 78, 93, 3002, 16, 17, 22, 29, 29, 55, 74, 93—95). Ionescu Mircea (2961—65, 68—70, 72, 78, 93, 3006, 11, 13, 21, 22, 25, 28, 34, 39, 43, 55, 57, 70, 82, 86, 93, 94). Iordache Ioan (2962—65, 70, 78, 3006, 16, 21, 22, 25, 28, 34, 39). Ioan Dan (2957, 63, 65, 68—70, 75, 3006, 11, 12, 15, 16, 21, 22, 25, 34, 47). Ilie Gheorghe (2918, 38, 41, 44, 51, 57, 63, 65, 70, 3006, 11, 13, 21, 25, 28, 34). Ilieş Ilie (2907, 12, 18, 20, 35, 36, 38, 44, 51, 57, 3021, 22, 25, 32). Kundler Simion (2982, 33, 36, 28, 41, 44, 51, 65, 67, 74, 83, 86, 87, 94, 95, 3001, 04, 06, 16, 39). Lădău Gheorghe (2907, 10—12, 17, 18, 20, 22, 23, 30, 32, 35, 36, 38, 40, 41, 44, 51, 63—65, 67, 70, 3006, 21, 22, 25, 39). *Lupu Mihai* (2907, 08, 10, 11, 14, 17, 18, 20—24, 32, 25, 36, 38, 41, 44, 51, 61—65, 67, 69, 70, 75, 3006, 21, 22, 25, 34, 39). Moraru Grigore (2907, 08, 10, 20, 30, 32, 36, 38, 40, 44, 51, 63—65). Munteanu I. Dumitru (2911, 17, 18, 41, 44, 51, 63, 65, 70, 75, 3002, 06, 10, 21, 22, 25, 32, 34, 57). *Moldoveanu Tudor* (2885, 90, 91, 97, 98, 901, 07, 08, 12, 17—19, 22, 24, 25, 30, 32, 28, 41, 42, 44, 51, 57, 61—65, 68—72, 75, 78, 90—92, 95, 3006, 11—13, 15, 21, 25, 28, 29, 32, 34, 39, 43, 55, 57 P). *Motoroagă Dumitru* (2907—09, 11—13, 15, 17—30, 32, 33, 35,38, 40—42, 44, 45, 47, 50, 51, 53, 55—57, 59—72, 74, 76—79, 82, 86, 87, 89—97, 3000—02, 06, 09—19, 21, 22, 24—26, 29, 32, 34, 36, 39 43, 49—51, 54, 57 P). Miclea Gheorghe (2907, 08, 10—12, 17, 24, 32, 35, 36, 38, 40, 41, 44, 51, 63, 65, 67, 70, 75, 3006, 21, 22, 25). Munteanu Pavel (2907, 08, 10, 11, 18, 22—25, 35, 36, 38, 41, 44, 61, 63—65, 67, 69, 3006, 22). Matei Marin (2908, 17, 18, 35, 36, 38, 41, 44, 51, 61, 62, 64, 65, 3022, 25). Năstase Teodor (2961—65, 68—70, 72, 75, 78, 93, 95, 3002, 06, 11, 13, 16, 21, 22, 25, 28, 29, 31, 34, 39, 43, 55, 57). Oraş Ion (2908, 11, 18, 23, 28, 35, 36, 41, 44, 51, 63, 65, 3006, 22). Oprică Gheorghe (2962—65, 69, 70, 78, 95, 3006, 11, 13, 21, 22, 28, 34, 39). *Pasteucă Mihai* (2961—65, 68—70, 72, 75, 78, 89, 92—94, 3006, 10, 11, 13, 16, 21, 22, 25, 28, 29, 34, 39, 43, 55, 57). Pipa Traian (2961—65, 69, 70, 75, 3006, 11, 13, 21, 22, 25, 28, 34, 39, 43, 55, 75). *Petre Anghel* (2907, 08, 10—12, 17, 18, 20—24, 30, 32, 35, 36, 38, 40, 41, 44, 51, 61, 62, 65, 67, 68, 70, 77, 3006, 21, 22, 25). *Puţaru Constantin* (2907—12, 17—25, 32, 35, 36, 38, 40, 41, 44,

51, 57, 61—65, 67—70, 75, 77, 83, 3006, 21, 22, 25, 39). *Popescu Constantin* (2907—12, 17—25, 30, 32, 35, 36, 38, 40, 41, 44, 51, 62—65, 67—70, 75, 77, 83, 3006, 21, 22, 25, 39). *Petrescu Adrian* (2907, 08, 10—12, 17, 18, 20—24, 32, 35, 36, 38, 39, 41, 44, 51, 61, 63—65, 67, 70, 75, 3006, 21, 22, 25, 34). Surucci Sergiu (2918, 44, 65, 69, 75, 3013, 21, 25, 28, 3034, 39, 43, 57). Svery George (2918, 38, 44, 62, 64, 65, 69, 72, 75, 3013, 21, 25, 28, 34, 39, 43). Ştefănescu Dumitru (2907, 08, 11, 14, 17, 18, 20, 23, 32, 35, 36, 38, 41, 44, 51, 61, 65, 3006, 21, 25). Şoimaru Cornel (2908, 11, 12, 17, 18, 23, 32, 35, 36, 38, 41, 44, 51, 65, 67, 3006, 21, 22, 25, 39). Sălăgean Mircea (2908, 18, 23, 35, 38, 41, 44, 51, 63—65, 3006, 22, 25). Scrob Ionel (2908, 10, 17, 18, 20, 23, 32, 35, 36, 38, 41, 44, 51, 61, 63—65, 3006, 21, 22). Trufic Nicolae (2908, 11, 14, 18, 20, 23, 24, 35, 36, 38, 41, 44, 61—63, 3006, 21). Turburon Ion (2885, 90, 91, 94, 97, 901, 07, 11, 12, 17—19, 22, 24, 25, 30, 32, 35, 38, 40, 41, 44, 51, 53, 57, 58, 61—66, 68—72, 75, 78, 90—92, 95, 3001, 06, 10—13, 21, 22, 25, 29, 32, 34, 39, 43, 47, 55, 57). Vasilescu Ovidiu (2907, 08, 10—12, 14, 17, 18, 20, 32, 35, 36, 38, 41, 44, 51, 65, 3006, 21, 25). Vîlceanu Marin (2907, 08, 11, 17, 18, 20, 23, 32, 35, 36, 38, 41, 44, 61, 63, 65, 69).

BUCUREŞTI. Student. *Ancuţioiu Gheorghe* (Fac. Electroenergetică) (2956, 57, 59, 62—70, 72—76, 78, 83, 86, 89, 92, 94—96, 3006, 07, 09, 11—26, 31, 32, 34, 42, 43, 51, 55, 57 P). *Gheorghiţă Mariana* (Fac. Matematici) (2920, 25, 64, 68, 69, 77, 86, 91—93, 3006, 11, 12, 17, 21, 22, 25, 27, 29, 34, 50, 54, 55, 57, 86, 90, 92—94, 96, 100, 02). Martinov Armand (Fac. Matematici) (2907, 08, 10, 12, 13, 15—17, 19—25, 32, 33, 35, 36, 38, 51, 53). Manea Sabina (Fac. Fizico-Matematici) (2917, 23, 24, 44, 63, 68, 86, 3034, 41, 53, 55, 93, 94). *Popescu Paul* (Fac. Electronică) (2900, 02, 04, 05, 07, 08, 11—15, 17—26, 28—30, 32, 33, 35, 36, 38, 40—42, 44, 46, 48, 51, 53, 57, 58, 61—72, 75—78, 80, 85—90, 92—96 P). *Strătescu Ion* (Fac. Construcţii) (2957, 59—70, 72, 75, 77—80, 88—93, 95, 3000, 01, 06,27, 29, 31, 34, 37—39, 43, 45, 47, 50, 54, 55, 57 P). *Virgolici V. Virgil* (Fac. Instalaţii-Utilaj) (2907—30, 32, 33, 35—38, 40—42, 44—49, 51—54, 56—79, 81, 83—3005 P). Absolvent *Alexe N. Dan* (2911—13, 15—22, 24, 25, 32, 33, 35—38, 41, 44, 48, 51, 53, 56, 57, 61—66, 68—72, 75, 76, 78, 83—87, 91, 94—97, 3001, 03, 06, 11, 12, 16, 21, 22, 25 P). Absolvent Alexandru Titu, Ogrez (2923, 26, 61, 63, 64, 95, 3006, 11, 13, 16, 17, 21, 27, 29, 34, 39, 63, 74, 86, 94—96, 98, 100, 06). Absolvent Arhanghelschi Jurii (3007, 12, 14, 20, 25, 23, 27, 39, 47, 50, 51, 55 P). Absolvent Bulancea Valentina (2908—13, 17, 20—22, 24—27, 56, 57). Buşilă Ioana (2946, 56, 57, 75—80, 83—88, 91—96, 99, 3001, 03, 05). Bărăitaru D. Cristian (2907, 17, 18, 24, 44, 51, 53, 63—65, 70, 72, 3006, 11—13, 21, 35). Absolvent *Enescu Cornelia* (2907, 09, 10, 13, 15, 16, 18—21, 26, 27, 30, 33, 39—41, 44, 46, 48, 51, 53—57, 59—73, 75—78, 83,—85, 89, 92, 94, 95, 97, 3001, 05 P). Absolvent Gîrboveanu Constantin (2907, 17, 18, 32, 51, 62—63, 69, 70, 72, 73, 75, 95, 3001, 06, 11, 16, 19, 21, 22, 25, 57). Absolvent *Harmata Mihai* (2909, 11, 19, 47—49, 77, 92, 3006, 09—19, 21—27, 29, 31, 34, 43, 50, 56, 57, 59, 60, 62). Absolvent *Ialiu Georgeta* (2907, 08, 11, 12, 16—18, 21, 24—26, 30, 32, 33, 35, 36, 38, 46, 48, 51, 56, 57, 59, 61—70, 72, 78, 92, 93, 95). Absolvent Karipidu Parthena (2907, 08, 11, 17, 20—22, 24, 25, 32, 33). Moisescu Liliana (2907—09, 23—27, 30, 32, 35, 38, 40—42, 44, 48, 49, 51, 54). Marinescu Valentina (2916, 17, 27, 32, 62, 64, 65, 70, 72, 73, 92, 95). Absolvent Mămăligă I. Constantin (2917, 33, 40, 75, 83, 85—87, 96, 3003). Absolvent Popovici Aurel (2926, 33, 44). Absolvent Petrescu Al. Al. (2889, 92, 93, 905, 07, 08, 13, 17, 18, 20—23, 33, 44, 51). Absolvent Popescu Andrei (2975, 3006, 11, 12, 15, 16, 18, 21, 29, 60). Absolvent Pop Andrei (2907—08, 11, 13, 16—19, 22, 24, 25, 30, 32, 35—38, 40, 44, 48, 51, 58). Absolvent Radu Valentin, Căscioarele (2957, 58, 63, 65—69, 78, 3013, 15, 17, 21, 22, 25, 29, 34, 60, 63, 94 P). Absolvent Smărăndescu Badea (2961, 62, 66, 68, 69, 72, 306, 09, 15, 21, 24, 26, 29, 39, 47, 55, 72, 89). Absolvent Vodă Mihai (3006, 11, 12, 16, 21, 26, 34, 61, 63, 93—97, 104). *Şcoala medie nr. 1.* Clasa VI. Bănuş Petre (E 1071—75, 77, 79, 83, 84, 89, 92, 97). Clasa VII. Rădulescu Nicolae (3006, E 1085, 89, 90, 92, 94, 98, 100, 01, 07). Clasa VIII. Necşoiu Dan Alexandru (3006, 12, 16, 17, 21, 26, 31, 39 P). Raţiu Sebastian (3006, 26, 18, E 1048, 69, 71, 73—75, 81, 83, 92). Clasa IX. Ciocîrlan Paul (2917, 20, 21, 27, 44, 53, 61, 64, 66, 67, 72). Dascălu C. Dan, (2907, 13, 20, 21, 27, 32, 37, 40, 41, 47 P). Isbăşescu E. Mircea (2883, 88, 90, 97, 903, 06, 07, 10, 11, 13, 17, 21, 23,26, 32). *Lupaş Laurenţiu* (2937, 41, 51, 56, 57, 59, 61—70, 72—75, 83, 85, 87, 89, 92, 93, 95, 96, 3001, 06, 09—26, 29, 31, 32, 34, 39, 42, 44, 47, 49—51, 54—57 P). Clasa X. Catrina D. (2916—18, 20, 22, 26, 32, 44, 62—66, 68—70). Grozăvescu Cătălin (2891, 94, 96, 907, 08, 22—25, 57, 61—66, 94, 3001). *Ionescu V. Dan* (2907, 11—13, 16, 20—26, 30, 32, 37, 40, 44, 53, 76, 78, 83, 85—87, 91—95, 3001—03). *Isbăşescu Mihai* (2887, 904, 07—13, 15—27, 29, 30, 33, 37, 39, 40, 43, 59). *Lupan Mircea* (2811, 41, 43, 45, 48, 49, 59—81, 938, 51, 3011, 25). Moisa Gh. Ioan (2963, 3006, 11, 16, 21, 22, 25, 93, 94, 97, 106). Nicolescu Miron (2961, 62,

64—67, 69, 70, 72). *Pașcanu C.* (2907, 08, 12—15 17—20, 22—24, 26, 32, 35, 76, 38, 40, 51, 53, 57, 63, 70, 72, 3006, 07, 09—18). Radeș Mircea (2907, 08, 10, 13, 14, 16—26, 28, 32, 35, 36, 38, 40, 41, 44, 48, 51). *Ri-The Sic* (3006, 10—15, 17, 19, 21, 22, 24—26), 29, 32, 34, 42, 43, 50, 53, 54, 57, 69, 74, 84, 86, 93—100, 02, 03, 06). Șchiopulescu Dan (2907, 08, 10, 13, 15—18, 20, 24, 30, 32, 33, 35, 36, 38, 39, 41, 42, 51). Stănescu Ion (2908, 17, 22, 23, 35, 36, 41, 51, 57, 58, 60, 61, 63, 65, 66, 68, 75, 90, 3006, 11, 15, 17, 21, 25, 29, 34, 50, 57). X seral. *Achiței Paul* (2956, 61, 63, 64, 66, 69, 70, 72, 76, 83, 86, 87, 92, 95, 3001, 06, 11—17, 21, 22, 24, 25, 29, 32, 34, 57). Loghin Vasile (2731, 59, 811, 13, 40, 41, 61, 79, 84, 969). Udroiu Neagu (2731, 81, 817, 45, 61, 65, 73, 78, 904). Școala medie nr. 2. Clasa IX. Teodorescu Maria (2942, 56, 57, 62, 64, 66, 67, 69, 72, 91). Școala medie nr. 3. Constantin Costel (2907, 17, 22, 23, 61, 63, 65, 69, 70, 3011, 13, 21). Școala medie n. 4. Clasa X. *Bădeliță Luminița* (2911, 13, 15, 18—23, 38, 40, 41, 48, 51, 53, 54, 62, 64, 65, 68, 69, 75, 95, 3001, 06, 11, 12, 21, 25, 29, 57). Cimpu Gabriel (2917, 18, 23, 51, 63, 65, 69, 70, 86, 87, 3006, 11, 13, 17, 21, 22, 25, 29, 34, 51). Cîșlom D. Cornel (2907, 08, 23, 32, 38, 41, 44, 57, 63, 64, 70, 78). Dulău Ștefan (2938, 41, 44, 63, 65, 70, 72, 78, 3022, 25). Dobre D. Cornel (2907, 08, 17, 18, 32, 35, 36, 38, 41, 51, 53). Feldman David (2907, 12, 17, 18, 20, 22, 23, 26, 33, 35, 51, 61, 86). *Ionescu Rodica* (2911, 13, 15, 18—23, 26, 29, 30, 38, 40, 41, 48, 51, 53, 54, 62, 64, 75, 95, 3001, 06, 07, 11, 12, 16, 21, 39, 57). Iordache Elena (2912, 17, 20, 21, 23, 24, 44, 57 63, 65, 68, 70). Săcăliș Mircea (2912, 23, 51, 60, 63—65, 70, 3006, 21, 25, 29). Udrea Dumitru (2907, 08, 32, 41, 51, 61, 63—65, 70, 3006, 21, 29, 39). Școala medie nr. 7 „I. L. Caragiale". Clasa VIII. Duțică Cristian (2944, 67, 87, E 1068, 70—74, 77, 80—88, 90, 92, 94, 96, 98—100, 07). Niculescu Dan (2917, 32, 64, 3018, E 1073, 75, 83, 90, 92, 100) Valeriu O. Mihai (2975, E 1068, 71, 72, 74, 79, 83, 84, 86, 90, 92, 95). Clasa X. Georgescu Dalila (2956, 57, 64, 65, 69, 70, 72, 3006, 11, 17, 21, 25). Mateescu Margareta (2908, 21, 23, 24, 32, 35, 36, 51, 61, 63—65, 68, 70, 72, 3025, 32, 34, 43). Școala medie nr. 8. Clasa VII. Ciocîrlan Elena (E 1071—74, 77, 81, 84, 86, 87, 89, 92 P). *Școala medie nr. 10.* Clasa VI. Marinescu Emil (E 1083, 88, 70—72, 74—76, 79, 82). Clasa VII. Antonescu Luminița (E 1052, 55, 57, 58, 60, 61, 71, 74, 99, 100, 07). Constantinescu Angela (E 1071—74, 87, 88, 90, 94, 100). Clasa IX. Predoiescu M. Marieta (2972, 86, 87, 94, 3006, 11, 12, 16, 21, 24, 27). Clasa X. Marica Mariana (2957, 63, 65, 68—72, 78). Nicolau Smaranda (3006, 11, 16, 21, 22, 34, 71, 86, 93). Repciuc Rodica (2917, 50, 63, 65, 69, 70, 75, 91, 92, 95, 3006, 13, 21, 22, 25, 32, 34, 43, 47, 57). Școala medie nr. 11 „D. Cantemir". Clasa VI. Tințăreanu Cristian (E 1070, 72, 74—76, 84, 89, 101—03). Clasa VII. Popescu S. Vlad (E 1020, 68, 70—80). Clasa VIII. Jules Gory (2938, 44, E 1063, 64, 69—76, 79, 80). Stoicescu Cristian (2995, 3024, 39, 42, 51, E 1084, 86, 88, 94—96, 98, 100, 07). Clasa IX. Melincovici V. Viorel (2917, 20, 21, 23, 56, 61, 64, 67, 72, 85). Clasa X. *Antoniu I. Sorin* (2956, 57, 61, 63—65, 67—72, 74—76, 78, 86, 87, 92, 94, 95, 3001—03, 06, 11, 12, 22, 25, 39). Manolescu Anton (2888, 90, 92—94, 96, 904, 05, 16). Popescu Liviu (2907, 20, 41, 51, 63, 65, 3011, 21, 22, 25, 29, 34, 43). Petrescu Iulian (2909, 11—13, 16—18, 20—27, 30, 32, 35, 36, 38, 41, 44, 48). Ștefan Emilian (2919, 32, 33, 35, 36, 44, 51, 53, 57, 61—72). Zamfir Gabriel (2891, 900, 08—10, 12, 17, 20—23, 32, 35, 36). Școala medie nr. 12. Clasa VIII. Gavrilescu Șerban (2966, 72, 3006, 19, 26, 83—85, 90, 92, 3100, 01, 07, 14, 15, 19). Clasa IX. *Soare Ștefan* (2883, 84, 87, 88, 90, 91, 94, 96—98, 900, 02, 03, 07, 09—13, 15—27, 30, 32—42, 44, 45, 47—51, 53, 55). Clasa X. Băjenaru Constantin (2907, 08, 11—13, 18—26, 30, 32, 33, 38, 41, 44, 51, 53, 54). Comănescu N. Gheorghe (2957, 61—63, 65, 68—72, 75, 3006, 12, 21, 25, 34). Duță Victor (2906, 07, 11, 17, 18, 20, 21, 24, 25, 29, 32, 34, 43, 68, 69, 73). *Glasberg Vladimir* (2887, 90—94, 96—98, 901, 02, 05, 07—09, 13, 16—18, 20, 22—26, 32, 33, 38, 41, 42, 44, 48, 51, 52). Iliescu Ovidiu (2957, 62—66, 68—73, 75, 78, 81, 89, 95, 3001, 02). Pavlu Mircea (2871, 908, 51, 57, 61, 63, 64, 68—70, 72, 3002, 29, 51). Petcu Nicolae (2907, 11, 15, 23, 26, 32, 35, 44, 47, 51, 53). Savu Gabriel (2890, 91, 96—98, 901, 07, 08, 10, 11, 14, 16—20, 22—24, 26, 30, 32, 36, 38, 41, 44, 51 P). Școala medie nr. 13. Clasa VIII. Băltărețu Ion (E 1071—74, 77, 81, 83, 84, 88, 90, 92). Clasa IX. Popescu I. Ovidiu (2896, 907, 10, 17, 23, 32, 38, 44, 62, 72, 3006). Clasa X. Bucur Ion (2907, 08, 11—13, 20, 22, 33, 57, 78). Chirică Laurian (2890, 91, 96, 901, 07, 08, 15, 16, 18, 23, 24, 25, 32, 35, 36, 41, 44, 51). *Constantinescu Doru* (2908, 10, 12, 14, 18, 22—24, 32, 33, 35, 36, 44, 51, 57, 59—61, 63, 64, 66, 68—70, 72, 75, 76, 78, 83, 85, 86, 91, 92, 94, 95, 3003). Lazăr M. Dan (2908, 18, 20, 24, 32, 35, 38, 41, 44, 51, 57, 64, 65, 67—70, 72). Școala medie nr. 15. Clasa X. *Ionescu P. Sorina* (2907—13, 15—26, 32, 35, 36, 38, 40—42, 44, 48, 51, 53, 64, 75). Școala medie 17 „Matei Basarab". Clasa VI. Ganea Cristian (E 1081—84, 86—89, 93, 103). Halpern Radu (E 1071, 72, 74, 76, 77, 83, 84, 86, 87, 89, 93). Clasa IX. Laurescu Constantin (2894, 96, 917, 41, 44, 61,

64, 66, 67, 69, 72, 83, 87, 95). Panait Nicoleta (2928, 33, 39, 53, 61, 64, 66, 67, 69, 76, 86, 87, 94, 95, 3002, 06, 11, 12, 17, 21). Clasa X. Nabijovici Abdula (2917, 22, 33, 37, 60, 61, 71, 75, 76, 86, 95, 3006, 11, 12, 15, 17, 21, 29, 57). *Oprică Horia* (2807—09, 11, 13—19, 21, 22, 26, 27, 30, 31, 36, 37, 42—44, 46—50, 55, 58—61, 63—65, 67, 70—77, 80). Şcoala medie nr. 18 „Mihail Eminescu". Clasa VIII. Arsene Al. Cătălin (3006, 16, 17, 21, 26, 27, 57, 61, 62, 64, 72, 75, E 1081—84, 86, 90—92, 94, 95, 98—101). Costescu Vasile (2942, 44, 53, E 1068). *Pirşon Liviu* (2938, 44, 75, 3006, E 1067—69, 72, 75, 79, 81, 83—86, 88—92, 94, 95, 97—102, 07, 08). Ştefănescu Alex. (2944, 3006, E 1071—75, 78, 81, 83, 84, 89—92, 94, 95, 97, 100, 01, 07, 08). Clasa X. *Eftimie Z. Radu* (2974, 85, 3003, 06, 09—15, 17—27, 34, 39, 43, 50, 51, 54, 57, P). Giambaşu Nicolae (2907, 08, 12, 16—18, 20—26, 32, 33, 38, 41, 44, 51, 53, 56, 57, 61, 63, 70, 87). Popescu Şerban (2888, 90, 92, 94, 96, 98, 907, 08, 15, 17, 19—24). Şcoala medie nr. 20 „Gh. Şincai". Clasa X. Albeanu Ştefan (2907, 12, 16, 23, 26, 38, 57, 3006, 12, 13, 25). Cîltan Ion (2907—09, 11—14, 16—26, 32, 33, 35, 36, 41, 51, 53). Craioveanu D. Eugen (2907, 08, 11, 13, 17—25, 32, 33, 35, 36, 38, 41, 51). Marcu I. Mihai (2957, 60, 62, 63, 65, 68, 69, 78, 3006, 29). Udrea Constantin (2912, 16, 23, 26, 38, 3006, 11—13, 22, 25, 29). Şcoala medie nr. 22 „Gh. Lazăr". Clasa VIII. *Florescu Dan* (2944, 75, 86, 88, 3006, 04, 12, 16, 26, E 1068, 71—75, 83, 85, 90, 94, 95, 98—102, 07, 14—20). Niţă Georgeta (E 1070, 71, 74, 77, 81, 83, 84, 86, 87, 89, 92—95, 99, 101, 02). Clasa IX, Golopenţia Dan (3006, 11, 12, 16, 18, 21, 26, 86, 95, 97, 104). Clasa X. Ciorănescu N. Ioana (2911, 12, 18, 20, 24, 25, 35, 38, 61—65, 67, 68). Şcoala medie nr. 23. Clasa IX. Cociu Margareta (2907, 08, 13, 16, 17, 20, 22—25, 27, 30, 32, 35, 37, 40, 41, 44, 51). Clasa X. Grigorescu M. Cristu (2957, 63—65, 69, 70, 3013, 21, 22, 25, 86, 93, 94). Popescu G. Viorel (2957, 61, 63, 68—70, 21, 25, 34, 86, 93—95, 102). Stoenescu Gh. (2925, 29, 33, 47, 77, 93, 95, 3022, 25, 43). Voinescu Alex. (3006, 07, 11—14, 17, 21, 22, 25, 29, 34, 43). *Şcoala medie nr. 24.* Clasa VII. Popescu Domiţian (3006, 18, E 1081, 84, 87, 89, 95, 96, 99, 101, 02, 07). Şcoala medie nr. 25. Clasa IX. Catrina Dumitru (2907, 10, 14, 20, 32, 37, 38). Şcoala medie nr. 26. Clasa X. Stoica Dan (2907, 08, 12, 16—18, 20—25, 32, 33, 35, 36, 38, 44, 51). *Şcoala tehnică de Metrologie.* Clasa X. Pentru A. Alex. (2957, 61—63, 68—70, 75, 86, 87, 94, 3003). Şcoala de 7 ani nr. 29. Clasa V. Florea Gheorghe (E 1071, 74, 75, 77, 84, 93). Şcoala de 7 ani nr. 46. Clasa V. Bolchi Nic. Adrian (E 1070—72, 74—77, 81, 82, 84, 86, 87, 89, 96, 99, 102, 14, 15). Botgros Mihai (E 1071, 74—76, 84, 93, 96, 99, 102, 03). Plăcintaru Oltea (E 1071, 74, 76—78, 81, 84, 96, 99, 102). Şcoala de 7 ani nr. 145 Ghencea. Clasa VII. Mitu Florica (E 1052, 55, 57, 66, 77, 99, 100—03). Velicu Virginia (E 1052, 55, 57, 72, 73, 77, 84, 90, 92, 99, 100, 02). Şcoala de 7 ani nr. 148. Clasa VII. Nicolae St. Natalia (E 1068, 70—77, 79, 80, 90, 92, 94—101, 03, 07, 08).

BUZĂU. Absolvenţi. *Achim I. Ion* (2979, 80, 83, 3000, 01, 06—09, 11—14, 16, 18, 19, 21—24, 26, 31, 34, 38—40, 43, 49, 54, 56, 57, 66, 71, 88, 92, 94, 96—106 P). Căruntu Maria (2907, 08, 13, 16—18, 22—25, 32, 33, 41, 51). *Grigorescu C. Gabriel* (2907, 08, 11—28, 30, 32, 33, 35—42, 44, 46, 48, 51, 53, 54 P). Ţigău I. Marius (2908, 11, 17, 18, 22—24, 57, 58, 61, 63, 65, 68, 71, 84, 86, 87). *Şcoala medie nr. 1 „B. P. Haşdeu".* Clasa VIII. Cupcea Z. Nic. (3016, E 1071—75, 79, 81, 90, 92, 95, 99, 101, 07). Frănculescu V. Iulian (2944, 75, E 1067, 68, 71—74, 79, 82—85, 92, 95, 99, 107). Mihalcu Adrian (2942, 44, 75, 88, E 1067, 68, 71—76, 79, 81—86, 90, 92, 93). Clasa IX. *Gheorghe A. Cezar* (2896—955 P). Clasa X. Ionescu Sorin (2907, 08, 11, 12, 15, 17, 18, 20—25, 32, 33, 35, 36, 38, 39, 41, 44, 48, 51). Lungu Gheorghe (2963, 65, 68, 69, 3006, 11, 12, 25, 29, 76, 93, 94, 98, 3102, 06). *Pătraş Mihai* (2908, 17, 22, 23, 44, 51, 56, 57, 63, 64, 68—72, 75, 77, 78, 95, 3006, 11, 12, 15, 16, 21, 22, 29, 34, 43, 50, 57, 63, 84, 93, 94, 98, 102, 106). Pavel Gh. Ilie (2965, 86, 3010, 12 39, 63, 74, 82, 86, 92, 94, 96, 98, 100, 02, 06). Şelaru Ion (2915, 21, 22, 23, 25, 33—36, 38, 41, 48, 63). Uuşurelu P. Valeriu (2907, 08, 12—14, 16—26, 30, 32, 35, 36, 38, 41, 44, 48, 51, 53). *Şcoala medie nr. 2 „M. Eminescu".* Clasa VII. Dănulescu Virgil (2986, 94, E 1071—75, 81—84, 86, 89, 92, 99). Clasa VIII. Bocioacă Radu (2944 E 1071, 73, 74, 81—83, 92, 94, 99, 100, 02). Dinescu Eugenia (E 1072—74, 81, 84, 91—93, 99, 101). Dobrescu Constantin (E 1071—76, 79, 81, 90, 92, 97, 99, 101, 07). Ilie Maria (E 1072—74, 81, 83, 84, 89, 90, 92, 89, 99).

BUZIAŞ (Regiunea Timişoara). *Şcoala medie.* Clasa VII. Scrobotă Ion (E 1028, 31, 32, 40, 41, 62, 72—74). Sandru Dorina (E 1028, 31, 32, 40, 41, 62, 72—74).

CALAFAT (Regiunea Craiova). *Şcoala medie.* Clasa VII. Colan Elena (E 1071—75, 81, 83, 84, 87, 89, 92, 103). Criveanu Nicolae (E 1071—75, 81, 83, 84, 87, 89, 92, 100, 03). Clasa VIII, Dinuţ C. Sterie (2944, E 1068, 71—74, 81, 84, 87, 89, 92, 99). Clasa IX. Petrescu Gh. (2923, 32, 37, 58—60, 62—68, 70, 71, 73, 84—87, 93—96, 3002—04 P). Clasa X. *Mititelu Ştefan* (2968—77, 81, 83, 85—87, 89, 91, 92, 94, 3001—04, 06, 07, 83—87, 94, 96 P).

CĂLIMĂNEȘTI (Regiunea Pitești). Absolvent Popescu George (2907, 17, 21, 23, 24, 26, 38, 44, 48, 51, 61, 63, 65, 70).

CĂLĂRAȘI. *Școala medie „N. Bălcescu"*. Clasa VIII. Marin Theodor (E 1081—83, 87—90, 92, 93, 97). Clasa IX. *Aldea Laurențiu* (2914, 18, 21, 26, 41, 59, 61, 63, 64, 66, 67, 70, 74—76, 78, 83, 85, 87, 89, 94, 95, 3006, 09, 11, 12, 16, 17, 21, 24, 25, 34, 43, 47). *Mocanu Nic.* (2907, 10, 17, 20—23, 26, 32, 38, 41, 44, 53, 61, 64, 66, 67, 72, 74—76, 83, 85, 87, 89, 3001, 09, 11, 14, 16, 17, 21, 24, 26, 34, 47). Szirnă Mihai (2975, 83, 95, 3006, 09, 11, 12, 16, 21, 26, 86). Sicoic Corneliu (2910, 13, 17, 23, 32, 38, 44, 53, 61, 64, 66, 67, 72, 76, 87, 95, 3006, 11, 16, 18, 21, 26). Clasa X. *Chiriacescu T. Sergiu* (2978, 97, 3002, 06, 09—15, 17, 18, 20—22, 24, 25, 29, 31, 34, 42, 43, 47, 50, 57, 69, 82, 86, 91, 93, 94, 96—98, 100, 02, 04, 06 P). Absolvent *Borcea N. Nicolae* (2907, 12, 13, 16—18, 23, 24, 32, 36, 53, 54, 57, 60—64, 66, 68, 75, 89, 3001, 06, 07 09—12, 16, 21, 25, 27, 29). Rotaru Dumitru (2969, 78, 92, 95, 3001, 06, 11, 13, 17, 21, 22, 25, 38, 41, 44, 48, 53, 54, 57).

CARACAL. *Școala medie nr. 1.* Clasa VIII. Dimion I. Ion (E 1081, 85, 90, 92, 93, 95, 99, 102, 03). Clasa X. Amzu I. Dumitru (2911, 12, 18, 22—24, 32, 35, 36, 38, 44, 51). Iacob Mircea (2956, 57, 61—65, 68—73, 85, 92, 95, 96, 3001—03). Rădulescu N. Victor (2907—10, 12, 13, 16—18, 24, 65). *Stratan Gh.* (2956, 57, 62—72, 74, 76, 78, 83, 86, 92, 94, 95, 3002, 06, 10—18, 21—25).

CARANSEBEȘ (Regiunea Timișoara). Școala medie nr. 1. Clasa VIII. Bondoi Lucia (3006 26, E 1081, 86, 90, 99, 100). Maraveț Dorothea (2987, 3006, E 1081, 83, 84, 90, 92, 95, 96, 99—102, 07). Stuiber Erich (2944, 53, 87, E 1071, 73, 74, 84, 90, 98—100, 02). Clasa X. *Barany Zoltan* (2923, 24, 51, 56, 58, 61, 64—66, 69, 71, 72, 74, 75, 77, 78, 80, 83, 86, 89, 91, 92, 94—96, 3001—04, 07, 10, 15, 23, 57, 61, 63, 79, 84—86, 93—98, 102, 06 P). Căldăraru Dorin (2938, 44, 61, 63, 65, 75, 95, 3002, 06, 11). Cernea Filip (2970, 75, 86, 3002—04, 06, 11, 21, 25, 34, 61, 63, 86, 93—96, 98, 106). Damian Dumitru (2912, 38, 51, 63, 65, 68, 69, 70, 72, 75, 86, 92, 3002, 06, 11, 21, 22, 25, 39, 43, 57). Ghimbasă Cătălin (2963, 65, 69, 72, 76, 86, 3004, 11, 27, 57). Mitran Ovidiu (3035, 37, 42, 50, 51, 55, 55—58, 74, 80, 84—86, 93, 94, 96—98, 106). Onescu Virgil (2963, 66, 68, 69, 71, 75, 76, 86, 87, 94, 3003, 21). *Pries Wilhelm* (2984, 98, 3002, 05—27, 29, 31, 32, 37, 39, 40, 43, 47, 55, 57, 59, 60, P-N). Absolvent Săbăilă Petru (2917, 20, 22, 24, 32, 33, 35, 41, 63, 3034). Zaporojan Grigore (2908, 16, 17, 20, 22, 23, 32, 35, 36, 41, 51, 57, 63—65, 68—73, 75, 78, 3001).

CIMPIA TURZII (Regiunea Cluj), Clasa VII-a, Ganea Macedon (E 1067, 68, 70, 71, 73—75, 82, 89, 92). Clasa VIII-a, Tomoș Sorin (E 1068, 71—74, 83, 85, 89, 90, 92). Clasa IX-a. Crivi Mircea (2920, 21, 41, 44, 61, 64, 66, 72, 30006, 11—13, 21). Clasa X-a, Buza Mihai (2951, 61, 63, 65, 67, 70, 75, 95, 3002, 21). Cimpian Vasile (2923, 38, 41, 44, 48, 56, 57, 61, 63—66, 68—70, 72, 75, 78, 85, 86). Giurgiu Constantin (3018, 21, 22, 24, 25, 34, 61, 63—65, 69, 70, 75). Nemeș Lucian (2911, 18, 21, 36, 38, 51, 57, 62, 66, 69, 70). Onescu lEena (2907, 08, 11, 17, 24, 25, 33, 61, 63, 64, 70, 86). Pantelimon Radu (2907, 12, 13, 17, 18, 20, 21, 24, 35, 36, 38, 41, 44, 51, 53, 57, 61, 63, 64, 68—70, 72, 75, 78).

CIMPINA (Regiunea Ploești. Școala medie „N. Grigorescu". Clasa VI. Jipa Gh. Const. (1071, 72, 74, 75, 82, 83, 87, 89). Clasa VIII. Ciciu I. Cornel (3006, 26, E 1081—86, 88—90, 92, 95, 98—102, 07, 14). Popa Constantin (3006, 19, 26, E 1081—86, 88—90, 92, 95, 98—102, 07). Clasa IX. Iosif T. Constantin (2911, 12, 17, 20, 21, 23, 26, 61, 64, 66, 72, 75). Tudose Florin (2907, 17, 20, 21, 23, 26, 43, 61, 64, 66, 67, 72). Clasa X. *Drăgănescu Cornel* (2907—09, 11—13, 17, 18, 20—26, 30, 32, 33, 35—38, 40—42, 44, 46, 49—51). Teodorescu Radu (2908, 12, 20, 21, 24, 26, 33, 35, 36, 38, 51, 57, 61, 63—67, 69—72, 78, 86, 91, 94). Absolvent *Balea Andrei* (2907, 08, 11—14, 17, 18, 20, 22—26, 20, 32, 35, 36, 41, 44, 53, 51, 57, 60—66, 69—72, 75, 76, 78, 86, 89, 93—95, 3001, 03, 06, 11—14, 21—23, 25, 27, 29, 34, 39, 43, 57 P). Horia Carp (2921, 22, 33, 42, 49, 83—87,3011, 21, 22, 25). Ionescu A. Rodica (2907—09, 11, 13, 14, 16—18, 20—27, 32, 35—38, 51). *Mogoș Octavian* (2893, 94, 907, 08, 12—27, 30, 32, 33, 35, 36, 38, 41, 44, 51, 53, 56—58, 60, 61, 62—73, 75, 76, 78, 83, 84, 86, 87, 89, 99—97, 3001—06, 09, 11—16, 18, 19, 21—27, 29, 34, 39, 42, 43, 47, 50, 52, 57, 60, 66, 69—72, 74, 84, 86, 93—100, 02—04, 06). *Moisin Laurențiu* (2893, 96, 907, 08, 11, 12, 16—18, 29, 22, 23, 32, 33, 35, 39, 51, 57, 61—66, 68—72, 75, 83, 85—87, 94, 2006). Stroe Vasile (2917, 23, 41, 44).

CIMPULUNG MOLDOVENESC (Regiunea Suceava). Liceul Militar „Ștefan cel Mare". Clasa X. Anghelina Mihai (2924, 25, 32, 51, 57, 63—65, 68—70, 72, 3002, 06, 11, 16, 17, 23, 25, 29, 39). Neamțu Fl. Gh. (2917, 29, 51, 57, 63, 65, 69, 70, 3006, 11, 21, 39). Petru Carol (2953, 64, 69, 70, 73, 3005, 11—13, 21, 22, 25, 29, 34, 57). Țapu Mircea (2912, 17, 24, 25, 32, 51, 57, 63, 64, 68—70, 72, 75, 2006, 11, 15, 16, 21, 25, 27, 29, 34, 39, 42).

CIMPULUNG MUSCEL. *Școala medie nr. 1.* Clasa VII. Savin Alexandru (2933, 39, 44, 61, 76, 86, 87, 95, E 1067—93, 99, 101, 03). Clasa X. Jolobeanu Mihail (2907, 09, 11, 13, 15, 17, 18, 20—25). *Văluță E. Mihai* 2907—14, 17, 18, 20—26, 28, 29, 32, 33, 35,

36, 28, 41, 44, 51, 53, 54, 56, 57, 61—66, 68—70, 72, 73). Şcoala medie nr. 2. Clasa IX. *Bănică Constantin* (2844, 45, 74, 88, 96, 907, 17, 20, 21, 23, 26, 32, 33, 41, 44, 52, 53, 56, 61, 62, 64, 66, 72, 75, 85, 86, 94, 3004, 06, 11, 57 P). Clasa X. Dobrescu Ivona (2908, 17, 20, 24, 63—65, 68, 69, 75, 91, 3002). Şcoala Pedagogică. An. I. Nicolescu Rodica (3006, 12, 17, 26, 31, 39, E 1093—96, 99, 100, 01). Petrescu Gh. Silvia (E 1071—73, 84, 89, 90, 92, 94, 95, 102, 16). Popescu I. Silvia (E 1071—74, 81, 84, 88, 90, 92, 95, 101, 03). Voicu T. Tatiana (E 1071, 72, 74, 81, 84, 88, 90, 92—96).

CLUJ. Student *Birzon Romanel* (Politehnică). (2959, 69, 90, 91, 3007—15, 17—20, 22—26, 29, 31, 33—35, 42, 47, 51, 55 57, 70, 71, 75, 82, 93, 94, 100—02, 05). Pap Ion (Matematică) (2912, 18, 21, 22, 24—26, 32, 38, 41, 44, 51, 63, 65, 68—70, 72, 78, 95). Torsan Ilie (Politehnică) (2968, 94, 3000, 31, 39, 66, 71, 74, 82, 86, 93—98, 102—06). Institutul Pedagogic. An. II. Simon Verona (E 1071, 74, 75, 81, 82—85, 9296, 102). An. III. Vaiş Septimiu (E 1071—75, 82, 92, 93, 95, 102). Şcoala medie nr. 2. Clasa VIII. Sollak Margareta (E 1068, 70—77). Şcoala medie nr. 4. Clasa VIII. Pop Florin (2917, 44, E 71—74, 81, 83—85). Dragomir Viorel (3006, 18, 19, 26, 57, E 1095, 98, 99, 100, 02, 07, 08). Clasa IX. Lungu Şerban (2907, 10, 13, 20, 21, 26, 33, 34, 41, 44, 53, 61, 62, 64, 69, 71, 72). Micu Radu (2907, 14, 22, 23, 32, 33, 38, 41, 44, 54). Clasa X. Bunea M. (2924, 57, 63, 64, 66, 68, 69, 70—72, 78, 83, 86, 91, 95, 2001, 03, 06, 21, 25, 34, 39, 57). Strugaru Virgil (29957, 61, 63—65, 68—70, 72, 78, 3006, 11, 12, 21, 22, 25—27, 29, 34). Anonim (E 1068, 70, 72—74, 76, 77). Şcoala medie nr. 5 „Gh. Barițiu". Clasa X. Crivei Iuliu (2917, 18, 24, 32, 48, 51, 53, 61, 63, 65, 68—72, 75). Şcoala medie nr. 6. Clasa X. Dragoş Eugen (2957, 61, 63—65, 68—70, 72, 78, 3006, 11, 12, 21, 22, 25—27, 29, 34 P). Păcuraru Radu (2908, 10, 12, 17, 18, 20, 22, 24, 38, 51). Şcoala medie nr. 10. Clasa X. Parizec Marcela (2841, 45, 63, 65, 66, 68—71, 75, 77, 96, 98, 3057). Tăuțan Maria (2917, 23, 24, 32, 51, 57, 61, 3006, 21, 25).

CONSTANȚA. *Şcoala medie nr. 1 „Mircea cel Bătrîn"*. Clasa VIII. Manciu Petre (2016, 39, 51, E 1071—74, 77, 81, 83—90, 92, 93). Clasa IX. Stavrositu Vasile (2956, 59, 61, 64, 66, 67, 69, 72, 75, 95, 3004, 06). Clasa X. Mărăcine O. Pompiliu (2891, 94, 96, 908, 18, 22, 23, 26, 32, 38, 41, 42, 46, 51, 56, 57, 61—63, 65). Simion E. (2919, 20, 23, 40, 59, 62, 66—70). Absolvent *Ianuş Stere* (2839, 44, 51, 53, 60, 64, 74, 93, 902, 05, 08, 11, 13, 15, 17, 24, 32, 38, 40, 41, 44, 51, 57, 59, 61, 62, 65—67, 69, 70, 72, 72, 83, 86, 87, 94). Şcoala medie nr. 2. Clasa IX. Ionescu Mihai (2907, 11, 13, 17, 20, 21, 44, 61, 66, 67, 74—76, 87). Manole M. Mihai (2983, 3006, 09, 11, 12, 16, 17, 21, 24, 26, 42, 71). Rădulescu G. Mircea (2883, 923, 32, 38, 51, 63, 65, 67, 69, 83, 86, 88, 3006, 09, 11, 12, 21, 29, 57, P. N.). Şcoala medie nr. 3. Clasa VIII. Teodorescu Cristel (E 1071—74, 84, 86, 87, 89, 90, 92). Şcoala de 7 ani nr. 11. Clasa V. Purcăreanu Andrei (E 1071, 72, 74, 84, 87, 89, 96, 97, 102, 03). Muncitoare *Iordache Gh. Elena* (2889, 911, 18, 28, 42, 44, 51, 53, 55, 57, 61—65, 68, 70—73, 75, 84, 86, 89, 3001—02, 06, 07, 11, 12, 21, 25).

COSTEŞTI (Regiunae Piteşti). Absolvent *Rada C. Narcis* (2907—09, 11, 12, 14, 16—26, 30, 32, 33, 35—38, 41, 44, 46, 48, 51, 53, 54).

CIACOVA (Regiunea Timişoara). Clasa IX. Sorinca Nicolae (2967, 72, 3011, 13, 17, 21, 32, 64, 66).

CETATE (Regiunea Craiova). Absolvent Grecu I. Ion (2885, 90, 96, 98, 917, 18, 23, 24, 32, 35, 41, 44, 51, 61, 63—65, 69, 70, 75).

CHIŞINĂU CRIŞ (Regiunea Oradea). Şcoala medie. Clasa VIII. Bătăneanț Teodor (2006, E 1071—74, 81, 84, 92, 98—100).

CRICOV (Ploeşti). Absolvent Căsăndroiu C. Tudor (2907, 08, 18, 23—25, 30, 32, 35, 36, 38, 42, 44, 46, 48, 49, 51).

CORABIA (Regiunea Craiova). *Şcoala medie*. Clasa IX. Begea I. Marian (2894, 96, 907, 17, 21, 23, 32, 38, 41, 44, 53). Brabie Voicu (2917, 20, 21, 23, 36, 38, 41, 44, 60, 61, 69, 72, 94). Văleanu R. Constantin (2907, 08, 10, 17, 20, 21, 23, 32, 28, 41, 44, 53, 61, 63, 69, 72, 75, 94). Clasa X. Chela Constantin (2922—24, 38, 44, 3006, 11, 16, 21, 29, 57). Petcu Alexandru (2907, 08, 10, 11, 13, 17, 18, 20, 22—24, 32, 33, 38, 44). Popa Dumitru (2907, 08, 10, 17, 22—24, 32, 33, 38, 41, 44, 57, 63, 68, 69, 2006, 11). Truică Marin (2922, 61, 63, 65, 68—70, 72, 73, 75, 83, 85—87, 91, 94, 3001, 02, 06, 11—13, 16, 21, 25, 29, 32, 34, 51). Absolvent Bîțică D. Virgil (2984, 86, 94, 3001, 13, 15, 19, 25, 26, 32, 39, 60, 63, 64, 69, 86, 93, 94, 97, 98, 106).

CODLEA (Regiunea Stalin). Clasa IX. Vlădăreanu Cornel (2908, 23, 22, 36, 61, 62, 64, 65, 72, 76, 86, 3006, 11, 12, 16, 17, 21, 32, 34, 55, 57).

COBADIN (Regiunea Constanța). Absolvent *Ştepan Ionel* (2910, 12, 13, 15—17, 19, 23—25, 32, 33, 35, 36, 51, 53, 62, 75, 3006, 11—13, 16—19, 21, 22, 25, 27—29, 34, 86, 94 P).

CRAIOVA. Absolvent *Stancu Doru* (3007—10, 14, 15, 17, 19, 20, 23, 24, 26, 50, 51, 59, 60, 63, 82, 84—86, 90, 91, 93—98 100, 02, 04—06 P). Laborant Smărăndescu Petre (2920—23, 32, 38, 41, 48, 51, 61, 63, 66, 68—70). Şcoala medie nr. 1. Clasa X. Bacria N. Vasile (2957, 58, 61—65, 68—70, 72, 75, 76, 83, 85—87, 94, 95, 3002, 03). Cojo-

caru A. Marin (2932, 44, 63—65, 69, 76, 85, 86, 94, 3002). Duțu N. Cornel (2918, 20, 23, 51, 56, 57, 61—65, 68—73, 95). Nicolaescu Alexandru (2907, 23, 38, 44, 61, 69, 72, 75, 3006, 11, 21). Școala medie nr. 2 „Frații Buzești". Clasa VIII. Popa E. Dorel (2953, E 1052, 54, 55, 57, 66, 71—74). Clasa IX. Anghelescu Mircea (2907, 11, 20, 21, 23, 32, 36, 56, 64, 72, 3006, 16). Clasa X. Ciocotoiu Mihai (2961—65, 69—73, 92). Școala medie nr. 3. Clasa IX. Haș Violeta (2907, 13, 17, 20, 21, 61, 75, 3006, 11, 16). Școala prof. mec. auto. An. II. *Vlădoiu Gh. Ion* (2907, 32, 33, 35, 38, 44, 61, 63, 69, 70, 75, 89, 91, 95, E 1067, 69, 71—74, 76, 77, 79, 81—93). Școala cămin nr. 8. Clasa VII. Cernea Maria (E 1068, 70—77, 79, 80, 96). Școala de 7 ani nr. 9. Clasa V. Cazacu C. Speranța (E 1071, 72, 74—77, 82, 84, 87, 89, 103). Școala de 7 ani nr. 10 „T. Vladimirescu". Clasa V. Boicescu Vlad (E 1071, 72, 74—76, 82, 84, 86, 89, 96, 99, 102). Julea Gabriel (E 1071, 74—76, 82, 82, 84, 86, 89, 93, 96, 99, 102, 03). Ritscher Eduard (E 1071, 74, 81, 82, 84—86, 89, 96, 99, 102). Sitoris Iulian (E 1071, 72, 74—76, 81, 82, 84, 86, 89, 93, 96, 99, 102, 03).

DEJ. *Școala medie nr. 2.* Clasa IX. Botez Ana (2917, 44, 61, 64, 75, 3006, 11, 12, 21). Coste Gheorghe (2917, 23, 44, 56, 61, 64, 66, 72, 75, 85, 95, 3006, 11, 12, 17, 21). Haronguș Ioan (2917, 23, 44, 61, 66, 72, 75, 85, 95, 3006, 11, 12, 21). Lăpăzon Emilia (2917, 20, 23, 44, 61, 64, 66, 72, 75, 95, 3006, 11, 12, 21). Mitrofan Elena (2917, 44, 64, 66, 72, 75, 95, 3006, 11, 12, 21). Onofrei Valer (2917, 44, 72, 75, 85, 95, 3006, 11, 12, 21). Petrina Petru (2917, 23, 44, 56, 61, 66, 72, 75, 85, 95, 3006, 11, 12, 21). Predoi Maria (2911, 17, 20, 26, 44, 56, 61, 66, 72, 95, 3006, 11). Clasa X. Barbu Maria (2908, 14, 33, 35, 36, 51, 63, 69, 70, 85, 3002, 03, 06, 11, 12, 16, 21, 34, 57). Ciceu Constanța (2908, 14, 17, 33, 35, 36, 38, 51, 63, 69, 3002, 03). Custură Paula (2908, 14, 27, 35, 36, 38, 51, 61, 63, 65, 95, 3002, 03, 06, 27). Czitroiu C. (2917, 44, 56, 61, 64, 66, 72, 75, 95, 3006, 11, 12, 17, 21). Haronguș Ana (2908, 33—36, 38, 51, 63, 69, 3002, 06, 11, 12, 16, 25). Hossu Amalia (2908, 17, 36, 38, 51, 63, 69, 3002, 03, 27, 39. 57). Mureșan Maria (2908, 17, 33, 35, 36, 38, 51, 63, 69, 70, 85, 3002, 03, 06, 25, 34, 57). Pop Eugenia (2914, 17, 23, 33, 36, 38, 51, 63, 69, 3002, 03, 16, 35, 57). Pop Maria (2914, 17, 23, 33, 36, 38, 51, 61, 63, 69, 3002, 03, 06, 27). Pușcașu Ana (2908, 14, 17, 23, 36, 38, 51, 63, 65, 69, 75, 86, 3002, 25, 27). Rusu Margareta (2908, 14, 17, 23, 33, 35, 36, 38, 51, 61, 63, 64, 3002, 03, 06, 27). Văcluș Maria (2908, 14, 17, 23, 36, 38, 51, 61, 63, 64, 69, 85, 86, 3002, 03, 06, 16, 25, 27).

DEVA *Școala medie nr. 1.* Clasa X. Laslău Stela (2962, 63, 65, 66, 68—73, 3006, 22, 25, 32).

DOROHOI. *Școala medie nr. 1.* Clasa X. Chițu Nicolai (2917, 20, 22, 3006, 11, 21, 22, 25, 32, 34). Ciobanu Gh. (2924, 44, 63, 65, 69, 70, 86, 94, 3002, 03). Haivas Mihai (2963, 64, 68—70, 72, 75, 3015, 22, 25, 29, 34, 84, 93, 98, 106).

DRĂGĂȘANI. Clasa VIII. Dumitru I. Mircea (2932, 38, 44). Erciulescu Marian (E 1073, 74, 81, 84, 90, 92—94, 101). Absolvent *Barbu Gh. Emil* (2957, 61—65, 68—72, 78, 83, 84, 87, 94, 95, 3001, 04—06, 09, 11—13, 15, 17, 21, 22, 25, 29, 34, 50, 57, 60).

FĂGĂRAȘ Regiunea Stalin). Școala medie nr. 1. Clasa X. Klein Wilhelm (2911, 17, 20, 24, 32, 33, 51, 61, 63, 65, 68, 86, 89). Sălăduș Mihai (3006, 11, 18, 21, 25, 34, 39, 42, 47, 54, 69, 74, 82, 93, 96, 97, 102, 03 N. P.). Vacek Adolf (2917, 20, 33, 51, 57, 61, 63, 65, 68, 69, 86, 89).

FETEȘTI (Constanța). Absolvent Gheorghe C. Liviu (2912, 17, 20—22, 33). Gonciar Andrei (2959, 61, 66, 67, 75, 3006, 11, 18, 21, 46).

FOCȘANI. *Școala medie nr. 1 „Unirea".* Clasa X. Munteanu Valeriu (2908—10, 13, 14, 16, 19, 22, 33, 56—58, 60—66, 68—72, 75, 76, 86, 91, 3006, 10—12, 15, 17, 18, 21—23, 25, 29, 57). Tutaș Petrache (2890, 907, 12, 21, 32, 35, 36, 41, 51, 57, 60, 61, 63, 66, 67, 69, 70, 72, 86, 95, 3006, 21). Absolvent Bishali D. Alex. (2917, 18, 22, 24, 32, 41, 61, 63, 65, 69, 70, 75, 83, 86). Chiciorea I. Gheorghe (2870, 71, 91, 96, 917, 18, 23—25, 32, 35, 38, 41, 44, 51). Școala medie de 7 ani nr. 5. Clasa V. Wertenstein F. (E 1071, 72, 74—77, 82, 84, 87, 89, 93).

GĂEȘTI (Regiunea Pitești). Școala medie nr. 1. Clasa VII. Sava Valeriu (E 1055, 60, 68, 71—75, 77, 92). Clasa X. *Ioniță St. Neagu* (2845, 49, 65, 70, 72—74, 93, 905, 07, 08, 11, 15, 16, 18, 19, 22, 23, 33, 38, 55—57, 61—66, 68—70, 72, 74—76, 78, 86, 87, 89, 91, 94—96, 3002). *Ixaru Gr. Liviu* (2837, 40—49, 53, 57—82, 87, 90—94, 96—98, 900, 03—06). *Triboi Eugen* (2714, 24, 28, 34—36, 40, 44—46, 48, 49, 60, 65, 72, 73, 75, 78, 80, 82, 98, 907, 08, 11, 16—18, 20, 22, 32, 33, 35, 36, 38, 63, 65, 66). Absolvent Constantin Vasile (2957, 3006, 11, 12, 16, 21—23, 25, 29). Absolvent *Tudorache Ștefan* (2888—91, 93, 97, 905, 07, 15, 16, 18, 19, 22, 33, 38, 53, 56—72, 74—76, 78, 83—87, 89, 91, 93—96, 3002—13, 15—17, 21—26, 29, 31, 33, 34, 43, 50, 51, 57, 60, 84—86, 93—98, 100—06 P).

GĂTAIA U.M. 03474. Locot Pupăzan V. Nicolae (3006, 08, 09, 11, 12, 14—19, 21—29).

GALAȚI. Școala medie nr. 2. Clasa VIII. Dumitrașcu Anișoara (E 1069, 73, 81, 83—85, 95, 98—100). Pițigoi Lilica (2944, 57, E

1069, 73, 74, 83—85, 90, 92, 95, 98—100). Şerban Elena (E 1068, 71, 74, 78, 81—86). Şcoala medie nr. 3. Clasa X. Moise Viorica (2907, 08, 17, 18, 20, 23, 24, 35, 36, 56, 57, 63—70). Absolvent Gavăţ Corneliu (2908, 11, 17, 18, 20, 23, 24, 32, 35, 41, 51, 57, 61, 63—65, 68, 70, 72, 3012, 16, 21, 59). Liceul militar de marină „Mihai Viteazu". Clasa VIII. Boeru Mihail (3006, 11, 21, 97, 100, E 1086, 92, 94, 98—100, 01, 07, 15—17, 120). Clasa X. Muscaliuc Dumitru (2957, 58, 63—65, 69, 71—73, 93, 94, 96, 98, 106 P).

GHERLA (Regiunea Cluj). *Şcoala medie nr. 2.* Clasa VII. Mureşan Suzana (E 1071—75, 78, 96, 99—101). Clasa X. Cîmpean Procopie (2963—65, 69, 70, 72, 73, 3002, 21, 22, 25).

GIURGIU. *Şcoala medie nr. 1.* Clasa IX. Mălureanu Gh. (2910, 13, 17, 20, 21, 23, 26, 32, 44, 53, 56, 61, 64, 66, 67, 72, 75). Clasa X. *Brişcă Virgil* (2907—26, 30, 32, 35—38, 40, 41, 44, 48, 51—54). *Caraconcea Emanoil* (2907, 11, 12, 15, 19, 20, 22, 25, 33, 35, 36, 41, 51, 53, 57, 61—66, 68—73, 76, 78, 83, 85, 86, 89, 92, 94, 3001). Ciureanu N. Gh. (2958, 61, 63, 65, 68, 3006, 11, 15, 16, 21, 22, 25, 29, 55). *Drăgan I. Petre* (2995, 3006, 07, 11—13, 15—17, 19, 21—27, 34, 39, 42, 43, 50, 51, 55, 57, 63, 86, 93—97, 100, 02 P). *Mirlogeanu Florea* (3006, 07, 10, 11, 13, 15—17, 19, 21—27, 34, 39, 42, 43, 50, 51, 55, 57, 63, 86, 92—98, 100—06 P). *Vasilescu Florian* (2907, 08, 12, 17, 18,22— 25, 32, 36, 41, 44, 48, 51, 56, 57, 61—70, 72, 86, 87, 89, 3002, 04). *Vişinescu M. Mihai* (2973, 3006, 11—13, 17, 18, 21, 22, 24—26, 29, 31, 32, 39, 43, 50, 57, 60—63, 74, 93—98, 100, 02, 04, 05 P). Absolvent *Ciobanu N. Marin* (2956, 57, 59, 61—73, 76, 78, 83—87, 89, 93, 94, 96, 3001—08, 10—14, 18, 21—27, 29, 31, 34, 39, 49, 50, 52—54, 57, 59, 60 P. N.). Absolvent *Petre Gheorghe* (2888, 93, 94, 96, 98, 905, 07, 08, 11—13, 15—18, 20—26, 30, 32, 33, 35, 36, 39, 41, 44, 51, 53).

HOREZU (Regiunea Piteşti). *Şcoala medie.* Clasa VIII. Dumitru V. Mihai (E 1081, 82, 84, 86, 89, 92, 94, 95, 99, 107, 08). Clasa IX. Badea I. Vasile (2907, 08, 61, 64, 69, 75, 3006, 11, 12, 16, 17, 21, 24, 26, 57). Constantinescu N. Valeriu (2964, 67, 69, 72, 3006, 11, 12, 17, 21, 24, 26). Clasa XI seral. Mateescu Bebe (2908, 10, 13, 17, 18, 22, 24, 25, 33, 36, 51). Absolvent Jidoveanu I. Nicolae (2917, 32, 33, 35, 36, 39, 44, 51, 57, 61—65, 67—70, 75, 76, 78, 83, 85—87, 89, 95, 3002, 03). Mihuţ I. Ion (2907, 08, 17, 18, 22, 32, 63—65, 69, 3011, 21, 25). Olaru I. Iosif (2907, 17, 22—25, 33, 51, 57, 61—66, 68, 69, 71—73, 75, 76, 83, 85—87, 89 P).

HIRLĂU (Regiunea Iaşi). *Şcoala medie.* Clasa V. Butnaru Iozi (E 1071, 72, 74, 75, 78, 84, 87, 89, 99, 103).

HUŞI (Regiunea Iaşi). Absolvent Dolteanu Temistocle (3006, 07, 09—16, 18, 21—27, 29, 34, 39, 43, 53, 57, 58).

IANCA (Regiunea Galaţi). Clasa VIII. Mocanu Filofte (3006, E 1071—74, 81, 84, 90, 92, 99, 101). Scurtu Enuţa (2966, 3000, E 1008, 80, 81, 84, 87, 90). Vlad Gabriel (E 1071, 73, 74, 81, 83, 84, 92). Clasa IX. Belu Floarea (2917, 32, 61, 64, 69, 72, 92, 3006, 12, 18). Marin Ştefan (2956, 64, 72, 75, 89, 3006, 16, 21, 47). Clasa X. Marin Iordan (2907, 08, 10, 16—18, 20, 22—24, 32, 26, 44, 51). Sotiriu Dionise (2907, 08, 17, 18, 22—24, 32, 44, 51). Absolvent *Catrina Gh. Vasile* (2912, 17, 18, 20, 22—24, 28, 32, 35, 36, 38, 41, 51, 57, 63, 64, 68, 70—72, 78, 81, 84, 86, 87, 94, 96, 98, 3001, 02, 04, 05).

IAŞI. Clasa VIII. Caciaunov Claudia (2953, E 1067, 71, 72, 75, 76, 79, 80, 84, 88, 94, 97). Clasa IX. Masgros Vasile (2938, 53, 59, 61, 62, 64, 66, 67, 69, 72, 3006, 11, 12, 21, 26). Zisu Iancu (2917, 32, 41, 44, 61, 64, 72, 75, 3001, 06, 17, 21). Clasa X. *Brînzei P. Dan* (2914, 49, 91, 96, 3002, 06, 07, 09—27, 29, 31, 33, 34, 39. 42—44, 47, 49—51. 54—57). Cosma Viorel (2907, 08, 17, 18, 20, 22—25, 35, 36, 38, 41, 51, 57, 61—66, 68—73, 77, 78). *Manole Corneliu* (2909, 85, 89, 92, 3000, 01, 03, 06, 07, 10—12, 15—19, 21—23, 25, 29, 33, 34, 42, 46, 50, 51, 57, 86, 94, 100—02, 06, P). *Nanu Gh. Octavian* (2885, 93, 94, 900, 04, 05, 08, 09, 11, 14, 16, 19, 22, 24, 25, 28, 29, 37, 47, 49, 52, 64, 65, 67—69, 73, 75, 77, 78, 80, 81, 83, 86—88, 91, 92, 95, 3000—03, 06, 07, 09—15, 17—27, 29, 31, 33, 34, 39, 42—44, 47, 48, 50, 51, 54, 56, 57, 59—61, 63. 66, 69, 71, 74—77, 79, 80, 82, 84—86, 89, 90, 93, 94, 96—98, 104, 06 P). Ri-Hac-Iong (2907, 08, 17, 18, 20—22, 24, 32, 35, 36, 38, 41, 51, 53). *Sender Solomon* (2907, 08, 16—18, 20, 22—25, 35. 36. 38. 41, 51, 57, 61—66. 68—73, 77, 78, 85, 89, 91, 3006, 11, 12, 17, 21, 25). *Steckelman Salom* (2907, 08, 12, 14, 17, 20, 21, 23, 24, 30, 32, 33, 35, 36, 51, 57, 61, 63—65, 68, 70, 71, 72, 75, 76, 78, 85, 89, 94). Titu Liviu (2908, 17, 24, 25, 33, 51, 57, 60, 61, 63—66, 68, 70, 72, 76, 85, 86, 94, 3002, 03). Clasa X. Vlad Nicolae (2907, 16, 18, 22, 25, 32, 35, 36, 41, 51). Clasa X. Bac-Ha-Zin (2908, 32, 35, 36, 62, 63, 3006, 11, 21, 22, 25). Ce-Ceang-Hen (2957, 61—66, 68—72, 3006, 11—13, 15, 16, 21, 22, 24, 25, 29, 34, 57). *Kim-Lang-Su* (2907—09, 11—13, 16—18, 20—25, 27, 32, 33, 35, 36, 38, 40, 41, 44, 48, 51, 53, 54, 57, 60—67). Ri-Miang-Gap (2907, 08, 11, 17, 18, 22—24, 38, 51, 57, 61—66, 69). Şcoala medie nr. 4. Clasa VI. Balaban Elena (E 1071, 74—76, 80, 82—84, 93, 99). Chirăşcă Mihaela (E 1071, 74—76, 80, 82, 83, 93, 99). Grindea R. (E 1071, 74—76, 81, 82, 84, 90). Clasa VIII. Sînzianu Elisabeta (E

1081, 83—86, 88—90, 92, 95). Școala medie nr. 5. Clasa VIII. Dragoslav Iulian (29444, E 1069, 71—74, 77, 78, 81, 82, 84, 86, 88—90, 92, 94—96, 98). *Școala medie nr. 6* „Vasile Alecsandri". Clasa VIII. *Blehman Henry* (2883, 88, 2911, 13, 17, 20, 21, 27, 38, 40, 42, 47, 75, 75, 83, 87, E 1052, 53, 57, 60, 63, 66—68, 71, 73—75, 77—79, 81, 83—85, 87, 89, 90, 91, 93). Clasa IX. Botez Gheorghe (2845, 94, 96, 910, 17, 20, 21, 32, 38, 41, 44, 53). Școala de 7 ani nr. 7. Clasa VI. Weisbuch Ezra (E 1071, 72, 74, 75, 78, 81, 83, 84, 87, 89, 93).

LIPANEȘTI (Regiunea Ploești) Școala de 7 ani, Clasa V. Ene Elena (E 1071, 72, 74, 84, 93, 96, 99, 101, 02).

LIPOVA (Regiunea Timișoara). Școala medie Romîno-Germană. Clasa IX. Wiltz Walter (2917, 20, 21, 23).

LUGOJ (Regiunea Timișoara). Școala medie „C. Brediceanu", Clasa VIII. Seleacu Vasile (2962, 64, 72, 75, 3006, 12, 16, 86, 100 E 1084, 86, 90—92, 95, 100, 07, 14, 20). Clasa IX. Curtu M. Ion (2907, 13, 14, 17, 21, 23, 26, 32, 52 P). Clasa X. Boja Nicolae (2916, 18, 26, 32, 33, 35, 36, 38, 41, 51). *Sufană Constantin* (2884, 87, 90, 91, 96, 98, 903, 07, 08, 11—13, 15—26, 30, 32, 33, 35, 36, 38, 41, 44, 48, 51 P). Electrician *Fanaș Ioan* (2884, 87, 90, 92, 93, 96, 98, 903, 05, 07, 11—13, 16—26, 28, 30, 32, 33, 35, 36, 38, 41, 48, 55, 57, 59, 61—72, 74—76, 78, 83—89, 92—94, 96, 3001—04, 06, 11, 12, 18, 21, 22, 29, 34, 43, 60, 63 P).

LUPENI (Regiunea Hunedoara). Școala medie, Clasa X. Homorodeanu Dorin (2963, 65, 68—72, 75, 95, 3011, 12, 21, 22, 25).

MORENI (Regiunea Ploești). Școala medie. Clasa X. Catană Mariana (2907, 12, 17, 23, 32, 33, 35, 36, 38, 44, 51). Cernea A. Petre (2907, 12, 13, 17, 20—23, 32, 33, 35, 36, 38, 41, 44). Davidescu Ioana (2907, 08, 12, 17, 20, 23, 24, 32, 33, 35, 36, 38, 44, 51). Tabără C. Vasile (2907, 12, 13, 17, 20—22, 32, 33, 35, 36, 38, 41).

NĂSĂUD (Regiunea Cluj). Școala medie „Gh. Coșbuc". Clasa V. Siegelstein Isidor (E. 1071, 72, 74—76, 84, 87, 89, 94, 96, 99). Clasa VIII. Filipoi Alexandru (E 1071—76, 84, 91, 92, 96, 101). Clasa X. Tirnovan Alex. (2908, 17, 18, 24, 36, 44, 51, 61, 63, 64, 68—70, 75, 3011, 16, 21, 25, 32, 34).

OCNA MUREȘ (Regiunea Cluj). Școala medie. Clasa X. *Rusu Ștefan* (2877, 78, 81, 88, 90—93, 907, 08, 11, 16—26, 28, 32, 33, 35, 36, 38, 44, 51, 53).

ORADEA. Școala medie 1. Clasa V. Wald Robert William (E 1071, 72, 74, 75, 84, 87, 96, 99, 102). Clasa VI. Ghițea Rodica (E 1071, 72, 74, 82—84, 87, 89, 93, 96, 99, 101, 02). Clasa VIII. Hodișan Teodor (1077, 79, 81, 82, 84, 86, 89, 90, 92, 93, 95, 97, 99). Hulea Ion (2975, 3006, E 1075-77, 79, 82, 86, 88, 89, 94, 95, 97—102, 07). Simon Florian (2975, 3006 E 1068, 75, 77, 79, 81—84, 86, 88, 89, 92, 93, 95, 97—102, 07). Clasa X. *Baciuc Ioan* (2891, 97, 907, 08, 11—14, 17, 18, 20, 21, 23—25, 32, 33, 35, 36, 38, 41, 48, 51, 61, 63, 65, 68, 70, 75, 91, 3011, 15, 21, 22, 25, 34, 57). Iancu Petru (2957, 61, 63—65, 68—72, 75, 91). *Nicolae Magda* (2894, 907, 08, 11, 17, 18, 23—25, 32, 35, 36, 38, 48, 51, 56, 57, 61, 63—65, 68—70, 72, 73, 75, 91, 92, 95, 3006, 11—13, 21, 22, 25, 34, 57). Onescu Victor (2957, 59—61, 63—72). *Pop Cornel* (2907—09, 11—26, 29, 30, 32, 33, 35, 36, 38, 40—42, 44, 48, 51, 53, 57, 95, 3006. *Schiop Alexandru* (2915, 30, 32, 48, 49, 56, 58, 62, 64—66, 75, 77, 77, 90, 96, 92—94, 3003, 06, 11, 12, 13, 16, 21, 22, 25, 32, 43, 50, 57, 84 P). Școala medie 2. Clasa VIII. Farcaș Irina (2944, 53, 98 E 1073, 79, 89, 90, 92, 98, 107). Ghiț Viorica (2944, 87, 3057 E 1073, 79, 89, 90, 92, 97, 107). Leu Silvia (2944, 53 E 1071—74, 81, 84, 90, 92). Manea Ana (2944, 87, 3006, 57 E 1081, 84, 86, 90, 92, 98, 107). Pop Violeta (2044 E 1071—74, 79, 81, 89, 90, 92). Clasa X. Ardeuan Maria (2963, 67—71, 3021, 29, 84, 93, 94, 98). Dulca Doina (2963, 68—70, 91, 3006, 29, 32, 34, 57, 93, 94). Școala de 7 ani nr. 13. Clasa V. Pleșa Romulus (E 1072, 74—76, zu, 81, 84, 87, 89, 96, 99, 103, 07).

ORĂȘTIE. Școala medie „Aurel Vlaicu". Clasa IX. Iancu Rodica (2917, 21, 32, 61, 74, 87, 3006, 11, 21). Rentea Florica (3011, 12, 21). Clasa X. Drăgan Augustin (3085, 86, 93—98, 100, 02, 03, 06).

ORAVIȚA (Regiunea Timișoara). Clasa X. Codea T. Corneliu (2907, 08, 12, 17, 20, 22—25, 32, 33, 38, 41, 51). Damian Dumitru (2968, 71, 75, 85, 92, 93, 3011, 15, 21, 22, 25, 29, 34, 57). Garici Ion (2897, 907, 12, 17, 18, 20, 23, 24, 33, 57, 63—65, 69—72, 86, 94, 3002, 03). Jumanca Lucian (2923, 24, 51, 57, 63—65, 69, 70, 72, 86). Zarcula Ion (2912, 20, 21, 24, 25, 32, 38, 41, 51, 57, 62—66, 68—70, 72, 78, 92, 94, 3001). Absolvent *Bena I. Iosif* (2888, 90—92, 94, 96—99, 905, 07—30, 32, 33, 38—42, 44, 48, 51 P).

ORȘOVA (Regiunea Timișoara). Clasa V. Blidaru Maria (E 1072, 74, 75, 84, 87, 89, 93, 96, 99, 102). Clasa VII. Trăilescu Mircea (E 1050, 53, 57, 63).

ORAȘUL STALIN. Student *Ioniță Teodor* (2836, 37, 39—46, 48—50, 53, 55, 57—82, 85, 87, 88, 90—94, 96—98, 901—09, 11—26, 28—30, 32, 33, 35—42, 44, 46, 48, 50—53, 55—75, 74—79, 81, 83—87, 89, 91—99, 3001—07, 10—27, 29, 31—35, 39, 42, 43, 47, 49, 50, 54, 56, 57). Școala medie 1. Clasa VIII. Garabedian Rodica (2844, 96, 907, 53, 61, 54. 69, 72, E 1079, 81, 83, 84, 92, 95, 99, 100. Savu Silvia (2944, 56, 61, 62, 64, 75, 87, 3006, 12, E 1088, 90, 92, 93). Clasa IX. Baciu Doru

(2918, 21, 44, 67, 72, 74—76, 87, 96). Cioacă Mioara (2807, 17, 41, 88, 96, 917, 21, 44, 61, 44, 75, 87, 3006, 11, 21). Clasa X. Angelescu Ștefan (2957, 61, 68, 71, 76, 86, 94, 3002, 23, 50, 74, 93, 94). Hartopan Rodica (2957, 60, 63, 69, 70, 3010, 22, 34, 68, 93, 96). Lazăr Horia (2960—65, 69, 70, 75). Tășileanu Nicolae (2912, 18, 23, 24, 33, 51, 63, 70, 86, 3002, 03). Școala medie 5. Clasa X. Budin Ileana (2908, 16—18, 23, 35, 36, 41, 48, 51, 69).

OȚELUL ROȘU (Regiunea Timișoara). Școala medie. Clasa IX. *Azzola Giovanni* (2837, 41, 58, 83, 90, 96, 906, 07, 13, 17, 21, 23, 26, 32, 33, 38, 41, 44, 53, 56, 59, 61, 62, 64, 66, 67, 69, 71, 72, 74—76, 83, 85—87, 89, 91, 92, 94, 95, 3004, 06, 09, 11, 12, 14—17, 21, 24, 26, 29, 31, 39, 42, 51, 55, 57, 59). Absolvent Radu Nicolae (2968, 69, 72, 83, 84, 86, 87, 3002, 03, 05, 11, 12, 21, 29, 57, 60).

PAȘCANI (Regiunea Iași). Școala medie nr. 1. Clasa X-a. Filate Teodora (2957, 61, 63—65, 68, 69, 71, 73, 75, 77, 78, 91).

PETROȘANI. Școala medie nr. 1. Clasa VIII. Albu Toma (2938, 44, 53, 69, 87, E 1069, 71, 73, 77, 79, 81, 83—86, 88, 90, 92, 97, 100). Clasa IV. Armășelu Victor (2917, 21, 23, 44, 62—64, 66, 95, 3021). Lepădatu Ilie (2959, 61, 67, 69, 3004, 06, 11, 12, 16, 18, 21, 57). Păsculescu Mihai (2911, 13, 17, 20—23, 38, 44, 59, 61, 62, 64, 66, 72, 74, 83, 95, 3006, 21, 24, 26, 31, 57). Popescu Gheorghe (2907, 11, 13, 17, 20—23, 32, 38, 41, 44, 48, 59, 61, 62, 64, 66, 72, 74, 75, 83, 95, 3001, 06, 11, 21, 24, 26, 31, 57). Szallasy Andrei (2911, 17, 21, 22, 38, 59, 61, 62, 64, 66, 72, 74, 83, 95, 3006, 21, 24, 26, 31, 57). Clasa X. *Bergthaler Cristian* (2907—27, 29, 30, 32—42, 44—54, 56, 57, 59—95, 97, 98, 3000—05). *Crutarciuc Corneliu* (2956, 57, 59—80, 83, 86, 89, 91—95, 3001—04). *Păsculescu Gheorghe* (2907, 11, 13, 17, 18, 20—25, 32, 35, 38, 41, 44, 48, 61—63, 65, 66, 68, 70—72, 74, 83, 86, 91, 3001).

PIATRA NEAMȚ. Școala medie nr. 1. Clasa X. Aricov Rodica (2957, 61, 65, 68, 72, 75, 3006—08, 11—13, 16, 21). Munteanu Viorel (2961, 64, 65, 95, 3006, 07, 11—13, 16, 17, 22, 25, 29, 31, 57). Clasa XI seral. Gavrilescu Vasile (2956—73, 84, 3001, 06). Absolvent *Gavril Gheorghe* (2974, 84, 85, 87, 90—92, 94—97, 3000—03, 05—07, 09—27, 29, 31). *Necula Ion* (2907, 08, 10, 12, 13, 16—18, 20—27, 56, 61—65, 69, 70, 72, 73, 93, 3006, 07, 11—13, 15, 21, 23, 25, 29). Teofănescu Corneliu (2967, 68, 84, 3006, 09—12, 14, 15, 21, 22, 24—26, 29, 34, 43, 50, 51, 57).

PITEȘTI. Școala medie nr. 1 „N. Bălcescu". Clasa VIII. Enescu M. Radu (E 1071—75, 81—83, 77). Clasa IX. *Diță N. Petre* (2892, 907, 08, 11, 13, 14, 17, 20—23, 26, 32, 33, 35, 38, 40, 41, 44, 48, 49, 51, 53, 55, 56, 59, 61—67, 69, 70, 72, 74—76, 78, 80, 83, 85—88, 91—96, 3001—06, 09, 11—14, 16, 17, 19, 21, 22, 24—27, 29, 31, 34, 39, 42, 47, 54, 50, 57, 59, 71, 75, 85, 86, 91, 93—98, 100, 02, 04). Ivănescu Mircea (2907, 11, 17, 20, 22, 32, 38, 41, 44, 53, 69, 64, 66 P). *Iordănescu C. Silvian* (2907, 11, 13, 14, 17, 20—23, 32, 33, 38, 39, 41, 42, 44, 48, 51—53, 61, 63, 66, 69, 72, 76, 83, 86, 87, 3001, 04, 06, 11, 12, 19, 21, 26). *Miriței V. Ioan* (2907, 11, 13, 14, 17, 20—23, 32, 33, 38, 39, 41, 42, 44, 48, 51—53, 55, 61, 63, 66, 69, 72, 76, 83, 86, 87, 3001, 04, 06, 11, 12, 19, 21, 26). *Velicescu Mircea* (2922, 27, 33, 35, 36, 40, 42, 51, 55, 59, 70, 74, 80, 86, 87, 91, 94, 3001, 04, 06, 09, 11—16, 21, 22, 25, 26, 29, 31, 34, 39, 47, 51, 57). Clasa X. Bîcă I. Constantin (2930, 41, 48, 63, 64, 68, 70, 75, 93, 3006, 11—14, 17, 21, 22, 25, 27, 34, 39, 42, 54, 57). Dimoiu Iulian (2942, 56, 57, 59, 61—65, 70—72, 75, 78, 83, 86, 91, 95, 3001—04). Grigore Florica (2908, 24, 33, 35, 51, 63, 70, 72, 3025, 34). Nanu Rodica (2907, 08, 12, 17, 20, 22—26, 32, 33, 35, 36, 38, 41, 51 N). Absolvent Masolschi L. Const. (2907, 18, 22, 32, 35, 36, 41, 48, 51, 3006, 11, 17, 21, 29). Școala medie nr. 3. Clasa IX. Alexe I. Ștefan (2915, 35, 41, 51, 53, 61, 62, 75, 95, 3006, 12, 16, 17, 21). Săndiță Ion (2907, 13, 17, 20, 21, 23, 32, 44, 53, 62, 64, 66, 67, 72, 75, 95). Scarlat Nicolae (2908, 11, 16, 26, 35, 36, 41, 51, 59, 63, 65, 3001 P). Clasa X. Șerbănică M. Ion (2957, 61—65, 68, 69, 71, 72, 92, 95).

PLOEȘTI. Școala medie nr. 1 „I. L. Caragiale". Clasa VII. Drăgulescu Marius (E 1081, 86, 87, 89, 94—96, 107, 14, 16). Clasa VIII. Andronescu C. Radu (2944, 3006, E 1071—75, 83, 84, 90, 92, 94). Bitir Viorel (3006, E 1071, 73, 74, 83, 84, 86, 89, 90, 98, 107). Bucurescu Laetiția (2944, 3006, 17, E 1071, 74, 81, 84, 87, 92, 95, 107). *Costache Gh. Ioan* (2944, 38, 61, 64, 72, 75, 3006, 12, 16, 57, E 1071, 73, 74, 81, 83—86, 90—92, 94, 95, 98—102, 07, 14—16, 20). Chicireanu H. Radu (3006, 26, E 1073, 81, 83, 85, 95, 99, 100, 02). Caloianu Octavian (2953, E 1071, 73—75, 81, 83—85, 90, 92, 93). Costache Ștefan (E 1081, 83, 84, 86, 90, 95, 100, 02, 07). Duță Petre (2944, E 1071, 73, 74, 81, 84, 85, 92, 100). Ene St. Nicolae (E 1087—89, 90, 95, 98, 100, 01, 07, 08). Gălățean Adrian (E 1072, 74, 83—85, 90, 94—96, 99, 107). Gologan I. Radu (3006, E 1072—74, 81, 82, 84, 92, 95, 98, 102). Ianovitz Peter (2917, 44, 53, 64, 75, 3006, 12, 16, 21, 39, E 1071, 73, 74, 81, 84, 94, 96, 98, 89, 107). Mihalache Ion (2944, E 1059, 71, 74, 75, 84, 90, 92, 94, 99). *Marinescu Alexandru* (2845, 27, 53, 59, 61, 64, 66, 67, 69, 72, 75, 87, 3006, E 1012, 17—19, 21, 26, 27, 39, 68, 69, 71, 74, 75, 77—81, 83—86, 88—102, 07). Micu I. Octav (3006, E 1083, 87, 90, 92—94, 98, 112, 14, 15, 17). Nicolaescu Alexandra (2944, 53,

75, 3006, 39, E 1071, 73, 75, 81, 83—85, 89, 90, 92—95, 98, 100—03, 07, 08). Oprescu Bujor (3006, E 1071, 79, 90, 92, 95, 98, 100, 01,07). Popescu Gh. Valentin (2944, 53, E 1069, 75, 77—79, 81, 82, 84, 85, 88, 90). Pîrîianu Ion (2944, 72, E 1069, 71, 73, 83, 86, 92, 94, 99, 100). Patron Alexandru (2944, 75, E 1074, 75, 83, 84, 86, 89, 90, 92). Reus Liviu (2944, E 1073, 75, 83, 92, 95, 98, 100, 07). Ştefănescu Ana (E 1068, 71—74, 78, 81—83, 85, 89, 92). Zotea M. Magdalena (3006, 16 E 1083, 84, 86, 90, 92, 98, 103, 20). Clasa IX. Anghelian N. Gheorghe (2907, 14, 61, 69, 72, 92, 95, 3006, 11, 12, 16, 21, 44, 47, 57, 86, 100, 02). Dumitrescu D. Vladimir (2961, 62, 64—67, 69, 72, 75, 87, 89, 92, 95, 3001, 06, 11, 12, 17, 18, 21, 25, 39, 42, 44, 47, 55, 95, 102). *Ene P. Dumitru* (2907, 12, 13, 17, 20—23, 32, 33, 37, 38, 41, 53, 56, 61, 64, 66, 67, 69, 71, 72, 75, 76, 83, 86, 87, 92, 94, 95, 3004 P). Fezi Andrian (2917, 21, 23, 38, 41, 44, 61, 66, 67, 69, 72, 75, 3006). Georgescu C. Teodor (2913, 14, 17, 32, 40, 44, 69, 82, 3006, 07, 11, 16, 21, 44, 47, 57, 86, 95, 100, 02). Hartular Maria (2907, 12—14, 37, 40, 51, 61, 69, 72, 92, 3006, 11, 16, 21, 29, 44, 47, 57, 82, 86, 100, 02). Lăzărescu Alexandra (2917, 18, 20, 61, 62, 64, 66, 67, 72, 75, 3006, 21). Petrescu Virgil (2907, 14, 17, 20, 21, 23, 32, 33, 38, 39, 41, 44, 51, 53, 57, 61, 72, 76, 83, 86, 87, 94, 3004, 06, 11, 12, 16, 17, 21, 27, 39). Popescu F. Ion (2912, 14, 37, 40, 69, 3006, 11, 16, 21, 44, 47, 57, 86, 95). Retezatu Gh. Adrian (2914,17, 20, 21, 23, 32, 38, 39, 41, 44, 53, 61, 72, 75, 76, 83, 86, 87, 94, 3006, 11, 17). Tomescu Ion (2845, 94, 96, 903, 06, 17, 23, 32, 38, 44, 64, 66, 67, 69, 72, 75, 76, 83, 87, 94, 95, 3005 P). Timuş M. Dan (2938, 56, 59, 61, 62, 64—66, 67, 69, 72, 75, 76, 84, 86—89, 91, 92, 94, 95, 3001, 06, 09, 11, 12, 15, 19, 21, 25, 32, 39). Trifan M. Corneliu (2907, 17, 20, 21, 23, 38, 39, 41, 44, 53, 61, 72, 75, 76, 83, 86, 87, 94, 3004, 06, 11, 12, 16, 17, 19, 21, 24, 27, 39). Constantinopol Alex. (2907, 08, 11—13, 15, 17—25, 32, 35, 36, 38, 40, 41, 51, 3093, 94, 96). Crasan Octavian (3006, 11, 13, 17, 21, 25, 34, 43). *Costea Gheorghe* (2957, 61, 63—72, 75, 77, 78, 83, 86, 87, 91, 92, 94, 95, 3001, 06, 07, 09—17, 19, 21, 22, 24—26, 29, 34, 39, 42, 43, 50, 57). Chichiriţă Theodor (2961, 65, 70, 75, 78, 91, 92, 95, 3006, 11—13, 16, 17, 22, 32, 34, 39, 43, 57). Crăciun Nicolae (2898, 907, 35, 36, 41, 57, 61, 63—65, 70, 91). Costeanu Theodor (2911, 20, 23, 24, 32, 35, 36, 38, 41, 44, 51, 61, 63, 67, 69, 70, 72, 3001, 21, 25, 29). Crasan Octavian (2956, 57, 61—66, 70, 72). Cazan Vicenţiu (2811, 13, 17, 27, 90, 94, 96, 907, 08, 51, 72). *Contineanu* Mihai (2987, 91, 92, 3001, 04, 07, 09, 11—17, 21—26, 29, 32, 34, 39, 42, 43, 50, 57, 69, 86, 93—98, 102, 04 P). Ciochină Constantin (2983, 3011, 02, 06—19, 21—26). *Dumitrescu Stelian* (2920, 24, 32, 38, 51, 57, 62—66, 68—70, 72, 75, 77, 78, 86, 91, 95, 3001, 03, 06, 11, 15, 17, 21, 22, 25, 34, 39, 50, 57). Ivan St. Constantin (2989 91, 95, 3011, 12, 21, 39, 57, 86). Lazăr Gheorghe (2917, 18, 20, 35, 38, 51, 57, 63, 69, 70, 75, 3006, 11, 16, 17, 21, 25). Lisovschy Mihai (2923, 32, 44, 51, 57, 63, 65, 67, 69, 70, 72, 75). Mişcovici Dan (2951, 57, 63, 68—70, 75, 3006, 11, 16, 21, 25, 29), Mircea I. Constantin (2912, 17, 51, 57, 61, 63, 69, 70, 75, 80, 3006, 11, 13, 16, 21, 25, 29). Minasian Mihai (2991, 92, 3006, 11, 13, 14, 16, 17, 21, 25, 32, 34, 39, 43, 57, 94). Mignea Claudiu (2911, 20, 23, 24, 32, 35, 36, 38, 41, 44, 51, 61, 63, 65, 69, 70, 72, 3001, 21, 25, 29). Negulescu Dumitru (2968, 3011, 12, 15, 22, 25, 29, 86, 93, 94, 98, 102, 06). Năstase Victorian (2991, 92, 3006, 11, 13, 16, 21, 25, 32, 34, 39, 51, 94). Paşcu I. Ion (2907, 12, 17, 24, 51, 67, 68, 72, 75, 92, 93, 95, 3006, 11, 16, 25, 34). Radu Constantin (2912, 20, 22, 44, 51, 63, 70, 71, 75, 3025, 34). Stănescu Haralambie (2991, 3011, 13, 16—18, 25, 32, 34, 39, 94). Simiţan Al. V. (2991, 95, 3011, 21, 39, 57, 70, 100, 02). *Voinescu Ştefan* (2910, 13, 15, 17—19, 21—26, 32, 33, 41, 53, 54, 57, 60, 61, 63—73, 75, 76, 78, 83, 85—87, 91, 92, 94, 95, 3001, 03, 04, 15). Vlăşceanu Comon (2965, 95, 3006, 11, 16, 21, 44, 47, 57, 86, 100, 02). Văduva Victor (2957, 58, 60, 61, 64, 65, 68, 72, 92, 3006, 11, 16, 21, 25, 34). Şcoala medie nr. 2 „A. Toma". Clasa IX. Dinu C. Maria (2917, 23, 61, 64, 66, 67, 72, 75). Dumitru Adriana (2913, 17, 20, 21, 23, 66, 61, 75, 3006, 24). Ionescu Georgeta 2907, 10, 17, 20, 23, 44, 61, 64, 72, 75). Jipa Maria (2907, 10, 17, 20, 23, 44, 61, 64, 72, 75). Rădulescu Maria (2907, 10, 17, 23, 44, 53, 61, 62, 64, 72, 75). Rusu Constantin (2920, 21, 23, 32, 44, 61, 3006, 11, 12, 24, 26). Tregubleac A. Ştefan (2907, 11—13, 17, 20, 23, 26, 37, 41, 48). Clasa X. Georgescu Emilia (2951, 58, 61, 63—65, 68, 69, 72, 95, 3001). Parpolă Maria (2963—65, 68—72, 75, 86, 95). Zamfir Elena (2957, 61—65, 68—71, 75, 3001). Şcoala medie nr. 3 „Mihai Miteazu". Clasa VI. Andronescu Gh. Elisabeta (E 1082—84, 87, 89, 101, 03, 11, 15, 17). Constantinide Florica (E 1082—84, 87, 89, 101, 03, 11, 15, 17). Clasa VIII. Bălan Doinel (E 1083—85, 90, 92, 94, 99, 114, 17). Popescu Mihail (E 1083, 84, 94, 95, 98—100, 08, 16, 20). Clasa IX. Ciocîrtel Dumitru (2917, 33, 44, 48, 53, 61, 64, 75, 86, 3006, 11, 13, 18, 21). Negrea Mircea (2917, 23, 33, 44, 53, 64, 75, 86, 3006, 11, 16, 21. Clasa X. *Caliniac Nicolae* (2914, 19, 25, 26, 30, 41, 44, 55, 56, 66, 67, 73, 78, 91, 92, 95, 99, 3001, 06, 09—15, 20—25, 29, 32, 34, 50, 51, 57 P). Popa Stela (3006, 11, 16, 21, 25, 29, 34, 50, 93, 95). Şcoala medie nr. 4, Clasa VIII. Enache Carmen (E 1071,

72, 75, 78, 81—84, 86, 89, 90, 92). Ene D. Vasile (E 1073, 74, 81—85, 90, 93). Mihăilescu Voichița (E 1071—74, 81, 83, 84, 89, 92, 93). State Florentin (E 1071, 72, 81—84, 92, 94, 101, 02). Absolvent Căsăndroiu C. Tudor (2956, 57, 61—68, 90, 3006, 11—14, 21, 22, 25, 26, 34, 43, 47, 51, 54, 56 P). Absolvent Constantin Nicolae (2907, 08, 13, 17, 20—23, 26, 32, 33, 41, 57, 63, 65, 66, 68—72). Cojocaru P. Alex. (2961, 68, 69, 73, 86, 3001, 12, 22, 27, 39, 47, 57, 60, 63, 82, 86, 93—95, 104 P). *Dobrișan Maria* (2907, 08, 11, 16—18, 20—26, 32, 33, 44, 51, 56, 57, 59, 60—70, 72, 75, 76, 83—87, 91, 92, 94, 95, 3003). Vulcan I. Mircea (2907, 08, 11—13, 17, 20, 24, 32, 35, 44, 48, 56, 57, 61—63, 65, 3006, 11, 12, 16—18, 21, 25).

PLOPȘOR (Filiași, Craiova). Școala de 7 ani. Clasa VI. *Calistrate D. Ion* (E 1081—92, 94, 95, 97, 98, 103, 07—11, 13—20).

PUCIOASA (Regiunea Ploești). Clasa VII. Dragomir Filofteia (E 1071—75, 81, 84, 86, 87, 89, 92). Tîrcă I. Ion (E 1068, 73, 74, 76, 81, 90, 92, 94, 95, 99, 103). Clasa VIII seral. Frățilă Silvia (2917, 38, E 1067—71, 73—75, 79). Clasa VIII. Ioan T. Elena (2938, 44, E 1067, 69, 71—73, 75, 77, 79). Iordăchescu Nicoleta (2938, 44, E 1067, 71—73, 75, 77—79). Leontescu Grigore (E 1068, 71, 76, 79, 85, 94—96, 99, 101). Năstăsescu Constantin (2917, 38, 44, 63, E 1067, 71—74, 76, 77, 79). Niță I. Constantin (2923, E 1068, 71—74, 83—85, 92, 101). Rizescu Elena (2944, 38, E 1067, 71—73, 75, 77—79). Tilvan Maria (2938, 40, E 1067, 71, 72, 74, 75, 77, 79). Vasilache Otilia (2938, 44, E 1067, 69, 71—73, 75—77, 79). Clasa IX. Brezeanu I. Stelian (2917, 21, 23, 53, 56, 61, 64, 67, 69, 72, 74, 83, 85, 87, 89, 95, 3004). Gîlmeanu Vasile (2913, 17, 20, 21, 62, 64, 66, 85, 87, 89, 14, 21). Manea Gh. Constantin (2956, 59, 61, 62, 64, 66, 67, 72, 83, 85, 87, 95, 3011, 14, 21, 24, 26). Stoica Gh. (2920, 23, 32, 53, 62, 64, 66, 83, 85, 87, 89, 95, 3014). Clasa X. Anghelov Mircea (2956, 57, 60—68, 70, 71, 73, 76, 83, 86, 87, 89, 91, 92, 94, 95, 3001—04). *Banu Cornel* (2941, 56, 57, 60—75, 78, 83, 85—87, 89, 91, 92, 94, 95, 3001—04). Bănescu Steliana (2957, 61, 63, 64, 65, 68, 70, 72, 78, 86, 87, 89, 91, 92, 94, 95, 3001—04). Dragomir Paul (2918, 56, 57, 61—73, 75, 78, 86, 87, 89, 92, 94, 95, 3001—04). Diaconescu Florin (2957, 61, 63—66, 69, 70, 73, 75, 76, 78, 83, 3004). *Grigorescu Grigore* (2918, 33, 56, 57, 60—73, 76, 78, 83, 86, 87, 89, 91, 92, 94, 95, 3001—04). Gheorghe I. Nicolae (2933, 61, 63—65, 69, 70, 72, 73, 76, 83, 85—87, 89, 91, 94, 95, 3001—04). *Leontescu Petre* (2918, 22, 56, 57, 60—62, 64—73, 75, 76, 78, 83, 85, 86, 87, 89, 91, 92, 94, 95, 3001—04). Martinescu Cornelia (2957, 61, 63—66, 69—71, 73, 75, 78, 86, 87, 89, 3002, 03, 33). Otiac Florin (2918, 33, 63, 65, 67—70, 72, 73, 75, 78, 83, 86, 87, 89, 94, 95, 3001—04). Pleș Nicolae (2933, 56, 60, 61, 63, 64, 66—69, 72, 73, 75, 76—78, 83, 85—87, 89, 91, 92, 94, 95, 3001—04). Pătrulescu Cornelia (2957, 61, 63—66, 69—71, 75, 78, 86, 87, 89, 91, 94, 95, 3002—04). *Rimbu Gheorghe* (2956, 57, 61—73, 76, 78, 83, 85—87, 89, 91, 92, 94, 95, 3001—04). Rizea V. Maria (22933, 57, 61,63—66, 69—71, 73, 75, 78, 86, 87, 89, 3002, 03). Șerbănoiu Rozalia (2933, 57, 61, 63—66, 70, 71, 73, 75, 78, 86, 87, 89, 94, 95, 3002—04). Șerbănoiu Ion (2918, 33, 56, 60, 62—73, 75, 78, 83, 86, 87, 89, 94, 95, 3001—04). Teodorescu Elena (2933, 57, 61, 63—66, 69—71, 73, 75, 78, 86, 87, 89, 3002, 03). Vintilescu Mihai (2961—65, 68—73, 76, 78, 81, 85, 86, 89, 91, 94, 3002—04). Voinea I. Petre (2923, 56, 57, 61—63, 65—72, 75, 78, 87, 91, 94, 95, 3001, 03, 04, 11, 21, 22, 27). Absolvent *Stan N. Dumitru* (2807—09, 11, 14, 16, 17, 19, 21, 22, 26, 27, 30, 31, 41, 43, 45, 48, 53, 58—82, 87, 88, 91, 94, 96—98, 900, 01, 07, 08, 11—13).

RĂCARI (Regiunea București). Absolvent *Alexandru Horia* (2956, 57, 59—72, 76, 78, 83—87, 89, 91, 94—97, 3001—03, 06—11, 13—15, 19—27, 29, 50, 51, 55, 57—60 P).

RĂDĂUȚI .Școala medie nr. 1. Clasa VIII. Pinzaru Adrian (3006, 16, 21, 26, E 1095, 98, 100, 01, 07, 120). Clasa X. Botezat Ștefan (2917, 18, 20, 22, 24, 35, 36, 38, 44, 51, 63, 70, 75, 3021, 25, 29). Fuma Ștefan (2907, 08, 11—13, 17, 18, 20, 24, 25, 32, 33, 35, 36, 38, 39, 40, 41, 51). Absolvent Deutsch Herbert (2937, 46, 48, 56, 57, 59—66, 68—70).

REȘIȚA. Școala medie nr. 1. Clasa VI. Ford Iosif (E 1071, 72, 74, 75, 77, 78, 80, 84, 87, 89, 93, 96, 99, 101—03). Clasa VIII. Boiangiu A. Corneliu (2975, 3006, 16, 100, E 1090, 92, 93, 98, 101, 07, 15, 17, 20 P). Clasa IX. Jumanca Rodica (2896, 907, 17, 44, 64, 72, 75, 3006, 12, 16, 21). Clasa X. Tat Mircea (2907, 08 11—13, 16—18, 20—25, 33—36, 41, 44, 51, 54). Absolvent Trăilă Doru (2898, 903, 11, 35, 36, 57, 3006, 15, 24, 29, 34, 57). Tudor Remus (2907, 08, 17, 18, 22, 23, 41, 44, 51, 63, 75).

RIMNICU SĂRAT. Școala medie nr. 2. Clasa VIII. Asanache Horia (1068, 69, 71, 72, 74, 77, 81, 85, 89, 90, 92, 96, 99—101). Clasa X. Manolache Maria (2957, 61, 63—66, 68—70, 72—75, 78, 91, 94, 95, 3006, 11, 22, 25, 34). Absolvent Apostol Ionel (2913, 20, 21, 29, 66, 71, 97, 3014, 15, 29, 42).

RIMNICU VILCEA. Școala medie nr. 1. Clasa VIII. Bulucea D. Dumitru (3006, 34, E 1078, 79, 81—83, 89, 93, 95, 97, 99, 100, 03, 04). Ilie A. Dumitru (2944, 52, 75, E 1071—79, 81, 83, 84, 86, 88—90, 92, 93). *Poșircă M. Ion* (2944, 52, 61, 64, 75, 87, E 1070—78, 81—84, 87—90, 92, 94—98, 101). Clasa IX. Mazilu Petre (2907, 13, 17, 20, 21, 23, 38,

41, 44, 48, 61, 64, 66, 67, 75). Zamfirescu Savin (2907, 17, 21, 23, 26, 38, 41, 42, 44, 48). Clasa X. Băluță I. Mariana (2912, 17, 24, 32, 65, 3006, 11, 16, 21, 25, 57). Constantinescu I. Ion (2907, 17, 18, 20, 22—24, 32, 38, 41, 44, 48, 51, 52, 61—66, 68—72, 75, 78, 91, 92, 3001 P). *Iliescu D. C.* (2887, 90, 91, 93, 94, 96, 98, 900, 02, 04, 05, 08, 11, 12, 17, 18, 20—22, 24, 26, 27, 29, 32, 33, 35—38, 40, 41, 44, 48, 51, 52, 57, 59—66, 68—72, 75, 76, 78, 83, 86, 87, 94, 3001—03 P). Obogeanu Ilie (2907, 08, 12, 17, 18, 20, 22—24, 32, 33, 35—36, 38, 41, 44, 51). *Pițigoi I. Gheorghe* (2956, 57, 59, 61—65, 67—73, 75, 78, 83—87, 89, 95, 96, 3001—03, 06, 07, 09—13, 15, 16, 18, 21—29, 34, 34, 42, 43, 46, 47, 50, 51, 55, 57, 59, 60 P). Școala medie nr. 2. Clasa X. Cojan Ileana (2957, 3006, 11, 12, 16, 21, 22, 25, 39). *Diaconescu Cornelia* (2907, 08, 12, 16—26, 32, 33, 35, 36, 39, 44, 51, 53, 56—58, 60—65, 67—73, 75, 76, 78, 83—87, 89, 94—96, 3002, 03, 05).

ROMAN. Școala medie nr. 1. Clasa VIII. Cănilă C. Constantin (3006, 16, 19, 21, 26, 57, 77, 95, 104, E 1097, 98, 100, 01, 07, 14, 16, 19 20). Cărpușor Mircea (2944, E 1068, 71—74, 79, 81, 83—85, 101). Dumitrescu Dumitru (2964, 3006, E 1071—74, 81, 83, 84, 89, 90, 92). Plugaru Dan (2987, E 1071, 73, 74, 81, 83, 84, 87, 90, 92, 95, 98, 99, 107). Clasa X. Cănilă C. Gh. (2920—22, 35, 60, 66, 68—72, 3009, 21, 25). Ilioi C. Constantin (2907—27, 30, 32, 35, 36, 38, 44), 48, 51). Școala medie nr. 2. Clasa X. Latarciuc Ecaterina (2933, 76, 86, 94, 3002). Absolvent Tamba Gh. (2883, 87, 90, 91, 94, 96—98, 900, 03 P).

ROȘIORII DE VEDE. Clasa X. Lebedencu Iulian (2908, 12, 17, 18, 23—25, 28, 30, 32, 33, 35, 37, 38, 41, 44, 51, 53, 57, 59, 61—65, 68, 70, 72, 73, 75, 78, 85—87, 3002). Leonte Alexandru (2928, 29, 32, 33, 57, 59—61, 63—71, 77, 78, 86, 88, 89, 94, 97, 3002). *Rizescu Ilie* (2926, 3006—27, 29, 31, 34, 39, 42, 47, 50, 53, 55, 57, 59, 60 P). Absolvent Alexandru Mihai (2907, 17—20, 23—25, 32, 35, 36, 41). Toma C. Marin (2957, 61—64, 68—70, 72, 73, 75, 86, 87, 89, 95).

RUPEA. Școala medie. Clasa VIII. Molnar Elisabeta (2944, E 1071—74, 83, 84, 87, 89, 92). Clasa IX. Monuș Francisc (2914, 17, 23, 53, 61, 69, 72, 75, 3006, 12, 21). Clasa X. Puri Gherhard (2907—11, 13, 16—18, 20—22, 24, 32, 33, 35, 36, 39, 40, 51, 53).

SATU MARE. Școala medie nr. 1 „Mihail Eminescu". Clasa VIII. Bandula Ioan (E 1068, 69, 71—75, 81, 84, 86, 89, 92). Cornea Vasile (2944, 53, E 1069—71, 73—75, 79, 84, 86). Erdei Iuliu (2944, E 1069—71, 73—75, 79, 83, 84, 92, 95). Mureșan Mihai (E 1068, 71—75, 84, 86, 89, 92). Nicoară Ioan (E 1071—75, 84, 87, 89, 90, 92). Neuhauser Alexandru (E 1069, 71, 72, 74, 75, 81, 84, 86, 89, 92, 99). Roca Ioan (3006, 26, E 1084, 86, 92—95, 98, 101, 07). Roșian Alexandru (E 1069, 71—75, 81, 84, 86, 92). Turdeanu Elisabeta (2957, E 1081—87, 89, 90, 92, 93). Ziman Otilia (2975, 3006, 12, 16, 17, E 1084, 90, 92, 95, 114). Clasa X. Fănățean Nicolae (2917, 18, 24, 51, 61, 63—65, 72, 83, 86, 94). Măriеș Viorel (2957, 58, 61, 63, 65, 68, 70, 76, 83, 85—87, 94, 3002, 03). Mădăraș Lucian (2908, 17, 35, 36, 41, 51, 61—65, 69, 70, 75). Școala medie nr. 2. Clasa IX. Halinda Maria (2923, 38, 39, 47, 48). Absolvent Pop Ioan (2959, 61, 63—68, 70—73, 78, 83, 86, 87, 97). Școala tehnică de exploatare C.F.R., an. IV. Szasz Carol (2911, 12, 40, 41, 56—58, 60—73, 93, 95, 3001).

SIBIU. Școala medie nr. 1 „Gh. Lazăr". Clasa VI. Carp Dan (E 1067, 70—75, 77, 79). Clasa IX. Gheorghiță Ion (2913, 17, 21, 23, 26, 27, 32, 44, 56, 61, 66, 72, 83, 87). Clasa X. *Munteanu I. Ovidiu* (2908, 18, 22, 32, 33, 35, 36, 38, 51, 56—58, 61—65, 68—72, 75, 78, 85, 86, 91, 92, 95, 3001). Nistor Virgil (2961, 65, 68, 70, 75, 3006, 11, 16, 29, 34, 102). Ri-In-Săn (2907—09, 11—13, 16—20, 22—24, 32, 35, 36, 38, 41, 44, 51, 53). Școala medie nr. 3. Clasa VIII. Sigmireanu Gabriela (E 1067, 71, 74, 75, 81—86). Școala medie nr. 5. Clasa VII. Gladcă D. Eugen (E 1092, 99, 100, 01, 02, 07).

SIGHIȘOARA. Școala medie nr. 1. Clasa VIII. Lene Dorina (2983, 85, 87, E 1071, 72, 74, 84, 87, 89, 92). Clasa IX. Pulca Lucia (2907, 10, 74, 76, 83, 85—87, 94, 3021). Clasa X. Micu Nicolae (2944, 63, 86, 3002, 17, 21, 22, 63, 93, 94).

SINAIA. Clasa XI seral. Zaharescu Gh. (2956, 60—72, 96). Absolvent Stănicel Dan (2922, 61, 62, 65—71, 73, 75, 78, 87, 3006, 11—16, 21, 25, 29, 34, 50, 57).

SINNICOLAUL MARE (Regiunea Timișoara). Școala medie. Clasa VIII. Fumar Trăilă (E 1071—75, 81, 84, 89, 92, 97).

SLĂNIC (Regiunea Ploești). Absolvent Nicolae Gh. Florin (2907, 17—21, 23, 24, 62—65, 70, 72, 73, 75, 83, 87, 3006, 12, 13, 17.

SLATINA. Absolvent *Bărbulescu Marcel* 2923, 30, 32, 35—38, 40—42, 44, 45, 47—53, 61, 63, 65—67, 75, 77—79, 88—90, 95, 98, 3000, 29, 38, 43 P). *Dorobanțu N. Valeriu* (2991, 93, 3004, 06, 07, 10—13, 16—19, 21—26, 31, 34, 43, 47, 51, 55, 57, 61, 63, 66, 68, 69, 74, 86, 93—96, 100—03, 06 P). *Osiceanu Dan* (2956, 57, 59, 61—72, 74—76, 78, 83—89, 94—96, 3001, 02, 04 P). Trepăduș Vasile (2928, 30, 33, 35—37, 39, 42, 45, 47, 51, 55, 68—71, 74—80, 83, 84, 86—89, 94, 96, 97, 3000, 02, 03).

SUCEAVA Școala medie „Ștefan cel Mare". Clasa X. Andrișan Gicu (2961, 65, 69, 75, 3006, 11, 12, 21, 22, 25, 29, 34). Hostiuc

Liviu (2907, 08, 11, 12, 16—18, 20—25, 32, 33, 35, 36, 38, 41, 44, 48, 51). Lobodă Emanoil (2961, 63—65, 68, 70, 75, 78, 3006, 11, 17, 21, 25, 29). *Marchitan Gh.* (2813, 31, 35, 76, 93, 98, 907, 08, 11, 12, 16—18, 20—25, 32, 33, 35, 36, 38, 40, 41, 44, 48, 51, 53, 57—72, 76—78, 83, 84, 86, 91—95, 3001—03). *Pop Ion* (2907, 08, 11, 12, 17, 20, 22—25, 32, 393, 41, 44, 51, 57, 61—65, 68—70, 72, 3006, 11, 13, 16, 17, 21, 22, 25, 29, 34, 57).

TĂTĂRĂŞTI (Răcari-Bucureşti). Şcoala de 7 ani. Clasa VII. Mercone C. Elena (E 1083, 84, 86, 90, 92, 98, 100, 01, 07, 16).

TECUCI (Regiunea Galaţi). Şcoala medie 1. Clasa X. *Sulugiuc Silvia* (2920, 22, 23, 32, 62, 66—69, 72, 30006, 16, 18, 21, 23, 27, 33, 39, 45, 49, 60, 63, 65, 73, 91, 3010, 11, 14, 29, 34). Absolvent Chelac Marcel (2894, 98, 907—09, 13, 14, 17, 18, 20, 23—25, 35, 36, 44, 51, 53, 56, 61, 63—65, 68—70, 72, 75, 95). Şcoala medie 2. Clasa VIII. Man George C. (2944 E 1052, 57—50, 70—76, 78, 79, 81—85, 90, 92, 93). Sevastre D. Gabriel (2944 E 1052, 57—59, 65, 71—74, 76, 79, 81—85, 90, 92, 93). Clasa IX. Bradea Ioan (2961, 64, 69, 72, 75, 85, 87, 3004, 06, 12, 15, 21). Clasa X. Druţă Ioan (2908, 17, 35, 36, 53, 61, 63, 64, 66, 69, 75, 95, 3006, 12, 16, 21).

TIMIŞORA. Student *Baltac Vasile* (Facultatea Electrotehnică) (2907, 08, 12, 17, 18, 23—26, 30, 32, 35, 36, 38, 40—42, 44, 48, 51—53, 57, 61, 63—67, 69, 70, 72, 80, 87, 89, 91—93, 96, 96, 3004, 06, 07, 11—14, 16, 18, 21, 22, 24—27, 29, 31, 34, 43, 51, 55 P). *Bretan V. Dan* (Facultatea Mecanică) (2956—66, 68—73, 75—78, 88, 3061, 66, 80, 92—106). *Carangioiu Mircea* (Facultatea Electrotehnică) (2908, 12, 18, 23—25, 32, 35, 36, 38, 40, 41, 44, 48, 57, 61, 63, 64, 69, 70, 72, 73, 78, 87, 89, 3006, 09, 11—13, 16, 21—25, 27, 29, 55). Absolvent Rodna Lucia (2912, 15, 16, 25, 57, 58, 65, 96, 3003, 04). Şcoala medie 1. Clasa VIII. Ardeleanu Nic. (2953 E 1078, 81—84, 86, 88—90, 92). Comşulea Corneliu (2975, 89, 95 E 1081, 83, 84, 96, 87, 98, 92). Czermak Juliana (2937, 53 E 1068, 72—74, 84, 85, 89, 90, 92, 93). Hiriş Viorel (29[illegible]4, 72, 3102 E 1097, 103, 09, 14—16, 18—20). Mircea Corneliu (2944, 53 E 1067—71, 74—76, 79). Paulescu Teofil (2944, 52, 53 E 1071, 73, 74, 79, 85, 97). Szabo Edmond (2952, 53 E 1078, 81—83, 86—90, 92). Vodă Dorina (E 1071—74, 77). Clasa IX. Bunduchi Mihai (2917, 21, 44, 48, 53, 61, 64, 66, 72, 85, 3011, 17). Domirete Nicolae (2910, 11, 13, 17, 21, 23, 38, 44, 49, 66). Mureşanu Vasile (2961, 64, 75, 3006, 21). Toma Ştefan (2920, 21, 32, 48, 49, 61, 64, 72, 3006, 11, 21). Clasa X. Bălan Trandafir (2907, 08, 55, 69, 83, 85, 86, 95). Băltăceanu Doru (2916—18, 23, 32, 35, 36, 38, 41, 44, 51). Ciucurel Olimpiu (2907, 08, 16—26, 32, 35, 36, 38, 41, 44, 51, 53). Dungan Mircea (2956, 61, 63—65, 69, 70, 72, 73, 75, 95, 3001). Faur Marius (2908, 12, 13, 17, 20, 23, 32, 35, 36, 38). *Ionescu Alexandru* (2907, 08, 11—26, 30, 32, 33, 35—38, 40, 41, 44, 46, 48, 51, 53, 63—65, 68—70, 72, 3002 P). Maricia Marius (2908, 11, 12, 17, 22, 24, 35, 36, 41, 44). Stoicoiu Dumitru (2956, 57, 59—66, 68—72, 75, 76, 91, 92, 95, 3002, 11). Triponescu Iuliu (2907, 08, 11—13, 15—18, 20—26, 30, 32, 33, 35, 36, 38, 40, 41, 44, 46, 48, 51, 53). Şcoala medie 2. Clasa VIII. Dengl Günther (2944, 75, 76, E 1068, 71—75, 84, 85, 89, 90, 92). Clasa IX. Werner Höckl (2923, 32, 44, 3006, 11, 12, 21, 39, 42). Clasa X. Dieter Fiecks (2960, 61, 63, 64, 66—68, 70, 72, 73). Şcoala medie 3 „Eftimie Murgu". Clasa VII. Antonescu Antonina (3006 E 1081, 84, 86, 89, 90, 92—94, 98, 101). Netedu Violeta (E 1070, 71, 73—78, 80, 81). Clasa VIII. Bolza Mariana (2917, 44, 49, 53 E 1069, 71—75, 77, 78). Cernega Doina (2944, 49, 53, E 1071—75, 77, 78). Iordache Elfriede (2917, 44, 49, 52 E 1071—75, 77). Lăbăduş Soimiţa (2917, 44, 53 E 1071—75, 77, 78). Meghie Magdalena (2917, 44, 49, 53, 77, 78 E 1071—75). Sufleţel Georgeta (2917, 44, 49, 53 E 1071—75, 77). Taşcău Stela (2917, 44, 49, 53 E 1071—75, 77, 78). Clasa IX. Covali Mihai (2917, 20, 33, 44, 61, 64, 72, 86, 3004, 06, 16, 18). Iordache Alex. (2917, 44, 49, 53, 61, 64, 72, 3006, 12, 16, 21). Toma Cornelia (2907, 11, 17, 20, 21, 23, 26, 32, 38, 41, 44, 48, 53). Clasa X. Miloş Iulia (2907, 16—18, 20, 21, 38, 41, 44, 51, 52). Silaş Veronica (2956, 57, 61, 63—65, 68—70, 3006, 11, 21). Szabo Elisabeta (2907, 16—18, 20—22, 38, 41, 44, 51, 52). Toma Corneliu (2907, 08, 11, 12, 15—26, 30, 32, 33, 35—38, 41, 48, 51, 53). Vlăduceanu Doina (2957, 63—65, 68, 70, 92, 3006, 11, 13, 21, 25, 34). Şcoala medie 5. Clasa VI. Csabi Tiberiu (E 1071, 72, 75, 76, 87, 89, 96). Grosz Eva (E 1071, 72, 75, 76, 87, 89, 96). Eeibelt Iosif (E 1071, 72, 75, 76, 87, 89, 96). Clasa VII. Barbeş Eugen (E 1071, 72, 74, 75, 78, 81, 84, 89, 92, 99). Boch Veta (E 1071, 72, 74, 75, 78, 81, 92, 99). Branovitzer Jadwiga (3006 E 1038, 71—74, 84, 86, 89, 92, 99). Emanuel Agneta (E 1071, 72, 74, 77, 78, 81, 82, 84, 87, 92, 99). Gornic Tatiana (3006 E 1068, 1071—74, 84, 89, 92, 99). Pascu Tiberiu (E 1071, 74, 75, 78, 84, 89, 92, 99). Ruian Aurel (E 1071, 72, 74, 75, 78, 84, 92, 101). Stancu Ioan (E 1071, 74, 75, 81, 84, 87, 90, 02, 101, 04). Clasa VIII. Ciuciu Constantin (E 1071, 73, 74, 81, 84, 89, 90, 92, 93, 99. Cristian Elfride (E. 1071—74, 76, 84, 86, 92, 93, 99). Crăciun Constantin (E 1076, 84, 86, 89, 90, 92, 93, 95, 99, 101). Doboşan Vasile (E 1069, 67, 71, 73, 76, 86, 90, 92, 95, 107). Havlic Iaroslav (E 1073, 76, 84, 86, 88—93, 95, 101). Indricău Florica (E 1071—

74, 76, 84, 86, 89—93, 95, 98, 99, 101, 02, 07). Musteţiu Valeriu (E 1072, 73, 76, 81, 84—86, 90, 92, 93, 95, 99). Roşca Ion (E 1067, 69, 71, 73, 76, 86, 90, 92, 95, 107). Studentov Tiberiu (2944 E 1071, 73, 74, 77, 81, 95, 96, 99, 102). Turcanu Alexandra (E 1071—74, 84, 89, 90, 92, 93, 99, 102). Clasa IX. Burghelea Virgil (2896, 923, 61, 68, 72, 75, 95, 3006, 12, 16, 21, 47, 86, 97, 100). Jitaru Grigore (2907, 17, 20, 23, 32, 41, 44, 62, 64, 66, 72). Clasa X. Bailuc Alexandra (2956, 57, 61—70, 72, 73, 76, 78, 85, 89, 94, 95, 3001, 02). Cincu Dorin (2908, 17, 22, 23, 32, 38, 41, 63, 64, 66, 70). Cordun Virgil Silvus (2908, 23, 32, 33, 35, 38, 41, 51, 95, 70. Durina Ioan (2907, 08, 16, 24, 32, 33, 35, 36, 38, 39, 41, 51). Fărcuţiu Mihai (2907, 08, 17, 20, 22, 23, 32, 33, 35, 36, 44). Folvary Attila (2908, 20, 22, 23, 33, 35, 36, 41, 44, 80, 3000). Ghergheli Ştefan (2907, 08, 16—18, 22, 32, 38, 44, 51, 61, 63, 64, 69, 70). Grifeel Tiberiu (2907, 17, 32, 35, 36, 44, 63, 69, 70, 73, 75). Mihailov Ioan (2907, 08, 17, 18, 23, 24, 32, 33, 35, 38, 41, 51). Mracec Mircea (2907, 08, 17, 20, 22, 23, 32, 33, 35, 36, 41, 44). Olariu Ştefan (2911, 17, 32, 35, 36, 38, 41, 44, 51, 3011). Orbulov Ion (2916, 23, 32, 35, 36, 38, 41, 4, 51, 61, 63, 65). Petrov Ionel (2908, 24, 33, 35, 36, 38, 39, 41, 51, 3011, 12). Pîrlea Constantin (2896, 908, 10, 17, 18, 32, 35, 44, 63, 69). Popescu Gh. (2908, 10, 16—18, 32, 35, 36, 38, 44, 51, 64, 69). Riţă Teofil (2907, 08, 11, 16—25, 32, 33, 35—40, 48, 51). Tomi Emil (2908, 10, 16, 18, 23, 24, 32, 33, 35, 36, 38, 41, 44, 51). Weissmüller Nicolae (2908, 32, 35, 36, 41, 44, 61, 65, 70, 95). Şcoala medie nr. 7. Clasa VIII. Murgu Eugenia (E 1070, 71, 74, 76, 77, 81, 82, 84, 90, 92, 99). Naschitz Ecaterina (3006, E 1083, 84, 89, 90, 92—94, 99, 103). Naghel M. Adrian (2944 E 1068, 71—73, 96, 98—102, 107). Szappanos Margareta (3006 E 1083, 84, 89, 90, 92—94, 99, 103). Stanciu Ana (2944, 53, 75 E 1071—74, 84, 89, 90, 92, 93, 95, 98, 99, 101, 02, 07). Vasiliu Radu (E 1071, 72, 74, 75, 81, 84, 89, 99, 101, 02). Clasa X. Celzan Drăgălina (2963, 65, 68, 75, 3006, 10, 11, 22, 29, 93, 94, 106). Stan E. Victoria (2963, 65, 68, 75, 3006, 11, 22, 25, 29, 93, 94, 106). Wächtel Tiberiu (2924, 32, 35, 36, 38, 51, 57, 61, 63, 65, 69, 73). Şcoala medie 10. Clasa VIII. Drăgan Eugen (2967, 72, 3016 E 1071, 73—75, 92, 96, 99, 100), Suba Gheorghe (2944, 3006 E 1071—75, 90, 92, 100).

TIRGOVIŞTE .Şcoala medie 2 „N. Bălcescu". Clasa VIII. Zaharia M. Adina (2942, 44, 61, 75 E 1071, 73, 74, 82—84, 90, 93). Clasa IX. Bărboiu Virgil (2911, 37, 41, 42, 45, 47, 49, 56, 61, 62, 64, 66, 67, 69, 72). Clasa IX. Dumitrescu Horia (2941, 66, 67, 75, 86, 94, 3006, 11, 12, 16, 17, 21, 24, 26, 54, 57). Popescu A. Nicolae (2907, 10, 13, 17, 20, 21, 42, 53, 66, 72 P). Rujan N. Romulus (2961, 64, 66, 67, 72, 76, 86, 87, 94, 3006, 09, 11, 12, 21). Clasa X. Popescu P. Corneliu (2907, 08, 15, 17, 18, 22, 24, 25, 32, 35, 36, 51). Şcoala medie 3. Clasa IX. Brezeanu Florin (2956, 57, 61—66, 68, 69, 72, 75, 76, 78, 84, 3001, 06, 11, 12, 16, 17, 21, 26, 32, 34, 39 P). *Cirnu Mircea* (2901, 07—30, 32, 33, 35—38, 30—42, 44—46, 48, 51—57, 60—81, 83—87, 89—99, 3001—05 P). Cercel C. Paul (2961, 64, 66, 67, 72, 76, 87, 94, 3006, 11, 12, 21). Clasa X. *Comănescu Laurenţiu* (2907, 12, 16—20, 22—24, 29, 32, 33, 35, 36, 38, 44, 51, 53, 57, 61, 63—66, 68—73, 75, 83, 85, 86, 89, 91, 95, 3001, 02). *Popescu S. Liviu* (2907, 08, 12, 18, 20—24, 29, 31—36, 38, 39, 41, 44, 51, 62—65, 68—72, 74—76, 83, 85—87, 89, 94, 3001—03). *Safta Gh. Victor* (2907, 08, 12, 16—18, 20—24, 29, 32, 33, 35, 36, 38, 41, 44, 51, 53, 57, 61, 63—66, 68—73, 75, 83, 85, 86, 89, 91, 92, 3001, 02). Absolvent Nicolescu M. Ion (2960, 63, 83, 86, 87).

TG. JIU. Absolvent *Mărgineanu Gr. Constantin* (2956, 57, 60, 61—73, 83, 85—87, 89, 95, 3001, 06—08, 11—13, 16—18, 21, 22, 25, 29, 34, 39, 43, 57). Şcoala medie 1. Clasa V. Aniţescu N. Maria (E 1070—72, 74, 75, 78, 79, 81, 82, 84, 87, 89, 93). Şcoala medie 2 „T. Vladimirescu". Clasa VIII. Burdulescu Dumitru (2944, 3006 E 1068, 71—75, 79, 81, 83—85, 87, 90, 92, 98—101, 03). Bulat D. Vintilă (2944, 3006 E 1071, 73—75, 77, 81, 83, 84, 90, 92, 100, 07, 08). Constantinescu Traian (2917, 23, 32, 44, 75, 3006 E 1071, 73—75, 77, 81, 85, 92, 95, 98, 100, 01, 08). Durmen I. Nicolae (2944, 3006, 26 E 1071, 73, 74, 81, 83—85, 89, 90, 92, 98, 100, 01, 07). Diaconescu T. Doru (2944, 75, 3006, 21 E 1071, 73—75, 77, 81, 85, 86, 88, 90, 92, 95, 100, 03, 08). Dogaru Gr. Gheorghe (2944, 3006 E 1071, 72, 74, 81, 92, 100, 01, 03, 07, 08). Lazăr Constantin (2944, 3006 E 1071, 72, 74, 78, 83, 86, 88, 92, 99, 100, 01). Măgdoiu Gr. Nicolae (2944, 3006 E 1071, 73, 81, 85, 85, 89, 90, 92, 98, 100, 07, 08). *Neamţu Mihai* (2920, 44, 75, 83, 87, 3006, 09, 21, 26 E 1068, 69, 73, 75, 81, 83, 85, 86, 88, 90, 92, 95, 96, 98—100, 02, 03, 07, 08 P). Popescu I. Vasile (2944, 3006 1071, 73, 74, 81, 83—85, 89, 90, 92, 98, 100, 01, 07). Preinescu Zamfir (2944, 3006 E 1071—74, 77, 81, 83, 92, 96, 100, 01, 07, 08). Pupăză Gr. Dan (E 1071—75, 77, 83, 92, 93, 95, 100, 01). *Runcan Dumitru* (2944, 75, 3006, 18, 21, 26 E 1068, 69, 71—75, 77, 79, 82, 84—86, 88, 90, 92, 95, 98—101, 03, 07, 08). *Slăvescu M. Mihai* (2907, 44, 75, 3006, 12, 18, 21, 26 E 1068, 69, 71—75, 77, 79, 82, 84—86, 88, 90, 92, 95, 98—101, 03, 07,

08). Tomoială Gh. (2944 E 1071—74, 81, 90, 92, 95, 100, 07). Titinigă Romeo (2944 E 1071—73, 77, 81, 85, 90, 92, 95, 100, 01, 03, 07). Ungureanu Laurenţiu (2944, 3006 E 1071—74, 77, 81, 92, 95, 100, 01, 07). Clasa IX. Albu I. Ion (2957, 63, 65, 66, 68—70, 73, 78, 83, 85, 86, 94, 3006, 11—13, 21, 25, 34, 86, 95, 100). Cihu Vasile (2944, 56, 57, 61—66, 68, 70, 72, 73, 75, 78, 83, 85, 86, 94, 3006, 11—13, 16, 21, 22, 25, 34). Cămăşoiu I. Ion (2956, 57, 63—65, 69, 70, 72, 73, 78, 86, 94, 3006, 11, 13, 16, 21, 22, 25, 34). Davidoiu Gh. A. (2932, 56, 57, 61—66, 68—70, 72, 73, 78, 83, 85, 86, 94, 3006, 11—13, 16, 21, 22, 25, 29, 34). Diaconescu Romulus (2907, 11, 17, 35, 44, 78, 86, 92, 94, 95, 3001). Mălăescu D. Dumitru (2911, 13, 21, 23, 32, 61, 62, 64, 66, 69, 72, 74—76, 83, 85, 86, 89, 92, 94, 3006, 11, 12, 16, 21, 25). *Paraschivoiu Ion*)2921, 56, 61—64, 66, 69, 70, 72, 75, 78, 83, 85, 86, 94, 3006, 11—13, 17, 21, 22, 25, 27, 29, 34, 57, 93, 100). Popescu Adrian (2921, 41, 56, 61, 62, 64, 66, 69, 72, 75, 78, 83, 94, 3006, 11, 21, 25, 27, 34). *Preda Constantin* (2907, 10, 11, 14, 17, 18, 23, 32, 35, 41, 44, 51, 56, 63—66, 68, 70, 73, 75, 83, 86, 3006, 11—13, 16, 22, 25, 29, 34). *Popescu V. Ioan* (2907, 08, 10, 13, 17, 18, 20, 23, 32, 35, 38, 41, 44, 51, 56, 57, 59—61, 64, 66—70, 72—76, 79, 80, 83—87, 94—96, 3002, 04). Zorilă I. Aurel (2956, 57, 61—66, 68—70, 72, 73, 75, 78, 83, 85, 86, 94, 3006, 11—13, 16, 21, 22, 25, 34). Clasa X. Băjmăţară T. Gh. (2910, 18, 44, 51, 64—66, 68—70, 72, 73). Ceparu M. Romulus (2957, 62—66, 68—69, 71—73, 75, 78, 83, 85, 86, 94, 3006, 11—13, 16, 21, 22, 25, 34). *Pupăzeanu Gh.* (2922, 32, 33, 56, 57, 61—66, 68—73, 75, 78, 83, 85, 86, 92, 94, 95, 3001, 06, 11—13, 16, 21, 25, 34). *Roman V. Remus* (2944, 56, 57, 61—66, 68—70, 72, 73, 75, 83, 85, 86, 94, 3006, 11—12, 16, 21, 22, 25, 29, 34). Şcoala medie 3. Clasa IX. *Vîlceanu Sabin* (2894, 96, 917, 20, 21, 23, 26, 29, 32, 33, 37, 38, 44, 56, 61, 64, 66, 69, 72, 74, 76, 83, 85—87, 92, 94, 96, 3001, 02, 04) .

TG. MUREŞ. Şcoala medie 1. Clasa VIII. Brezeanu Vasile (E 1037, 39, 40, 50, 53, 55—57, 60, 62). Schwartz Francisc (3006 E 1027, 71, 73, 74, 78, 81, 87, 89, 92). Clasa IX. Antoniuc V. Bogdan (2913, 22, 23, 26, 32, 75, 86, 87, 94). Şcoala medie 3. Cilasa X. Sarba Dora (2920, 61, 63—65, 68—72, 75, 86, 87, 94, 95, 3010, 15, 22, 24, 25, 29).

TG. OCNA. Şcoala medie 1. Clasa X. Stănescu Mihail (2917, 20, 21, 26, 32, 40, 57, 62—66, 69, 72, 78).

TRUSEŞTI. Absolvent Toma C. Mihai (2932, 57, 63, 64, 68, 71, 75, 86, 3011, 16, 29 P).

TURNU MĂGURELE. Şcoala medie 1. Clasa IX. Ceangîru C. Gheorghe (2917, 20, 21, 23, 26, 44, 59, 66, 67, 3006, 17, 21, 26). Crăete Victor (2913, 14, 17, 20, 21, 23, 44, 61, 66, 77, 3006, 11, 21). Panaitescu Gh. Aureliu (2834, 94, 907, 13, 17, 20, 21, 26, 27, 32, 41, 44, 3006, 11, 12, 21). Absolvent *Grecu Eftimie* (2957, 60, 22, 25, 26, 31, 34, 39, 51, 54, 57 P). *Metoni I. Gheorghe* (2907, 08, 18, 23, 32, 33, 35, 38, 41, 48, 51, 62—64, 68, 70, 72, 91, 95, 99, 3006, 11, 21, 22, 25, 29, 34, 39, 47, 57). Niculescu M. Bucura (2957, 61, 63, 66, 70, 75, 83, 86, 3002, 06, 11, 13, 18, 21, 22, 25, 29, 34, 94).

TURDA (Regiunea Cluj). Clasa VIII. Drăgan Maria (Cîmpia Turzii) (2944, 3006 E 1068, 71—74, 83, 85, 90, 92). Clasa IX. Simpălcanu I. Marin (2907, 12, 21, 23, 27, 33, 74, 76, 83, 86, 87, 94). Absolvent *Simpălcanu I. Paul* (2907, 08, 11—13, 16—18, 20—29, 32, 33, 35, 36, 41, 42, 48, 51, 53, 54, 57, 61—72).

TULCEA. Absolvent *Grădinaru Pimen* (2928, 40, 41, 74, 80, 85, 92—94, 96, 3001—03, 05, 06, 11—14, 17, 18, 20, 21, 23—26, 29, 34, 43, 47, 50, 51, 53).

TURNU SEVERIN. Şcoala medie 1, Clasa VIII. Roată Virginia (2944, 3021 E 1069, 72, 77, 79, 81, 84, 89, 90, 02). Surdulescu Barbu (2953 E 1067—70, 72, 74, 77, 79, 80, 86). Clasa IX. Atanasie Elena (2907, 17, 23, 32, 61, 62, 64, 66, 67, 69, 72, 74, 75, 87). Băran Gh. (2907, 10, 14, 17, 23, 26, 32, 38, 41, 44, 61, 64, 66, 72). Surdulescu Mircea (2917, 26, 38, 44, 61, 64, 66, 72 3006, 12, 21). Clasa X. Alexe I. Alexandru (2916, 44, 61—65, 68—70, 72, 73, 76, 86, 89, 91, 95, 3006, 11, 12, 21, 22, 27, 34, 57). Bresniceanu Alex. (2963, 64, 72, 3006, 11, 17, 21, 22, 25, 34). Bușoi C. (2944, 63, 65, 75, 91, 3006, 11, 21, 22, 25, 27, 34, 57, 73). Lăzăroniu Gh. (2966, 68, 69, 71, 75, 83, 85, 91, 92, 94, 3002, 06, 10, 11, 17, 21, 22, 25, 29, 34, 43, 50). Sîrbu Aristică (2922, 23, 57, 61, 63, 65, 68, 69, 75, 95). Suici Gh. (2924, 25, 29, 34, 53, 72, 74, 75, 92, 3006, 11, 16, 17, 21). Tănase Mihail (2957, 61—66, 68, 70—72, 75, 78, 86, 91, 92, 94, 95, 3002, 03, 06, 11, 21, 25). Absolvent *Găletuşe Stelian* (2903, 09, 12, 15, 16, 22, 25—29, 33, 35, 36, 37, 40, 42, 44, 47,, 48, 51, 53, 54, 57, 61—70, 72, 75, 78, 86, 89, 91—93). *Russu Constantin* (2947, 56, 57, 61—72, 75, 78, 84, 89, 3001, 06, 11—13, 17, 18, 21, 22, 25, 29, 32, 34), *Taloi Dragoş* (2928, 37, 68, 72, 75, 83—87, 89, 91—96, 3001, 06, 11—14, 17, 21, 22, 25, 26, 29, 34, 39, 42, 43, 50). Şcoala medie 3. Clasa X. Luca B. Pătur (2911, 25, 38, 41, 44, 57, 61, 63—65, 69, 70, 72, 75, 78, 95, 3001).

URLAŢI. Şcoale medie 1. Clasa VIII. Puia Radu (2917, 21, 23, 32, 44, 53 E 1071, 73, 75, 79, 87, 92). Clasa IV. Mitrea A. Marin (2913,

20, 21, 26, 37, 42, 44, 66, 67, 75). Clasa X. Amrein Augusta (2957, 63, 65, 68, 69, 71, 75, 3001, 02, 11, 29, 57). Absolvent Vasilescu Sorin (2957, 63, 68, 70, 75, 76, 79, 83, 85—87, 94, 3002, 03).

ZALAU. Clasa VII. Damaşcan Traian (E 1071—74, 90, 92, 101), Stancu Gh. (E. 1071, 73, 90, 02, 100—03). Absolvent Morati C. Cornel (2916, 23, 26, 33, 61—63, 68, 69, 72, 3006, 11, 12, 16, 21, 27, 29, 57, 86).

ZLATNA (Raionul Alba-Hunedoara). Clasa IX. Cristescu Horaţiu (2917, 21, 32, 64, 66, 67, 72, 75, 87, 97, 3018, 21). Iacob Alexandru (2907, 17, 20, 21, 23, 75, 87, 94—97). Clasa X. Cîmpeanu Mircea (2908, 17, 32, 35, 36, 51, 68, 70, 75).

— Se primesc soluţii la problemele şi exerciţiile propuse în ultimele 3 numere apărute ale G.M.F.B.

— Nu se vor trimite soluţiile mai multor probleme pe aceeaşi foaie. Rezolvitorii de probleme sînt rugaţi să nu trimită în cursul lunei luni mai mult de un singur plic cu probleme rezolvate şi în nici un caz mai puţin de 10 probleme rezolvate; altfel nu se mai anunţă la rubrica rezolvitorilor de probleme.

— Soluţiile problemelor 3342—3373 din acest număr se primesc pînă la 1 ianuarie 1959.

— Trimiterea soluţiilor se va face pe adresa redacţiei G.M.F. seria B, în plic, fiind aşezate în ordinea lor numerică crescîndă, iar separat se va întocmi un borderou de soluţiile trimise.

— Şcolile medii care s-au înscris la întrecerea între şcoli, conform regulamentului acestei întreceri publicat în ianuarie 1958, vor înainta fişa lor de participare.

★

ERATA

(la numerele 1—8 ale G.M.F.-B)

— La problema 2914: în loc de $xz + yz = c$, se va scrie: $xy + yz = 0$
— La problema 2923: în loc de -8 se va scrie: $+8$
— La problema 2948: în loc de $7x^2$ se va scrie: $7x^4$
— La problema 3007: în loc de $11\ k^3$ trebuie scris: $11\pi k^3$
— La problema 3064: în loc de CND trebuie scris: CMD
— La problema 3110: în loc de $= y$ se va scrie: $y =$
— La problema 3118: în loc de H trebuie scris: h
— La problema 3120: în loc de $5(x + y)(x^2 + y^2)$ trebuie $5(x + y)^2 + (x^2 + y^2)$
— La problema 3137: în loc de ax trebuie az (în ultimul termen înainte de egal)
— La problema 3183: în loc de 430 W trebuie: 480 W
— La problema 3315: se va înlătura prima ecuaţie, rămînînd numai a doua
— La pagina 342, rîndul 8 de sus: în loc de „motoare electrice" trebuie scris: motoare termice
— La E: 1136: în loc de „se ia punctul O" trebuie „se ia punctul P"
— La E: 1178 dată la OMMF, Cluj 1958: în loc de $(x + y)^3\ (x - y)$ se va scrie: $(x - y)^3\ (x + y)$

★

— **Abonamentul la G.M.F.-B** pentru numerele 10, 11, 12 din 1958 costă 4,50 lei; iar pentru anul 1959 numerele 1—12 costă 18 lei.

Toţi colaboratorii şi rezolvitorii de probleme sînt înştiinţaţi să se aboneze de îndată, individual, prin oficiul poştal local, pentru a primi în continuare numerele ce vor apare.

— **Pînă la 30 noiembrie 1958** se primesc soluţii la problemele propuse în G.M.F.-B numerele 7, 8, 9, 10 din acest an şi vor fi anunţate în numărul 3 din martie 1959.

— Soluţiile primite în cursul **lunii octombrie 1958** se vor anunţa în rubrica rezolvitorilor din februarie 1959, deci se vor socoti la premierea pe 1959.

— Rezolvitorii sînt rugaţi să expedieze în cursul unei luni numai **un singur plic** cu problemele rezolvate, aşezate în ordinea lor numerică **crescîndă**.

— Elevii claselor V—VIII sau ai şcolilor profesionale sau pedagogice vor trimite problemele rezolvate într-un plic în ordinea cum trebuie să apară la rubrica rezolvitorilor, adică mai întîi cele de la mediu **apoi în ordinea crescîndă** cele propuse pentru învăţămîntul de 7 ani.

INȘTIINȚARE

— La **„Olimpiadele de matematică sau de fizică 1958"** pot participa elevii și elevele din clasele a VIII-a — XI-a ale școlilor medii, din școli profesionale, pedagogice sau tehnice de maiștri care obțin la obiectul respectiv, cel puțin media 7 pe trimestrul I. Datele diverselor etape și regulamentul olimpiadelor se va publica în G.M.F.-B.

— La „Olimpiada micilor matematicieni și fizicieni din 1959" pot participa pe clase, elevii și elevele din clasele V, VI, VII din ciclul II al învățământului de 7 ani, care obțin la obiectele respective cel puțin media 7 pe trimestrul I. Datele etapelor și modul de desfășurare, precum și subiectele primei etape, se vor publica în G.M.F.-B, nr. 11 din noiembrie 1958.

REDACTAREA SOLUȚIILOR

— *Rezolvarea fiecărei probleme* trebuie făcută separat, cu toate calculele necesare, iar figurile să fie desenate cu îngrijire. Nu se vor trimite soluțiile mai multor probleme pe aceiași foaie: fiecare soluție trebuie să fie precedată de numărul de ordine al problemei, enunțul complet și numele propunătorului. După soluționarea fiecărei probleme scrieți citeț numele, clasa și *școala unde urmați* sau ocupația și adresa și apoi trimiteți problemele așezate în *ordinea lor numerică*, iar pe adresă menționați: *Redacției G.M.F. seria B.*

— *Se primesc soluții* numai la problemele și exercițiile din ultimele trei numere apărute.

— *Soluțiile ce se vor anunța* la rubrica rezolvitorilor în tot cursul anului 1958 se vor socoti la premierea colaboratorilor pe anul 1958.

— După apariția numărului 10 al G.M.F.-B, corespondenții evidențiați în cursul anului 1958 sînt rugați să-și întocmească cîte o *listă* cuprinzînd numele, adresa lor și tabelul cu toate problemele ce au rezolvat, așezate în *ordinea lor numerică* și care au fost anunțate la rubrica rezolvitorilor în numerele 1—10, apoi să o trimită redacției în plicul cu alte probleme rezolvate, în vederea *clasificării și premierii pe anul 1958.*

— *Problemele ce se propun* de către colaboratorii revistei, să fie clar compuse, însoțite de soluții, să fie personale și nu luate din cărți sau reviste, iar trimiterea lor să se facă odată cu problemele rezolvate. Elevii sînt sfătuiți să înceapă a propune probleme, numai după ce au soluționat un număr destul de mare de exerciții și probleme. Problemele propuse necorespunzătoare nu se pot publica. Dacă un corespondent constată că unele probleme propuse mai există publicate în cărți sau reviste, este rugat să ne arate precis *volumul* și *pagina* unde s-a mai publicat enunțul sau soluția problemei respective.

— In redactarea unei soluții trebuie alese *notații potrivite*, subliniate părțile principale, iar calculele numerice să fie făcute cu mare îngrijire. *Figurile* trebuie făcute corect, clar, cu linii pline și punctate. De multe ori aceste reguli îndeplinite conduc la soluția problemei. Adesea dintr-o problemă simplă pot ieși chestiuni interesante. Soluțiile mai dificile se obțin uneori prin încercări succesive și studiind chestiuni în legătură cu problema de rezolvat.

— Corespondentul nostru care a citit și a înțeles deplin multe din soluțiile publicate, a rezolvat multe din probleme propuse, poate și este îndemnat să încerce să schițeze cîte o *notă* scoasă dintr-o observare făcută cu ocazia rezolvării unei chestiuni mai grele. Aceste note este bine să fie refăcute de mai multe ori înainte de a fi trimise pentru a se evita ca în expunerea făcută să fie scrise *vorbe fără rost*, iar ideile trebuie să deștepte *interes pentru cititor.*

— *Ordinea și îngrijirea* în prezentarea unei idei pot fi îndeplinite dacă harnicul nostru corespondent a făcut mai multe rezolvări, dacă a citit și a înțeles deplin, multe soluții și articole publicate și dacă a studiat îndeajuns chestiunea de care se ocupă.

— Tovarășii colaboratori elevi sînt rugați să ne trimită date asupra activității lor extrașcolare la matematică și la fizică, asupra activității cercurilor de matematică sau de fizică la care iau parte și asupra modului de desfășurare a „Olimpiadei de matematică și fizică", pentru ca apoi, prin revistă, să se poată realiza cu succes, un schimb de experiență. Abonamentele la G.M.F. — seria B se fac individual și prin oficiul poștal local pe lunile ce urmează pînă la finele anului 1958, socotindu-se prețul de 1,50 lei exemplarul.

— Reclamații în legătură cu tirajul revistei G.M.F.-B, cu întîrzierea sau neprimirea abonamentelor se pot face Direcției regionale P.T.T.R. a regiunii respective, iar în București Oficiului de difuzarea presei în Capitală, Piața Scînteii nr. 1.

C. 11103 — Litografia și Tipografia Învățămîntului. **Lei 1,50**

E 1926

KAT

SOCIETATEA DE ŞTIINŢE
MATEMATICE ŞI FIZICE DIN R.P.R.

Könyvtár
TULAJDONA

GAZETA MATEMATICĂ ŞI FIZICĂ

SERIA B

PUBLICAŢIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Institut. de Documentare Tehnică
BUCUREŞTI
CUMPĂRĂ - CSERE
VYMENA - WYMIANA
TAUSCH - CMEHA

TRĂIASCĂ IN VECI
PRIETENIA ROMÎNO-SOVIETICĂ

Anul IX — octombrie 1958

10

EDITURA TEHNICA

GAZETA MATEMATICA ŞI FIZICĂ

(SERIA B)

Anul IX — Nr. 10 — octombrie 1958

SUMARUL

	Pag.
1. În întîmpinarea celei de a 41-a aniversare a Marii Revoluții Socialiste din Octombrie	569
2. Problemele de bază ale cosmonauticii, de C.V. Petrovici	572
3. O seară de matematică consacrată istoriei matematicii chineze	579
4. Probleme și chestiuni alese de fizică	588
5. Note matematice	593
6. Construcția unui redresor electrolitic, de ing. St. Calman	596
7. Probleme rezolvate (2761; 2765; 2766; 2767; 2772; 2775; 2786; 2807; 2808; 2809; 2810; 2811; 2812; 2813; 2815; 2818)	598
8. Probleme propuse (3374—3395)	608
9. Exerciții și probleme propuse pentru școala de 7 ani (E: 1218—E: 1238)	612
10. Poșta Redacției	615
11. Rubrica rezolvitorilor de probleme	616

ANUL IX 10 OCTOMBRIE

COMITETUL DE REDACŢIE

Atanasiu V., lector, redactor pentru fizică ; **Bolangiu A.**, asistentă univ., **Ionescu Bujor C.**, prof. univ. ; **Ionescu-Ţiu C.**, profesor, redactor pentru matematică ; **Muşat I.**, profesor ; **Negulescu A.**, profesoară ; **Petrovanu A.**, profesor ; **Pop Alex.**, profesor ; **Rădulescu N.**, profesor ; **Sacter O.**, conf. univ., redactor responsabil ; **Simionescu D. Gh.**, conf. univ.

REDACŢIA: Str. Academiei, 14 — Tel, 14.46.53 — Bucureşti I

Articolele, notele, recenziile, problemele propuse sau rezolvate, corespondența privitoare la activitatea matematică și fizică a școlilor, precum și orice material informativ care ar putea interesa redacția noastră se vor trimite pe adresa de mai sus.

KÖNYVTÁR·ORSZÁGOS·MÚZEUM·1883

GAZETA MATEMATICA ȘI FIZICA (SERIA B)

PUBLICAȚIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Anul IX, Nr. 10 octombrie 1958

ÎN ÎNTÎMPINAREA CELEI DE-A 41-A ANIVERSĂRI A MARII REVOLUȚII SOCIALISTE DIN OCTOMBRIE

SE împlinesc 41 de ani de la evenimentul care a schimbat întreg mersul istoriei omenirii, care a deschis lumii întregi drumul spre desființarea exploatării omului de către om, spre desființarea oricărei asupriri sociale și naționale.

Pe calea deschisă de Marea Revoluție din Octombrie s-au dezvoltat mișcările mondiale de eliberare, pe această cale au pășit marele popor chinez și oamenii muncii dintr-o serie de țări din Europa și Asia, a apărut sistemul mondial al socialismului. Dacă înaintea celui de-al doilea război mondial sistemului socialist îi reveneau 17% din suprafața globului pămîntesc și aproximativ 9% din populație, astăzi țările socialiste ocupă 26% din suprafața globului și aproximativ 35% din populația lumii.

În numai 41 de ani, masele muncitoare din Rusia au știut să se ridice pe treptele celei mai înaintate culturi, să organizeze noua economie socialistă. Progresele științifice și tehnice realizate în prima țară socialistă din lume sînt extraordinare în comparație nu numai cu situația existentă în Rusia prerevoluționară, ci și cu realizările corespunzătoare din cele mai avansate țări capitaliste. Oamenii de știință ieșiți din rîndurile poporului de muncitori și țărani sînt astăzi în fruntea științei mondiale.

Aceiași dezvoltare nemaiîntîlnită în istoria omenirii cunosc literatura și arta sovietică. Înlăturarea încă de mult, a analfabetismului și generalizarea învățămîntului de 7 ani, iar în numeroase regiuni și a școlilor medii au făcut să se mărească enorm numărul cititorilor de opere literare, au făcut să crească nivelul cultural al maselor. Lenin considera că una din cele mai importante condiții ale succesului revoluției este ridicarea nivelului cultural al maselor largi ale poporului. Mai mult decît oricine, Lenin s-a îngrijit de generațiile tinere, de instruirea și de educarea lor în spiritul școalei comuniste.

Ideile luminoase ale Marelui Octombrie, învățătura leninistă și experiența istorică a Uniunii Sovietice, au fost aplicate cu înțelepciune și în mod creator de către partidul nostru. Sub îndrumarea și conducerea partidului a luat ființă și s-a dezvoltat industria noastră socialistă, agricultura înaintează cu pași siguri spre socialism, cultura nouă în plină înflorire a devenit un bun al maselor.

Cea de-a 41-a aniversare a Marii Revoluții din Octombrie coincide în acest an — pentru școala noastră — cu a zecea aniversare a unuia dintre cele mai însemnate evenimente din istoria sa: reforma învățămîntului ini-

ţiată de partid şi înfăptuită de guvern. Reforma învăţământului marchează hotarul dintre şcoala veche a regimului burghezo-moşieresc şi şcoala nouă a regimului democrat-popular. Reforma învăţământului completează marile prefaceri care au dat un caracter şi un conţinut nou orînduirii noastre socialiste, este un instrument puternic pentru educarea tineretului în spiritul concepţiei ştiinţifice despre natură şi societate.

Dintr-o şcoală pe care numai puţini copii ai oamenilor muncii aveau posibilitatea să o urmeze, şcoala a devenit astăzi o şcoală a poporului accesibilă fiilor oamenilor muncii ; dintr-o şcoală în care se făcea o educaţie mistică, naţionalistă şi fără legătură cu viaţa, şcoala a devenit astăzi o şcoală cu un conţinut nou, ştiinţific, o şcoală în care educaţia se face în spiritul internaţionalismului proletar, o şcoală corespunzătoare nevoilor dezvoltării economiei naţionale şi culturii. La baza noului sistem de învăţămînt şi educaţie a fost pusă învăţătura marxist-leninistă şi experienţa valoroasă a şcolii sovietice, precum şi tradiţia pozitivă a şcolii româneşti, pentru ca tineretul să primească o educaţie comunistă, umanistă şi cu adevărat ştiinţifică.

Învăţămîntul elementar de 7 ani, creaţie a reformei învăţămîntului, a luat o largă dezvoltare şi urmează ca în acest an să devină general şi obligatoriu în toate localităţile care au şcoli de 7 ani ; avem astăzi, peste 4 650 şcoli de 7 ani cu un număr de peste 433 000 elevi.

Paralel cu dezvoltarea şi generalizarea treptată a învăţămîntului de 7 ani, o mare dezvoltare a luat învăţămîntul mediu care cuprinde astăzi, de trei ori mai mulţi elevi decît în trecut, în majoritate fii de muncitori şi ţărani muncitori.

Numărul şcolilor medii a crescut de la 211 unităţi în 1938, la 448 unităţi în anul şcolar 1957-58, iar al elevilor a crescut de la 29 000 în 1938 la 156 290 în 1957-58.

S-a lărgit reţeaua de şcoli profesionale, tehnice, tehnice de maiştri, şcoli de meserii şi agricole. Oamenii muncii aparţinînd naţionalităţilor conlocuitoare au numeroase şcoli cu limba de predare maternă.

S-au luat o serie de măsuri menite să lărgească procesul de politehnizare a învăţămîntului de cultură generală, să lege tot mai mult conţinutul lecţiilor de sarcinile actuale ale dezvoltării economiei, ale construcţiei socialiste.

Societatea de ştiinţe matematice şi fizice, creaţie a regimului democrat popular, organizează — potrivit tradiţiilor pozitive ale vechii „Gazete Matematice", olimpiade de matematică şi fizică, care se bucură pe an ce trece, de tot mai multă popularitate ,trezesc interes stimulator în vederea pregătirii tehnice de specialitate. Participarea la aceste concursuri nici nu poate fi comparată cu ceea ce se petrecea în trecut în această privinţă. Astfel, s-a ajuns ca în acest an numărul participanţilor la etapa locală să fie de 20 960 elevi, la etapa regională de 4 245 elevi, iar la etapa finală au participat un număr de 369 elevi.

Societatea de ştiinţe matematice şi fizice a organizat de asemenea, „Olimpiada Micilor Matematicieni şi Fizicieni", care se bucură an de an de o participare tot mai mare. După date încă incomplete, totalul aproximativ al participanţilor la faza pregătitoare din acest an este de 20 000 elevi, iar la etapa locală de 9 000, pentru ca la etapa finală să participe 1 500 elevi.

Numărul rezolvitorilor de probleme de matematică şi de fizică din

cadrul „Gazetei Matematice și Fizice" seria B, crește de asemenea an de an, cuprinzînd mii de elevi.

Rezultatele obținute în această direcție demonstrează că studiul matematicii și fizicii se face tot mai temeinic, iar tineretul în număr tot mai mare, răspunde cu cinste sarcinilor trasate de partid, pentru a deveni oameni de nădejde folositori patriei.

Schimbările structurale aduse învățămîntului superior au dat și acestuia o orientare nouă, potrivită nevoilor economiei și culturii, s-au înființat noi institute și facultăți pentru pregătirea de specialiști de care țara noastră era lipsită în trecut. Astfel, față de 16 instituții de învățămînt superior, cu 41 facultăți cîte existau în 1938, — în prezent există 35 de instituții de învățămînt superior cu 95 de facultăți.

Făcînd bilanțul realizărilor obținute în domeniul învățămîntului în cei zece ani care au trecut de la Reformă, putem spune că s-au înregistrat succese fără precedent. Au fost date țării zeci și sute de mii de oameni noi, cu trăsături morale avansate, devotați poporului muncitor.

În locul pregătirii meșteșugărești de altă dată, astăzi muncitorii și tehnicienii sînt pregătiți în cadrul întreprinderilor mari, socialiste, în strînsă legătură cu tehnica cea mai înaintată. Din rîndurile clasei muncitoare și ale țărănimii muncitoare sînt promovați numeroși specialiști cu pregătire superioară.

Realizările obținute în toate domeniile de viață de către poporul nostru au fost posibile datorită muncii însuflețite pe care o depun laolaltă muncitorii din fabrici și uzine, țăranii de pe ogoare și intelectualii legați de popor, sub conducerea partidului, care nu cunoaște alte interese decît ale poporului.

Dacă analizăm mai adînc însă cauzele care au dus la eliberarea noastră, la instaurarea regimului democrat-popular și în cadrul acestuia la o serie de mari prefaceri cum sînt: naționalizarea întreprinderilor, colectivizarea agriculturii, revoluția culturală, toate acestea sînt consecințe ale Marii Revoluții Socialiste din Octombrie, a cărei influență s-a răsfrînt în mod direct asupra cursului desfășurării luptei de clasă în țara noastră. În lumina valului revoluționar din 1917—1920, clasa muncitoare de la noi din țară a văzut necesitatea formării partidului marxist-leninist. Astfel, în focul luptelor împotriva burgheziei și moșierimii a luat ființă Partidul Comunist din Romînia. Partidul comunist a dus luptă consecventă pentru sfărîmarea jugului capitalist, a pregătit și a înfăptuit actul de la 23 august 1944; apoi instaurarea regimului democrat-popular și traducerea în viață a programului de transformări democratice.

Toate aceste realizări, de asemenea n-ar fi fost posibile fără sprijinul frățesc al Uniunii Sovietice, care s-a făcut simțit atît în domeniul economic, politic cît și cultural.

De aceea, pe tot cuprinsul țării noastre, în cinstea „Lunii Prieteniei Romîno-Sovietice", în întîmpinarea zilei de 7 noiembrie se desfășoară întreceri socialiste dovedindu-se astfel prin fapte dragostea de patrie și față de marele și generosul popor sovietic. Urmînd exemplul oamenilor muncii din fabrici și uzine, intelectualitatea progresistă, cadrele didactice, studenții și elevii școlilor noastre îndeplinind sarcinile trasate de partid aduc contribuția lor la efortul comun pentru dezvoltarea Republicii noastre populare.

PROBLEMELE DE BAZĂ ALE COSMONAUTICII

Profesor G. V. PETROVICI

Traducere din „Vestnik Akademii Nauk SSSR" nr. 6/1958

ACTUALMENTE, cînd s-au parcurs etapele principale de dezvoltare ale problemei rachetei, s-au creat atît rachetele intercontinentale cît și rachetele intracontinentale și totodată sateliții artificiali ai Pămîntului, se naște întrebarea: care sînt etapele următoare de dezvoltare a tehnicii rachetelor, pe ce căi se va desfășura dezvoltarea astronauticii?

Obiectivele fundamentale în dezvoltarea astronauticii constituie realizarea a trei viteze cosmice critice. Prima din ele este viteza circulară (aproximativ 8 km/s) minimum necesară pentru existența satelitului artificial al pămîntului; cea de-a doua viteza cosmică, cea parabolică (aproximativ 11 km/s), este minimum necesară pentru părăsirea Pămîntului și pentru transformarea într-un satelit al Soarelui, adică într-o planetă independentă și în consecință, și posibilitatea zborului spre alte corpuri cerești ale sistemului nostru solar; cea de-a treia viteză cosmică este cea hiperbolică (aproximativ 15,7 km/s) minimum necesară pentru abandonarea definitivă a sistemului nostru solar și asigurarea drumului spre stele.

Avînd o viteză cuprinsă în intervalul de aproximativ 8—11 km/s nava cosmică va rămîne satelit al Pămîntului și va descrie o orbită eliptică cu atît mai alungită cu cît va poseda o viteză mai mare. Folosirea acelorași rezerve de energie va permite realizarea mișcării navei cosmice în jurul Pămîntului pe orbite apropiate de cele circulare, dar amplasate la diferite distanțe de Pămînt.

Avînd o viteză cuprinsă în intervalul de aproximativ 11,5—16,3 km/s nava cosmică poate realiza zboruri spre diferite planete ale sistemului nostru solar; cu cît nava cosmică va avea o viteză mai mare cu atît ea va atinge planetele cele mai îndepărtate.

Atît atingerea primei viteze cosmice, cît și atingerea celorlate două viteze cosmice critice, va constitui o epocă în istoria dezvoltării omenirii. Desigur, însemnătatea fiecăruia din aceste evenimente va fi cu atît mai mare cu cît o masă mai mare de încărcătură utilă va avea viteza critică. Atribuirea vitezelor critice unei încărcături utile numai de cîteva kilograme are mai degrabă o importanță simbolică și confirmă nu numai realizarea tehnico-științifică, dar și posibilitățile limitate în cazul desfășurării experienței.

In felul acesta, calea de dezvoltare ulterioară a astronauticii este lupta pentru obținerea unor viteze cît mai mari pentru o încărcătură utilă pe cît posibil mai mare. Progresul în această luptă va fi determinat de realizările științei și tehnicii rachetelor, adică progresul este posibil numai pe baza perfecționării și dezvoltării ulterioare a rachetelor, a motoarelor pentru rachete și a sistemelor de dirijare a zborului.

Este oportună organizarea înregistrării de către un organ oficial internațional a realizărilor în dezvoltarea tehnicii rachetelor din diferite țări, la fel cum se face în aviație. Indicii de înregistrat ar trebui să fie: viteza de zbor cu luarea în considerare a înălțimii, încărcătura utilă cores-

punzătoare acestei viteze pentru diferite clase de rachete (într-una, două, trei trepte etc) și sateliți artificiali ai Pămîntului.

Întrecerea pașnică a diferitelor țări pe tărîmul cuceririi spațiului cosmic ar contribui mult la dezvoltarea astronauticii.

Problema de bază este dezvoltarea ulterioară a mijloacelor de cucerire a spațiilor cosmice, adică punerea la punct a celor mai perfecționate nave rachete.

Folosirea unei scheme raționale de rachete, a unor metode de construcție justificate științific, și a unor materiale de construcție ușoare, va permite obținerea unor rezultate încununate de succes la fel ca și creerea sistemelor celor mai perfecționate de dirijare, care să se releve printr-o precizie extrem de mare la o greutate moderată. O importanță excepțională capătă elaborarea metodei de calcularea traiectoriilor celor mai convenabile de mișcare a rachetei în spațiul cosmic și efectuarea acestor calcule pentru condițiile concrete dinainte fixate.

Volumul calculelor necesare la elaborarea unei nave cosmice și în special la alegerea unor traiectorii raționale de zbor ale acesteia, este atît de mare, încît numai folosirea unor mașini electronice rapide permite rezolvarea practică a acestei probleme.

Factorul determinant în realizarea zborului în spațiul cosmic este nivelul de dezvoltare al motoarelor pentru rachete. Viteza atinsă de rachetă este în primul rînd, determinată de caracteristicile energetice ale motorului ei. În motoarele de rachete moderne se folosește ca sursă de energie, energia chimică. Perfecționarea ulterioară a unor astfel de motoare va permite în cele din urmă să folosim aproape complet posibilitățile surselor chimice de energie, atingînd viteza de scurgere ale produselor de ardere aproape de 4 000 m/s. Rachetele în mai multe trepte cu astfel de motoare vor putea să dezvolte toate cele trei viteze cosmice chiar la pornirea de la pămînt, fără alimentarea suplimentară cu combustibil de pe sateliții artificiali.

Folosirea satelitului artificial al Pămîntului ca o stație intermediară de escală sau alimentare, va deveni accesibilă omului în toate colțurile sistemului nostru solar, asigurînd posibilitatea zborului navelor cosmice cu o greutate mare a încărcăturii utile.

Dacă luăm în considerare posibilitatea creerii unor sateliți artificiali, ca stațiuni intermediare, prevăzute cu rezerve de combustibil și alte materiale, la diferite planete, de exemplu la Venus și Marte, atunci este clar că rachetele cu motoare care folosesc surse chimice de energie, vor rezolva problema comunicațiilor interplanetare.

Totuși, distanța planetelor, în special a celor mai îndepărtate, față de Pămînt, face călătoria spre ele extrem de îndelungată, dacă realizăm zborurile cu viteze apropiate de cele minimum necesare.

Astfel, zborul spre Lună se va socoti în zile, însă zborul spre Mercur, Venus, Marte se va socoti în luni, spre Jupiter și Saturn în ani, iar zborul spre planete mai îndepărtate, în zeci de ani.

Zborul spre aceste corpuri cerești cu cea de-a treia viteză cosmică critică (16,7 km/s) va reduce desigur durata traversării, însă călătoria va fi totuși extrem de îndelungată și anume, zborul spre Marte va dura 2,3 luni, spre Jupiter 1, 2 ani, spre Saturn va dura 2,5 ani, spre Uranus 6,8 ani, spre Neptun aproximativ 13 ani, iar spre Pluton va dura 19,2 ani.

Aceasta înseamnă că zborurile ar putea fi programate doar în acele momente rare, cînd planetele s-ar găsi într-o poziție cît mai convenabilă, pentru a se întreprinde zborul spre ele. Din aceleași considerente ar urma să fie respectată și condiția întoarcerii celei mai convenabile la Pămînt. Deci, programarea calendaristică a zborurilor spre planete, ținînd seama de timpul și durata lor se dovedește puțin utilă pentru folosirea practică.

De aceea, după primele zboruri planetare încununate de succes, apare în mod inevitabil necesitatea ca acestea să fie efectuate și după traiectorii energetic neconvenabile, dar care să asigure o comunicare mai rapidă și mai frecventă cu planetele sau cu sateliții lor. În consecință, trebuie să se creeze motoare de rachete care să folosească în condițiile zborurilor interplanetare surse de energie mai eficace decît cele chimice. Atunci cînd aceste noi motoare vor fi necesare ele vor fi realizate. Că ele vor fi motoare atomice, ionice sau de alte tipuri este încă prea timpuriu pentru a se preciza. Este posibil ca în aceste motoare să fie folosită energia solară, însă aceasta cu condiția ca zborurile să fie efectuate în limitele planetelor apropiate de Soare. Totuși, în cazul depărtării de Soare la distanța orbitei terestre, eficacitatea unui motor solar pentru rachetă, se consideră insuficientă chiar pentru coeficienții de acțiune utilă foarte mari a transformatorilor de energie solară în forță reactivă a masei proiectate.

Extrem de promițătoare se prezintă în principiu, folosirea energiei atomice pentru motoarele rachetelor. Totuși, folosirea unor astfel de motoare va fi justificată numai în cazul, cînd ele ar asigura o tracțiune specifică superioară aceleia a motoarelor care folosesc surse de energie chimică; de asemenea, greutatea specifică a agentului activ nu trebuie să fie atît de mică încît să reducă eficacitatea instalației motorului. Acest fapt implică creerea unor motoare atomice al căror agent activ să aibă o temperatură mai mare decît în cazul motoarelor de rachetă care folosesc energia chimică și anume, peste 3 000°—4 000°, ceea ce prezintă dificultăți însemnate, dar care vor putea fi totuși învinse.

Radiațiile produse de reactorul motorului atomic constituie o dificultate pentru folosirea lui la rachete cu pasageri, deoarece greutatea materialului de protecție anihilează în fond, cîștigul în tracțiunea specifică. Din aceiași cauză apare și dificultatea folosirii motoarelor atomice la primele trepte ale rachetei, care cad pe pămînt în timpul zborului. În acest caz zborul trebuie să să fie efectuat astfel, încît să se asigure căderea primelor trepte într-o zonă permisă, dacă ea va fi creată (de exemplu, în ocean) sau trebuie să se folosească pentru aceste trepte motoare cu sursă de energie chimică.

Fără îndoială că între timp vor fi găsite căile pentru folosirea energiei nucleare astfel, încît să fie înlăturate deficiențele semnalate.

Anumite speranțe se leagă de ideea folosirii fluxurilor ionice în motoarele de rachete, idee emisă pentru prima oară de către K. E. Țiolkovski. Totuși, astfel de motoare pot lucra numai în vid și sînt capabile să dezvolte doar tracțiuni mici pentru o greutate mare. În afară de aceasta apar dificultăți legate de folosirea reactorului atomic sau a radiației solare însăși, ca surse de energie.

Vor fi necesare eforturi însemnate pentru elaborarea schemei și creerea unui motor mai perfecționat care să fie capabil să înlocuiască motorul de rachetă cu sursă de energie chimică.

În viitorul apropiat toate problemele energetice ale astronauticii vor fi rezolvate pe baza motoarelor de rachete cu sursă de energie chimică. Putem presupune că la alimentarea rezervoarelor de combustibili ale navei rachete în zbor, după atingerea primei viteze cosmice și a startului de pe această orbită, viitoarele rachete chimice în trei trepte cu o greutate la start de cîteva sute de tone vor putea să atingă o viteză de zbor pînă la 27 km/s la o încărcătură utilă de cîteva tone. Luîndu-se în considerare posibilitatea organizării unei stații de alimentare lîngă Pămînt, la o orbită mai înaltă decît aceia care corespunde primei viteze cosmice, viteza rachetei poate fi mărită încă cu 3 km/s. În sfîrșit, organizarea unor zboruri îndepărtate cu o durată acceptabilă poate fi ușurată prin creerea unor stații de alimentare la locurile de destinație (sub formă de sateliți artificiali ai planetelor).

Etapele cele mai apropiate de dezvoltare a astronauticii sînt de pe acum imaginate. În baza perfecționării ulterioare a rachetelor, a motoarelor lor și a sistemului de dirijare, vor fi creați sateliți artificiali ai Pămîntului de o greutate și dimensiuni mărite ; diversitatea aparaturii de cercetări științifice aflate pe acești sateliți, va fi de asemenea mult mărită. Vom aminti, că greutatea primului satelit era de 83,6 kg, greutatea aparaturii științifice cu surse de alimentare și cu animalul de experiență a celui de-al doilea satelit era de 508,3 kg, iar greutatea celui de-al treilea satelit este de 1 327 kg. Progresul general ne obligă să presupunem tendința de mărire ulterioară a greutății sateliților.

Durata de existență a satelitului artificial al Pămîntului va fi cu atît mai mare, cu cît orbita lui va trece mai sus de limita atmosferei, cu cît va fi mai compactă structura, deoarece durata vieții satelitului se reduce doar prin acțiunea de frînare a atmosferei. Sateliții a căror orbită se găsește la peste 1 000 km de suprafața Pămîntului pot fi considerați permanenți. Primii sateliți este rațional să nu fie permanenți, deoarece sînt necesare observațiile în privința zborurilor lor în straturile exterioare ale atmosferei în scopul studierii structurii atmosferei și a fenomenelor care au loc în ea. Astfel, primul satelit artificial a existat 92 zile, realizînd în acest timp 1 400 rotații în jurul Pămîntului și parcurgînd în acest caz, aproximativ 60 milioane km. Valorile inițiale erau : pentru perioada de revoluție o oră 36,17 minute, distanța la periheliu era de 228 km, iar la afeliu de 947 km. Cel de-al doilea satelit a existat aproximativ 160 zile, a realizat 2 370 rotații în jurul Pămîntului și a parcurs o cale de peste 100 milioane km. Valorile inițiale erau : pentru perioada de revoluție — o oră 43,75 minute, distanța la periheliu era 225 km, iar la afeliu de 1 671 km. Cel de-al treilea satelit sovietic are perioada de revoluție de o oră 45,95 minute, distanța la afeliu de 1 880 km și în privința duratei existenței sale, va depăși pe ceilalți doi sateliți.

Într-un viitor apropiat periheliul traiectoriei sateliților artificiali se va situa la o înălțime de peste 1 000 km de suprafața Pămîntului, în urma cărui fapt traiectoria finală a purtătorului rachetei și satelitul nu se vor mai întoarce pe Pămînt și vor putea fi folosiți pentru construcția de stații în exteriorul Pămîntului.

În urma dezvoltării ulterioare a științei și tehnicii rachetelor vor apare sateliți orientați, care spre deosebire de primii, care erau neorientați, nu se vor roti în mod arbitrar în jurul axelor lor în cazul zborului pe orbită. Pe

sateliți urmează să se folosească pe larg sursa de alimentare a energiei solare sau surse atomice cu o acțiune de lungă durată. Dezvoltarea acestor miljoace de alimentare cu energie trebuie să fie studiată de urgență cu toată atenția.

Vor fi continuate cercetările privind influența condițiilor zborului cosmic asupra vitalității animalelor de experiență. În U.R.S.S. se efectuează în decurs de mai mulți ani zboruri sistematice de rachete cu cîini și aparatură științifică la o înălțime de 100—200 km și mult mai sus chiar. De curînd, o astfel de rachetă a atins 450 km. Pe bordul fiecărei rachete de acest fel se plasau cîte doi cîini, iar greutatea aparaturii științifice era de la cîteva sute de kilograme pînă la cîteva tone. Cîinii se plasau în cabine etanșate, prevăzute cu aparatură, cabine care se coborau pe Pămînt cu parașuta. S-a realizat totodată, catapultarea de pe diferite înălțimi în cazul coborîrii rachetelor și aterizării cu parașuta a cîinilor plasați în scafandre ermetic închise.

Zborul lui Laika pe cel de-al doilea satelit artificial al Pămîntului constituie o parte componentă a programului referitor la studierea influenței condițiilor unui zbor îndelungat pe rachete, asupra vitalității animalelor de experiență.

Concomitent cu aceste cercetări trebuie să fie efectuate lucrări sistematice privind studierea zborului cu rachete nu numai a animalelor dar și a omului.

Creerea unor rachete pentru pasageri și a unor sateliți locuibili este o problemă care se va realiza în anii apropiați. Pentru realizarea acestora trebuie să fie rezolvate nu numai problemele creerii unor rachete suficient de puternice și eficace capabile să atingă o mare viteză la încărcături utile mari. Este necesar să rezolvăm și problemele specifice legate de asigurarea securității zborului omului pe rachetă. Trebuie să fie mărit în mod esențial gradul de securitate al părții materiale a rachetei.

Pe rachetele pentru distanțe mari, care poartă o încărcătură utilă de o greutate mare tracțiunea motoarelor se măsoară în sute de tone, iar forța utilă maximă a motoarelor atinge în zbor zeci de milioane de cai putere, depășind puterea celor mai mari hidrocentrale electrice din lume. Dacă luăm în considerare în aceste motoare ultraputernice care se supun unor sarcini serioase de vibrație și statice, temperaturile neobișnuit de înalte și presiunile însemnate ale gazelor care se îmbină cu ușurința excepțională a construcției, atunci devine clar ce muncă uriașă și meticuloasă trebuie depusă în scopul realizării unei funcționări suficient de sigure și ireproșabile a acestor motoare. Totodată sistemul de dirijare și construcția întregii rachete trebuie puse la punct în mod minuțios, fără de care nu poate fi realizată exploatarea lor sigură.

Rezolvarea cu succes a securității zborului rachetei se realizează prin punerea la punct în mod deosebit de minuțios și prin cercetări teoretice și experimentale multilaterale atît a elementelor și agregatelor rachetei în totalitatea lor fără nici un fel de excepție, cît și a rachetei în ansamblu. Punerea la punct ulterioară din cursul verii, efectuată după un program vast, trebuie să încheie lucrările care preced zborul omului.

Nerealizarea acestor lucrări duce de regulă la eșuarea încercării de a lansa o rachetă mare și complicată, independent de cîtă încărcătură utilă are. Scontarea unui singur succes nu merită atenția, iar în cazul prezenței unui om pe bordul rachetei aceasta este inadmisibil.

Toate agregatele care asigură funcționarea organismului omenesc în zbor, trebuie să funcționeze absolut ireproșabil. O atenție deosebită trebuie acordată punerii la punct, cu precizie, a sistemului de coborîre în deplină securitate a omului, după ridicarea pe rachetă. Întoarcerea omului pe Pămînt trebuie să fie efectuată prin folosirea rațională a rezistenței atmosferice. După cît se pare, o coborîre cu planoare va constitui mijlocul principal de aterizare nu numai pe Pămînt dar și pe celelalte planete care posedă o atmosferă suficient de densă.

Planoarele de o greutate minimă pentru debarcarea echipajului pe suprafața planetei, vor constitui atributul obligatoriu al multor nave cosmice și stațiuni îndepărtate de Pămînt.

Rezolvarea problemelor securității zborului pe rachetă și debarcarea omului pe Pămînt, va permite să trecem la creerea unor sateliți locuibili, prevăzuți cu o instalație pentru condiționarea aerului cu rezerve de alimente și oxigen și care să prevadă un echipaj de schimb. Va fi realizată o legătură regulată a locuitorilor sateliților cu Pămîntul în scopul transportării utilajului, materialelor și schimbului membrilor expediției. Zborul de pe Pămînt trebuie să fie realizat prin planoare în atmosferă, aproape fără consum de combustibil.

Un astfel de satelit locuibil și orientat al Pămîntului, cu o alimentare autonomă cu energie și cu un depozit al componentelor combustibilului, poate servi ca stație intermediară pentru rachetele de pasageri destinate pentru zboruri spre Lună și planete. Astfel, vor apare laboratoare zburătoare, observatoare și stațiuni interplanetare.

Vom menționa că, creerea unor rezerve de combustibil departe de Pămînt este posibilă prin lansarea unor rachete rezervoare pe traiectoriile care înconjoară Pămîntul. Dispunînd de date precise în privința elementelor traiectoriei rachetelor-rezervoare, rachetele cu pasageri pot să le detecteze și să se apropie de ele, pentru alimentarea cu componentele combustibilului. În acest caz nu este necesară creerea unor stațiuni îndepărtate de Pămînt, ca baze de alimentare locuite și alimentate.

Concomitent cu creerea unor sateliți grei ai Pămîntului vor fi construite rachete dirijate automat destinate pentru atingerea Lunei, și pentru zborul în jurul ei. Aceste rachete prevăzute cu aparatură de cercetare științifică vor efectua zboruri interesante înainte de a fi creați sateliți locuibili ai Pămîntului.

Cercetările desfășurate în ultimul timp în Uniunea Sovietică au introdus date importante în problema dinamicii zborului rachetei spre Lună. Au fost studiate diferite forme ale traiectoriei pentru atingerea și înconjurarea Lunei, au fost determinate vitezele minime de zbor necesare în acest scop. Au fost analizate posibilitățile înconjurării Lunei și întoarcerea la Pămînt cu intrarea lină în atmosferă, înconjurarea periodică a Lunii și a Pămîntului, folosirea perturbațiilor lunare pentru accelerarea rachetei, fără consum de combustibil, în cazul zborului de pe Pămînt spre corpuri cerești mai îndepărtate, captarea rachetei de către Lună și transformarea ei într-un satelit permament al Lunei. A fost determinată totodată și precizia datelor inițiale necesare pentru realizarea traiectoriei zborurilor în Lună.

Primul zbor al rachetei spre Lună va deschide o nouă pagină glorioasă în istoria omenirii, deoarece va marca cucerirea celei de-a doua viteze cosmice critice de mișcare.

La fel cum lansările de sateliți artificiali ai Pămîntului se realizează după un program vast, trebuie să așteptăm o serie de lansări de rachete în Lună prevăzute cu un utilaj de cercetări științifice diferit și care să rezolve o serie de probleme concrete de o importanță excepțională.

În afară de faptul însuși de atingere de către rachetă a suprafeței Lunei prezintă un interes deosebit cercetarea razelor cosmice în exteriorul cîmpului magnetic al Pămîntului, a pericolului meteoric, și o serie de alte proprietăți ale spațiului cosmic la diferite distanțe de Pămînt, care ajung aproximativ pînă la 400 mii km.

O importanță excepțională vor avea și înconjurările Lunei cu întoarcerea rachetei pe Pămînt ceea ce permite să obținem o imagină a emisferei Lunei invizibilă de pe Pămînt și să efectuăm o serie de cercetări valoroase, de exemplu: influența unui zbor atît de îndelungat și depărtat de Pămînt asupra vitalității animalului de experiență.

Zborurile rachetelor „spre Lună" vor constitui o confirmare a maturității tehniciii rachetelor și posibilitatea zborurilor spre planetele cele mai apropiate, cum sînt Venus și Marte. Într-adevăr, viteza minimum necesară pentru zborul rachetei de pe Pămînt spre aceste planete este doar cu cîteva sute de metri pe secundă mai mare decît cea necesară pentru zborul spre Lună. Astfel, dacă pentru zborul spre Lună această viteză este de aproximativ 11,2 km/s, pentru zborul spre Venus va fi necesară o viteză de 11,5 km/s, iar pentru zborul spre Marte viteza va trebui să fie de 11,6 km/s. Natural că zborurile spre Venus și Marte trebuie să fie efectuate pe traiectorii care să asigure o apropiere suficientă de aceste planete și probabil, și înconjurarea lor cu întoarcerea rachetelor pe Pămînt și transmiterea, prin radio, spre Pămînt a informațiilor înregistrate de mecanismele de pe bordul rachetelor în timpul parcursului. Pentru realizarea condiției de întoarcere pe Pămînt va fi necesar să se atribuie rachetelor o viteză ceva mai mare decît cea arătată mai sus.

Primele zboruri spre planete la fel ca și cele spre Lună, vor fi realizate cu rachete de recunoaștere cosmice nelocuite, cu dirijare automată. Numai după ce vor fi adunate date suficiente privind proprietățile universului, influența radiației cosmice și a radiației de undă scurtă asupra organismului animal, referitoare la gradul de admitere al condiției unei inponderabilități îndelungate asupra activității vitale a organismului și vor fi elaborate mijloacele de protecție sigure a omului împotriva influenței dăunătoare a condițiilor de zbor cosmic, va apare un echipaj pe bordul rachetelor cosmice dirijate automat.

După cît se pare, omenirea va releva de două ori orientările căii sale minunate de pătrundere în cosmos: prima oară cînd rachetele dirijate automat vor atinge înălțimi însemnate și vor dobîndi în cele din urmă, viteze care depășesc toate valorile cosmice critice; a doua oară, cînd aceleași înălțimi și aceleași viteze vor fi atinse de rachete automate pe bordul cărora se va găsi omul.

Acestea sînt etapele principale în calea cuceririi cosmosului. Aceste etape vor trebui să fie parcurse în cursul anilor apropiați.

Pentru rezolvarea cu succes a problemelor cosmonauticii trebuie să fie dezvoltate și mijloacele de comunicație prin radio a navelor-rachete cu Pămîntul, cu stațiunile îndepărtate de Pămînt și între ele. Această comunicație radiofonică trebuie să asigure dirijarea rachetelor, transmisia teleme-

trică a informațiilor de pe bord printre care și prin televiziune, și să servească totodată pentru controlul traiectoriei de zbor a rachetelor.

Nu trebuie să rămînă în urmă nici elaborarea aparaturii pentru cercetări științifice pe rachete și sateliți artificiali ai Pămîntului. Trebuie să folosim deplin, posibilitățile variate ale cercetării Pămîntului și spațiului cosmic care devin accesibile în legătură cu dezvoltarea impetuoasă a tehnicii rachetelor.

DIN EXPERIENȚA CERCURILOR DE MATEMATICI SOVIETICE

O SEARA MATEMATICA CONSACRATA ISTORIEI MATEMATICII CHINEZE

D. V. CISTIAKOV

(Tradus din „Matematika v scole")

IN articolul de față se expune experiența făcută în scopul cunoașterii de către elevii școlilor medii din orașul Vitebsk, a istoriei matematicii chineze, prin organizarea unor seri de matematică. Ca exemplu se descrie seara de matematici organizată în anul 1954 de către învățătoarea emerită a școlilor din R.S.S. Bielorusă, A. G. Blau pentru elevii claselor a IX-a și a X-a, împreună cu autorul acestor rînduri care predă cursul de matematică la Institutul Pedagogic „S. M. Kirov" din orașul Vitebsk.

Inițiatorii organizării și desfășurării serii au fost membrii cercului de matematică. Ei au ales materialul și l-au sistematizat din punct de vedere metodic. Sub conducerea lor s-a executat un stand sugestiv consacrat lucrărilor de istoria matematicii chineze, au fost scrise lozinci și placarde.

In sala spațioasă unde a avut loc manifestația s-a pus pe prim plan un mare portret al tovarășului Mao-Tse-Dun și ceva mai jos, un citat al său: „Cultura noastră este o cultură populară".

Atenția celor prezenți a fost atrasă de o mare placardă sugestivă, pe care erau scrise cu litere mari: „Poporul chinez vrednic și talentat a creat bogății uriașe, materiale și culturale. Totuși el nu a putut să se bucure de ele deoarece soarta lui era hotărîtă în mod crud, de clasele feudale și de către cotropitorii străini care stăpîneau țara" (N. S. Hrusciov).

Pe o pînză era lozinca: „Poporul sovietic privește cu respect profund cultura chineză și o studiază".

Programul serii:

1) Cuvînt introductiv
2) Din istoria matematicii chineze
3) Probleme vechi ale matematicienilor chinezi
4) Jocuri și trucuri chinezești.

Elevii înșuși au luat cuvîntul pregătindu-se în mod temeinic în acest scop.

Vom expune în mod succint, conținutul materialului prezentat cu această ocazie.

I. Cuvîntul de deschidere

Copii! La 1 octombrie al fiecărui an, poporul chinez împreună cu întreaga omenire progresistă sărbătoresc aniversarea glorioasă a proclamării R.P. Chineze. În salutul Prezidiului Suprem al U.R.S.S., al Consiliului de Miniștri al U.R.S.S. și al Comitetului Central al Partidului Comunist al Uniunii Sovietice adresat Comitetului Permanent al Adunării Reprezentanților Populari din întreaga Chină, președintelui R. P. Chineze, tov. Mao-Tse-Dun, Consiliului de Stat al R.P. Chineze, Comitetului Central al Partidului Comunist din China cu ocazia celei de a cincea aniversare, se spune printre altele: „Popoarele Uniunii Sovietice iau act cu un sentiment de mare bucurie de victoriile istorice ale poporului frate chinez.

Dorim din toată inima, Partidului Comunist din China, Guvernului Popular, intelectualității, tuturor oamenilor muncii din R.P. Chineză, noi succese în lupta pentru victoria deplină asupra dușmanilor poporului chinez, pentru transformarea Chinei într-o mare putere socialistă".

Soarta Chinei se găsește astăzi, în mîinile puternice și sigure ale poporului și nu există în lume o astfel de forță care să împiedice înflorirea R.P. Chineze.

A trecut de mult timpul cînd forțele imperialiste au putut jefui și asupri după bunul plac popoarele țărilor asiatice. Poporul chinez de 600 milioane de oameni, luptă acum cu succes sub conducerea Partidului Comunist, pentru construirea societății socialiste.

Oamenii sovietici se interesează în mod asiduu de munca creatoare a poporului chinez pentru transpunerea în viață a programului măreț de construire a socialismului elaborat de Partidul Comunist din China și se mîndresc de succesele remarcabile obținute.

Poporul chinez are o istorie seculară bogată. Multe descoperiri dintre cele mai importante din știință și tehnică, realizate de poporul chinez, au determinat într-o măsură însemnată descoperirile din alte țări, în special în țările Europei occidentale.

Oameni iscusiți din China au făcut următoarele descoperiri, mult mai înainte decît în alte țări, printre care și țările din Europa occidentală:

1. *Busola.* În letopisețele chineze din sec. al III-lea î.e.n. există însemnări referitoare la întrebuințarea busolei, care s-a folosit inițial în călătoriile terestre. Drept ac pentru busolă a servit magnetita șlefuită, în formă unei linguri care venea în contact numai cu partea ei convexă cu suprafața șlefuită a plăcii de cupru.

2. *Seismograful,* este un aparat sensibil pentru înregistrarea și măsurarea oscilațiilor scoarței pămîntești. Acest aparat a fost inventat pentru prima oară în știința mondială, în anul 1132 de către eminentul om de știință chinez, astronomul Cian-Hen. Descrierea primului seismograf s-a păstrat în scrierile antice privitoare la biografia lui Cian-Hen.

3. *Hîrtia.* Țai-Lun a fabricat pentru prima oară în anul 105, hîrtia din cîrpe și coajă de lemn. Mult mai tîrziu hîrtia a fost importată din China, prin Coreea, în Japonia, iar prin Sin-Cian a fost adusă în Asia Centrală și Persia. Datorită cruciadelor, arta fabricării hîrtiei a devenit cunoscută în Europa Occidentală (sec. XIII).

4. *Tipărirea cărții.* Întrebuințarea tiparului în China se întîlnește în sec. al VIII—IX-lea î.e.n. În scrierile chinezești, alături de bronz s-a folosit

pentru scris și piatra. Aproximativ în perioada dinastiilor nordice și sudice textul cărților se ciopleşte pe piatră și apoi se tipăreşte pe hîrtie. Acest procedeu constituie începutul dezvoltării litografiei.

5. *Vitezometrul,* este un aparat care indică viteza și distanța parcursă. Primul vitezometru inventat de chinezi a servit pentru determinarea distanței parcurse. Principiul de acțiune era următorul: cînd căruciorul măsurătorului parcurgea un li (=576 m) figurile de lemn instalate pe el loveau într-un tambur; pentru transmiterea mișcării de la roțile căruciorului la figuri s-au folosit roți dințate.

6. *Praful de pușcă.* Chinezii au fost primii care au învățat să folosească salpetrul pentru fabricarea prafului de pușcă. Ei foloseau praful de pușcă în sec. al X-lea la fabricarea rachetelor pentru focurile de artificii. La începutul sec. al XI-lea chinezii au început să folosească praful de pușcă la trageri. Europa l-a cunoscut la începutul sec. al XIV.

Această listă de minunate invenții chinezești s-ar putea prelungi și mai mult. Toate cele de mai sus arată că poporul chinez a adus într-adevăr, cea mai mare contribuție la dezvoltarea civilizației mondiale.

Oamenii de știință chinezi, din trecutul istoric îndepărtat, s-au ocupat de asemenea de astronomie și matematică. În acest domeniu ei au obținut succese însemnate. Vom face cunoscută acum, dezvoltarea istorică a matematicilor chineze.

II. Din istoria matematicii chineze

Cultura matematică a Chinei este foarte veche și bogată prin conținutul ei. Trebuie să avem în vedere că ,referitor la diferite probleme ale matematicii (dacă luăm în considerare ordinea cronologică), prioritatea în multe descoperiri și invenții aparține matematicienilor din China. În rîndul invențiilor privitoare la matematică se poate menționa de exemplu, tabela de calcul chineză pentru executarea rapidă a celor patru operațiuni aritmetice cu numere pînă la 11 cifre.

Una din vechile cărți chineze care a ajuns pînă la noi este „Aritmetica în nouă capitole", scrisă în sec. al II—I-lea î.e.n., după informații recente. Autorii acestei cărți sînt oamenii de știință Cean-Cean și Tzin-CiouCian. Chiar din această carte se vede că matematicienii chinezi stăpîneau bine tehnica calculului și manifestau un interes deosebit pentru metodele algebrice generale. În carte se acordă o mare atenție rezolvării sistemelor de ecuații de gradul I cu două și cu trei necunoscute. Această rezolvare se bazează pe eliminarea consecutivă a necunoscutelor prin egalizarea coeficienților corespunzători. Acest procedeu se deosebește puțin de cel actual.

Iată un exemplu în care avem de-a face cu un astfel de sistem:

Trei snopi de cereale de prima calitate, împreună cu doi snopi de calitatea a doua și cu un snop de calitatea a treia, constituie 39 de măsuri; doi snopi de cereale de calitatea întîia cu trei de calitatea a doua și cu unul de calitatea a treia constituie 34 de măsuri. În sfîrșit, un snop de calitatea întîia, cu doi de calitatea a doua și cu trei de calitatea a treia constituie 26 de măsuri.

În notarea modernă, acest sistem are aspectul:

$$3x + 2y + z = 39,$$
$$2x + 3y + z = 34,$$
$$x + 2y + 3z = 26.$$

Pentru rezolvarea acestui sistem chinezii au întocmit tabela:

1	2	3	calitatea I
2	3	2	calitatea II
3	1	1	calitatea III
26	34	39	măsuri

Apoi, înmulțind numerile din coloana a II-a cu „numărul calității I" din coloana a III-a, adică cu 3, și scăzînd din ele de două ori numerele coloanei a III-a, au obținut următoarea tabelă:

1	0	3	calitatea I
2	5	2	calitatea II
3	1	1	calitatea III
26	24	39	măsuri.

În notarea modernă, tabela are următorul aspect:

$$3x + 2y + z = 39,$$
$$5y + z = 24,$$
$$x + 2y + 3z = 26.$$

Apoi, numerele din coloana a treia se scădeau din numerele întreite ale coloanei a doua și se obținea tabela:

0	0	3	calitatea I
4	5	2	calitatea II
8	1	1	calitatea III
39	24	39	măsuri.

de unde se obținea tabela:

4	5	calitatea II
8	1	calitatea III
39	24	măsuri,

În notarea actuală, aceasta dă:

$$5y + z = 24,$$
$$4y + 8z = 39.$$

În sfîrșit, înmulțind numerele din coloana I-a cu „numărul calității a II-a" din coloana a II, adică cu 5 și scăzînd din ele numerele din coloana a II-a înmulțite cu numărul calității a II-a" din prima coloană, adică cu 4, ei obțineau:

0	20	calitatea II
36	4	calitatea III
99	96	măsuri

ceea ce dă tabela:

36	calitatea III
99	măsuri.

În notarea actuală:

$$36z = 99.$$

De unde s-a obținut că snopul de cereale de calitatea a III-a este egal cu $2\frac{3}{4}$ măsuri, adică în notarea modernă:

$$z = \frac{99}{36} = 2\frac{3}{4} \text{ măsuri etc.}$$

În cartea menționată se întîlnesc pentru prima oară în știință, numere negative și se prezintă regulile de calcul cu ele. Pentru numerele negative se recomandă metoda „Cen-fu" („Cen" înseamnă „adăugat", „fu" înseamnă „scăzut"). Astfel de cifre se reprezentau prin diferite culori: *cen* se reprezenta prin culoare roșie și *fu* prin negru. Deși chinezii operau curent cu coeficienții negativi ai ecuației, ei nu cunoșteau însă, rădăcinile negative.

În carte există prima descriere a procedeului de extragere a rădăcinii patrate și a celei cubice, bazate pe regulile ridicării la patrat și la cub a binomului și care coincid cu procedeul modern din școlile de azi.

În ultimul paragraf al cărții se expune procedeul de rezolvare al ecuațiilor de gradul al 2-lea la care se reduceau problemele geometrice cu aplicarea teoremei lui Pitagora, pe care chinezii o formulau aritmetic.

Chinezilor le aparține propunerea și rezolvarea diferitelor probleme referitoare la teoria numerelor. Astfel, între sec. al II-lea și al VI-lea, matematicianul Sun-Tzi, și mai complet, matematicianul Cin-Cei-Sao, a elaborat în sec. al XIII-lea un procedeu original de rezolvare în numere întregi a sistemelor de ecuații nedeterminate de gradul I. Acești matematiceni dau regula rezolvării problemelor exprimate de exemplu prin următorul sistem de ecuații nedeterminate

$$3x + 2 = 5y + 3 = 7z + 2.$$

Chinezii enunțau în felul următor, această problemă:

„Se va găsi numărul care în cazul împărțirii cu 3 dă un rest de 2; în cazul împărțirii cu 5 dă un rest 3 și în sfîrșit, în cazul împărțirii cu 7 dă rest 2" *).

Metoda lui Ciun-Tzi și Țin-Tiu-Sao a fost folosită de ei pentru rezolvarea sistemului de ecuații nedeterminate de gradul I și a fost descoperită în Europa, numai în anul 1801 prin cercetările matematicianului Gauss (1777—1855).

Dezvoltarea însemnată a geometriei practice din China poate fi văzută după lucrările matematicianului chinez Liu-Huia, care a trăit în secolul al III-lea. În lucrările sale, Liu-Huia rezolvă problemele bazate pe determinarea dimensiunilor obiectelor inaccesibile și a distanței pînă la ele, folosind în acest scop, triunghiuri asemenea.

Tehnica calculului bazat pe calcule aproximative a atins o mare înflorire în China. Ca exemplu poate servi calcularea aproximativă a raportului lungimii circumferinței față de diametrul ei, de către matematicianul chinez Tzu-Ciun-Gi (430—501) obținînd pentru π aproximația 355/113, care dă 7 zecimale exacte și a arătat că această valoare se găsește în limitele $3{,}141\,529\,6 < \pi < 3{,}141\,529\,7$.

---

*) Numărul căutat poate fi găsit fără prea multă greutate dacă folosim notările actuale. Într-adevăr, rezolvînd ecuația $3x + 2 = 7z + 2$ în raport cu x, vom găsi $x = \frac{7z}{3}$. Cel mai mic $z = 3$, ne dă $x = 7$ și $y = 4$. În felul acesta numărul căutat este 23; celălalt număr posibil este 128 etc.

Au trecut mai mult de zece secole pînă cînd în sec. al XVI-lea această aproximație să fie din nou descoperită în țările de jos de către matematicianul Andrian Metius.

Mulți oameni de știință chinezi s-au ocupat de rezolvările aproximative ale ecuațiilor algebrice în care domeniu au obținut rezultate minunate. Încă în prima jumătate a secolului al VII-lea, matematicianul și astronomul Van-Siao-Tun a rezolvat algebric problemele geometrice care duceau la ecuații de gradul al III-lea. Fără să posede o metodă generală de rezolvare a ecuației cubice cu radicali, el a folosit o metodă aproximativă al cărei conținut este descris amănunțit în lucrările chineze din perioada de mai tîrziu, sub denumirea de „Metoda elementului ceresc", iar sub „element ceresc" se înțelege elementul necunoscut notat actualmente prin x. Folosind „metoda elementului ceresc" matematicienii chinezi din secolele XIII—XIV-lea, au rezolvat ecuații algebrice de ordine superioare începînd cu gradul al IV-lea. „Metoda elementului ceresc" care a fost descoperită de chinezi în secolul al VII-lea, coincide după fond și formă cu metoda și cu schema cunoscută pentru calcularea aproximativă a rădăcinilor reale ale ecuațiilor algebrice de orice grad cu coeficienții numerici, descoperită de către matematicianul englez Horner în 1819.

Matematicienii chinezi din sec. XI—XIV cunoșteau proprietățile coeficienților binomiali și cunoșteau triunghiul aritmetic, care a devenit cunoscut în Europa numai în secolul al XVII-lea sub denumirea de „triunghiul lui Pascal", în cinstea matematicianului și fizicianului francez Pascal (1623—1662), care le-a descoperit din nou.

Încă în secolul al XIV-lea matematica chineză din Evul Mediu a atins dezvoltarea sa maximă. Din păcate, legătura matematicii chineze cu matematica greco-romană, cu cea indiană, cu cea din Asia Centrală și cu matematica Evului Mediu din Europa Occidentală este încă puțin studiată și trebuie să fie cercetată.

Este incontestabil faptul, că China din trecutul istoric îndepărtat nu putea fi ruptă de restul lumii „printr-un zid chinezesc" care de altfel, nu exista în epoca antică. Multe realizări ale culturii chineze se transmiteau și în alte țări și au ajuns în cele din urmă în Europa.

Răspîndirea culturii chineze din trecut a fost favorizată după cît se pare, în multe privințe, de către comerțul exterior. Se știe că țesăturile de mătase a căror producție era pusă la punct în China, din antichitate, ocupau primul loc printre produsele de export. Căile de comerț ale Chinei antice se întindeau pînă în India.

Legătura Chinei cu alte țări, se poate vedea din faptul că o serie de probleme chineze se repetă în lucrările de matematică ale altor țări cu o coincidență precisă a datelor numerice. De exemplu, problema chineză referitoare la găsirea numărului care în cazul împărțirii cu trei dă rest 2, în cazul împărțirii cu 5 dă rest 3, în cazul împărțirii cu 7 dă rest 7, se repetă aproape cuvînt cu cuvînt la matematicienii indieni, și totodată, în cunoscuta lucrare *„Liber abaci"* a lui Leonardo din Pisa (1202).

Totuși, începînd din sec. al XVII-lea se remarcă o frînare acută în dezvoltarea științei și culturii chineze provocată de cucerirea Chinei de către manciurieni și de consolidarea puterii lor (dinastia Țin), care a ținut mult timp China într-un regim feudal.

De la sfîrșitul sec. al XVIII-lea China devine obiectul cotropirii coloniale din partea unei serii de țări capitaliste. De la mijlocul sec. al XIX-lea, astfel de țări capitaliste cum sînt Anglia, S.U.A., Franța, Japonia, transformă treptat China într-o colonie a lor și duc știința și cultura chineză la un mare declin.

Numai recent, legat de victoria revoluției populare chineze s-au creat pentru prima oară în istoria Chinei, toate condițiile necesare pentru dezvoltarea cu succes a științei și culturii naționale.

La sfîrșitul anului 1949 s-a creat la Pekin, Academia de Științe Chineză, iar pe lîngă ea o serie de institute de cercetări științifice printre care Institutul de cercetări științifice pentru matematică, chemat să planifice și să organizeze întreaga muncă de cercetare științifică cu referire la matematica națională.

Oamenii de știință, matematicienii chinezi de astăzi, — duc o muncă intensă pentru rezolvarea problemelor de matematică legate de problemele istorice de îndeplinire cu succes a mărețului program de construcție a socialismului din Cihna.

III. Probleme istorice de matematici, chineze

Vom face cunoscute acum, unele probleme matematice istorice propuse de matematicienii chinezi în diferite epoci.

Problema despre fazani și epuri de casă

Această problemă este luată din tratatul de matematici chinez „Aritmetica în 9 capitole" („Chiu-Ciang"), care a fost concepută în sec. al II-lea î.e.n.

Problemă. Într-o cușcă se găsește un număr necunoscut de fazani și iepuri de casă. Se știe numai, că întreaga cușcă conține 35 capete și 94 picioare. Se cere să se afle numărul fazanilor și numărul iepurilor de casă.

Rezolvarea poate fi efectuată aritmetic. Se arată felul cum se poate rezolva această problemă. În răspuns se obține rezultatul: 12 iepuri de casă și 23 fazani.

Problema referitoare la furtul orezului. Problema este luată din același tratat de matematici chineze.

Problemă. Din 3 butoaie de orez de aceiași calitate, s-a furat de către 3 hoți o cantitate oarecare de orez. Cantitatea totală era necunoscută, dar s-a constatat că în primul butoi a rămas un *go* de orez, în al doilea butoi au rămas un *șing* și 4 *go*, iar în cel de-al treilea butoi, 1 *go*. Hoții prinși au arătat următoarele: primul, că el a scos orezul din primul butoi cu ajutorul unei lopeți; cel de-al doilea hoț a arătat că el a folosit un papuc de lemn; al treilea hoț a arătat că a folosit un lighean, iar aceștia doi din urmă au luat respectiv, din butoiul al doilea și al treilea. Lopata, papucul și ligheanul au fost găsite pe locul delictului. Măsurîndu-se capacitatea lor s-a constatat că lopata avea un *șing* și 9 *go*; papucul 1 *șing* și 7 *go*; ligheanul 1 *șing* și 2 *go*.

Trebuie să se afle cît a furat fiecare hoț, știindu-se că 10 *go* = 1 *șing*; 10 *șing* = 1 *tao*, 10 *tao* = 1 *și*.

Indicații pentru rezolvare. Să admitem că x este numărul de scoateri de orez cu lopata ; y este numărul de scoateri de orez cu papucul ; z este numărul de scoateri de orez cu ligheanul. Vom obține sistemul de ecuații :

$$19x + 1 = 17y + 14 = 12z + 1.$$

Din acest sistem avem :

$$19x = 12z; \qquad x = \frac{12z}{19}.$$

Întrucît x, y, z sînt în fond, numere întregi, putem presupune, că $z = 19$ t. Atunci obținem ecuația nedeterminată :

$$17y + 13 = 228 \text{ t}.$$

Luînd pentru t valoarea numerică minimă în cazul căreia y va fi întreg, adică t = 14, se obține : $x = 168$; $y = 187$; $z = 266$.

Primul hoț a furat 3 *și* 1 *tao* 9 *șingi* 2 *go* ;
al doilea hoț a furat 3 *și* 1 *tao* 7 *șingi* 9 *go*;
al treilea hoț a furat 3 *și* 1 *tao* 9 *șingi* 2 *go*.

Problema despre adîncimea lacului. Problema este luată din tratatul chinez „Începutul artei de a calcula" tipărit în anul 1593 și care conține o serie de articole și probleme referitoare la aritmetică, algebră și geometrie, iar unele probleme sînt luate din tratatul „Aritmetica în 9 capitole".

Problemă. În mijlocul unui lac pătrat cu o latură de 10 *picioare* crește o trestie care iese din apă la o înălțime de 1 *picior*. Dacă încovoiem trestia vîrful ei va atinge malul. Ce adîncime are lacul ?

Răspuns : adîncimea lacului este de 12 *picioare*.

Problema triunghiului dreptunghic. Problema este luată din același tratat.

Problemă : Să se determine laturile triunghiului dreptunghic, dacă este cunoscută aria și perimetrul.

Indicații pentru rezolvare. Condițiile problemei duc la rezolvarea sistemului de 3 ecuații cu 3 necunoscute :

$$\begin{aligned} a + b + c &= p, \\ a^2 + b^2 &= c^2 \\ ab &= 2S, \end{aligned}$$

în care a, b, c sînt laturile, p este perimetrul, S este aria. Din ecuația a doua și a treia avem :

$$(a + b)^2 = 4S + c^2,$$

de unde

$$(p - c)^2 = 4S + c^2.$$

Rezolvînd în raport cu c obținem :

$$c = \frac{p^2 - 4S}{2p}.$$

Luîndu-se în considerare prima ecuație vom avea $a + b = \dfrac{p + 4S}{2p}$

Alăturînd la această ecuație pe cea de-a treia, valorile lui a și b se determină ca rădăcini ale ecuației de gradul al doilea :

$$x^2 - \frac{p^2 + 4S}{2p} x + 2S = 0.$$

Problema referitoare la orașul înconjurat de zid. Această problemă a fost propusă de matematicianul chinez Cin-Sei-Sao, care a trăit în sec. al XIII-lea.

Problemă. Orașul este înconjurat de un zid rotund cu două porți: una spre nord și alta spre sud. Dacă ieșim prin poarta de nord și mergem spre nord, după 300 de pași vom ajunge la un copac mare. Dacă ieșim pe poarta dinspre sud și mergem spre vest, atunci același copac poate fi ajuns după 900 pași. Să se determine cu cîți pași este egal profilul transversal al orașului.

IV. Jocuri și trucuri chinezești

La încheierea serii au avut loc jocuri la baza cărora se găseau întrebări ingenioase descrise de M. L. Kacenovski în articolul „Manual didactic și ilustrativ pentru matematică" (revista „Matematica v scole, 6/1954, p. 9—10). Acest joc are o vechime de 4000 ani și este considerat ca fiind mai vechi decît șahul. Jocul constă în următoarele:

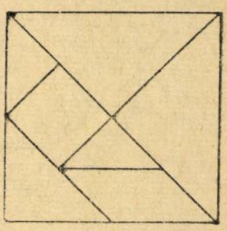


Fig. 1.

Din 7 părți ale patratului tăiat astfel cum arată fig. 1, elevii fiecărei clase trebuie să compună în decurs de 10 minute, o figură siluetă anunțată de către președintele juriului în care caz trebuie să fie respectate următoarele reguli: în compoziția siluetei trebuie să intre toate cele 7 bucăți și acestea nu trebuie să se acopere nici parțial. Învinge acea clasă care va obține mai multe puncte.

Nr. crt.	Siluetele	Clasele					
		9A	9B	9C	10A	10B	10C
1	Cocoș						
2	Găină						
3	Ciocan						
4	Lumînare						
5	Struț						
6	Cangur						
7	Călăreț						
8	Casă						
9	Un om care fuge						
10	O pisică care stă						
11	Un iepure care stă						
12	Un om cu steag						
13	Nicovală						
14	Pește						
15	Vulpe						

Clasa cîștigă un punct, dacă cineva din această clasă va putea să compună în timpul arătat, silueta necesară. În acest caz, se pune 1 în tabelă în fața figurii date în coloana clasei corespunzătoare. Clasa realizează zero puncte, dacă nici un elev din această clasă nu poate să compună în timpul arătat silueta cerută. În acest caz se pune în graficul respectiv, zero. Numărul maxim de puncte care îl poate totaliza o clasă este de 15, corespunzător cu numărul siluetelor.

PROBLEME ŞI CHESTIUNI ALESE DE FIZICĂ

1. Condensatorul sferic. Un astfel de condensator este format din două sfere concentrice (fig. 1). Pe cele două armături sînt cantităţile de electricitate $+Q$ şi $-Q$. Intensitatea cîmpului (E) se calculează cu ajutorul teoremei lui Gaus

$$E = \frac{Q}{r^2}.$$

Diferenţa de potenţial dintre armături este numeric egală cu lucrul mecanic care se efectuează de către cîmp, cînd sarcina $+1$ se deplasează în sensul liniilor de forţă:

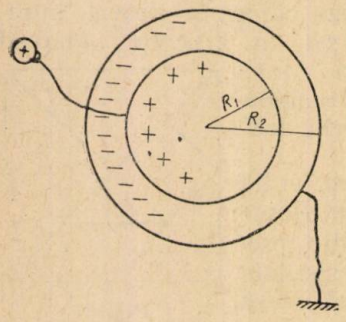


Fig. 1.

$$V = Q\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) = Q\frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2},$$

de unde:

$$Q = \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1} \cdot V,$$

dar: $Q = CV$

deci: $$C = \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}.$$

Dacă diferenţa $R_2 - R_1$ este mică, adică $R_2 - R_1 = \triangle R$, atunci R_2 şi R_1 avînd valori foarte apropiate putem scrie $R_2 = R_1 = R$ şi capacitatea devine în acest caz:

$$C = \frac{R^2}{\triangle R},$$

iar înmulţind şi la numărător şi la numitor cu 4π, obţinem:

$$C = \frac{4\pi R^2}{4\pi \triangle R} = \frac{S}{4\pi \triangle R},$$

$\Delta R = d$, este distanţa dintre armături şi totodată grosimea dielectricului. Dielectricul fiind aerul, capacitatea condensatorului sferic se poate scrie:

$$C = \frac{S}{4\pi d}.$$

Problemă. Două suprafeţe sferice metalice sînt concentrice. Sfera exterioară, legată la pămînt, are raza de 50 cm, iar sfera interioară, izolată, are raza de 40 cm. Diferenţa de potenţial între cele două suprafeţe este 600 CGS. Se reduce sfera exterioară la 45 cm rază. Să se determine noua diferenţă de potenţial.

Soluţie. În prima experienţă sarcina este:

$$Q = \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1} \cdot V = \frac{40 \cdot 50}{10} \cdot 600.$$

In a doua experienţă sarcina nu se schimbă, însă capacitatea devine:

$$\frac{40 \cdot 45}{5}.$$

Avem deci, notînd prin V' noul potenţial,

$$Q = \frac{40 \cdot 45}{5} \cdot V',$$

de unde:

$$\frac{40 \cdot 50}{10} \cdot 600 = \frac{40 \cdot 45}{5} \cdot V'$$

şi

$$V' = \frac{1000}{3} \text{ CGS} = 100\,000 \text{ volţi.}$$

2. Curenţi derivaţi. Legile lui Kirchhoff. Circuitele derivate sînt circuite compuse (reţele) formate din rezistenţe ohmice, surse de forţe electromotoare sau contraelectromotoare. Curenţii care circulă prin astfel de circuite se numesc curenţi derivaţi. Fie un circuit PAB cuprinzînd o pilă şi trei derivaţii între A şi B (fig. 2). Diferenţa de potenţial între A şi B fiind $V - V' = e$, intensitatea totală este

$$I = i + i' + i'' \qquad (1)$$

şi căderea de potenţial între aceleaşi puncte este

$$e = ir = i'r' = i''r'' \qquad (2)$$

Se numeşte rezistenţă redusă rezistenţa care înlocuieşte pe r, r', r''. Fie ϱ această rezistenţă; ea este legată de r, r', r'' prin relaţia:

$$\frac{1}{\varrho} = \frac{1}{r} + \frac{1}{r'} + \frac{1}{r''}.$$

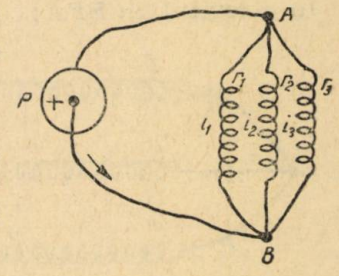


Fig. 2.

Problemele referitoare la derivaţii şi circuite complexe se rezolvă uşor cu ajutorul legilor lui Kirchhoff, care pot fi enunţate după cum urmează:

1°. Cînd mai multe conductoare se întîlnesc într-un punct, suma intensităţilor curenţilor care trec prin acest punct este nulă, şi se consideră ca pozitivi curenţii care merg spre punct (nod) şi negativi acei care se îndepărtează de nod:

$$\Sigma i = 0.$$

2°. Pentru toate porţiunile închise ale circuitului, care nu conţin forţe electromotoare (E), suma produselor intensităţilor prin rezistenţe este nulă:

$$\Sigma (ir) = 0;$$

această sumă este egală cu suma forţelor electromotoare $\Sigma(E)$ în toate porţiunile închise unde aceste forţe există:

$$\Sigma (ir) - \Sigma (E) = 0.$$

Se observă că prima din aceste legi este redată şi în formula (1) mai sus menţionată; că prima formă a celei de a doua legi este redată şi de formula (2) şi că cea de doua formă este o generalizare a legii lui Ohm,

$$I(R + r) - E = 0.$$

Cum putem aplica legile lui Kirchhoff vom vedea de exemplu în *Problema*: Două puncte A şi B sînt legate prin trei conductoare (fig, 3). Pe primul este intercalat o pilă a cărei forţă electromotoare E este de 1,751 volţi. Pe un al doilea conductor este intercalată o pilă identică a cărei forţă electromotoare este de asemenea 1,751 volţi. Rezistenţa totală r_1 a primului conductor, acela care cuprinde pila, este 3 ohmi; rezistenţa totală r_2 a celui de al doilea conductor, acela care cuprinde de asemenea o pilă, este de 5 ohmi; în fine al treilea conductor are o rezistenţă $r_3 = 11$ ohmi. Se presupune că cei doi poli pozitivi ai pilelor sînt îndreptaţi spre acelaşi punct A.

Care sînt intensităţile i_1, i_2, i_3 ale curenţilor în cele trei ramuri?

Soluţie: Aplicăm legile lui Kirchhoff:

$$\Sigma IR - \Sigma E = 0 \quad \text{şi} \quad \Sigma I = 0.$$

În circuitul $ACBDA$:

$$i_1 r_1 - i_2 r_2 = 0 \tag{1}$$

În circuitul $ACBFA$:

$$i_1 r_1 + i_3 r_3 = E \tag{2}$$

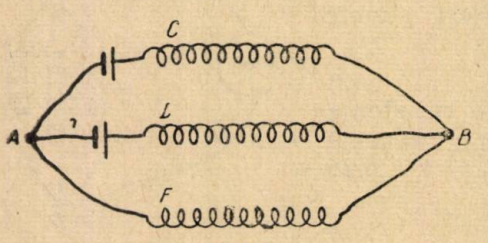


Fig. 3.

În fine:

$$i_1 + i_2 = i_3 \tag{3}$$

Din relaţiile (2) şi (3) se deduce relaţia:

$$i_1 r_1 + (i_1 + i_2) r_3 = E$$

sau

$$i_1 (r_1 r_2 + r_2 r_3 + r_1 r_3) = E r_2,$$

ceea ce dă:

$$i_1 = \frac{E r_2}{r_1 r_2 + r_2 r_3 + r_1 r_3} = \frac{1{,}751 \cdot 5}{103} = 0{,}085 \text{ amperi}$$

şi cum $i_2 = \dfrac{i_1 r_1}{r_2}$,

avem:

$$i_2 = \frac{0{,}085 \cdot 3}{5} = 0{,}051 \text{ amperi}$$

Prin urmare:

$$i_3 = i_1 + i_2 = 0{,}136 \text{ amperi}$$

3. Lentile convergente subţiri. Ecuaţia punctelor conjugate este dată de formula:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f},$$

iar relația între mărimile imaginei și obiectului este dată de formula:

$$\frac{i}{0} = \frac{p'}{p},$$

Să vedem care este relația dintre distanța focală (f), indicele de refrecție (n) și forma lentilei caracterizată prin razele ei de curbură (R_1 și R_2).

Fie un fascicul paralel cu axa principală care, după ce a lovit lentila converge în focarul F (fig. 4). Fie $SII'F$ drumul uneia din razele fasciculului considerat. Prin punctele I și I' ducem la lentilă planele tangente care se întîlnesc în A. Raza traversează lentila urmînd un drum identic cu acela pe care ea l-ar fi urmat dacă ar fi străbătut o prismă de secțiune principală IAI' și de aceeași natură cu lentila. Normalele fețelor $I'A$ și IA sînt razele CI', $C'I$.

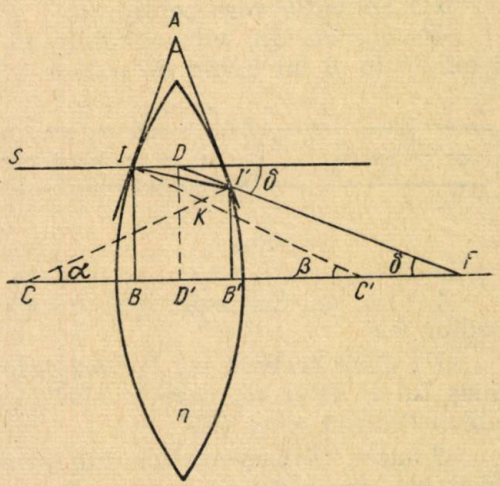


Fig. 4.

Fie α și β unghiurile pe care le fac aceste raze cu axa. Patrulaterul inscriptibil $AIKI'$ și triunghiul KCC' au unghiurile în K opuse la vîrf; se deduce că

$$A = \alpha + \beta. \qquad (1)$$

Să aflăm valoarea unghiurilor α și β. Coborîm din I și din I' perpendiculare pe axa CC'. Lentila fiind foarte subțire, I și I' sînt foarte apropiați unul de altul, și cele două perpendiculare pot, fără eroare sensibilă, să fie considerate egale, și de lungime l. Avem atunci în triunghiurile dreptunghice $CI'B'$ și $C'IB$, confundînd unghiurile α și β cu sinusurile lor (lucru permis pentru unghiurile mici):

$$\alpha = \frac{l}{CI'} \qquad \beta = \frac{l}{C'I}$$

adică:

$$\alpha = \frac{l}{R_1} \qquad \beta = \frac{l}{R_2}$$

Relația (1) devine $A = \alpha + \beta = l\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$.

Cum prisma de secțiune principală IAI' este o prismă cu unghi foarte mic, iar fasciculul considerat cade normal pe fața ei, se poate aplica pentru deviația D a fasciculului, formula simplificată

$$\delta = (n - 1)\, A = (n - 1)\, l\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right). \qquad (2)$$

Dar δ fiind de asemenea foarte mic poate fi confundat cu tangenta sa, și deci din triunghiul dreptunghic FDD' rezultă:

$$\delta = \frac{l}{f}. \qquad (3)$$

Expresiile (2) și (3) dau, după simplificarea factorului comun l, relația generală dintre f, n, R_1 și R_2:

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right).$$

Ca aplicație vom considera

Problema: Un tub cilindric de diametru mic (fig. 5) conține în A aer și în B un lichid de indice 1,4. Suprafața de separație a celor două medii face parte dintr-o sferă cu raza de 50 cm și a cărui centru O este pe axa tubului. Se presupune un punct luminos în P pe axa tubului, astfel că $PC = 200$ cm. Se întreabă:

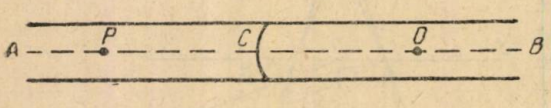


Fig. 5.

1°. La ce distanță față de C se formează imaginea lui P în mediul B?

2°. Care trebuie să fie raza sferei de separație, pentru ca imaginea lui P să se formeze în același punct ca precedentul, dacă indicele lichidului este 1,5?

Soluție. Înlocuim lichidul printr-o lentilă subțire din aceeași substanță, în formă de menisc convergent, având ca primă față suprafața sferică dată și ca a doua față o suprafață sferică a cărui centru ar fi punctul P' imaginea punctului P. În aceste condiții raza care a pătruns prin prima față nu suferă nici o deviație ieșind prin cea de a doua.

Să aplicăm la această lentilă formula convergenții, cu observația ca $R_2 = p'$ este negativ întru-un menisc convergent; ea devine:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{p'}\right)$$

sau

$$\frac{n}{p'} + \frac{1}{p} = \frac{n-1}{R}.$$

Se deduce:

$$p' = \frac{npR}{(n-1)p - R}. \qquad (1)$$

Valoarea numerică a lui p' este deci conform datelor:

$$p' = \frac{1{,}4 \cdot 200 \cdot 50}{0{,}4 \cdot 200 - 50} = 466{,}66 \text{ cm}.$$

Virgil Atanasiu

Generalizarea problemei 2341

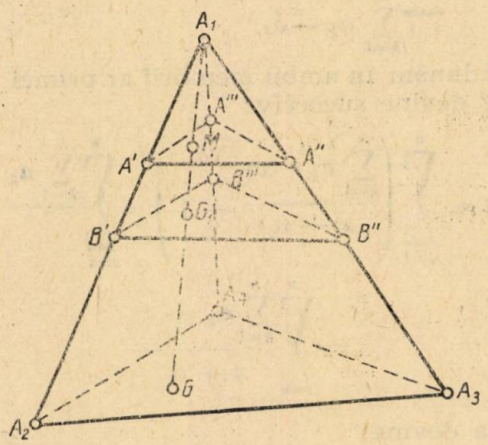
În cele ce urmează, dăm o generalizare a problemei 2341 din G.M.F. (b), nr. 1, anul IX, p. 30.

Dacă printr-un punct M de pe mediana A_1G a tetraedrului $A_1A_2A_3A_4$ se duce un plan oarecare, ce taie muchiile A_1A_2, A_1A_3, A_1A_4 ale tetraedrului în punctele A', A'', A''' are loc relaţia:

$$\frac{A_1A_2}{A_1A'}+\frac{A_1A_3}{A'A''}+\frac{A_1A_4}{A'A'''}=\frac{3(k+1)}{k}, \qquad (1)$$

unde k este raportul în care M împarte mediana A_1G a tetraedrului.

Fie un plan paralel cu planul $A'A''A'''$ care trece prin centrul



de greutate G_1 al tetraedrului $A_1A_2A_3A_4$ şi taie pe A_1A_2, A_1A_3, A_1A_4 respectiv în punctele B', B'', B'''. În acest caz avem relaţia:

$$\frac{A_1A_2}{A_1B'}+\frac{A_1A_3}{A_1B''}+\frac{A_1A_4}{A_1B'''}=4$$

(v. G. M. F.-B, nr. 1, IX, 30).

Planele $(A'A''A''')$ şi $(B'B''B''')$ fiind paralele determină grupurile de triunghiuri asemenea:

$$(A_1MA',\ A_1GB');\ (A_1MA'',\ A_1G_1B'');\ (A_1MA''',\ A_1G_1B''').$$

În acest caz, putem scrie şirul de rapoarte egale:

$$\frac{A_1M}{A_1G}=\frac{A_1A'}{A_1B'}=\frac{A_1A''}{A_1B''}=\frac{A_1A'''}{A_1B'''}. \qquad (2)$$

Dar $\frac{A_1M}{A_1G}=\frac{4k}{3(k+1)}$, ceea ce se deduce uşor din $\frac{A_1M}{MG}=k$ folosind proprietăţi ale proporţiilor şi ţinînd seamă că $\frac{A_1G_1}{A_1G}=\frac{3}{4}$.

Din relațiile (2) scoatem pe A_1B', A_1B'', A_1B''' în funcție de k și de A_1A', A_1A'', A_1A''' și înlocuind în (1') avem pe (1), adică relația din enunț. Pentru verificare facem pe $k = 3$ în (1) și obținem (1').

Bretan V. Dan, student Timișoara

Generalizarea problemei 2762

Să se arate că dacă $\sum_{i=1}^{n} \frac{\sum_{k=1}^{n} a_k - a_i}{x + a_i} = \sum_{=1}^{n} \frac{x + a_i}{\sum_{k=1}^{n} a_k - a_i}$, atunci

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{x + a_i} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\sum_{k=1}^{n} a_k - a_i}$$

Soluție. — Adunăm în ambii membrii ai primei egalități, numărul n. Membrul stîng devine succesiv:

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{\sum_{k=1}^{n} a_k - a_i}{x + a_i} + n = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\sum_{k=1}^{n} a_k - a_i}{x + a_i} + 1 \right) = \sum_{i=1}^{n} \frac{\sum_{k=1}^{n} a_k - a_i + x - a_i}{x + a_i} =$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \frac{\sum_{k=1}^{n} a_k + x}{x + a_i}.$$

Membrul al doilea devine:

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{x + a_i}{\sum_{i=1}^{n} a_k - a_i} + n = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{x + a_i}{\sum_{k=1}^{n} a_k - a_i} + 1 \right) = \sum_{i=1}^{n} \frac{x + a_i + \sum_{k=1}^{n} a_k - a_i}{\sum_{k=1}^{n} a_k - a_i} =$$

$$= \sum_{i=1} \frac{\sum_{k=1}^{n} a_k + x}{\sum_{k=1}^{n} a_k - a_i}.$$

Prima egalitate devine:

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{\sum_{k=1}^{n} a_k + x}{x + a_i} = \sum \frac{\sum_{k=1}^{n} a_k + x}{\sum_{k=1}^{n} a_k - a_i}$$

și suprimînd numărătorul (numărătorii sînt simetrici și egali) în raport cu $a_1, a_2, \ldots, a_n, x$) obținem:

$\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{x+a_i} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\sum_{k=1}^{n} a_k - a_i}$. Dacă facem $n=3$ și notăm $a_1=a$, $a_2=b$, $a_3=c$, obținem soluția problemei 2762.

Tudor M. Gheorghe, București

O demonstrare a volumului trunchiului de piramidă

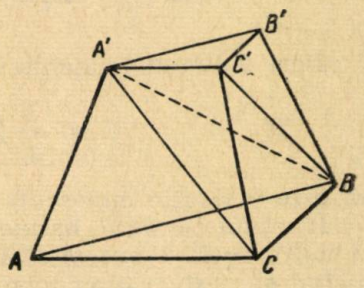
Considerăm trunchiul de piramidă triunghiular $ABCA'B'C'$ pe care îl împărțim în 3 piramide triunghiulare, astfel: $A'ABC$, $BA'B'C'$, $BA'C'C$ și să notăm volumele lor respectiv cu V_1, V_2, V_3.

In trunchiul de piramidă $ABCA'B'C'$ avem relația:

$$\frac{AC}{A'C'} = \frac{CB}{C'B'} \tag{1}$$

Fie h_1 și h_2 înălțimile fețelor laterale $ACC'A'$ și $CBB'C'$. Să înmulțim cu $\frac{h_1}{2} : \frac{h_1}{2} = 1$ și $\frac{h_2}{2} : \frac{h_2}{2} = 1$, respectiv primul și al doilea raport al proporției (1):

$$\frac{\frac{AC \cdot h_1}{2}}{\frac{A'C' \cdot h_1}{2}} = \frac{\frac{CB\, h_2}{2}}{\frac{C'B' \cdot h_2}{2}}, \tag{2}$$



unde se observă că:

$$\frac{AC \cdot h_1}{2} = A_{AA'C}\,; \quad \frac{A'C' \cdot h_1}{2} = A_{A'C'C}\,, \quad \frac{CB \cdot h_2}{2} = A_{CC'B}\,;$$

$$\frac{C'B' \cdot h_2}{2} = A_{C'B'B}$$

Deci proporția (2) se mai scrie:

$$\frac{A_{AA'C}}{A_{A'C'C}} = \frac{A_{CC'B}}{A_{C'B'B}} \tag{3}$$

Fie I_1, I_2 depărtarea vîrfului B, A' respectiv la fețele laterale $AC'CA$, $C'BB'C$. Să înmulțim rapoartele proporției (3) respectiv cu $\frac{I_1}{3} : \frac{I_1}{3} = 1$; $\frac{I_2}{3} : \frac{I_2}{3} = 1$, avem:

$$\frac{A_{AA'C}\frac{I_1}{3}}{A_{A'C'C}\frac{I_1}{3}} = \frac{A_{CC'B}\frac{I_2}{3}}{A_{C'B'O}\frac{I_2}{3}}. \qquad (4)$$

Se observă uşor că:

$$\frac{A_{AA'C}I_1}{3} = V_1;\quad \frac{A_{A'C'C}I_1}{3} = \frac{A_{CC'B}I_2}{3} = V_3;\quad \frac{A_{C'B'B}I_2}{3} = V_2$$

şi atunci din proporţia (4) avem:

$$\frac{V_1}{V_3} = \frac{V_3}{V_2} \text{ de unde } V_3 = \sqrt{V_1 V_2}. \qquad (5)$$

Deoarece volumul trunchiului de piramidă V *este* $V_1 + V_2 + V_3$, ţinînd seamă de relaţia (5) obţinem:

$$V = V_1 + V_2 + \sqrt{V_1 V_2}.$$

Dacă notăm cu B, b, I respectiv baza mare, baza mică şi înălţimea trunchiului de piramidă se observă că:

$$V_1 = \frac{BI}{3};\quad V_2 = \frac{CI}{3},\quad \sqrt{V_1 V_2} = \frac{\sqrt{B \cdot b \cdot I}}{3}.$$

Deci volumul trunchiului de piramidă se scrie

$$V = \frac{I}{3}(B + b + \sqrt{Bb}) \qquad (6)$$

care este o relaţie cunoscută.

In cazul în care bazele sînt poligoane cu un număr de laturi mai mare decît 3 putem să-l împărţim în trunchiuri triunghiulare şi aplicînd succesiv raţionamentul de mai sus vom obţine relaţia (6).

D. D. Motoargă, elev cl. X-a, Breaza

A CONSTRUIM PRIN MIJLOACE PROPRII

MODELE ŞI APARATE DE FIZICĂ

CONSTRUIREA UNUI REDRESOR ELECTROLITIC

REDRESORUL este un aparat care permite transformarea curentului alternativ în curent continuu. Acest aparat este necesar în laboratoare pentru efectuarea a numeroase lucrări care necesită o sursă de curent continuu. Aşa de exemplu, pentru încărcarea unui acumulator, pentru efectuarea electrolizei sau ale unor aplicaţii ale electrolizei (galvanizare, galvanoplastie etc.), pentru constatarea efectului electromagnetic al curentului, pentru realizarea unor montaje de radioreceptoare cu lămpi, pentru studierea

caracteristicilor unui tub electronic etc., trebuie să folosim rețeaua de curent alternativ prin intermediul redresorului.

Funcționarea redresorului electrolitic se bazează pe faptul că o placă de aluminiu cufundată într-o soluție de fosfat de sodiu are proprietatea, dacă în fața ei se află în aceiași soluție o placă de fier, să permită trecerea curentului electric numai într-un singur sens, și anume curentul trece numai cînd placa de aluminiu formează anodul. Dacă placa de aluminiu devine catod, din cauza oxigenului ce se degajă, ea se oxidează foarte repede. Placa de aluminiu se acopere cu o pătură subțire de oxid de aluminiu

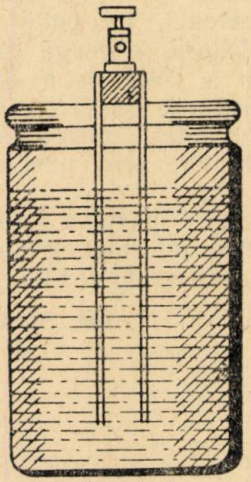


Fig. 1.

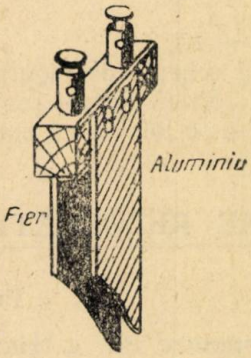


Fig. 2.

rău conducător de electricitate, care împiedică trecerea curentului. Această pătură de oxid dispare însă imediat ce curentul își schimbă sensul astfel, încît placa de aluminiu devine din nou anod. Dacă vom lega o astfel de celulă la o sursă de curent alternativ, atunci, datorită fenomenelor amintite, fiecare a doua schimbare de sens a curentului este împiedicată să treacă și curentul alternativ devine un curent continuu pulsator care poate fi utilizat în scopurile mai sus menționate.

Pentru a putea încărca redresorul cu un curent pînă la 2 amperi îl vom construi astfel, încît placa de aluminiu să aibă dimensiunile de 60 × 100 mm. Tabla de aluminiu folosită în acest scop trebuie să fie confecționată din aluminiu pur, deoarece în caz contrar se descompune foarte repede. Grosimea plăcii să fie de 2 mm. Electrodul de fier se face din tablă de fier tot de 2 mm grosime și va avea de asemenea dimensiunile de 60×100 mm.

Ambii electrozi se vor monta (fig. 2) pe o șipcă de lemn de esență tare, parafinat. Fixarea electrozilor se face cu ajutorul unor șuruburi. În acest scop, la partea superioară atît electrodul de aluminium, cît și cel de fier vor fi prevăzuți cu găuri date cu mașina de găurit. Șipca va fi suficient de lungă pentru a permite atîrnarea electrozilor în soluția de fosfat de sodiu, sprijinită fiind pe marginea unui borcan.

Soluția de fosfat de sodiu se prepară dizolvînd 50 g fosfat de sodiu într-un litru de apă.

În fig. 1 se pot vedea electrozii cufundați în soluție.

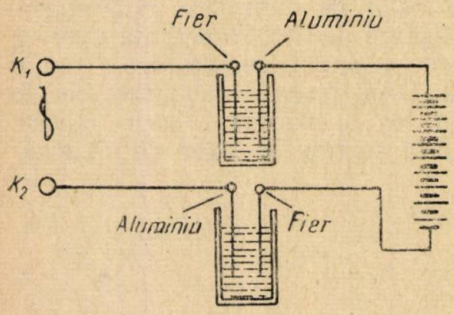


Fig. 3.

Figura 3 ne arată schema de montaj a unei mici instalații ce folosește un redresor electrolitic de felul celui descris, alcătuit din două celule redresoare. Placa de fier a uneia din celule se leagă (dacă e vorba să încărcăm un acumulator), cu polul negativ al baterii de acumulatori care trebuie încărcată, iar polul pozitiv al acestei baterii se leagă cu placa de aluminiu a celei de a doua celule. Redresorul se leagă la rețeaua de curent alternativ, intercalînd un mic transformator, prin intermediul elementelor K_1 și K_2.

Utilizînd schema de montaj indicată în fig. 3 pierdem însă jumătate din curentul rețelei. Se pot realiza însă montaje, folosindu-se patru celule, care permit să se folosească ameble jumătăți ale curentului alternativ.

Ing. St. Calman

PROBLEME REZOLVATE

Problema 2761

Pe ipotenuza BC a triunghiului dreptunghic ABC se consideră punctele M, N, P și Q luate de o parte și de alta a vîrfurilor B și C, așa încît : $\overline{BM} = \overline{BN} = \overline{BA}$ și $\overline{CP} = \overline{CQ} = \overline{CA}$.

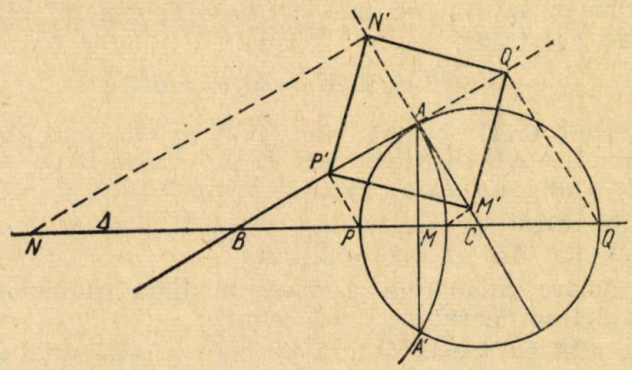
Se proiectează M și N în M' și N' pe AC, iar P și Q în P' și Q' pe AB. Să se arate că: 1) figura $M'P'N'Q'$ este un patrat; 2) aria patratului $M'P'N'Q'$ este constantă dacă A este fix, iar B și C se deplasează pe o dreaptă $\triangle$ fixă (M fix).

Theodor Gh. Cocea

Soluție. — Punctele M, N și A sînt pe cercul descris din B ca centru avînd raza egală cu $\overline{BA}$. De asemenea punctele P, Q și A sînt pe cercul descris din C ca centru și cu raza $\overline{CA}$. Cercul NAM este tangent la CA și cercul PAQ este tangent la AB; iar $\overline{M'N'}$ este proiecția diametrului $\overline{NM}$ pe tangenta în A la cercul NAM și $\overline{P'Q'}$ este proiecția diametrului $\overline{PQ}$ pe tangenta în A la cercul PAQ. Cercurile NAM și PAQ se intersectează în A și A' simetricul lui A față de BC ($\overline{AA'} = 2h_a$ unde h_a este înălțimea dusă în vîrful A în triunghiul (BAC).

Potrivit teoremei: *proiecția unui diametru $\overline{AB}$ al cercului O pe tangenta dusă într-un punct M al cercului este egală cu lungimea coardei dusă prin M perpendicular pe diametrul AB.* (V. nota 15 G.M.F.-B nr. 11/1956). Rezultă că $\overline{M'N'}$ și $\overline{P'Q'}$ sînt egale cu $\overline{AA'}$.

Punctele M şi N fiind simetrice faţă de B şi M' şi N' vor fi simetrice faţă de A. La fel P' şi Q' sînt simetrice faţă de A. Figura



$P'N'Q'M'$ este deci un patrat în care diagonalele sînt egale cu $2\ h_a$, aria lui este deci $2\ h_a^2$, adică este constantă dacă A este fix şi $\overline{BC}$ alunecă pe o dreaptă $\triangle$ fixă, $\sphericalangle BAC = 90^0$, AM = constant.

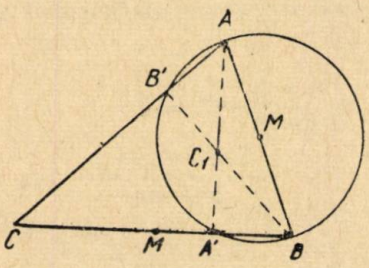
Problema 2765

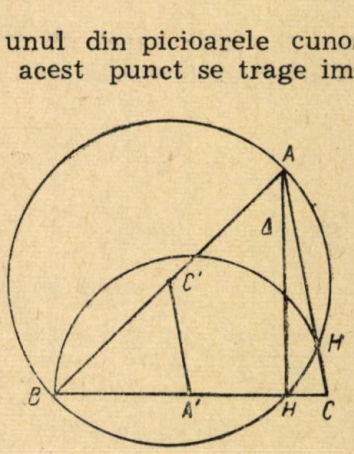
Să se construiască un triunghi cunoscînd în plan: 1) picioarele a două înălţimi şi piciorul unei mediane; 2) picioarele a două mediane şi piciorul unei înălţimi.

Gh. Buicliu

Soluţie. — 1) Se cunosc picioarele a două înălţimi şi piciorul unei mediane. Fie M piciorul cunoscut al unei mediane. Se deosebesc două cazuri:

a) M se află pe aceiaşi latură cu unul din picioarele cunoscute A', B' ale înălţimilor AA' şi BB'. În acest punct se trage imediat





direcţia MA' a laturii BC, iar B şi C se obţin luînd intersecţia acestei direcţii cu cercul cu centrul în M şi cu raza MB', căci triunghiul $CB'B$ este dreptunghic în B'. Apoi CA' şi perpendiculara A' pe MA' dau

prin intersecție, vîrful A. Problema este totdeauna posibilă și are o singură soluție dacă este specificat care anume este M și care este A'. Schimbînd aceste litere se mai obține o soluție.

b) M este pe latura pe care nu se află nici A' nici B', deci pe latura AB. În acest caz,

$$\overline{MB'} = \overline{MA'} = \overline{MA} = \overline{MB}.$$

Se descrie cercul cu centrul în M și cu raza $\overline{MA'} = \overline{MB'}$. Se duce un diametru AB în acest cerc și se unește B cu A' și A cu B', și se obținue triunghiul ABC. Problema are o infinitate de triunghiuri ABC și o altă infinitate de triunghiuri ABC_1, dacă se consideră $\overline{BB'}$ și AA' laturi, iar AB' și BA' înălțimi.

2. Se cunosc picioarele a două mediane și piciorul H al unei înălțimi. Și aici se deosebesc două cazuri:

a) H se află pe aceiași latură pe care se află unul din mijloacele date de exemplu, pe BC. În acest caz se trage $A'H$ care dă direcția laturii BC. Vîrful A se află pe perpendiculara $\triangle$ în H pe AH'. Observăm că $AC = 2A'C'$. Se duce o paralelă la $A'C'$ de lungime $2A'C'$ și cu extremitățile A și C pe $\triangle$ și pe $A'H$. Din cele două drepte care se pot construi astfel, se ia numai aceea care este de aceiași parte cu C' față de $A'H$. Unind A cu C se găsește și B.

b) H este pe latura pe care nu se află nici A' nici C'. Se observă din triunghiurile dreptunghice AHB și BHC că $\overline{C'A} = \overline{C'B} = \overline{C'H}$ și $\overline{A'B} = \overline{A'C} = \overline{A'H}$. Deci B este la intersecția cercurilor $C'(C'H)$, $A'(A'H)$. Intersecțiile acelorași cercuri cu BC' și BA' dau pe A și C. Ca problema să fie posibilă trebuie ca atît $\overline{A'H}$ cît și $\overline{C'H}$ să fie mai mari ca $\dfrac{\overline{A'C'}}{2}$.

Problema 2766

Să se rezolve ecuația:

$$\frac{b+c}{x-a} + \frac{a+c}{x-b} + \frac{a+b}{x-c} = 3.$$

Alex. Iorgulescu, student București

Soluție. — Avem:

$$\frac{b+c}{x-a} - 1 + \frac{a+c}{x-b} - 1 + \frac{a+b}{x-c} - 1 = 0;$$

$$\frac{b+c+a-x}{x-a} + \frac{a+c+b-x}{x-b} + \frac{a+b+c-x}{x-c} = 0, \text{ sau}$$

$$(a+b+c-x)\left(\frac{1}{x-a} + \frac{1}{x-b} + \frac{1}{x-c}\right) = 0,$$

de unde rezultă:

$$x_1 = a+b+c \text{ și } \frac{1}{x-a} + \frac{1}{x-b} + \frac{1}{x-c} = 0$$

sau

$$3x^2 - 2(a+b+c)x + ab + bc + ca = 0$$

care ne dă:

$$x_{2,3} = \frac{a+b+c \pm \sqrt{a^2+b^2+c^2-ab-bc-ac}}{3},$$

dacă rădăcinile x_1, x_2, x_3, sînt diferite de a, b, c.

Problema 2767

Intr-un patrulater inscriptibil $ABCD$ facem notaţiile $\overline{AB}=a$, $\overline{BC}=b$, $\overline{CD}=c$, $\overline{DA}=d$; $\overline{BD}=e$, $\overline{AC}=f$. Să se demonstreze relaţia:

$$\frac{a\,d\,e}{a+d+e} + \frac{b\,c\,e}{b+c+e} = \frac{a\,b\,f}{a+b+f} + \frac{c\,d\,f}{c+d+f}.$$

Gh. I. Bercea

Soluţie. — Notăm cu R, r_1, r_2, r_3, r_4 respectiv raza cercului $ABCD$ şi razele cercurilor înscrise în triunghiurile ABC, BCD, CDA i DAB. Avem:

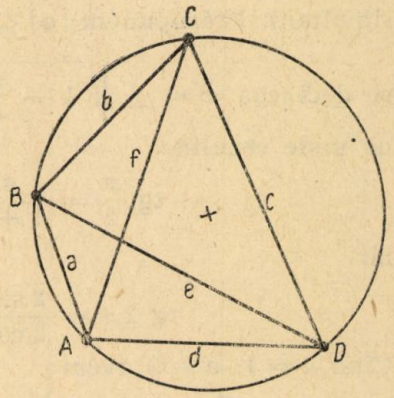
$$S_{ABC} = \frac{a\,b\,f}{4R} = r_1\frac{a+b+f}{2}, \quad \text{de unde}$$

$$r_1 = \frac{a\,b\,f}{2R(a+b+f)}. \qquad \text{La fel:}$$

$$r_2 = \frac{b\,c\,e}{2R(b+c+e)};$$

$$r_3 = \frac{c\,d\,f}{2R(c+d+f)},$$

$$r_4 = \frac{a\,d\,e}{2R(a+d+e)}.$$



Acum se vede uşor că relaţia din enunţ se scrie:

$$r_2 + r_4 = r_1 + r_3.$$

Dar această relaţie este adevărată. (v. G.M.F.-B vol. VII, 1956, nr. 2, nota 4, p. 81).

Problema 2772

Dacă $(a^2-b^2)\sin 2x - 2ab\cos^3 x = 0$, să se afle ce valori poate avea $\operatorname{tg}\frac{x}{2}$ şi $\operatorname{tg} 2x$. Caz numeric $a=1$, $b=2$.

C. Ionescu-Ţiu

Soluţie dată de *O. Nanu*, elev, Iaşi. — Ecuaţia dată se mai scrie:

$$2(a^2-b^2)\sin x\cos x - 2ab\cos^3 x = 0$$

sau:

$$\cos x\,[(a^2-b^2)\sin x - ab(1-\sin^2 x)] = 0$$

sau:

$$\cos x\,[ab\sin^2 x + (a^2-b^2)\sin x - ab] = 0$$

care dă:

I) $\cos x = 0$ și deci, $\sin x = \pm 1$,

iar:

$$\operatorname{tg}\frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1+\cos x} = \frac{\pm 1}{1+0} = \pm 1 \quad \text{și} \quad \operatorname{tg} 2x = \frac{2\sin x\cos x}{2\cos^2 x - 1} = \frac{2(\pm 1)\cdot 0}{2.0-1} = 0.$$

II) $ab\sin^2 x + (a^2-b^2)\sin x - ab = 0$

care dă:

$$\sin x = \frac{b^2-a^2 \pm \sqrt{(a^2-b^2)+4a^2b^2}}{2ab} = \frac{(b^2-a^2)\pm(a^2+b^2)}{2ab}$$

$\sin x_1 = \frac{b}{a}$ și $\sin x_2 = -\frac{a}{b}$ (evident, aceastea nu sînt adevărate simultan). Presupunem $|a| \leqslant |b|$ și atunci avem numai $\sin x = -\frac{a}{b}$ și deci $\cos x = \pm\sqrt{1-\frac{a^2}{b^2}} = \pm\frac{\sqrt{b^2-a^2}}{b}$,

de unde rezultă:

$$\operatorname{tg}\frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1+\cos x} = \frac{-a}{b\pm\sqrt{b^2-a^2}}$$

iar

$$\operatorname{tg} 2x = \frac{2\sin x\cos x}{2\cos^2 x - 1} = \frac{\mp 2a\sqrt{b^2-a^2}}{b^2-2a^2}.$$

Cînd $a=1$, $b=2$ avem:

$$\operatorname{tg}\frac{x}{2} = -\frac{1}{2\pm\sqrt{4-1}} = -\frac{1}{2\pm\sqrt{3}} = -2+\sqrt{3}$$

și

$$\operatorname{tg} 2x = \frac{\mp 2\cdot 1\sqrt{3}}{4-2} = \frac{\mp 2\sqrt{3}}{2} = \mp\sqrt{3}$$

ceea ce trebuia să aflăm.

Problema 2775

Să se arate că în orice triunghi cercul celor nouă puncte este tangent cercurilor înscrise în triunghiurile determinate de ortocentru și două din vîrfuri.

* * *

Soluție. — Cercul celor nouă puncte (Euler) al triunghiului ABC trecînd prin mijloacele segmentelor AH, BH, CH rezultă că

triunghiurile AHB, BHC, CHA au același cerc Euler ca triunghiul ABC.

Dar se știe că în orice triunghi, cercul lui Euler este tangent cercului înscris (a se vedea C.D.P. de G. Tițeica, problema 1249).

Deci cercurile înscrise în triunghiurile AHB, BHC, CHA sînt tangente cercului lui Euler al triunghiului ABC.

Problema 2786

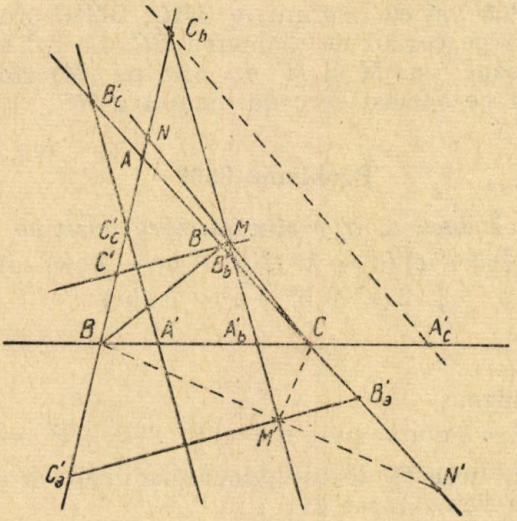
Fie B', C' punctele de tangență ale laturilor $\overline{AC}$, $\overline{AB}$ cu cercul I înscris triunghiului ABC. Se notează analog cu (B_a', C_a'), (B_b', C_b'), (B_c', C_c') punctele de tangență ale acelorași laturi, respectiv cu cercurile exînscrise I_a, I_b, I_c. Să se demonstreze că dreptele $B'C'$, $B_a'C_a'$, $B_b'C_b'$, $B_c'C_c'$ formează un dreptunghi ale cărui vîrfuri se află la intersecțiile bisectoarelor unghiurilor B și C cu cercul de diametru BC.

Gh. Buicliu

Soluție. — Fie M intersecția lui $B_b'C_b'$ cu bisectoarea unghiului ABC și N intersecția lui CM cu AB. Triunghiul CAN tăiat de transversala $C_b'MB_b'$ dă

$$\frac{\overline{MN}}{\overline{MC}} \cdot \frac{\overline{B_a'C}}{\overline{B_b'A}} \cdot \frac{\overline{C_b'A}}{\overline{C'N}} = 1. \tag{1}$$

Dar $\overline{B_b'A} = \overline{C_b'A}$, deci (1), devine după simplificare



$$\frac{\overline{MN}}{\overline{MC}} = \frac{\overline{C_b'N}}{\overline{B_b'C}}. \tag{2}$$

Inlocuind în (2) pe $\overline{B_b'C}$ prin $\overline{CA_b'}$ și ținînd seama că BM este bisectoare în triunghiul CBN avem:

$$\frac{\overline{MN}}{\overline{MC}} = \frac{\overline{NB}}{\overline{CB}} = \frac{\overline{C_b'N}}{\overline{CA_b'}}$$

care arată că NC este paralelă cu $C_b' A_b'$ Cum $C_b' A_b'$ este perpendiculară pe BM rezultă că și CM este perpendiculară pe BM.

Fie M' intersecția bisectoarei unghiului exterior C cu $B_a'C_a'$ și N' intersecția lui AC cu BM'. Triunghiul $N'BA$ tăiat de transversala $B_a'MC_a'$ dă:

$$\frac{\overline{M'N'}}{\overline{M'B}} \cdot \frac{\overline{C_a'B}}{\overline{C_a'A}} \cdot \frac{\overline{B_a'A}}{\overline{B_a'N}} = 1 \qquad (3)$$

Dar $\overline{C_a'A} = \overline{B_a'A}$ așa că (3) devine

$$\frac{\overline{M'N'}}{\overline{M'B}} = \frac{\overline{B_a'N'}}{\overline{C_a'B}} \qquad (4)$$

In triunghiul BCN' linia CM' este bisectoarea unghiului BCN deci:

$$\frac{\overline{M'N'}}{\overline{M'B}} = \frac{\overline{CN'}}{\overline{CB}}$$

și acum se observă că $BC_a' = BA_a'$ atunci (4) și (5) dau:

$$\frac{\overline{CN'}}{\overline{CB}} = \frac{\overline{B_a'N}}{\overline{BA_a'}},$$

care arată că BN' este paralelă cu $A_a'B_a'$ care este perpendiculară pe CM'.

Am demonstrat că $C_b'B_b'$ se întîlnește cu $B'C'$ și cu $B_a'C_a'$ pe bisectoarele BM, CM' și că unghiurile BMC, $BM'C$ sînt drepte. Punctele M, M' se află pe cercul de diametru BC. La fel se demonstrează că punctele analoage cu M și M' se află pe bisectoarea unghiului ABC și pe BM' și pe același cerc de diametru BC.

Problema 2807

Să se arate că dacă a, b, c sînt numere pozitive, avem:

$$3(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca) \geqslant$$
$$\geqslant 2(a^3+b^3+c^3-3abc).$$

C. Ionescu-Țiu

Soluție. — Avem:

$$a^3+b^3+c^3-3abc = (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca).$$

Pentru a face această descompunere, adunăm și scădem a^2b, ab^2 etc. Deci avem de demonstrat că:

$$3(a+b+c)(a^2+b^2+c^2)-ab-bc-ca \geqslant$$
$$\geqslant 2(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$$

sau că:

$$(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca) \geqslant 0.$$

Dar:

$$a+b+c > 0.$$

Să arătăm că:

$$a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca \geqslant 0.$$

Pentru aceasta considerăm inegalităţile:

$$a^2 + b^2 \geqslant 2\,ab,$$
$$b^2 + c^2 \geqslant 2\,bc,$$
$$c^2 + a^2 \geqslant 2\,ca.$$

Adunîndu-le obţinem:

$$2\,(a^2 + b^2 + c^2) \geqslant 2\,(ab + bc + ca)$$

sau:

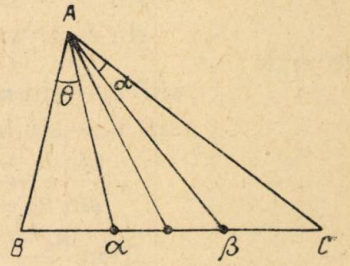
$$a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca \geqslant 0.$$

Problema 2808

În triunghiul ABC se iau punctele α, β situate pe latura BC simetric faţă de mijlocul acestei laturi. Notînd cu θ unghiul BA α şi γ unghiul CA β să se demonstreze relaţia:

$$\frac{b^2}{c^2} = \frac{\sin\theta \sin(A-\gamma)}{\sin\gamma \sin(A-\theta)}$$

* * *



Soluţie. — Conform teoremei sinusului avem:

$$\frac{\sin\theta}{\sin B} = \frac{B\alpha}{A\alpha}\ ;\quad \frac{\sin C}{\sin\gamma} = \frac{A\beta}{\beta C}\ ;$$

$$\frac{\sin(A-\gamma)}{\sin B} = \frac{\beta B}{A\beta}\ ;\quad \frac{\sin C}{\sin(A-\theta)} = \frac{A\alpha}{C\alpha}.$$

Înmulţind aceste relaţii şi ţinînd seama că $B\alpha = \beta C$; $\beta B = C\alpha$ obţinem:

$$\frac{\sin^2 B}{\sin^2 C} = \frac{\sin\theta \sin(A-\gamma)}{\sin\gamma \sin(A-\theta)} = \frac{b^2}{c^2}.$$

Problema 2809

Să se rezolve ecuaţia:

$$\sqrt[3]{x+a} + \sqrt[3]{x+b} + \sqrt[3]{x+c} = 0$$

Gh. I. Stoian, student Bucureşti

Soluţie. — Ţinînd seamă că dacă $A + B + C = 0$, atunci $A^3 + B^3 + C^3 = 3\,ABC$, iar ecuaţia devine:

$$3x + a + b + c = 3\sqrt[3]{(x+a)(x+b)(x+c)}$$

sau:

$$27x^3 + (a+b+c)^3 + 27x^2(a+b+c) + 9x(a+b+c)^2 =$$
$$= 27x^3 + 27(a+b+c)x^2 + 27(ab+bc+ca)x + abc, \text{ sau}$$
$$9x[a^2 + b^2 + c^2 - (ab+bc+ca)] = 27abc - (a+b+c)^3.$$

Rezultă: $x = \dfrac{27abc - (a+b+c)^3}{9(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)}$

Problema 2810

Pentru a determina astronomic punctul unde se află, un navigator se ia trei înălțimi h_1, h_2, h_3 ale unui astru. Dacă unghiurile la pol corespunzătoare sînt P_1, P_2, P_3 și $h_2 - h_1 = h_3 - h_2$, să se demonstreze relația :

$$\frac{\cos \frac{h_2 + h_1}{2}}{\cos \frac{h_3 + h_2}{2}} = \frac{\cos P_2 - \cos P_1}{\cos P_3 - \cos P_2}$$

C. V. Costăchescu

Soluție. — Putem scrie succesiv :

$$\sin h_1 = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos P_1,$$
$$\sin h_1 = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos P_2,$$
$$\sin h_3 = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos P_3,$$

de unde:

$$\sin h_2 - \sin h_1 = \cos \varphi \cos \delta (\cos P_2 - \cos P_1)$$
$$\sin h_3 - \sin h_2 = \cos \varphi \cos \delta (\cos P_3 - \cos P_2), \text{ sau}$$
$$\frac{\sin h_2 - \sin h_1}{\sin h_3 - \sin h_2} = \frac{\cos P_2 - \cos P_1}{\cos P_3 - \cos P_2}$$
$$= \frac{2 \sin \frac{h_2 - h_1}{2} \cos \frac{h_2 + h_1}{2}}{2 \sin \frac{h_3 - h_2}{2} \cos \frac{h_3 + h_2}{2}} = \frac{\cos \frac{h_2 + h_1}{2}}{\cos \frac{h_3 + h_2}{2}}$$

Problema 2811

Să se rezolve ecuația :

$$xyz + 6x + 3y + 2z = 3xy + 2xz + yz + 7$$

știind că x, y, z sînt numere întregi consecutive.

Șaganai Nusfet, student, București

Soluție. — Avem : $y = x + 1$ și $z = x + 2$. Înlocuind, avem :

$$x(x+1)(x+2) + 6x + 3x + 2x + 4 =$$
$$= 3x(x+1) + 2x(x+1)(x+2) + 7.$$

Dezvoltînd și reducînd, rezultă :

$$x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = 0 \quad \text{sau} \quad (x-1)^3 = 1$$

Deci, $x = 2$, $y = 3$, $z = 4$.

Problema 2812

Să se arate că în orice triunghi există relația

$$3 \Sigma BC \cdot AH = 8 R^2 \Sigma \sin^3 A \cos (B - C)$$

unde AH reprezintă distanța de la vîrful A pînă la ortocentrul triunghiului ABC.

V. Băghină, Breaza

Soluţia I-a Cum $BC = 2R \sin A$ etc şi $AH = 2R \cos A$ etc, avem:

(1) $$3 \Sigma BC \cdot AH = 12 R^2 \Sigma \sin A \cos A = 6 R^2 \Sigma \sin 2A =$$
$$= 24 R^2 \sin A \sin B \sin C$$ căci în orice triunghi
$$\Sigma \sin 2A = 4 \sin A \sin B \sin C.$$

Pe de altă parte:

(2) $$8 R^2 \Sigma \sin^3 A \cos (B - C) = 8 R^2 \Sigma \sin^3 A \cos B \cos C +$$
$$+ 3 R^2 \sin A \sin B \sin C \Sigma \sin^2 A = 24 R^2 \sin A \cdot \sin B \sin C$$ fiindcă
$$\Sigma \sin^3 A \cos B \cos C = \sin A \sin B \text{ din } C \Sigma \cos^2 A$$
(a se vedea problema 1633 din GMF-B 3/956, p. 151).

Soluţia II-a Avem:

$$\Sigma aAH = \Sigma 2R \sin A \, 2R \cos A = 2R \overset{2}{\Sigma} \sin A -$$
$$2R^2 . 4 \sin A \sin B \sin C = 8 R^2 \sin A \sin B \sin C.$$
$$\Sigma \sin^3 A \cos (B - C) = \Sigma \sin^2 A \sin (B + C) \cos (B - C) =$$
$$\frac{1}{2} \Sigma \sin^2 A (\sin 2B + \sin 2C) = \Sigma \sin^2 A (\sin B \cos B + \sin C \cos C) =$$
$$\Sigma \sin^2 A \sin B \cos B + \Sigma \sin^2 A \sin C \cos C = \Sigma \sin^2 A \sin B \cos B +$$
$$+ \Sigma \sin^2 B \sin A \cos A = \Sigma \sin A \sin B (\sin A \cos B + \sin B \cos A) =$$
$$= \Sigma \sin A \sin B \sin (A + B) = \Sigma \sin A \sin B \sin C = 3 \sin A \sin B \sin C.$$

Astfel, enunţul este justificat.

Problema 2813

Să se găsească puterea exprimată în C. P. a unui motor cheltuită pentru rotirea unui dinam care furnizează un curent de 45 amperi, avînd tensiunea la borne de 110 volţi, iar randamentul industrial de 0,86.

* * *

Soluţie dată de *I. Rizescu*, elev Roşiori de Vede. Randamentul industrial al unui motor se numeşte raportul dintre puterea utilă a dinamului şi puterea motorului, puterea care învîrteşte rotorul dinamului. Deci:

$$\eta = \frac{P_u}{P} = \frac{I.U.}{P}.$$

Din datele problemei se cunoaşte: $\eta = 0{,}86$, $I = 45$ amperi, $U = 110$ volţi. Deci înlocuind obţinem:

$$P = \frac{IU}{\eta} = \frac{45.110}{0{,}86} = \frac{45.11000}{86} W \text{ sau } P \approx 575 \text{ waţi.}$$

Ştiind că 1 Watt $= \frac{1}{736}$ C. P. obţinem $P = 575 \cdot \frac{1}{736}$ CP $= 0{,}78$ CP

Deci motorul cheltueşte 0,78 CP pentru a roti dinamul.

Problema 2815

Se consideră reacţia chimică: $SiO_2 + 2\,Mg = Si + 2\,MgO$. *Să se calculeze cantitatea de* SiO_2 *care intră în reacţie, dacă pentru a-l*

reduce este necesară cantitatea de 300 g Mg, *impurităţile* SiO_2 *fiind de 5%. Cît va cîntări siliciul obţinut?*

Valeriu Dorobanţu, Slatina

Soluţie. — Greutatea moleculară a $SiO_2 = 60{,}09$; greutatea moleculară a $MgO \cong 40{,}32$

$$40{,}32 \ldots\ldots\ldots 24{,}32$$
$$100 \ldots\ldots\ldots x \quad ; \quad x \cong 60{,}32\%.$$

Deci, 60,32% este cantitatea de Mg în MgO. $60{,}32\%\ k = 300$ g.

$$k = \frac{30\,000}{6032} \cdot 100 \cong 556{,}5 \text{ g (MgO)}$$

$$40{,}32 \ldots 16 \qquad x = \frac{1600}{40{,}32} = 39{,}68\% \text{ oxigen}$$
$$100 \ldots x \ ;$$

$$k = \frac{556{,}5 \times 39{,}68}{100} = \frac{111{,}3 \times 39{,}68}{20} = 220{,}82 \text{ oxigen.}$$

In SiO_2 se află oxigen în proporţie de 53,25%; $53{,}25\ x = 220{,}82$

$$x = \frac{2.208.200}{5325} = \frac{441640}{1065} = \frac{88328}{213} = 414{,}68$$

Ar trebui deci, 414,68 g SiO_2 pur, însă impuritatea constituind 5%, ne sînt necesare 435,414 g SiO_2. Siliciul rezultat este $\approx 183{,}77$ g.

Problema 2818

In planul unui cerc dat O se iau două puncte fixe, oarecare. Să se determine pe acest cerc punctele M pentru care suma $\overline{MA}^2 + \overline{MB}^2$ *are valoare minimă sau maximă.*

* * *

Soluţie. — $\overline{O_1A} = \overline{O_1B}$ deci, $\overline{O_1M}^2 = \dfrac{\overline{MA}^2 + \overline{MA}^2}{2} = \dfrac{\overline{AB}^2}{4}$, formulă care ne dă mediana în triunghiul MAB. De unde $\overline{MA}^2 + \overline{MB}^2 = 2\overline{O_1M}^2 + \dfrac{\overline{AB}^2}{2}$. Minimul sau maximul sumei $\overline{MA}^2 + \overline{MB}^2$ sînt date de valoarea minimă sau maximă a segmentului $\overline{O_1M}$, căci $\overline{AB}$ este constant. Unim pe O cu O_1 şi găsim pe cerc punctele M_1 şi M_2. Segmentele $\overline{O_1M_1}$ şi $\overline{O_1M_2}$ reprezintă depărtarea minimă şi maximă a punctului O_1 de cercul O.

Deci, $\overline{M_1A}^2 + \overline{M_1B}^2$ şi $\overline{M_2A}^2 + \overline{M_2B}^2$ sînt valori minime şi maxime ale sumei propuse.

PROBLEME PROPUSE *)

3374. — Se consideră un triunghi ABC şi fie DEF triunghiul său ortic. Se circumscrie triunghiului ortic un cerc ce va întîlni a doua oară laturile în D', E', F'. Să se arate că dreptele AD', BE', CF' sînt concurente.

E. Crăciunescu

*) VIII (3374, 3377, 3384, 3386) IX (3375, 3378, 3380, 3394), X (3379, 3381, 3382, 3385, 3388, 3389, 3391, 3392, 3393), XI (3372, 3383, 3387, 3390, 3395).

3375. — Fie I punctul de intersecţie al diagonalelor AC şi BD ale patrulaterului inscriptibil $ABCD$. Să se demonstreze relaţia:

$$AC^2 + IB^2 + ID^2 = BD^2 + IC^2 + IA^2.$$

Gabriel Tîrtan. absolvent Găeşti

3376. — 1° Să se elimine parametrul φ între egalităţile:

$$x \sin \varphi = 3$$
$$y \operatorname{tg} \varphi = 6$$

2° Să se determine valorile raţionale ale lui x şi y care satisfac simultan egalitatea obţinută şi să se explice rezultatul.

3° Aplicînd aceiaşi metodă, să se arate că relaţia

$$x^2 + 4y^2 = 36$$

poate fi înlocuită prin relaţiile

$$x = 6 \cos \varphi \; ; \; y = 3 \sin \varphi$$

N. C. Ciomu

3377. — Fie ABC un triunghi care are unghiul B constant, piciorul înălţimii AH_a fix şi vîrful A mobil pe direcţia fixă a înălţimei AH_a. Să se găsească locul geometric al intersecţiilor cercului de diametru AC cu diametrul AD al cercului circumscris triunghiului ABCi

Gh. Buicliu

3378. — Fie AB şi CD bazele unui trapez, M mijlocul lui CD şi N intersecţia diagonalei BD cu AM, Să se arate că: a) dacă $AM = BM$ trapezul este isoscel; b) dacă $BM = AB$, atunci $BN \cdot CD = 2\ AB \cdot ND$.

Corneliu Georgescu, Craiova

3379. — Diferenţa razelor sferelor circumscrisă şi înscrisă unui tetraedru regulat este egală cu d.

a) Să se calculeze volumul tetraedrului.

b) Dreapta care trece prin centrele a două feţe laterale taie sfera circumscrisă în P şi Q. Să se calculeze lungimea segmentului PQ.

Corneliu Georgescu

3380. — Se consideră patrulaterul inscriptibil şi ortodiagonal $ABCD$ şi fie M, N, P, Q mijloacele laturilor AB, BC, CD, DA. Laturile opuse AB, CD, şi BC, DA se întîlnesc în punctele S, respectiv T.

Să se demonstreze că triunghiurile SMP şi TNQ au acelaşi ortocentru care coincide cu punctul comun axelor radicale ale cercurilor descrise pe laturile opuse AB, CD şi BC, DA ca diametre.

M. Cuconea, Bucureşti

3381. — Să se calculeze suma:

$$S = 1^2 + (1^2 + 2^2) + (1^2 + 2^2 + 3^2) + .., + (1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + \overline{n-1}^2).$$

Simon St. Petre

3382. — Să se demonstreze că oricare ar fi x şi y, avem :

$$\cos(x+y)+\sin x+\sin y \leqslant \frac{3}{2}.$$

C. Ionescu-Ţiu

3383. — Să se demonstreze că :

$$2\sin 2x \sin 2y \leqslant 1+8\sin^2 x \sin^2 y.$$

C. Ionescu-Ţiu

3384. — Să se rezolve sistemul :

$$\begin{aligned} x(y+z-x) &= a \\ y(z+x-y) &= b \\ z(x+y-z) &= c. \end{aligned}$$

Popescu Adrian, Sibiu

3385. — Să se stabilească identitatea :

$$E_n=\sum_{i=0}^{n-1}\frac{[n^2+(i+1)i]\,[n^2-3(i+1)i]-(i+1)i}{\{n^2+[n^2+(i+1)i]^2\}^2}=\frac{1}{4n^3}.$$

Fl. Nedelcu

3386. — Să se arate că dacă a, b, c, sînt numere pozitive legate prin egalitatea $a+b+c=1$, avem;

$$ab+bc+ca>5abc.$$

Simon St. Petre

3387. — Fie $a_1, a_2, \ldots, a_k, b, k+1$ numere pozitive astfel, încît $a_1^p+a_2^p+\ldots+a_k^p=b^p$. Să se arate că dacă $p<n$, atunci $a_1^n+a_2^n+\ldots+a_k^n<b^n$. ($n$ şi p sînt numere naturale). În legătură cu problema 3080.

Tudor M. Gheorghe, student Bucureşti

3388. — Să se demonstreze că într-un triunghi ascuţitunghi avem:

$$\sin A+\sin B+\sin C>\sin 2A+\sin 2B+\sin 2C;$$

$$1+\frac{\sin 2A+\sin 2B+\sin 2C}{\sin 4A+\sin 4B+\sin 4C}<0.$$

C. Ionescu-Ţiu

3389. — Fie tetraedrul $SABC$ astfel, că $SA=SB=SC=AB=AC=a$.

a) Să se demonstreze că înălţimea SO (perpendiculara din vîrful S pe baza ABC), perpendiculara comună a muchiilor SA şi BC şi perpendiculara din A pe faţa SBC sînt concurente.

b) Să se determine volumul tetraedrului în funcţie de a şi unghiul ω al feţelor SAB şi SAC.

c) Să se determine unghiul ω, astfel ca volumul tetraedrului să fie egal cu $\frac{a^3}{48}\sqrt{51}$.

Şt, Musta

3390. — a) Să se scrie ecuațiile care determină coeficienții reali a și b astfel ca să fie satisfăcută egalitatea:

$$\frac{(a-ib)^{\frac{2n-1}{2}}}{(a+ib)^{\frac{1}{2}}} = -1.$$

b) Care este modulul numărului $a+ib$ din egalitatea precedentă, dacă argumentul său este $\frac{\pi}{n}$?

T. Roman

3391. — Se consideră un paralelipiped dreptunghi $BACD\,A'B'C'D'$, $ABCD$ și $A'B'C'D'$ fiind două fețe opuse.

Se cunosc lungimile muchiilor acestui paralelipiped: $AB = a$, $BC = b$. $BB' = c$. M fiind mijlocul muchiei $A'B'$, se cere:

a) distanța de la vîrful C' la dreapta BM;

b) distanța de la vîrful B' la planul BMC';

c) locul geometric al proiecției punctului C' pe dreapta BM, cînd punctul M descrie muchia $A'B'$.

P. Boldescu

3392. O prismă ABC, a cărei față AB este argintată, primește prin una din fețele sale AC un fascicul de lumină monocromatică a cărui direcție este normală la aceea a feței argintate. Să se determine unghiul de deviație D pe care îl face fasciculul ieșind din prismă prin fața AC după ce a fost reflectat pe fața argintată AB. Aplicație numerică: unghiul prismei $A = 3^0$; indicele de refracție al prismei, $n = \frac{3}{2}$. Se va confunda în calcul unghiurile cu sinusurile lor, cînd valoarea acestor unghiuri nu va depăși 6^0.

* * *

3393. Un presbit nu vede distinct obiectele decît începînd cu distanța 0,50 m pînă la infinit.

1. Care este puterea unei lentile care reduce această distanță la 30 cm?

2. La ce distanță se găsește punctum remotum al presbitului cînd folosește ochelari cu astfel de lentile?

* * *

3494. — Un mobil a parcurs 35 m coborînd în lungul unui plan înclinat. Care a fost durata parcurgerii traiectoriei știind că proiecția orizontală a drumului parcurs este de 18 m și coeficientul de frecare la înaintare este 0,20.

* * *

3495. Un generator menține constantă între bornele sale o diferență de potențial de 110 volți; curentul a cărei intensitate valorează

3 amperi este trimis într-un receptor a cărui rezistenţă r este de 1,5 ohmi, aceea a legăturii între cele două maşini fiind de 6 ohmi. Să se calculeze:

1^0 Forţa electromotoare a motorului.

2^0 Puterea sa.

3^0 Randamentul său, ştiind că rezistenţa generatorului este de asemenea de 1,5 ohmi.

* * *

EXERCIŢII ŞI PROBLEME PENTRU ŞCOALA DE 7 ANI*)

E: 1218. — Să se afle care din fracţiile următoare este mai mare:

$$\frac{33\,333\,333\,331}{33\,333\,333\,334} \text{ şi } \frac{22\,222\,222\,221}{22\,222\,222\,223}.$$

Se vor căuta procedee cît mai simple care să se poată aplica şi în cazul altor fracţii de aceiaşi formă, dar mai generale.

(Cl. V O.M.M.F. 1958 , Timişoara)

E: 1219. — O gospodărie agricolă colectivă vinde Statului cu 3684 lei, 712 litri de vin de trei calităţi: a 4 lei litrul, a 6 lei litrul şi a 7,50 lei litrul. Cantitatea de vin a 6 lei litrul este de 3 ori mai mare decît cantitatea de vin a 7,50 lei. Să se afle cît vin de fiecare calitate s-a vîndut Statului.

(Cl. VI O.M.M.F. 1958 Timişoara)

E: 1220. — Un corp omogen de formă cubică pluteşte în întregime în interiorul apei dintr-un vas. Muchia cubului este de 5 cm. Dizolvînd sare în apă, cubul se ridică în afara apei cu 1 cm din înălţimea lui (o faţă a cubului rămîne paralelă cu suprafaţa). Ce greutate specifică are soluţia ?

(Cl. VI O.M.M.F. 1958 Timişoara)

E: 1221. — Se consideră un triunghi oarecare ABC. Pe latura BC se ia un punct oarecare M şi se construiesc simetricele lui P şi Q, faţă de mijloacele laturilor AB şi AC. Să se demonstreze că:

a) PA şi AQ sînt în prelungire; b) să se demonstreze că $PQ=BC$; c) în ce poziţii trebuie să fie luat punctul M astfel, ca în acele cazuri triunghiurile MPQ şi ABC să fie egale.

(Cl. VI O.M.M.F. 1959 Timişoara)

E: 1222. — Să se calculeze expresia aducînd-o la forma cea mai simplă:

---

* V (E: 1218, 1231, 1232, 1236) VI (E: 1219, 1220. 1221, 1225, 1226, 1227, 1235); VII (E: 1222, 1223, 1224, 1228, 1229, 1230, 1233, 1234, 1237, 1238)

$$E=\frac{\dfrac{1}{8+4x}+\dfrac{40}{8-4x}+\dfrac{(2x+3)^2}{x-4}}{\dfrac{\frac{1}{2}}{x^2-4x+4}+\dfrac{\frac{1}{2}}{x^2+4x+4}-\dfrac{8}{(x^2-4)^2}}$$

(Cl. VII O.M.M.F. 1958 Timişoara)

E: 1223. — Tensiunea la polii unui dinam este de 110 volţi. În circuitul exterior se află un bec electric şi un reostat.

a) Să se afle rezistenţa totală a becului şi a reostatului, dacă energia electrică consumată în două ore este de 0,11 kw/oră.

b) Să se afle rezistenţa proprie a reostatului şi rezistenţa proprie a becului ştiind că tensiunea la capetele becului este de 100 volţi,

(Cl. VII O.M.M F. 1958 Timişoara)

E: 1224. — Se consideră un triunghi dreptunghic ABC ($A=90°$). Prin vîrful A se duce o paralelă la ipotenuză, iar din vîrful B şi C se duc perpendicularele BD şi CE pe paralela de mai sus.

1) a) Să se arate că triunghiurile ABD şi ACE sînt asemenea cu triunghiul dat; b) Să se calculeze laturile lor, ştiind că $AB=3$ cm, $AC=4$ cm.

2) Prin D se construeşte o dreaptă perpendiculară pe AB, care întîlneşte ipotenuza în G. Să se demonstreze că GE este perpendiculară pe AC.

3) Să se calculeze aria dreptunghiului $ALGM$, unde L şi H sîtn respectiv punctele de intersecţie ale dreptelor (AB şi DG) şi (AC şi GE).

(Cl. VII O.M.M.F. 1958 Timişoara)

E: 1225. — În triunghiul isoscel ABC înălţimile BD şi CE care cad pe laturile egale ale triunghiului formează unghiul $BOC=\frac{17}{15}$ dr. Să se calculeze unghiurile triunghiului ABC.

(Cl. VI O.M.M.F. 1958 Oraşul Stalin)

E: 1226. Un balon cu capacitatea de 1 800 m^3 este umplut cu heliu. Învelişul balonului şi nacela cîntăresc 275 kg. Poate acest balon să urce în aer 6 pasageri care cîntăresc cîte 65 kg fiecare?

(Cl. VI O.M.M.F. 1958 Oraşul Stalin)

E: 1227. La un concurs s-au acordat premii în valoare de lei 465. Elevii care rezolvă corect problema vor primi cîte o sumă invers proporţională cu timpul în care a lucrat-o, astiel 3 elevi au fost premiaţi. Ştiind că primul a terminat în 30 minute, în al doilea în $\frac{5}{6}$ din timpul celui dintîi şi al treilea în $\frac{10}{9}$ din timpul celui de-al doilea, să se calculeze ce sumă a primit fiecare.

(Cl. VI O.M.M.F. 1958 Oraşul Stalin)

E: 1228, — Se dă un cerc O de rază $r=1{,}5$ m. Dintr-un punct exterior M, aflat la 2,5 m depărtare de centru, se duc tangentele MT_1

și MT_2. Să se afle: a) lungimea coardei T_1T_2; b) unghiul T_1OT_2; c) aria segmentului de cerc mărginit de arcul T_1T_2 și coarda T_1T_2.

(Cl. VII O.M.M.F, 1958 Orașul Stalin)

E: 1229. — Să se efectueze:

$$\left(\frac{3n^2}{m\,n^2-m^4}-\frac{n}{mn^2+m^2\,(n+m)}-\frac{1}{mn-m^2}\right):\frac{m+n}{n\,(m+n)+m^2}.$$

Să se afle valoarea pentru $m=0{,}125$.

(Cl, VII O.M.M,F. 1958 Orașul Stalin)

E: 1230. — Care este intensitatea curentului într-un circuit lung de 40 m, format din sîrmă de nichelină cu diametrul de 0,8 mm, știind că tensiunea la capetele circuitului este de 120 V.

(Cl. VII O.M.M.F. 1958 Orașul Stalin)

E: 1231. — Să se reconstituie înmulțirea:

$$\begin{array}{r} 3\,x\,4 \\ x\,4\,x \\ \hline x\,x\,x\,x \\ x\,x\,9\,x \\ x\,x\,x \\ \hline 7\,x\,x\,x\,4 \end{array}$$

Badea Gheorghe, Timișoara

E: 1232. — O brigadă de tractoriști ară un teren în 16 zile. Peste 6 zile, după ce s-au arat 288 ha, două tractoare trec la altă lucrare și terenul se termină de arat în $13\frac{1}{3}$ zile.

1) Care este întinderea terenului?
2) Cîte ha ară un tractor ztlnic?
3) Cîte tractoare sînt în brigadă?

Boldea Gheorghe

E: 1233. — Să se rezolve ecuația:

$$\frac{x-13}{2x+1}-\frac{2x-1}{x+1}+\frac{x+1}{2x-13}=-1.$$

Să se verifice apoi soluția găsită.

E, Vișa, Timișoara

E: 1234. — Catetele unui triunghi dreptunghic sînt $AB=a$, $AC=b$. Pe AC se iau punctele B_1, B_2 astfel, încît $AB_1=B_1B_2=B_2C$ și pe AB punctele C_1, C_2 astfel, încît $AC_1=C_1C_2=C_2B$.

1°. Să se arate că

$$B_2C_1=\frac{\sqrt{4a^2-3\,c^2}}{3}\text{ și }B_1C_2=\frac{\sqrt{4a^2-3\,b^2}}{3}.$$

2°. Fie M intersecția lui B_1C_2 cu B_2C_1; a) Să se arate că AM trece prin mijlocul O al ipotenuzei; b) Să se calculeze MB_2 și MC_2; c) Să se calculeze distanța de la M la ipotenuză.

Corneliu Georgescu, profesor Craiova

E: 1235. — Să se găsească fracțiile ordinare care ca numere zecimale sînt scrise astfel:

$A = 0{,}33\ (314)$; $B = 5{,}7\ (57)$; $C = 2,\ (71)$.

Să se facă și verificarea.

C. I. Ț.

E: 1236. — Trei muncitori au primit pentru munca executată, 450 lei. Se știe că primul a lucrat de $\frac{3}{4}$ ori mai mult decît al treilea; iar al doilea de 2,4 ori mai mult decît primul. Cît a primit fiecare.

* * *

E: 1237. — Se dă numărul $(222\ 111)_5$ scris în baza 5 și numărul $(2426)_8$ scris în baza 8. Să se afle cîtul împărțirii lor scrise în baza 12.

* * *

E: 1238. — Fie un triunghi $ABCD$. O paralelă la AB taie latura AD în BC și respectiv în M și N. Notăm cu E și G intersecțiile grupelor de drepte și respectiv (AM, DB) și (AC, BM), apoi notăm cu H și I intersecțiile (ME, AC) și (BD, NG) respectiv. Să se demonstreze că $EGIH$ este un trapez isoscel.

C. I. Ț.

POȘTA REDACȚIEI

Ion Purcărin elev Tr. Severin. Arătați în scrisoarea trimisă că v-a atras mult rubricele G.M.F.-B, varietatea problemelor propuse, chestiunile de examen publicate. Cercurile de matematică care au avut loc bilunar, conduse de tov. profesor Bazacov, au deschis de asemenea gustul multor colegi din șc. m. 1 pentru studiul matematicii. Luăm act de angajamentul ce-l luați de a rezolva cît mai multe probleme din G.M.F.-B și cu aceiași urare vă adresăm: „Spor la muncă".

Gh. Băran elev Tr. Severin. La întrebarea pusă, vă comunicăm că în cazul cînd un elev a trimis o soluție greșită, o poate trimite refăcută în cursul lunii următoare dacă termenul de primirea soluției respective nu a expirat. Note în legătură cu o problemă propusă sau o generalizare se pot trimite chiar dacă termenul de trei luni de la publicarea enunțului a expirat.

Simpăleanu I. Paul, Turda. Problemele rezolvate pe care scrieți că le-ați trimis în diverse date au fost toate primite. Ca și altor corespondenți vă comunicăm că pentru a evita unele omiteri ale anunțării soluțiilor bune primite, este bine să faceți o singură expediere de soluții în cursul unei luni, iar problemele să fie așezate în ordinea numerică crescîndă așa cum urmează să fie anunțată primirea lor, în cadrul rubricii rezolvitorilor de probleme. La premierea anuală a rezolvitorilor de probleme evidențiați, se va ține seamă de numărul soluțiilor anunțate la rubrica rezolvitorilor în tot cursul acelui an, precum și de modul de redactare, de calitatea soluțiilor și de clasa pe care o urmează.

Ion Petriman, Măcin. Cărțile indicate pe coperta G.M.F.-B sînt tipărite prin grija Societății de Științe Matematice și Fizice; însă aceste cărți se vînd numai în librării.

Este bine să le procurați îndată ce au apărut deoarece în majoritatea lor sînt epuizate. Pentru celelalte întrebări aveți răspunsul dat altor corespondenți.

Vasil Oproiu, Pucioasa. Problemele pe care le-ați propus pentru a fi publicate sînt prea cunoscute, ele se găsesc în culegere de probleme de trigonometrie. Este mai bine să vă ocupați deocamdată cu rezolvări de probleme, urmînd să propuneți probleme spre rezolvare, mai tîrziu, cînd veți fi mai bine pregătit.

Szasz Carol, Satu Mare. Spuneți că nota ce ați trimis asupra teoremei lui Stewart nu ați găsit-o nicăieri. Nota nu poate fi publicată conținînd numai o aplicație a teoremei citate prin care se calculează bisectoarele unui triunghi și care se găsește în unele manuale.

Dumitru P. Ene, Ploești. Stabilirea geometrică a formulei, care dă cos 3 x este cunoscută.

Problemele rezolvate ce ați trimis au sosit la redacție, însă nu ați trimis ca și alți corespondenți nici-o rezolvare la problemele propuse de fizică.

Găletușe Stelian, Tr. Severin. La unele probleme propuse cu erori în enunț s-a publicat erată. Afirmația că problemele 3128 și 3147 sînt greșite, nu este justă. Mulți rezolvitori au trimis soluții bune la aceste probleme.

RUBRICA REZOLVITORILOR DE PROBLEME

Pînă la 10 iulie s-au mai evidențiat următorii rezolvitori de probleme:

Vîrgolici V. Virgil (student Facultatea de instalații), *Grecu Anton* cl. X Roman), *Popa Nicolae* (cl. VIII Focșani), *Cănuță G. Vasile* (cl. X s.m. 3 Tîrgoviște), *Rădescu E. Eugen* (cl. X Focșani), *Mihai Al. Mircea* (cl. X s.m. 2 Brăila), *Dancu P. Viorel* (cl. X s.m. 2 Brăila), *Gruian Ștefan* (absolvent Alba Iulia), *Butoiu Octavian* (cl IX Moreni), *Mititelu M. Ștefan* (cl. X Calafat), *Tudor Gheorghe* (cl. X Moreni), *Priess Wilhelm* (cl. X s.m. 2 Caransebeș), *Ghenea R. Anghel* (absolvent Slatina), *Rizescu Ilie* (absolvent Roșorii de Vede), *Găletușe Stelian* (absolvent Turnu Severin), *Simpăleanu I. Paul* (absolcent Turda), *Ianuș Stere* (absolvent Constanța), *Ghiuș I. Viorel* (cl. X Focșani), *Pop Corneliu* (cl. X s.m. 1 Oradea), *Arhangelski Juri* (absolvent București), *Cernea Petre* (cl. X Moreni), *Burghelea Dan* (cl. IX Rîmnicu Vîlcea), *Enescu Cornelia* (absolventă București), *Vornicescu Nicolae* (cl. X s.m. 1 Baia Mare), *Mitran Ovidiu* (cl. X s.m. 2 Caransebeș), *Eftimie G. Radu* (cl. X s.m. 18 București), *Ionescu P. Sorina* (cl. X s.m. 15 București), *Răscanu Radu* (cl. IX s.m. 1 București), *Brînzei P. Dan* (cl. X s.m. 3 Iași), *Tirtan C. Gabriel* (absolvent Găești), *Gherlan Vasile* (Sărmășag), *Ri-In-Sin* (cl. X s.m. 1 Sibiu), *Rusu Constantin* (absolvent Turnu Severin), *Irimia Corneliu* (absolvent seral, Tîrgoviște), *Timotei Dionis* (absolvent Craiova), *Tudorache Ștefan* (absolvent Găești)), *Iordache G. Elena* (muncitoare Constanța), *Pițigoi I. Gheorghe* (absolvent Horezu), *Nan G. Octavian* (cl. X s.m. 3 Iași), *Călărașu I. Florin* (cl. IX Moreni), *Rădulescu Spiridon* (cl. X Moreni), *Olteanu Stoica* (cl. VIII s.m. 17 București), *Barany Zoltan* (cl. X s.m. 2 Caransebeș), *Ploeșteanu Ion* (absolvent Alexandria), *Vrăjitoru Mihai* (cl. X Aiud), *Moldoveanu Tudor* (cl. X lic. mil. Breaza), *Leonte Alexandru* (cl. X. Roman), *Huang-Mian-Ho* (cl. X s.m. 5 Sibiu), *Ionescu Alexandru* (cl. X s.m. 1 Timișoara), *Cîrnu Mircea* (cl. X s.m. 3 Tîrgoviște), *Dumitru I. Gheorghe* (cl. X s.m. 3 Tîrgoviște), *Pitea M. Teodor* (cl. X Tîrgu Jiu), *Azzola Giovanni* (cl. IX Oțelul Roșu), *Gavril Gheorghe* (absolvent Piatra Neamț), *Oproiu I. Vasile* (cl. X Pucioasa), *Deutsch Herbert* (absolvent Rădăuți), *Tat Mircea* a(bsolvent Reșița), *Alexiu Dan* (absolvent Rădăuți), *Grădinaru Pimen* (absolvent Tulcea), *Diaconescu Corneiu* (absolvent Rîmnicu Vîlcea), *Dinu I. Liviu* (cl. X s.m. 12 București), *Glasberg Vladimir* (cl. X s.m. 12 București), *Mira I. Nicolae* (cl. VIII s.m. 18 București), *Gheorghe A. Cezar* (cl. IX Buzău), *Ciorănescu Ioana* (cl. X s.m. 22 București), *Basturescu G. Dan* (cl. X Caracal), *Moisin Laurențiu* (absolvent Cîmpina), *Bergthaler Cristian* (cl. X Petroașni), *Popescu G. Valentin* (cl. VIII s.m. 1 Ploești), *Nicolescu A. Basarab* (cl. IX Ploești), *Dumitrescu Stelian* (cl. X Ploești), *Ianowitz Rudolf* (cl. X Ploești), *Neacșu D. Nicolae* (cl. VIII Pucioasa), *Manolache A. Dorin* (cl. X Moreni), *Năstăsescu Constantin* (cl. VIII Pucioasa), *Tomescu Ion* (cl. IX Ploești), *Lupaș Laurențiu* (cl. IX s.m. 1 București), *Bănică Dan* (cl. X s.m. 13 București), *Lungulescu Cecilia* (cl. X Calafat), *Mihăilescu Viorel* (cl. X Caracal), *Puțaru Constantin* (cl. X lic. mil. Breaza), *Popa E. Nestor* (absolvent București), *Nită D. Constant.* (cl. X Moreni), *Barbu Viorel* (cl. X s.m. 3 Iași), *Ixaru Gr. Liviu* (absol-

vent Găești), *Munteanu Valeriu* (cl. X. Focșani), *Stancu Doru* (absolvent Craiova), *Tudoroi Dumitru* (XI seral Constanța), *Grecu I. Eftimie* (absolvent Turnu Măgurele), *Ioanițescu Sorin* (cl. X s.m. 1 Bacău), *Harmata Mihai* (absolvent București), *Soare Ștefan* (cl. IX s.m. 12 București), *Trandafir A. Alexandru* (absolvent București), *Munteanu Ioan* (cl. X. Moinești), *Uță Marin* (absolvent Filiași), *Osgal C. Petre* (cl. X Pitești), *Catană Const.* (absolvent Tecuci), *Purcaru Ioan* (cl. X Turnu Severin), *Marinescu Dan* (cl. IX Rîmnicu Vîlcea), *Riță Teofil* (cl. X s.m. 5 Timișoara), *Cărburanu M. Constantin* (absolvent Tîrgoviște), *Șapteluni Dorin* (absolvent Tîrgoviște), *Litvin S. Ovidiu* (cl. X Moreni), *Constantinescu Mihai* (cl. X Ploești), *Masolshi L. Constantin* (absolvent Pitești), *Ionescu Dan* (cl. X s.m. 1 București), *Cojocaru Ion* (cl. IX lic. mil. Breaza), *Merchez Constantin* (cl. X Cîmpulung Moldovenesc), *Balintoni M. Mircea* (absolvent Făgăraș), *Ioniță St. Neagu* (cl. X Găești), *Vasilescu Florian* (cl. X Giurgiu), *Mateescu B. Bebe* (cl. X Horezu), *Sufană Constantin* (cl. X Lugoj), *Dumitrescu A. Elisabeta* (cl. X s.m. 4 București), *Văluță R. Mihail* (cl. X Cluj), *Dragoslav Iulian* (cl. VIII s.m. 5 Iași), *Paraschivoiu G. Ioan* (cl. VIII Moreni), *Jaliu V. Georgeta* (absolventă București), *Basolic Nicolae* (cl. X s.m. 2 Brăila), *Nadin Gheorghe* (cl. X s.m. 1 Arad), *Butoi N. Angela* (absolvent Alexandria), *Raduli Csaba* (cl. X s.m. 3 Arad), *Popescu Constantin* (cl. X lic. mil. Breaza), *Vlădoiu D. Dumitru* (cl. X Tîrgu Jiu), *Grigoriu Corneliu* (absolvent Tîrnăveni), *Badosin Constantin* (cl. X Tîrgu Jiu), *Rădulescu Gr. Mircea* (cl. X s.m. 2 Constanța), *Truică Marin* (cl. X Corabia), *Boju Valeriu* (cl. X s.m. 1 Craiova), *Peicuț Ion* (cl. X. Făget), *Caraconcea Emanoil* (cl. X Giurgiu), *Sander Solomon* (cl. X s.m. 3 Iași), *Vișinescu M. Mihai* (cl. X iGurgiu), *Mirlogeanu Florea* (cl. X Giurgiu), *Popescu Radu* (cl. IX Giurgiu), *Barbu G. Emil* (absolvent Drăgășani), *Lungu Șerban* (cl. IX Cluj), *Drăgoi Perte* (cl. X Giurgiu), *Nicolescu A. Miron* (cl. X s.m. 1 București), *Jinescu V. Valeriu* (student București), *Lupan Mircea* (*cl. X* s.m. 1 București), *Antoniu I. Sorin* (cl. X s.m. 11 București), *Iliescu Ovidiu* (cl. X s.m. 12 Bucure)ti, *Bănică Marieta* (cl. VIII s.m. 15 București), *Ușurelui P. Valeriu* (cl. X Buzău), *Chiriacescu Sergiu* (cl. X Călărași), *Palaghiță Iordache* (cl. X Cîmpina), *Vasilescu V. Mihail* (cl. X Cîmpulung Muscel), *Tritean Ion* (cl. X Cîmpia Turzii), *Birzan Romanel* (student Cluj), *Bărbulescu Lucia* (cl. X s.m. 10 București), *(Ciortan Vasile* (cl. X Ploești), *Marinaș Marina* (absolventă București), *Jucu Romanița* (absolventă București), *Turburan Gheorghe* (cl. X lic. mil. Breaza) *Nicolau Virgil* (cl. X s.m. 4 București), *Ionescu Rodica* (cl. X s.m. 4 București), *Tabușcă Pavel* (cl. IX Ploești), *Strătilă Șerban* (cl. VIII Pitești), *Cristea G. Nicolte* (cl. X Pitești), *Crăciun Teodor* (cl. X Moreni). *Iordăchescu C. Siviu* (cl. IX Pitești), *Vlăducă Gigel* (cl. X Pitești), *Ene P. Dumitru* (cl. IX Ploești), *Șchiop Alexandru* (cl. X ș.m. 1 Oradea), *Negruț Ilie* (cl. VIII s.m. 1 Oradea), *Nocrich Emilian* (cl. X Moreni), *Bică I. Constantin* (cl. X Pitești), *Călărașu G. Dan* (cl. X Moreni), *Dobrișan Marina* (absolventă Ploești), *Mușat Paul* (cl. IX Ploești), *Perianu Dan* (cl. IX Reșița), *Wiesler Vervart* (cl. X Satu Mare), *Stănilă Nicolae* (absolvent Tîrgoviște), *Popescu Melania* (absolventă Tîrgoviște), *Trăilă Doru* (absolvent Reșița), *Mazilu Petru* (cl. IX Rîmnicu Vîlcea), *Poschina C. Ioan* (cl. X Pucioasa), *Caliniac Nicolae* (cl. X s.m. 3 Ploești), *Ilie A. Dumitru*, cl. VIII Rîmnicu Vîlcea), *Lebedeanu Iulian* (cl. X Roman), *Măriej Viorel* (cl. X Satu Mare), *Vidrașcu Traian* (cl. X Tecuci), *Nicolae G. Florian* (absolvent Slănic), *Chebac G. Marcel* (absolvent Tecuci), *Hiriș Viorel* (cl. VIII s.m. 1 Timișoara), *Șubu Teofil* (absolvent Timișoara), *Crutarciuc Corneliu* (cl. X Petroșani), *Iancu Petre* (cl. X ș.m. 1 Oradea).

Pînă la 10 iulie 1958, s-au mai primit soluții bune la cel puțin cîte 10 probleme propuse în nr. 2—5 din G.M.F.-B, note (N), problemt propuse (P) sau articole (A), după cum urmează:

ADJUD. *Școala medie.* Cl. IX. Gurămultă V. Ion (2956, 59, 61, 62, 64, 66, 67, 72, 75, 83, 87, 95), Pravăț V. Vasile (2956, 61, 62, 64, 66, 67, 69, 72, 75, 87, 95) ; Cl. X. Grigoraș Vasile (3007, 09, 13, 14, 19, 24, 31, 39, 43, 47, 50, 54, 63, 69, 71, 83, 86, 93—104, 06, P). *Școala de 7 ani Păunești.* Cl. V. Berbece C. Dumitru (3021, 70, 133, E : 1081, 82, 94—96, 98—102, 07, 11, 14, 20, 25—27, 39, 30), Moise G. Neculaie (2986, 3021, 70, 133, E : 1081, 82, 86, 94—96, 98—102, 07, 11, 14, 20, 26, 27, 29), Novac I. Virginia (E : 1092, 93, 98, 100, 01, 15, 20, 26, 29, 30), Șerbănescu G. Costică (3070, E: 1070, 84, 89, 92, 100, 02, 11, 14), Vasilache Maria (2986, 3070, 120, 21, 25, 30, E : 1081, 91, 95—99, 102, 11, 14, 15, 26, 27, 29). Cl. VI. Marinov Costică (3070, E : 1070, 71, 82, 84, 87, 89, 92, 101, 14), Ștefan Felicia (E : 1071, 72, 82, 87, 89, 92, 93, 98—101, 07, 11, 14, 15, 17, 26, 29, 30). Cl. VII. Chiriac Gr. Valeriu (2989, 3006, 121, 31—33, 35, E : 1061, 65, 87—89, 94—96, 99, 101, 02, 07, 11, 14, 15, 26, 29, 30, 42, 49, P).

AFUMAȚI. *Școala medie.* Cl. VIII. Camburu G. Cristache (3100, 21—23, 25, 30, 32, 41, E : 1111, 26, 29).

AGNITA. Ș.m. 1 Cl. X. Ciupină Victor

(2957, 68, 78, 3093, 94, 96, 97, 104, 06), Munteanu Ilarie (3063, 64, 74, 86, 93, 94, 98, 102, 04, 07, 09, 16, 17, 19—21, 25, 28), Eamoilă Felicia (2968—70, 72, 3022, 29, 35, 57, 93).

AIUD. *Ş.m. 1 „Avram Iancu"*. Cl. X. *Vrăjitoru Mihai* (2973, 74, 88, 89, 92, 93, 96, 98, 30003, 05, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 27, 30, 35, 42, 43, 62, 63, 66, 69, 71, 72, 76, 109—11, 13, 20—23, 25, 27—42, 51, 56, 58, 60, 62, 74, 94).

ALBA IULIA. Ş.m. 2. Cl. X. Vartic Mihai (3006, 11, 12, 21, 27, 86, 95, 97, 100, 02, 04). Absolvenţi *Gruian Ştefan* (2957—62, 67, 71, 73—76, 78—80, 83—85, 87, 88, 90, 94, 96, 97, 3000—04, 06, 07, 09—15, 17, 19, 21, 22, 24—26, 29, 31, 34, 39, 43, 50, 51, 54, 56, 57, 60, 63, 66, 69, 71, 74, 82, 84, 93, 94, 96, 97, 100, 02—04, 09, 21, 22, 25, 33—37, 49—51, 60, 62, 65, 68, 74, 78, P, N), Sîntimbreanu Gheorghe (comuna Bărăbanţ) (P).

ALEXANDRIA. Cl. IX. Ştefan I. Corneliu (2961, 64, 66, 75, 91, 3006, 11, 18, 21, 24, P). Absolvenţi: *Butoi N. Angela* (2957, 61, 63—66, 68—72, 75, 78, 3006, 11—13, 15—17, 21, 22, 25, 26, 29, 34, 50, 51, 57, 72, 82, 84, 86, 93—95, 97, 98, 104, 07), Ionescu Alexandru (2961, 62, 66, 69, 76, 3003, 06, 11—13, 15, 18, 19, 21, 22, 29, 59, 60, 63, 72, 82, 84, 86, 93, 94, 96—98, 104, 06, P), *Ploeşteanu S. Ion* (2959, 74, 78, 90, 93, 3004, 39, 40, 42, 43, 50, 54, 57, 60, 62, 69, 71, 72, 74, 82—84, 91, 92, 94, 95, 97, 98, 100—04, 06, 07, 09, 10, 15—17, 19, 20, 22, 23, 25, 28—39, 42, 43, 49—52, 60, 62, 65, 77, P).

ANINA. S.m. Cl. X. Almăjan Iancu (2971, 78, 95, 3011, 15, 18, 21, 22, 25, 29, 34, 50, 74, 93, 94, 96—98, 100—03, 06), Domican D. (3069, 74, 86, 93, 94, 96—98, 100—04, 06), Boia I. Iacob (3006, 09, 11, 17, 19, 21, 22, 25, 29, 34, 43, 50, 51, 57, 86, 93—95, 98, 100—04, 06).

ARAD. *Ş.m. 1 „Ion Slavici"*. Cl. VIII. Ciurea Sorin (3133, E: 1094, 95, 97—102, 09, 11, 12, 14—17, 23, 24, 26, 27, 29), Popescu A. Dorel (3121—23, 25, 32, 34, E: 1114, 15, 20, 28, 29). Cl. X. Badea Horia Florian (3006, 11, 12, 15, 21, 22, 25, 29, 39, 51, 57), Bernath Robert (3006, 11—13, 15, 21, 25, 29, 34, 63, 69, 71, 80, 84, 86, 93—96, 98, 106), Beştea E. Cătălin (2957, 60, 72, 73, 75, 89, 91, 93, 95, 3001, 60, 11, 14, 15), Balint Gr. Ioan (3006, 11—13, 16, 21, 22, 25, 29, 34, 50, 57), Bogdănescu G. Siliviu (3006, 97, 11—13, 21, 22, 25, 29, 34, 50, 57), Danciu Zamfir (3006, 11, 12, 15, 21, 25, 29, 34, 50, 57), Demşoreanu Brutus (2957, 61—65, 69, 70, 72, 74—76, 83—87, 93, 94, 96, 97, 3002—04), *Nadiu Gheorghe* (2907, 17, 20, 22—25, 32, 35, 41, 51, 54, 68, 92, 75, 78, 93, 95, 3006, 11—13, 63, 79, 86, 93—95, 97, 98, 100, 02, 04, 06, 15, 18), Noian Corneliu (3006, 11—13, 16, 21, 22, 25, 29, 34, 57, 94), Savin V. Viorel (2966, 67, 71, 86, 3002, 04, 08, 11—13, 15, 16, 18, 21, 23, 29, 34, 57), Scriban Romulus (3011, 17, 21, 25, 34, 50, 57, 93—96, 98, 100, 02), Sîrbu Petre (3082, 84, 93—97, 102, 04, 06). Absolvenţi: Bupte Doina (3084, 86, 93—98, 102—06).

Ş.m. 2. Cl. X. Bogdan Florica (2956, 58, 61, 68, 71, 73, 3006, 18, 24, 29, 34), Ghişa Rodica (2960—62, 65, 66, 68, 93, 3013, 22, 29).

Ş.m. 3. Cl. X. *Raduli Csaba* (2907, 08, 18, 23, 24, 32, 35, 36, 38, 51, 57, 59, 61, 66, 68—70, 72, 78, 80, 93, 94, 3002, 03, 06, 07, 11, 13, 14, 18, 21, 22, 25, 32, 34, 43, 57).

Şc. 7 ani nr. 4. Cl. VII. Israel Iosif (3006, E: 1097, 98—100, 07, 08, 14—16, 18, 20).

BABADAG. Cl. X. Ghencea Adrian (2908, 10, 32, 57, 62—71, 78).

BACĂU. *Ş. m. 1.* Cl. VII. Strat Florica (3006, 21, 120, 21, 25, 33, 34, E: 1114, 25, 29). Cl. VIII. Kloetzer Eugen (3006, 16, 87, E: 1998, 99, 102, 07, 108, 14—16, 20). Cl. IX. Chiriac Mihai (3006, 09, 11, 12, 16, 17, 21, 24, 26, 27, 31, 51). Cl. X. Grigoraş Vasile (2960, 65, 67, 68, 71, 75, 77, 87, 86, 89, 91, 92, 95, 3001, 02, 06, 10—12, 15—18, 21, 22, 25, 26, 29—34, 42, 57). Cl. X. *Ioaniţescu Sorin* (2956, 57, 60, 61, 63—73, 75—77, 83, 85—87, 89, 92, 94, 95, 3001—03, 06, 07, 09—13, 15—19, 21—29, 34, 39, 42, 50, 57), Sîrbu Mihai (3006, 27, 29, 31, 34, 39, 42, 50è 57, 63, 74).

BAIA DE ARAMĂ (Craiova). Profesor Buţă Titu (P).

BAIA DE ARIEŞ (Cluj). Cl. VIII. Tololici Gabriel (3014, 24, 26, 100, 120—23, 33, 35, 37, 51, 62, E: 1109, 14—17, 20, 21, 23, 24, 26, 29).

BAIA MARE. *Ş.m. 1.* Cl. VIII. Voicu Mihai (3007, 26, E: 1095, 97, 98, 100, 01, 07, 14, 16). Cl. X. Ghilvaciu Cornelia (3006, 11, 12, 21, 22, 25, 28, 32, 34, 86, 94, 102), Moldovan Gheorghe (2994, 3002, 06, 11, 13, 21, 22, 25, 29, 34, 47, 51, 57), *Vornicescu Nicolae* (2957, 59—73, 77, 78, 86, 3001, 06, 09, 11—14, 17, 19—22, 25, 27, 34, 39, 43, 50, 63, 69, 72, 80, 82, 87, 93—96, 98, 102, 03, 06, 07, 09, 10, 15—17, 19—23, 25, 27—29, 31, 34—36, 39, 40, 42, 60—62, 67, P).

BAIŢA (Reghin). Ab. Olteanu Artur (2957, 58, 61—68, 83—87, 94).

BAICOI (Ploeşti). Abs. Crăciun G. Nicolae (2907, 08, 10, 13—15, 19, 20, 22, 24—26, 32, 33, 39, 42, 44, 53, 69, 72, 78, 87, 91, 94, 95).

BALŞ (Craiova). Ş.m. Cl. VIII. Dinu Gheorghe (3022, 121, 22, E: 1095, 98, 100, 14—16, 20, 24, 26, 29).

BEIUŞ (Oradea). *Ş.m. 1.* Cl. IX. Bodeanu Corneliu (2907, 32, 61, 64, 69, 72, 3006, 11, 12, 21, 26, 39, 86, 95, 120, 21, 22, 24).

BISTRIŢA (Cluj). Ş.m. Cl. X. Radu Nistor (2968, 71, 3006, 11, 22, 29, 86, 93, 94,

102). Abs. Căluşeriu V. Mircea (2957, 60, 61, 63, 64, 66—68, 70, 72, 75, 3002), Verveagă T. (3006, 10—13, 15, 21, 22, 24, 25, 29, 32, 34, 50, 57).

BIRLAD *Ş.m. 1.* Cl. VIII. Deteşanu Emilia (3012, 39, E : 1094—98, 100, 01, 08), Popică Ecaterina (E : 1081, 83, 84, 87—90, 92, 93). Cl. X. Arădanu Luciana (2957, 59, 61, 63, 65—67—73, 75, 78, 95), Bălan Doina (2961, 63—65, 67—69, 71, 72, 75, 89, 95, 3002), Diaconu Adrian (3006, 11, 12, 16, 21, 86, 121, 22, 25, 44, 49, 51), Nargang Hilda (2956—59, 61, 67, 68, 70, 72, 75, 78, 95, 3006), Stingă Emilia (2957, 61, 64, 69—72, 78, 95, 3034), Toporaş Maria (2959, 61, 63—65, 67—70, 72, 75, 95, 3002).

Ş.m. 2. Cl. VIII. Vasiliu Gabriel (3006, 17, E : 1094—99, 107, 08). Cl. IX. Voicu Iulia (2959, 61, 63—65, 67, 68, 70, 72, 95, 3002, 07), Hamza Nausica (2956, 59, 61, 64, 67, 72, 75, 95, 3006, 11), Ioan Vasile (2959, 61, 64, 66, 72, 3006, 11, 21, 125), Răşcanu Oltea (2956, 61, 67, 69, 72, 75, 94, 95, 3006, 11). C. X. Năstăescu Elena (2959, 61, 63—65, 67—69, 72, 75, 3002).

Ş.m. 4. Cl. V. Parfene Magda (E : 1097, 99, 101—03, 09—11, 14, 15).

BOLINTINUL DIN VALE. Cl. VIII. Dobre Elena (3006, 16, 24, 39, E : 1095, 100, 03—05, 07), Ghiţă Tudor (2975, 3006, 16, 20, 22, 23, 25, 26, 29, 30, E : 1084, 90, 94, 99, 101, 02, 10, 14), Mîndricel M. Ilie (3006, 30, 62, 85, 126, 131, 33, 35, 37, 47, 49, E : 1095, 99, 100, 12, 14, 15, 17, 26), Sovănel Ştefan (E : 1094, 99, 100, 03, 12, 14, 15, 19, 26, 29). Cl. IX. Alexandru Cornel (2918, 23, 26, 63, 70, 71, 95, 3006, 11, 13, 16, 17, 21, 22, 25, 27, 34, 39, 63, 74, 86, 93—96, 98, 100, 06), Răduţă Apolodor (2995, 2009, 11, 14, 17, 19, 24, 26, 43, 70, 80, 87, 95, 97, 100, 02, 04, 90, 94, 30—33, 35, 36, 41, 57, 62, 84). Cl. X. Lăzărescu Mihai (2957, 69, 71, 73, 3006, 16—18, 21, 29), Popa Cornelia (2965, 69—71, 75, 82, 3006, 11, 16, 25, 29, 57).

BORCA (Ceahlău). Ş.m. Cl. VII. Dahon Maria (E : 1082, 84, 89, 90, 92, 98, 100, 02, 03, 14, 15, 19).

BOTOŞANI. *Ş.m. 1.* Cl. X. Cojocaru Beniamin (3001, 06, 11, 13, 21, 22, 25, 34, 43, 69, 74, 97).

BRĂILA. *Ş.m. 1.* Cl. VIII. Gavrilă Cornel (E : 1071—74, 84 82, 89, 90, 92, 93, 95, 98, 99, 101—03, 07, 10, 14—16, P). *Ş.m. 2.* Cl. X. Axente Eugen (2908, 44, 57, 61, 63, 70, 3007, 11, 21, 25, 34, 43, 57, 74, 93, 94), *Basolic Nicolae* (3063, 85, 86, 93—98, 100, 02, 04, 06—09, 14—16, 21, 22, 25, 30—34, 36, 38, 41, 42, 44, 47—49, 51, 75), *Danciu P. Viorel* (2957, 59, 62, 67, 70—75, 77, 78, 80, 83, 85—89, 91—93, 95, 3001, 03, 04, 06, 11—14, 17—19, 21, 22, 24—26, 29, 31, 34, 39, 40, 42, 43, 47, 49—51, 56, 57, 63, 66, 71, 74, 82, 86, 93—98, 100, 02—04, 06, 09, 12, 17, 19—22, 25, 27—40, 42, 45, 60, 62, 64—66, 71, 84, P), Dumitru Ion (2957, 61, 63, 68, 70, 78, 93, 3006, 11, 12, 18, 21, 22, 25, 34, 43, 57), *Mihai Al. Mircea* (2912, 19, 26, 49, 80, 89, 98, 3006, 09—14, 17, 19—26, 29, 31, 34, 35, 36—40, 42, 43, 47, 49, 50, 51, 53, 55—58, 60, 62, 63, 66—69, 71—74, 76, 82, 83, 86, 91, 93—98, 100—07, 09, 10, 15—17, 20, 21, 23—25, 27—30, 35, 37—39, 42, 44, 46—49, 56, 58, 60—62, 64—66, 68, 82, 84, P). Abs. Calu Radu (2916—16, 23, 24, 32, 33, 35, 41, 44, 51, 61, 63—65, 69, 70, 72, 75, 83, 84, 86, 87, 3003). Ş.m. 3. Cl. VIII. Basolic Cornelia (3114, 15, 21, 22, 33, 44, 49, 51, E : 1120, 26, 27, 29, 30, 47). Cl. X. Marcu Doina (3006, 07, 15, 16, 21, 23, 25, 29, 34, 50, 57, 93, 94, 106), Tănăsescu Cătălina (2961—65, 68—70, 72, 95). Abs. Toma Ioan (2910, 14, 16, 31, 38, 41, 44, 77, 92, 93, 95, 97, 3002—04, 06, 09, 22, 26, 43, 47, 50, 69, 82, 86, 93—100).

BREAZA (Ploeşti). *Şc. 7 ani nr. 1.* Cl. V. Munteanu V. Vasilica (E : 1084, 87, 89, 99, 114). Cl. VI. Popa Ioana (E : 1096, 99, 101—03, 14). *Liceul militar „D. Cantemir".* Cl. VIII. Anghel Marin (E : 1081, 82, 84, 92—95, 98—102), Abel V. Traian (3006, E : 1083, 95, 99, 13—16, 18, 20), Braşoveanu Maria (E : 1084, 90, 92, 95, 98, 99, 14—16, 18, 20), Barbu I. Alexandru (E : 1081, 83—85, 88, 90, 92—95, 98—99, 101, 02, 07, 08, 14—16, 20), Culea Teodor (E : 1081, 84, 92, 94, 95, 97—99, 101, 02, 07, 12, 14, 18, 20), Constantinescu Nicolae (3006, 12, 86, 100, E : 1081, 86, 99, 101, 09, 11, 14, 20), Costandache Nicolae (2983, 85, 87, 88, 3006, 26, E : 1081, 89, 94—96, 98, 99, 107, 10, 11, 14, 18). Coteanu Ion (3006, 16, 100, E : 1087, 95, 97—99, 101—02, 07, 11, 14, 16, 18 20), Ghiţă Mihai (E : 1081, 89, 91, 93—95, 98, 99, 101, 02, 07, 11), Hazgan Radu (3006, E : 1081, 83—85, 89, 90, 92, 94—102, 07, 11, 16), Iacob Constantin (3006, 16, E : 1082, 83, 85, 90, 99, 107, 09, 12, 18, 20), Lascu Nicolae (3006, 100, E : 1081, 84—86, 89, 90, 92, 94—102, 11, 12, 14, 15, 16, 18, 20), Mărăndescu Ion (E : 1082—85, 93—95, 97—99, 102, 11), Mar[illegible] Nicolae (E : 1076, 81, 82, 84, 85, 90, 91, 93, 98, 114—16, 20), Maloci Aurel (E : 1081, 89, 90, 92, 94, 98, 112—16, 20), Olteanu Ion (E : 1082, 85, 90, 95, 96, 99—101, 13, 16), Opriţă Dorel (2967, 3006, 26, E : 1082, 83, 86, 87, 101—03, 06, 12, 14—17, 19), Petrescu Constantin (E : 1081, 82, 84, 86, 89, 92—95, 89—99, 101, 02, 07, 11, 12, 14, 15, 18), Perţa Eugen (E : 1084, 90, 92, 94, 95, 97—99, 101, 07, 14, 16), Recalov Ştefan (2967, 3006, 26, E : 1081—86, 90, 92, 100—03, 07, 14—17, 19), Roşca Mihai (E : 1081, 84, 90, 92, 94, 95, 97—99, 101, 02, 14, 15), Roncea I. Aurel (3006, E : 1081, 84—86, 89, 90, 92, 94, 95, 97—102, 07, 11, 15, 16), Simion Aurelian

(E : 1081, 84, 85, 89, 90, 92, 94, 95, 98, 99, 111, 12, 14, 16, 20), Stan Ştefan (E : 1081, 8, 4, 89, 90, 92, 94, 95, 98, 99, 114—16), Smuca Ion (E : 1081, 84, 86, 89, 92—95, 98, 99, 101, 02, 07), Stoica Achim (E : 1081—85, 92, 94, 95, 98, 99, 101, 13, 14, 16), Ştrul Alexandru (E : 1088, 93, 96, 114—20), Tocaci I. Constantin (3100, E : 1081, 85, 94, 96, 97, 99, 12, 08, 09, 12, 14, 18, 20), Tenie Petru (E : 1081, 83, 85, 87—89, 91, 94, 97, 98, 100, 07, 11, 18, 20), Tudoroiu Crinu (E : 1081, 83—85, 89, 92—95, 98, 99, 101, 02, 07), Teodor I. Gheorghe (E : 1081—84, 87, 90, 92—95, 100, 15), Toma C. Virgil (E : 1084, 90, 92, 94, 95, 97—99, 101, 07, 12, 14, 16, 17), Vasilache Al. Alexandru (3006, E : 1081, 84, 85, 90, 92, 95, 99, 107, 14—16, 18, 20), Zamfirescu Florea (E : 1081—84, 86, 89, 92—95, 98, 99, 101, 02, 07, 11, 12, 14, 15, 18). Cl. IX. Adam Constantin (2964, 69, 3006, 11, 16, 17, 21, 57, 86, 94, 95, 100), Burcan Gheorghe (2961, 64, 66, 67, 72, 87, 89, 3004, 06, 11, 12, 17, 18, 21, 42), Brezan Ion (2956, 59, 61, 62, 64, 66, 67, 69, 72, 85, 87, 89, 3006, 11, 16, 21), *Cojocaru Ion* (3006, 09, 11—14, 16, 17, 19, 22, 24—27, 31, 39, 42, 43, 46, 47, 51, 57, 71, 82, 86, 95, 97, 100, 02, 04, 10, 20—23, 25, 30, 33, 34, 36, 44, 49, 62, P), Grăman Grigore (2917, 44, 64, 67, 72, 85, 87, 89, 3004, 06, 11, 12, 16, 17, 21, 57), Moraru Ioan (2961, 64, 66, 67, 72, 87, 89, 3004, 06, 11, 21, 31, 39), Mustăţea Vasile (2941, 56, 59, 61, 62, 64, 66, 67, 69, 72, 75, 85, 87, 89, 3001, 04, 06, 11, 12, 16—18, 21, 39, 42, 57, 86, 95, 97, 104), Sădeanu Ion (2917, 61, 64, 67, 72, 87, 89, 3006, 11, 16, 18, 21, 104, 12), Ştefănescu Traian (2959, 75, 89, 95, 3001, 04, 14, 18, 19, 24, 27, 31, 42, 57, 71, 95, 104), Ulman Gheorghe (2956, 61, 64, 66, 67, 69, 72, 85, 87, 89, 3006, 11, 12, 16—18, 21, 42, 95, 104), Zaharia Valeriu (2964, 69, 3006, 11, 16, 17, 21, 57, 69, 86, 95, 100), Cl. X. Aximov Anton (2965, 69, 3006, 11, 13, 21, 22, 25, 34, 39, 45, 57), Anghel Ioan (2956, 57, 61—63, 68, 69, 72, 86, 93—95, 3003, 10—16, 18, 20, 23, 28, 29, 39, 57, 76, 86, 93, 94, 96), Alexandroaia Gh. (2969, 85, 87, 3006, 11, 28, 29, 74, 93, 94), Bădulescu Constantin (3006, 11—13, 21, 22, 25, 28, 34, 39, 55), Bostan Constantin (2963, 69, 70, 75, 95, 3011, 21, 22, 25, 28, 34, 43, 71, 94), Cantor Ion (2957, 63, 66, 69, 72, 75, 85—87, 91, 3011, 13, 21, 25, 28, 34, 43, 55, 93, 94), Chiuaru G. (2961—65, 69, 70, 75, 78, 93, 3006, 11, 13, 21, 22, 25, 28, 34, 39), Dobacan Ion)2961—65, 69, 70, 75, 3006, 11, 13, 21, 22, 25, 28, 34, 39, 43, 55, 57), Deloreanu Paul (2961—65, 69, 70, 78, 93, 3006, 13, 21, 22, 25, 28, 31, 34, 39, 43, 55), Dumitrescu G. (2961—65, 69, 70, 78, 93, 3006, 13, 21, 22, 25, 28, 34, 39, 43), Dinescu Ioan (2957, 60, 61, 63—66, 68, 69, 71, 72, 86, 91, 92, 95), Daşcov Pavel (2957, 72, 78, 83, 85—87, 91, 93 3011, 13, 21, 28, 29, 32, 34, 43, 55, 93, 94), Enea C. Ioan (2963—65, 69, 70, 93, 3006, 21, 22, 25, 34, 39), Fecioru Petre (2957, 65, 68, 70, 3006, 11, 13, 16, 25, 28, 34, 39, 55, 81, 82, 93, 94), Găbudeanu Nicolae (2962—65, 69, 70, 75, 78, 93, 3006, 11, 13, 16, 21, 22, 25, 28, 34, 39, 47, 55, 86, 93, 94), Iancu Constantin (3006, 11, 13, 21, 22, 25, 28, 34, 39 43 55), Ladău G. (2963—66, 69, 70, 72, 75, 78, 83, 85—87, 91, 93, 95, 3012, 13, 21, 22, 25, 27—29, 34, 42, 43), Lolzinski Valer (2961—65, 69, 70, 75, 78, 93, 3006, 13, 21, 22, 25, 28, 31, 34, 39, 43, 55), Lupu Mihai (2963, 70, 72, 75, 78, 86, 91, 95, 3011, 15, 22, 25, 34, 39, 43, 55, 71, 74, 94, 95, 102), Munteanu Vasile (2957, 65, 68—70, 89, 3006, 10—13, 16, 21—13, 25, 28, 29, 32, 34, 42, 43, 47, 57, 70, 74, 82, 93, 94, 98, 100), Marcovici Martin (2929, 34, 43, 57, 61—65, 68, 70, 72, 86, 93—95, 3011, 14, 15, 21—23, 28, 55, 57, 93, 102), Mancaş Ştefan (2964, 65, 70, 93, 3011, 21, 22, 25, 28, 34, 43, 55, 57, 70, 82, 94), Marinescu Virgil (2957, 65, 68—70, 93, 3006, 11, 13, 15, 16, 21, 22, 25, 31, 34, 55, 70, 93—95), Matei Marin (2963, 65, 69, 70, 72, 75, 3013, 21, 22, 25, 28, 34, 43, 94), Miclea hGeorghe (2961, 62, 64, 70, 72, 76, 78, 86, 87, 93, 94, 3002, 11, 13, 21, 22, 25, 28, 29, 34, 55, 57, 93, 94, 102, 60), *Moldoveanu Tudor* (2966, 86, 89, 3001, 02, 10, 14, 16, 30, 31, 47, 63, 66, 69, 70—74, 83, 84, 86, 93—98, 100—10, 12, 19, 20—23, 25, 27—31, 35, 38, 42, 56, 60, 62, 75, 84, P), Mărăcineanu G. (2961—65, 69, 70, 75, 78, 93, 3006, 11, 13, 21, 22, 25, 28, 34, 39, 55), Moraru Grigore (2962, 63, 65, 69, 70, 75, 78, 86, 91, 95, 3011, 12, 21, 22, 25, 27—29, 43, 95), Munteanu Ion (2961, 63—65, 69, 70, 75, 78, 93, 3006, 13, 21, 22, 25, 28, 34, 39, 43, 55), Munteanu Mihai (2961—63, 65, 69, 70, 3000, 11, 13, 21, 22, 25, 28, 31, 34, 39, 43, 55), Munteanu Pavel (2963, 55, 69, 70, 72, 78, 86, 87, 95, 3011, 13, 21, 22, 25, 28, 32, 34, 43, 55, 93, 94), Oroş Ion (2963, 65, 69, 70, 72, 86, 95, 3006, 11, 13, 21, 22, 25, 27, 28, 34, 43, 82, 94), Pall Adrian (2957, 61, 62, 65, 70, 72, 78, 86, 93, 3010, 11, 13, 21, 22, 25, 28, 29, 43, 55), *Popescu Constantin* (2957, 62—66, 69, 72, 75, 78, 86, 90—93, 95, 3010—15, 21—23, 25, 27—29, 34, 42, 43, 55, 74, 85, 94, 102), Pătraşcu Coriolan (2963, 65, 69, 70, 72, 75, 3011, 21, 22, 25, 28, 34, 43, 55, 71, 74, 93—95, 102), Petre Anghel (2963, 65, 69, 70, 75, 86, 3021, 28, 34, 71, 86, 94, 95), Petrovici Mihai (2957, 63, 65, 70, 72, 85—87, 91, 3011, 13, 21, 22, 27, 28, 34, 42, 43, 55, 94), Pietraru Ardian (2957, 61, 63, 64, 66, 67, 69, 70, 72, 75, 77, 86, 91, 3006, 11, 12, 16, 21, 22, 25, 28, 34, 39, 43, 55, 71, 93, 94), *Puţaru Constantin* (2956, 57, 61, 63, 65, 66, 72, 76, 78, 86, 87, 91—95,

3002, 03, 10—15, 17, 21—23, 25, 27—29, 31, 34, 39, 42, 43, 55, 57, 63, 71, 80, 93—97, 100, 02, 06), Soimaru Cornel (2962, 63, 65, 69—71, 75, 86, 91, 95, 3015, 21, 22, 25, 28, 34, 55, 93, 94), Sălăgeanu Mircea (2963, 64, 70, 75, 87, 3011, 13, 21, 28, 29, 34, 43, 93, 94), Serghi Ion (2976, 86, 87, 92, 94, 95, 3002, 03, 06, 11, 17, 21 22, 25, 27, 29, 34, 43, 57, 63, 64, 93—95), Ştefănescu Dumitru (2962—64, 70, 72, 78, 86, 3011, 13, 21, 22, 28, 43, 94), Suruci Sergiu (2961—65, 70, 78, 93, 3006, 11, 22, 28, 31, 34, 55), Toma Mihai (2963, 65, 70, 86, 87, 91, 3011, 13, 21, 22, 28, 34, 43), Trufin Nicolae (2957, 63—65, 69, 70, 72, 85, 87, 3011—13, 34, 55, 93, 94), *Turburan Gheorghe* (2956, 73, 86, 89, 93, 3002, 03, 14—16, 18, 24, 31, 63, 64, 69, 72, 74, 82, 84, 86, 93—98, 100—03, 06, 19, 30, 66), Vasian Aurel (2957, 61, 63—65, 70, 72, 78, 86, 93, 95, 3011, 13, 21, 22, 25, 28, 29, 32, 43, 55, 93, 94, 100, 06), Vîlceanu Marin (2963, 65, 66, 70, 86, 87, 93, 3011, 13, 21, 22, 28, 34, 43), Vlăduţ Ilie (2961, 63—65, 69, 70, 3006, 11, 13, 21, 25, 34, 74, 93, 94), Zeuceanu Leonard (2901, 62, 63, 65, 69, 70, 75, 78, 86, 3011, 21, 22, 25, 28).

BUCUREŞTI. *Studenţi: Jinescu V. Valeriu* (3006—27, 29, 31, 34, 43, 47, 49—51, 54, 57—60, 71, 74, 82, P), Lungu D. Octavian (F. chimie industrială) (P), Martin Traian, (fac. mat. fiz.) (3086, 93, 94, 96—98, 100, 02—04, 06, 19, 10, 39), Martinov Armand (Fac. mat. fiz.) (2961—66, 68—70, 72, 93, 95, 3001), *Virgolici Virgil* (Inst. construcţii, fac. instalaţii) (3006—37, 29, 31—34, 38, 39, 42—44, 46—51, 54—60, 62—64, 66, 68—74, 77, 79, 80, 82—88, 90—133, 35—43, 45—52, 54—56, 60—62, 65, 68—77, 79, 81—83, P). *Absolvenţi: Arhangelski* Juri (2989, 3019, 26, 30, 41, 46, 59, 61—64, 66, 69, 71, 72, 74, 75, 80, 81—86, 91, 93—107, 09, 10, 15, 16, 19, 21, 22, 25, 28, 30—38, 42, 44—62, 54—56, 58, 60, 74, 81, 92), Buşilă Ioana (3006, 08—15, 17, 21, 25, 26, 31, 34, 35, 39, 50—52, 55, 59, 60), Bălescu O. Dan (2929, 57, 61, 63—66, 68—72, 75, 78, 95, 3001, 06, 11—13, 18, 21, 22, 25, 27, 29, 34, 86, 93—95), *Enescu Cornelia* (3006, 08—26, 28, 29, 31, 34, 39, 42, 43, 47, 50, 51, 53, 55, 57—60, 69—72, 74, 79, 84—86, 88, 90—98, 100, 02, 04—10, 12, 20, 21, 25, 30—35, 49, 51, 62), Gîrboveanu Constantin (3021, 29, 32, 39, 69, 86, 93—95, 98, 102—04, 06), Gavăţ Ştefan (P), *Harmata Mihai* (2955—57, 60, 61, 75, 93, 94, 87, 96, 97, 3003, 05, 07, 08, 20, 39, 42, 47, 58, 66, 69, 72, 82, 84, 86, 95, 106, 07, 09, 10, 14—17, 22, 25, 43, 44, 46—49, 51, 54, 74, 75), Ionescu Iuliana (3006, 09, 11—15, 17, 21, 22, 24—26, 29, 34, 39, 50, 55, 57), *Jaliu V. Georgeta* (3006—08, 10—27, 34, 39, 43, 47, 50, 51, 55, 57, 66, 69—71, 74, 82, 84, 86, 93, 94, 102, 03), *Jucu Romaniţa* (2922, 44, 57, 61, 63, 65, 66, 68—70, 72, 78, 82, 84, 86, 94, 3001, 03, 11—14, 17, 21, 25, 29, 57, 107, 09, 19, 25, 28, 42, 46, 49, 51), Klekner I. Adrian (2907, 20, 23, 24, 30, 32, 40, 57, 61—66, 68—70, 72, 75, 78, 89, 95, 3001, 11—13, 17, 21, 22, 25, 27, 34, 44, 57, P), Mămăligă I. Constantin (2961, 63, 68, 70, 76, 94, 3006, 12, 13, 15, 16, 18, 22, 25, 29, 50, 57, 85, 98, 106, 07, 15, 16, 21, 28, 33, 38, 43 46, 48—51, 62), *Marinaş Marina* (3006, 07, 11, 12, 16, 17, 21, 22, 25, 26, 29, 34, 57, 86, 93, 94, 97, 100, 09, 10, 15, 19, 21, 23, 25, 30, 31, 33, 35, 48, 51, 62, 72, 84), Minoiu Gheorghe (3006, 09—12, 14, 17, 18, 21, 22, 24—26, 29, 34, 50, 63, 82, 93—98, 102, 04—06), Popovici Aurel (2958, 60, 61, 64, 66, 67, 69, 71, 72, 86), Pop C. Ileana (2957, 59, 61—66, 68—73), *Popa E. Nestor* (3069, 71, 72, 77, 84, 86, 91, 93—99, 102, 196, 07, 09—16, 18—21, 23, 25, 26, 28, 31, 33, 34, 36—38, 42, 53, 54, 56, 59—62, 70, 74), Popescu G. Andrei (2963, 65, 3034, 59, 79, 82, 84, 86, 87, 93), *Trandafir A. Alexandru* (3006, 07, 09—15, 17—19, 21—27, 29, 34, 42, 43, 47, 50, 58—60, 74, 82, 86, 93, 94, 98, 100, 04—06, 17, 19, 21, 25, 43, 46).

Ş.m. I „N. Bălcescu". Cl. VI. Berman Liviu (E: 1096, 99, 102, 03, 10, 14, 15, 25—27). Cl. IX. Ciocîrlan Paul (3006, 09, 11, 12, 14, 17, 19, 21, 24, 26), Dascălu Dan (2959, 61, 64, 66, 67, 69, 72, 99, 3006, 09, 11, 12, 14, 16, 19, 21, 26, 42, 47, 57, 59), Iliescu A. Andrei (2961, 64, 66, 67, 72, 83, 87, 3006, 09, 11, 16), Isbăşescu Mircea (2927, 33, 39, 41, 44, 53, 55, 56, 59, 61, 62, 64, 66, 67, 69, 72, 74—76, 83, 85—89, 92, 94, 95, 3001, 04, 05, 11), *Lupaş Laurenţiu* (3069, 71, 82, 85, 86, 93—97, 99—103, 106, 09, 10, 12, 15, 20—25, 27, 30—38, 41—44, 46—49, 51, 56, 58, 62, P), *Răşcanu Radu* (2948, 59, 61, 65, 67, 68, 70, 71, 73, 76, 85, 89, 93, 94, 3001, 04, 11—17, 24—26, 34, 55, 57, 71, 82, 86, 93—95, 100, 02, 04, 09, 15, 20—23, 29, 31, 39, 43, 46, 51, 67, 69, 96, 97, 225, 28, 30—37, 42, 43, 46—49, 51, 52, 60, 61, 81, 84, P), Vasilescu I. Gabriel (2974, 75, 83, 87, 3006, 11, 18, 19, 21, 24, 26, 82, 95, 97, 104), Cl. X *seral.* Achiţel Paul (2956, 61, 63, 64, 66, 70, 72, 76, 83, 86, 87, 92, 95, 3011, P). Cl. X. *Ionescu Dan* (2956, 57, 59, 61—72), Isbăşescu Mihai (2942, 44, 50, 56—62, 65—78, 83, 85—97, 3001—03), *Lupan Mircea* (2887, 90, 91, 94, 96—98, 906—13, 16—26, 30, 32, 61, 63, 65, 70, 72), *Nicolescu A. Miron* (306, 09—14, 17—19, 21, 22, 25, 26, 29, 32, 34, 38, 43, 47, 49—51, 55—57, 63, 66, 69, 71, 72, 74, 82, 162, P), Rădoi Leon (2956, 57, 59—63, 65—70, 72, 76, 78, 83, 85—87, 91, 92, 94, 99, 3001—03), Radeş Mircea (2956, 57, 59—73, 76, 78, 83, 86, 94, 95, 97, 3001—03), Velicu Vasile (2957, 60—70, 72, 75, 77, 78, 86, 89, 91, 93, 95, 3001).

Ş.m. 2. Cl. IX. Roşianu N. Constantin

(3006, 11, 12, 14, 16, 17, 21, 26, 57, 71, 86, 98, 100, 05). Cl. X. Teodorescu Mariana (2959, 60, 75—77, 79, 85—87, 93, 3006, 09—12, 14, 15, 17, 19—21).

Ș.m. 3. Cl. VIII. Iovănescu Radu (3006, 09, 18, 19, 21, 26, 104, 20, 22, 25, 62, E: 1095, 98).

Ș.m. 4 „Aurel Vlaicu". Cl. IX. Cojocaru Paul (3006, 16, 18, 21, 26, 86, 130, 33, 37, 44), Olteanu Mircea (2972, 75, 3006, 16—18, 21, 26, 86, 95). Cl. X. Bădăliță Tr. Luminița (2926, 30, 3007, 16, 39, 63, 64, 69, 86, 94, 95, 100—03, 20—22, 25, 29, 30, 32, 33, 49, 51, 82, 83), Dobre Cornel (2907, 08, 51, 61—70, 72, 73, 75, 78, 83, 85—87, 94, 3001, 06, 11—13, 21, 22, 26, 27, 29), *Dumitrescu A. Elisabeta* (3010, 13, 47, 50, 55, 57, 63, 64, 72, 86, 91, 93—98, 100, 02, 04, 06, 09, 15, 19, 20, 22, 24, 25, 27—31, 33—35, 38, 42, 49, 51, 62), Feldman David (2957, 63—70, 72, 75, 3006, 07, 11, 17, 18, 21, 22, 24, 25, 32, 50, 57), *Ionescu Rodica* (3063, 64, 69, 86, 94, 95, 100—03, 06, 07, 09, 12, 14, 20—22, 24, 25, 27—31, 33, 38, 40, 45, 49, 51, 82, 83), *Nicolau G. Cornel Virgil* (3066, 11—13, 16—18, 21, 23, 25, 27, 29, 34, 43, 47, 54, 57, 66, 72, 86, 93, 94, 96, 102, 10, 21, 22, 25, 28, 62, 64, P).

Ș.m. 7 „I. L. Caragiale". Cl. VIII. Niculescu I. Dan (2962, 66, 72, 3026, 27, 100, E: 1085, 95, 116, 20). Cl. X. Filip Florian (2957, 60—69, 71—73), Gavrilă Georgeta (2957, 60, 63—73, 3006, 09—13, 16, 17, 20, 21, 25, 31, 34, 43), Mateescu Margareta (2957, 58, 62, Valentina (3012, 21, 22, 25, 39, 74, 86, 93—95, 100—02).

Ș.m. 8. Cl. IX. Soceanu Alexandru (2961, 62, 72, 83, 85, 94, 95, 3006, 11—12, 17, 18, 21, 25, 42, 57).

Ș.m. 10. Cl. VIII. Predoiescu Ioana (3085, 106, E: 1099—102, 14—16, 26, 27, 29), Fințescu Elena (3006, 12, 17, 26, 31, 100, E: 1098—101). Cl. IX. Butucea Ecaterina (3006, 09, 11, 12, 16, 17, 19, 21, 24, 26, 121, 22), *Bărbulescu Lucia* (3006, 09, 11, 12, 14, 16—19, 21, 24—27, 31, 39, 42, 47, 55, 57, 85, 86, 95, 97, 101, 02, 04, 24—26), Ionescu Rodica (3006, 09, 11, 12, 16, 19, 21, 24, 26, 95, 97, 108, 20—26, 30, 31, 35—37, 62), Predoescu Marieta (3086, 95, 97, 120, 21, 25, 30, 31, 33, 35—37, 44, 48, 49, 51, 62, 75, 76, 84), Toporaș Ioana (3006, 09, 11, 12, 19, 21, 24, 26, 95, 97, 108, 20—26), Vișan Grazielle (3006, 09, 11, 12, 19, 21, 24, 95, 97, 108, 120—26, 36, 44). Cl. X. Andronescu Sarmiza (2957, 65, 68—72, 3006, 16, 21, 22, 25, 29, 34, 43, 50), Marica Mariana (3006, 11—13, 15, 17, 21, 22, 25, 29, 34, 43, 50, 57, 86, 93—96, 98, 106), Nicolau Smaranda (3006, 11, 12, 16, 21, 22, 34, 71, 93), Repciuc Rodica (3071, 80, 84, 86, 93—97, 106), Ștefănescu Aurelia (2956, 57, 61—65, 68—70, 72, 73, 75, 92, 93).

S.m. 11 „Dimitrie Cantemir". Cl. VII. Gianni Emanuel (3006, 100, 07, 16, E: 1084, 86, 89, 92, 98, 99). Cl. VIII. Antoniu I. Andrei (3006, 16, 120, 121, 122, E: 1099, 101, 03, 07, 17, 23, 24, 26, 29), Stoicescu Cristian (2969, 72, 76, 3002, 63, 100, E: 1082, 101, 02, 06, 08, 10, 11, 14, 15, 17, 21, 23—27, 29, 30, 32). Cl. IX. Ionescu M. Mihai (3006, 09, 11, 12, 16, 17, 21, 120, 21, 25, 36, 62), Melencovici V. Cornel (3006, 09, 11, 12, 14, 16—19, 21). Cl. X. *Antoniu I. Sorin* (3010, 13, 14, 16—18, 29, 32, 43, 50, 57, 63, 64, 69, 82, 83, 93—98, 100, 04, 06, 61, 62, 82, 83), Bălăveanu Nicolae (2956, 57, 61—65, 68—70, 72, 73, 75, 92, 93), Cruceanu Ștefan (2957, 63, 66, 69—72, 78, 91, 92, 95, 3001, 02, 25, 32, 34, 39, 42, 43), Georgescu Daniel (2957, 63—66, 69, 70, 72, 95), Manolescu Anton (2956, 57, 59, 61—66, 69—72, 3006, 11, 16, 17, 21, 25, 29, 63, 64, 84, 121, 25, 34), Mella Vittorio (3006, 10—12, 14—17, 21, 22, 24—26, 29, 34, 43, 50, 57), Petrescu Iulian (2956, 57, 63—67, 69, 70, 72, 75, 93, 3001), Răscanu Mihaela (3006, 11, 16, 17, 91, 97, 104, 05, 10, 21, 22, 30, 33, 49, 51), Susea Andrei (3006, 63, 93, 94, 96, 97, 100, 02, 03, 09, 22, 106, 15, 19, 25, 29, 34, 39), Vasilescu Cezar (2957, 63—65, 67—71, 75, 3021, 22, 25), Zamfir Gabriel (2957, 61, 63—65, 68—73, 75, 95, 3002).

Ș.m. 12 „Spiru Haret". Cl. IX. Gavrilescu Șerban (3120—23, 30—33, 35, 37, 49, 59, 62, 57), *Soare Ștefan* (2956, 57, 59—85, 87—3001). Cl. X. *Dinu I. Liviu* (2961, 63—66, 69—73, 75, 78, 89, 95, 3001, 02, 06, 12, 13, 15, 16, 21, 22, 25, 29, 34, 39, 43, 47, 57, 63, 69, 74, 86, 93—98, 100, 02—04, 06, 09, 12, 15, 16, 22, 22, 25, 27—29, 45, P) Duțu Victor (2972, 95, 3013, 14, 22, 32, 50, 57, 94, 97, 100), *Glasberg Vladimir* (2910—12, 15, 21, 30, 35, 36, 40, 53, 56—59, 61—73, 75, 76, 78, 81, 83, 85—87, 89, 92—96, 3001, 04, 03, 06, 17, 10—13, 16, 21, 22, 25, 27, 32, 34, 42, 06, 17, 10—13, 16, 21, 22, 25, 27, 32, 34, 42, 47, 57, 74, 94), *Iliescu Ovidiu* (3006, 11—17, 21, 22, 24, 25, 29, 32, 34, 39, 43, 45, 50, 57, 63, 69, 71, 74, 80, 82, 84, 93—98, 100, 02, 04), Prejneanu Aurel (2961—66, 68—72, 75), Petcu Nicolae (2957, 61, 63—66, 68—72, 75, 79, 91, 92, 95, 3001, 06, 11—16, 21, 22, 24, 25, 29, 32, 34, 43, 50, 57), Pavlu Mircea (2965, 3011, 63, 85, 86, 93, 94, 96—98, 104, 15, 17, 19, 43, 45, 47, 49, 51, 82, 83), Savu Gabriel (2956 m, 57 m, 61—66, 69—73, 75, 78, 92, 95, 3001, P).

Ș.m. 13. Cl. IX. Dinu Ștefan (3006, 11, 18, 95, 97, 104, 21—23, 30, 31, 33, 34, 51, 81, 86), Mereuță Dan (2913, 20, 21, 26, 56, 61, 62, 64, 66, 67, 69, 72, 3011, 12, 14, 19, 21, 24, 26, 57, 71, 83, 97, 105), Moga Ion (3006, 11, 12, 16—19, 21, 26, 61, 71, 97, 104). Cl. X. *Bănică Dan* (3009, 11, 12, 14, 16, 17, 19—22, 24—26, 29, 31, 32, 34, 39, 42, 50, 57, 86, 94—98, 100, 02, 04, 10, 15, 20—23, 25, 27, 30—38, 51, 56,

P), Bucur Ion (2959—66, 68—70, 75, 76, 83, 85—87, 91, 92, 95, 3003), Lazăr M. Dan (2961, 75, 77, 91, 3006, 09, 11, 16, 17, 21, 22, 25, 27, 29, 32, 34, 57, 86, 139, 42, 50, 93—96, 97, 201—03, 06). Tutuianu Ovidiu (2957, 63—65, 69—72, 77, 95, 3006, 11, 12, 15—17, 21, 22, 25, 29, 32, 34, 39, 42, 50, 57, 86, 93—95, 97, 102, 06).

Ş.m. 15. Cl. VIII. *Bănică Marieta* (3006, 16, 26, 31, 121, 22, 25, 30—32, 34, 41, 49, 51, 62, E: 1094, 95, 98—102, 07, 14—16, 18—21, 23—26, 29). Cl. X. *Ionescu P. Sorina* (2956, 57, 59—63, 65—73, 78, 85, 88, 91—93, 95, 98, 3001, 06—25, 27—29, 32, 34, 42, 43, 47, 50, 51, 56—58, 86, 93—97, 106).

Ş.m. 16. Cl. VIII. Deleanu Denise (3110, 20—23, 26, 30, 31, 35, 37, 41, 43, 49, 51, 62).

Ş.m. 17 „Matei Barasab". Cl. VIII. *Olteanu Stoica Victor* (3006, 08—10, 12—19, 21—24, 26, 29, 50, 51, 57, 74, 82, 84—86, 90, 91, 93—98, 100, 02—06, 14—20, E: 1094—96, 98—104, 07, 08). Cl. IX. Laurescu Constantin (3006, 11, 17, 19, 21, 57, 87, 95, 100, 04, 05). Cl. X. Nabijovici Abdula (2963, 69, 72, 74, 3014, 85, 86, 93, 95—98, 102, 06), Panait Nicoleta (3018, 24, 26, 63, 86, 95, 102, 20, 30—32, 34, 37, 43, 46—49, 51, 62).

Ş.m. 18 „Mihail Eminescu". Cl. VIII. Costescu Vasile (2962, 64, 66, 67, 72, 83, 87, 3006, 12, 17, 26), *Mira I. Nicolae* (2956, 57, 61—67, 69—72, 77, 75, 80, 89, 92, 93, 95, 96, 61—67, 69—72, 77, 75, 80, 89, 92, 93, 95, 96, 3001, 06, 09, 12, 14, 15, 19, 21, 22, 29, 37, 39, 43, 50, 54, 57, 71, 76, 76, 82, 85—87, 94, 96, 100—02, 04), Pîrşan C. Liviu (3018, 21, 27, 77, 100, 20—22, 25, 30, 35, 37, 49, 51, 62, E: 1109, 11, 14, 16, 18—20, 23, 26, 29—31). Cl. IX. Cherteş Petruş (2956, 61, 64, 66, 67, 69, 72, 75, 95, 92). Cl. X. *Eftimie Z. Radu* (2988, 3002, 16, 31, 47, 55, 61, 63, 66, 69, 71, 72, 74, 82—84, 86—91, 93—102, 04—07, 09, 10, 12, 13, 15—23, 25, 27—38, 42, 43, 45, 47—49, 51, 60, 62, 74, 75, 79, 83, 84, P), Enişteanu N. Nicolae (3006, 11, 16, 17, 21, 24, 25, 33, 44), Gembaşu Nicolae (2959, 64, 65, 68, 69, 71, 73, 75, 76, 83, 86, 92, 95, 3004, 06, 07, 09, 11, 13, 17, 18, 21, 22, 24, 25, 29, 34, 57, P), Nicolau A. Cristian (3006, 11, 16, 25, 39, 85, 86, 101, 21, 22, 25, 30, 33).

Ş.m. 20 „Gheorghe Şincai". Cl. VIII. Anghelina Maria (3093, 121, 22, E: 1114, 15, 20, 21, 23, 24, 29), Dimian Alexandru (3006, 26, E: 1095—101, 07, 08), Stănescu Radu (3006, 12, 17, 21, 39, 57, E: 1094, 95, 98, 99, 101—03, 07). Cl. IX. Pădureţ Victoria (2961, 66, 75, 3006, 11, 12, 21, 86, 95, 104, 08, 21, 22, 25, 30, 31, 37, 44, 48, 62). Cl. X. Cîrţan Ion (2956—58, 61—64, 66, 68—73, 75, 91—93, 95), Craioveanu D. Eugeniu (2956, 57, 62—66, 68—70, 72, 73, 75, 78, 90—93, 95, 3002, 03).

Ş.m. 22 „Gheorghe Lazăr". Cl. VII. Barbu M. Cornel (E: 1096, 97, 99, 101, 02, 11, 14, 15, 23, 29). Cl. VIII. Pitiş Florian (3006, 100, 20, 22, 37, 49, E: 1094, 95, 99, 100, 120, 23, 26, 29, 30). Cl. IX. Chirilă Rodica (2920, 21, 32, 44, 56, 59, 62, 64, 72, 74, 75, 88, 95, P), Irimescu G. (2907, 14, 17, 20, 21, 23, 32, 41, 44, 59, 61, 62, 64, 67, 72, 75, 83, 85, 87, 95). Cl. X. *Ciorănescu Ioana* (2956, 57, 69—73, 75, 78, 3006, 09, 93—102, 04—06, 09, 10, 61). Abs. Ionescu Iuliana (2957, 61—70, 72, 75, 76, 83, 86, 87, 91, 92, 94, 95, 3001—03).

Ş.m. 23. Cl. X. Reviu S. Eugen (2957, 59, 60, 63, 65—73, 78, 86, 87, 89, 91—95), Soare Fl Florin (2957, 60, 61, 64, 68, 69, 72, 73, 89, 91, 92), Stoenescu G. (2976, 83, 86, 87, 94, 3031, 32, 43, 51, 57), Voinescu A. Alexandru (3063, 86, 93, 94, 96, 97, 100, 02, 09, 10, 15, 21, 25, 28).

Ş.m. 24. Cl. VII. Popescu Domiţian (E: 1094, 98, 100, 12, 14, 16, 20).

Ş.m. 26. Cl. X. Stoica Dan (2957, 61, 63, 64, 66, 68—72, 75, 76, 87, 94, 95, 3002, 03).

Ş. 7 ani nr. 29. Cl. V. Florea G. Alexandru (E: 1082, 84, 86, 96, 99, 102, 03).

Ş. 7 ani nr. 138. Cl. VII. Nicolae St. Natalia (E: 1081, 83—92, 103, 16—16, 19—31).

Ş. m.il. radiolocaţie. Anul I. Andrieş Eugen (3006—29, 31, 32, 34, 35, 50, 51, 57).

BUHUŞI. *Ş.m.* Cl. X. Ciobotaru Ovidiu (3063, 69, 71, 74, 82, 86, 91, 93—100, 02, 04—06), Colbeanu Ion (3069, 71, 74, 82, 84, 86, 91, 93—99, 102, 04—06).

BUFTEA. Ş. m. Cl. X. Petrescu Mihai (2908, 12, 18, 24, 35, 36, 51, 57, 61, 63, 64, 68, 71, 83, 86, 95, 3006, 15, 18, 29, 68, 86 94—98, 104, 06).

BUZĂU *Ş.m. 1 „B. P. Hajdeu".* Cl. VIII. Corbel G. Nicolae (2975, 3006, 12, 26, E: 1081, 84, 88, 92, 99, 102, 08), Cupcea Nicolae (3006, 12, 20, 26, E: 1083, 84, 88, 94, 98, 100, 02, 08), Dobrescu Constantin (2975, 88, 3006, 12, 26, E: 1083, 88, 98, 100, 02), Frînculescu V. Iulian (2966, 72, 83, 3100, E: 1097, 98, 112, 15—17, 20), Stoica T. Ion (3006, 26, 100, 22, 23, 33, 34, 37, 49, 51, 62), E: 1095, 97, 99, 101, 07, 14, 16, 17, 20, 24, 28, 30). C.l IX. *Gheorghe A. Cezar* (2956—3004. Cl. X. Ionescu N. Sorin (2957, 61, 63—72, 78, 83, 87, 91—95, 3001—03), Lungu Gheorghe (2957, 64, 69, 71, 72, 3007, 10, 13, 15—18, 21, 24, 34, 39, 43, 48, 57, 63), Moisescu aDn (2968, 78, 93, 94, 3002, 11, 29, 43, 63, 84, 94, 106), Pavel Gh. Ilie (3013, 14, 16—18, 22, 24, 26, 43, 47 97, 99, 104, 05, 21, 22, 25, 49), Selaru Ion (2957, 65, 68—73, 77, 78, 83, 86, 87, 89, 3001—03, 06), Tudor Cornel (2957. 61, 62, 68—72, 75, 95, 3001, 93, 94), *Uşurelu P. Valeriu* (2957, 61—72, 78, 89, 91—93, 95, 3001, 06, 09—13, 15, 18, 21, 22, 25, 29, 32, 34, 39, 43, 47, 50, 57). Abs. Tigău I. Marius (2970 78, 83, 94, 3002, 05).

Ş.m. 2 „Mihail Eminescu". Cl. VIII. Dia-

mandescu Eugenia (3006, 16, E: 1081, 84, 86, 88—90, 92, 99, 102), Ilie Maria (E: 1081, 92, 98, 90, 92, 99, 112, 14, 17), Ivănescu T. Eugenia (E: 1081, 83, 84, 86, 89, 90, 92, 94, 95, 98, 102, 14—16), Mănciulescu Rodica (3006, E: 1084, 86, 89, 90, 92, 98, 99, 102, 07, 16), Petrescu V. Victoria (3006, 16, E: 1084, 89, 90, 92, 98, 99, 102, 07, 14, 16), Popescu Elena (3006, E: 1081, 84, 86, 89, 90, 98, 99, 102, 14, 16), Sîrbu Maria (2975, 3006, 16, E: 1083, 84, 86, 88, 90, 92, 99, 102, 14), Simionescu L. Olga (3006, E: 1081, 83, 84, 90, 92, 98, 99, 102, 07, 14, 15), Ştefan Livia (3006, E: 1072—74, 84, 89, 92—94, 99, 101, 02, 14, 15. Abs. Căruntu Maria (2957, 61,—66, 69, 70, 72, 75, 86, 87, 94, 3001, 03, 06, 11, 16).

BUZIAŞ. *Ş.m.* Cl. VI. Mateescu G. (E: 1081, 83—85, 92, 94, 111—13, 17, 21—28). Cl. VIII. iPsoi I. Gheorghe (3026, E: 1081—84, 90, 92, 93, 95 97, 99). Cl. IX. Iordache Cornel (2962, 64, 72, 75, 3006, 11, 21, 24, 95, 100, 10, 12, 20—23, 25, 26, 31, 34, 44, 84), Petrescu G. (3006, 07, 09—17, 19, 21, 22, 24—27, 29, 32, 34, 39, 42, 50—52, 57, 60, P). Cl. X. *Lungulescu Cecilia* (2956, 61—65, 68—70, 72—76, 83, 84, 86, 87, 89, 94, 3002—04, 06, 07, 09—17, 19, 21, 22, 24—26, 27, 29, 32, 34, 43, 50, 51, 57, 60), *Mititelu M. Ştefan* (3009, 29, 32—34, 42, 43, 47, 49—51, 57, 60, 63, 64, 67, 69, 74, 75, 77, 79, 80, 82—86, 90—125, 27—40, 42—52, 56, 60, 62, 64, 67, 75, 83, 84, 86, N), Parapancea Marin (2861, 67, 96, 3029, 32, 34, 57, 74, 80, 95, 94, 100, 14), Şerban Adrian (3011—13, 21, 25, 27,34, 60, 63, 80, 94, 100, 06).

Ş. 7 ani Ciupercenii Vechi. Cl. VI. Vîlcu I. Florica (E: 1099, 101—03, 14, 15).

CĂLĂRAŞI. *Ş.m. „N. Bălcescu".* Cl. IX. Aldea Laurenţiu (2969, 92, 3019, 39, 56, 70, 71, 86, 95, 97, 100, 04), Mocanu Nicolae (2969, 3006, 12, 19, 39, 57, 69, 71, 86, 95, 97, 100, 02, 04). Cl. X. Burcu Virgil (2964, 69, 85, 92, 3002, 03, 06, 11, 16, 21, 22, 25, 63, 93, 94, 106), *Chiriacescu T. Sergiu* (3016, 23, 49, 63, 74, 84, 107, 09, 10, 12, 19—22, 25, 29—38, 42, 45—49, 51, 60, 62, 81. P), Tutunghiu P. Paul (2963—65, 69, 70, 3011, 16, 21, 29, 57, 93, 94).

CĂLIMĂNEŞTI. Abs. Popescu George (3011, 21, 22, 27, 93, 94, 122, 25, 33, 62).

CĂRBUNEŞTI (Craiova). Cl. X. Iorga P. Daniel (3006, 10—12, 21, 22, 25, 29, 32, 34, 39, 43, 50, 57).

CARACAL. Cl. VIII. Mihăilescu I. Stelian (3120—23, 30, 37, E: 1095, 116, 26, 29). Cl. X. *Basturescu Gh. D.* (2971—78, 83, 85—87, 89, 91—95, 3001—04, 06, 09—17, 21, 22, 25, 27, 32, 34, 56, 57, 59—60, P), Dincă G. (2956, 57, 61, 62, 64, 65, 68—73, 87, 95, 3002, 06, 11, 12, 21, 25, 29, 43, 57, 63, 86, 93, 98—100, 02, 06), Iacob Mircea (3006, 07, 10—13, 15—18, 21—25, 29, 32, 34, 39, 50, 57), *Mihăilescu I. Viorel* (2924, 27, 3073, 86, 93—102, 04, 06—10, 12, 15, 16, 18—20, 22—25, 28—38, 40, 42, 49, 51, 56, 62), Rădulescu Victor (2956, 57, 61, 62, 64, 68—72, 75, 76, 85, 86, 3006, 07, 11—19, 21, 22, 25, 27, 29, 34).

CARANSEBEŞ. *S.m. 2.* Cl. VIII. Ianici Nicolae (3120—22, 25, 30, 32, 33, 41, 49, 51, 58, 62, 89, E: 1121, 26, 29, 30). Cl. X. *Baranyi Zoltan* (3017, 18, 27, 34, 43, 47, 55, 60, 62, 69, 72, 74, 100—05, 07—17, 19—25, 27—30, 32—34, 36—42, 44—46, 48, 49, 51, 52, 54, 58, 60, 64, 65, 75, 76, 81—84, 86, P), Cornea Filip (3043, 66, 71, 82, 85, 102, 09, 23, 25, 30—34, 36, 48, 49, 51, 62, 81), Damian Dumitru (2961, 71, 75, 3011, 29, 39, 74, 82, 93—95, 102), Jumancă Ion (2956, 57, 61—65, 68, 72, 73, 3001, 06—08, 11—13, 16, 21, 23, 25), *Mitran Ovidiu* (2927, 37, 62, 71, 75, 77, 83, 91, 95, 3002, 04, 43, 59, 61—64, 69, 75, 79, 82, 83, 90—92, 100—05, 07, 09, 10, 13—25, 27, 29—36, 38, 39, 42, 45—52, 56, 58, 60—62, P), *Priess Wilhelm* (3035, 42, 45, 49, 50, 52, 54, 56, 61—67, 69, 71, 72, 74, 75, 77, 79, 82—86, 88, 90, 91, 93—106, 15, 17, 19, 20, 22—25, 28—42, 44—52, 54, 58, 60—62, 64, 72, 71, 75, 76, 81—84, P). Abs. Săbăilă Petru (2961—64, 65, 68—70, 87, 3011, 13, 21, 22, 25, 57).

CIMPINA. *Ş.m. 1 „N. Grigorescu".* Cl. VIII. Nicolae M. Nicolae (E: 1081, 84—86, 90, 92, 99, 102, 07, 14, 15). Cl. X. Constantinescu Nicolae (2957, 61, 64—66, 68—70, 93, 3011, 21, 22, 29, 57), Drăgănescu Cornel (2957, 60, 61, 63—72, 75, 76, 78—80, 86—90, 92—95, 3000, 02, 03), Ionescu A. Rodica (2057, 60, 61, 63—68, 70, 72, 75, 78, 83—85), Moraru B. Cornel (2961, 64, 66, 67, 72, 75, 76, 94, 3011, 14, 16, 17, 19, 21, 24, 26), *Palaghiţă Iordache* (2957, 61—66, 68—70, 72, 74—78, 83, 85—87, 91, 94, 95, 3001—03, 06, 11, 12, 16, 21, 22, 25), Papuc Gheorghe (2961, 63, 65, 69, 70, 75, 78, 89, 92, 94, 95, 3002, 03, 06, 11, 21, 22, 25, 57). Abs. *Moisin Laurenţiu* (3010—13, 15—17, 21, 22, 25, 26, 29, 32, 34, 44, 50, 51, 57, 63, 69, 71, 74, 86, 93, 94, 109, 10, 12, 15, 16, 20, 22, 23, 25, 27, 28, 31, 33, 37, 39, 42—44, 46—49, 51, 52, 62). Ş.m. 2. Cl. VIII. Tănase Mihai (2962, 64, 69, 72, E: 1095—102, 06, 07).

CIMPULUNG MOLDOVENESC. *Liceul militar „Ştefan-cel-Mare".* Cl. X. Leaţ Mihai (2957, 63—65, 68, 70, 72, 86, 94, 3002, 03, 06, 11, 17, 22, 29), *Merchez Constantin* (2957, 58, 61, 63—65, 68—70, 85, 86, 89, 92, 94, 3002, 03, 06, 07, 10—13, 15—17, 21—25, 29, 32, 34, 39, 42, 47, 50, 53, 57).

CIMPULUNG MUŞCEL. *Ş.m. 1.* Cl. VIII. Mărgărint Cătălin (3006, 21—23, 25, 26, 31, 51, 62, E: 1098, 101, 07, 14—16, 21, 23—25, 27, 29, 30), Simionică I. Rodica (E: 1081,

83, 87, 89, 90, 92—96, 101, 02). Cl. X. Mărgărint Adrian (2961, 63—65, 57, 68, 72, 75, 86, 95, 3002), *Vasilescu V. Mihail* (3006, 11—13, 15, 17, 18, 21, 22, 25, 27, 29, 34, 39, 50, 57, 63, 69, 71, 74, 82, 84, 86, 93—98, 100—06), Văluță E. Mihai (2971, 75, 76, 78, 86, 89, 94, 95, 3001—03, 06, 10—13, 15, 19, 21—25, 29, 34, 39, 50, 57, 58, 74, 84, 86, 93, 94, 100—02). Abs. Braga Zonel (2957, 3006, 07, 11, 15, 19, 21, 24—27, 29, 50, 57, 85, 88, 91, 93—98, 102—04, 06, P). Școala pedagogică de învățători. An. I. Căpraru Constanța (E. 1074, 84, 90, 92, 94—96, 101, 03, 16, 17, 20), Ghica I. Cornelia (3006,, E: 1072, 74, 81, 84, 89, 90, 92—95, 100, 01), Marin P. Stana (E: 1090, 92—94, 96, 100, 01, 03, 16, 20).

CIMPIA TURZII. *S.m.* Cl. VIII. Gligor Elena (3006, E: 1083,, 85, 90, 92, 95, 97, 100, 01, 07, 16, 20), Rațiu Constantin (2975, 87, 3006, 120, 22, 23, 35, 43, 49, 51, 62), E: 1083, 85, 89, 90, 92, 98, 99, 101, 07, 08, 10, 14, 16, 24, 25, 29), Tămaș Sorin (3006, 26, 22, 37, 43, 62, E: 1098, 100, 02, 07, 14, 16, 20, 21, 23, 24). Cl. X. Cîmpean Vasile (2971, 89, 95, 3006, 10, 11, 13, 17, 21, 22, 25, 29, 32, 39, 57, P), Giurgiu Constantin (2957, 68, 72, 78, 99, 3002, 11, 15, 29, 57, 93—95)., Onescu Elena (2957, 66, 68, 69, 71, 72, 75, 92, 94, 95, 3002, 06, 11, 16, 21, 25, 34, 57, 63, 94), Pantelimon Radu (2989, 95, 3001, 111, 12, 15, 21, 25, 29, 32, 34, 39, 50, 57), *Tritean Ion* (2920, 22, 51, 61, 63—65, 68—70, 75, 78, 84, 87, 89, 91, 94, 3002, 11, 21, 22, 25, 29, 34, 50, 57, 63, 94, 98, 3015, 24, 60, 109, 15, 19, 30, 42, 48, 51, 62, 75).

CLUJ. *Birzan Romanel* (Fac. mecanică) (3022, 25, 27, 69, 86, 93, 95—98, 107, 20—23, 25, 30—37, 41, 42, 56, 62, 72, 75, 76, 84). Abs. Hodiaș Radu (2961, 63—65, 68, 70, 87, 3007, 11, 25, 29).

S.m. 4. Cl. VII. Georgescu M. (E: 1066, 75, 81, 86, 99—101, 12, 14, 15, 17). Cl. VIII. Pop Florin (959, 64, 72, 75, 3006, 12, 18, 19, 24, 26), E: 1084, 85, 86, 93, 97, 100, 02, 07, 14, 16, 19, 20). Cl. IX. Buzilă Virgil (3006, 09, 11, 17, 18, 21, 26, 97, 99, 104), Egri Gelu (3006, 09, 11, 14, 16, 17, 18, 21, 24, 26, 95), *Lungu Șerban* (2966, 67, 76, 77, 83, 85—87, 92, 95, 96, 3001, 04, 06, 10—12, 14, 15, 17, 24, 26, 27, 29, 31, 47, 50, 51, 57, 69, 71, 86, 93, 100), Micu Radu (2961, 62, 64, 66, 67, 71, 72, 74, 76, 83, 86, 87, 94, 3001, 04), Cl. X. Maier Ion (2961, 64, 69, 72, 73, 3006, 11, 17, 21, 25, 39, 57, 93, 94), Onișca Mihai (3120, 21, 25, 30—37), Pamula Adrian (3012, 62, 66, 86, 93, 94, 96, 97, 3015, 27, 29, 45, 46).

Ș.m. 5. Cl. X. Crivei Iuliu (3006, 17, 18, 21, 22, 25, 29, 32, 34, 42, 47, 50).

Ș.m. 6. Cl. VIII. Stoica Auurel (3120—22, 43, 51, 62, E: 1121, 23—26, 29). Cl. X. Dragoș Eugen (3009, 10, 13, 15, 63, 74, 82, 93—97, 109, 12) Vădan Ion (2917, 60, 61, 63, 64, 68—70, 75, 3006, 11, 21, 25, 29, 94, 106).

Ș.m. 10. Cl. X. Parisek Marcela (3029, 32, 34, 86, 94, 97, 106, 09, 15, 75), Săuțan Maria (2962—65, 68—70, 72, 3034, 57).

CONSTANȚA. *Ș.m. 1 „Mircea-cel-Bătrîn".* Cl. X. Simion E. (3006, 08, 09, 11—14, 16, 17, 21—23, 32, 34), Suciu Mircea (2957, 61, 63—65, 68—71, 3006, 16, 21), Vechiu N. Mihai (3006, 11, 14, 16, 17, 21, 24, 26, 57, 95, 97, 102, 10, 20, 21, 25, 30—37, 44, 46—49, 51, 62), Manole M. Mihai (2987, 3005, 08, 10, 20—25, 30—37, 41, 44, 46—49, 51, 64, 85, 95, 97, 102), *Rădulescu Gr. Mircea* (2952, 75, 76, 84, 95, 3014, 16, 17, 19, 24, 26, 31, 37, 42, 85, 86, 95, 102, 04, 07, 10, 20—25, 30, 31, 33, 34, 36, 37, 44, 48, 49, 51, 62, N,P), Vasile Mircea (961, 62, 64, 67, 74, 76, 83, 87, 94, 3004, 06, 11, 21, 26), *Ș.m. serală.* Cl. XI. *Tudoroj Dumitru* (3006, 07, 09—16, 18—29, 31, 34, 39, 42, 43, 47, 50, 54, 57, 65, 66, 69, 72, 74, 82, 84—86, 91, 93, 94, 97—100, 02—04, 06). Abs. *Ianuș Stere* (2855, 57, 58, 62, 83, 84, 86, 87, 90, 97, 98, 903, 07, 08, 12, 14, 18—23, 27, 28, 30, 33, 35—37, 44, 46, 48, 49, 52—54, 56, 58, 60, 63, 64, 68, 71, 74—76, 78—80, 84, 85, 89—92, 95, 3000, 01, 03, 05—07, 09, 11—17, 19, 21—27, 29, 31, 34, 39, 42, 43, P), *Iordache G. Elena* (2983, 84, 87, 3000, 13, 17, 18, 22, 26, 27, 29, 34, 42, 46, 51, 55, 60, 63, 64, 68, 69, 77, 84, 86, 93—96, 98, 100, 06, 09, 10, 12—16, 18, 21—25, 28, 30—38, 42, 45—47, 51, 62, P), Popa Ion (3006, 16, 21, 109, 11, 12, 15, 20—22, 25). *Ș. 7 ani nr. 5.* Cl. V. Dobre Marian (E: 1099, 103, 24, 27, 30).

CODLEA. Ș.m. Vlădăreanu Cornel (3006, 11, 16, 22, 39, 86, 94, 95, 100, 15, 21, 22, 29, 30, 33—35, 44, 47, 49, 62, P).

CORABIA. *Ș.m.* Cl. VIII. Rădulescu C. Răzvan (3006, 12, 16, 17, 21, 39, E: 1086, 89, 90, 92, 96, 98, 100—02, 07, 14—16, 20). Cl. IX. Dolana Florea (3011, 19, 21, 24, 26, 86, 97, 104, 10, 20—22, 30, 31, 34, 36, 56, 62), Mihală Alexandru (2956, 61, 62, 64, 66, 69, 72, 75, 3006, 11), Vălean R. Constantin (2964—66, 73, 74, 76, 83, 85, 87, 91, 92). Cl. X. Vrabie Voicu (2956, 62—65, 74—76, 85, 95, 3006, 11, 12, 16, 17, 21, 39, 57, 86, 100, 20—22, 25, 30, 32—34), *Truică Marin* (3010, 14, 15, 17, 22, 24, 27, 29, 74, 82, 86, 95, 96, 98, 100—02, 06, 07, 09, 10, 12, 19, 20, 23, 25, 27, 28, 30, 31, 35—38, 42, 45, 51). Abs Bițică D. Virgil (3014, 66, 71, 82, 83, 91, 100, 05, 07, 09, 10, 12, 16, 19—23, 31, 33, 34, 36, 38, 42, 48, 61, 75, 84). 34, 50).

COSTEȘTI (Pitești). Abs. Badea D. Gheorghe (2957, 63, 65, 69—72, 84, 86, 3015, 21,

CRAIOVA. *Student.* Bratcovici Marin (fac. mec. agriculturii) (3006, 11, 21, 22, 25, 74, 94, 95, 109—12, 15, 19, 21, 31, 33, 34, 39, 42,

62). *Abs.* Mihail M. Gheorghe (3006, 11—13, 16, 21, 25, 26, 29, 34, 42, 43, 57, 74, 82, 86, 93, 94, 96, 100, 02—04, 10, 12, 15, 16, 20, 22, 23, 25, 27, 33, 36, 37, 42, 51, 62, P), *Stancu Doru* (3010, 16, 23, 34, 80, 92, 99, 107, 109—25, 28—40, 42—52, 62, 75, 81—84), Stănculescu A. Dumitru (3006, 09, 11—14, 21, 25, 34, 43, 60), *Timotei Dionis* (2957, 59—76, 78, 79, 83—88, 90—92, 94—97, 300—80, 10—15, 17—26, 29, 34, 43, 51, 86, 94), laboranți Mihălcescu C. Virgil (2968—70, 72, 87, 3007—10, 12, 20—22, 50, 60, 63, 92—94, 106, P), Smărăndache Petre (2964, 65, 72, 75, 3006, 17, 18, 21, 22, 25, 34, 42, 43, 51, 94, 95, 97, 99, 3105, P). *Ș.m. 1 „N. Bălcescu"* Cl. IX. Popeea Traian (3071, 95, 97, 99, 104, 05). Cl. X. *Boju Valeriu* (3006, 08—17 19—27, 29, 32, 34, 50, 51, 57, 63, 69, 79, 80, 84, 86, 93—97), Cojocaru A. Marin (3011, 12, 17, 21, 22, 25, 29, 57, 63, 93, 94, 106). *Ș.m. 2 „Frații Buzești"*. Cl. IX. Drîmbă G. Ion (2956, 61, 64, 3011, 16, 17, 24, 26, 27, 39, 57, 71, 86, 95, 100, 02, 22, 24, 25, 44). Ș.m. 3. Cl. VIII. Duță C. Rodica (3018, 26, 120, 21, 23, 31, E: 1095, 114, 20, 23, 24), Nicolaescu Doina (3086, 121, 62, E: 1094, 95, 99, 114, 19—21, 24—26, 29), Stănescu Ortansa (3120, 22, 23, 30, 43, 49—51, 58, 62, E: 1121, 23—25, 29). *Ș.m. t. exploatare c.f.r. An. III.* Buretea I. Mircea (3063, 64, 74, 85, 86, 89, 93—97, 106), Petroșanu Ion (3063, 93, 95, 109, P). *Ș. 7 ani nr. 10.* Cl. VI. Chirițescu G. Laura (E: 1070—72, 74, 81—82, 84, 89, 96, 99, 115).

CURTEA DE ARGEȘ Ș.m. Cl. VIII. Bădescu G. Horia (3122, 23, 31—34, 47, 49, 51, 58).

DEVA. *Ș.m. 1. „Dr. Petru Groza"*. Cl. X. Laslău Stela (3069, 74, 84, 93, 94, 96, 98, 106—09, 19).

DOROHOI. *Ș.m. 1.* Cl. X. Ciobanu Gheorghe (2968, 71, 93—95, 3011, 17, 21, 22, 25, 34), Cosmănică Mircea (2957, 61, 63, 64, 68—71, 75, 92, 3015, 22, 25, 29, 93, 94).

DRĂGĂȘANI. Abs. *Barbu G. Emil* (3024, 31, 63, 64, 69, 85, 86, 91, 83—95, 97, 102, 04, 06, 09, 12, 15, 19, 20, 22, 25, 29, 30, 31, 33—35, 36, 38, 42, 46, 51, 62, 75).

FĂGĂRAȘ. *Ș.m. 1.* Cl. VIII. Vămanu V. Dan (2006, 21, 26, 120—22, 30—33, 35, 58, 62, E: 1094—96, 99, 121, 23—25). Cl. X. Klein Wilhelm (2957, 69, 71, 94, 3006, 11, 15, 16, 21, 24, 29, 50, 57). Abs.: *Balintoni V. Mircea* (2907, 32, 37, 38, 41, 44, 63, 64, 66, 68—72, 74—76, 79, 83, 86, 87, 89, 91, 94, 3001—09, 11, 12, 15, 17, 18, 21, 22, 25, 27, 29, 34, 42, 43, 50, 57), Toacse Gheorghe (3107, 09, 10, 13, 15, 17—19, 23, 24, 29, 36, 42, 45, 50, 56, 62, 75, 81—84).

FĂGET (Timișoara). Ș.m. Cl. X. Peicuț Ion (2978, 83, 91, 95, 3004, 07, 10, 12, 15, 17, 18, 22—24, 27, 39, 42, 50, 63, 74, 84, 86, 93, 94, 100—02, 06, 07, 09, 14, 16, 20—22, 25, 31, 33, 34, 42). Absolvenți: S. Petru (2961—65, 68—72, 74, 76, 78, 83—86, 94, 95, 3002).

FOCȘANI. *Ș.m. 1 „Unirea"*. Cl. VIII. Paraschiv Florin (3006, 13, 16, 21, 26, 27, 31, 39, 86, 120—23, 25, 33, 43, 49, E: 1007, 08, 16, 17, 20, 21, 24, 25, 51, 62, 95, 98), *Popa Nicolae* (2956, 57, 61—66, 68—72, 75—78, 83, 84, 86, 87, 94, 96, 3001—07, 09—17, 21—27, 29, 31, 34, 39, 42, 43, 50, 51, 57—60, 62—64, 69, 70, 74, 80, 86, 91, 93—102, 104—07, 09, 10, 12, 13, 15, 16, 18, 20—25, 28, 30, 52, 58, 60, 62, 70, 75, 81—84, P). Cl. IX. Vasiliu Zonel (2956, 61, 62, 64, 72, 75, 3006, 12, 16, 21). Cl. X. *Ghiuș I. Viorel* (2956—73, 75, 78, 83, 85—87, 89, 91, 95, 3000—03, 06—13, 15, 20—29, 31, 32, 34, 39, 42, 43, 46, 47, 50, 54, 57, 63, 69, 71, 74, 77, 84, 85, 87, 88, 90, 91, 93—98, 100—03, 06), *Munteanu Valeriu* (3007, 14, 16, 24, 26, 32, 34, 37, 39, 42, 47, 50, 54, 66, 71, 75, 82, 84—86, 93—98, 100—04, 06, 07, 09, 10, 13, 15, 19, 21—23, 25, 27—38, 42, 62), *Rădescu E. Eugen* (3000, 06—29, 32, 34, 39, 42, 43, 45, 47, 49—52, 54—59, 62—64, 66, 71, 74, 75, 82—84, 86, 87, 90, 92—98, 100—06, 09—16, 18, 19, 21—23, 25, 27—33, 35, 3, 38, 42—52, 56, 62, 84, P).

FETEȘTI. *Ș.m. 1.* Cl. IX. Apostoiu Nicușor (3011, 18, 21, 51, 97), Popescu E. Nicolae (2961, 63, 67, 72, 75, 3006, 11, 16, 19, 21, 24, 86, 97, 104).

FILIAȘI (Craiova). Abs. *Uță Marin* (2056—69, 71—74, 76—79, 83—86, 88, 89, 98, 93—97, 3001—07, 11—23, P).

GĂEȘTI (Pitești). Ș.m. 1. Cl. X. *Ioniță St. Neagu* (2958, 71, 83, 88, 92, 93, 3001, 03—18, 21—26, 29, 31—34, 43, 46, 49—52, 57, 60). Abs.: *Ixaru Gr. Liviu* (2907—09, 12—29, 32—38, 41, 42, 44, 48, 49, 51, 53, 56—74, 76—80, 83—86, 88, 89, 91, 92 94, 95). *Tirtan C. Gabriel* (2907—09, 11—34, 37, 44—46, 50, 51, 54—80, 86, 94, 96, 3001—04, N.P), *Tudorache Ștefan* (2983, 88, 92, 3001, 14, 18, 19, 32, 46, 52, 62—64, 69, 91, 3007—10, 12, 13, 15—25, 28—51, 62, 75, 81, 86, P).

GALAȚI. *Ș.m. 2.* Cl. VIII. Frasin Maria (3120, 22, 26, E: 1107, 14—16, 20, 29, 30), Prodan Iulian (2964, 75, 83, 85, 87, 3081—85, 88, 90), Șerban Elena (3006, 26, 39, 86, 100, E: 1095, 98—100, 07, 16). Cl. IX. Bîtcă Nora (2957, 61, 62, 64—67, 69, 75, 3006, 11, 12, 16, 201, 86, 93—95, 97, 120—22, 24, 25, 31, 43, 46, 49, 51, 62). Cl. X. Turcu Elisabeta (2975, 78, 61—65, 70—72, 91). Abs. Gabăț Corneliu (3093—98, 100, 22, 28, 30, 33, 34, 62). *Ș.m.3.* Cl. IX. Ghidalison Mia (2956, 61, 62, 64, 66, 67, 69, 72, 75, 92, 95, 3001, 06, 11, 12, 17, 21, 55), Moise Viorica (3006, 11, 12, 21, 22, 29, 34, 39, 86, 93, 94, 96—98, 106, 09, 10, 15, 20—22, 25, 28—31, 33, 38, 42, 62).

GĂLĂȚENI (București. Cl. V. Crivăț N. Maria (E: 1081, 82, 84, 86, 87, 89, 96, 97,

99, 102), Iliuță G. Georgeta (E: 1081, 82, 84, 86, 87, 89, 96, 97, 99, 102), Ionescu I. Elena (E: 1081, 82, 84, 86, 87, 89, 96, 97, 99, 102), Păun Ioana (E: 1081, 82, 84, 86, 87, 89, 96, 97, 99, 102).

GHEORGHIENI. *Ș.m. 2.* Cl. X. Suciu Petre (2957, 63, 68, 70, 72, 75, 76, 86, 3002, 03).

GIURGIU. *Ș.m. 1.* Cl. IX. *Popescu Radu* (3067, 71, 86, 95, 97, 100 02, 04, 05, 10, 20—26, 30—37, 41, 44, 47—49, 51, 52, 58, 61, 62, 81, 84). Cl. X. Brișcă Virgil 2956—73, 75—78, 85, 86, 89, 91—95, 3001). *Caraconcea Emanoil* (3006, 07, 09—18, 20—23, 25, 29, 32, 34, 43, 47, 50, 55, 57, 69, 85, 86, 93—98, 100—03, 06). *Drăgan Perte* (3009, 69, 71, 74, 83, 91, 99, 103—06, 10, 20—25, 30—37, 40, 42, 44, 48, 49, 51, 52, 58, 62, P), Marinescu Sergiu (3109—11, 13, 17, 21, 22, 25, 27, 32, 34, 39, 43, 47, 57, 93, 94, 106, 25, 62), *Mirlogeanu Florea* (3069, 71, 74, 83, 91, 107, 09—12, 16, 18—23, 25, 27—38, 40, 42, 44, 48, 49, 51, 52, 62, 83), Perșoiu I. Titus (2964, 3006, 11, 12, 17, 18, 21, 42, 59, 97, 100, 10, 20, 22—25, 30—33, 37, 43, 44, 47—49, 51, 52, 67, 81 P), Stănescu Virgil (3006, 09—19, 21, 22, 24, 26, 34, 57, 96), *Vasilescu Florian* (3006, 07, 11, 12, 16, 17, 21—23, 25, 26, 28, 29, 32, 34, 39, 43, 46, 50, 53, 57, 63, 66, 74, 84, 86, 90, 92—97, 100—02, 04—06), *Vișinescu M. Mihai* (3115—49, 51, 52, P). Abs. Bigan V. Stan (2966, 68—70, 3002, 21, 25, 27, 29, 42, 94).

GOGOȘARI (Giurgiu). *Șc. de 7 ani.* Cl. VI. Stănescu St. Veronica (3130, 32, E: 1094, 96, 99, 102, 03, 12, 14, 15, 26—29). Cl. VII. Stănescu V. Emilian (3162, E: 1094, 95, 98, 101, 02, 07, 26, 27, 29).

GOVORA-BĂI (Pitești). Abs. Costescu V. Adrian (3109, 10, 15, 16, 19—21, 23, 25, 28—31, 36, 38, 42, 43, 45, 46, 48, 49, 51, 52, 62, 63, 75, 81).

HOREZU (Pitești). Ș.m. Cl. IX. Apostoloiu Victor (2907, 11, 13, 17, 20, 23, 44, 53, 56, 64, 72, 75, 3006, 11, 12, 16, 17, 21, 27), Nică Emil (2921, 24, 26, 64, 95, 3011, 12, 17, 19), Prunoiu Constantin (2967, 3006, 11, 17, 21, 24, 26, 121, 22, 31, 62), Cl. X. *Mateescu G. Bebe* (2957, 58, 61, 63—65, 68—70, 72, 75, 76, 78, 83, 86, 87, 91, 92, 94, 95, 3002, 03, 06, 10—12, 16—18, 21, 22, 25, 27, 29, 34, 57, 63, 85, 93—96, 100, 02, 96), Popa I. Elena (2961, 63—65, 68, 72, 75, 3002, 03, 16). Abs. Olaru I. Iosif (3006, 17, 21, 22, 25, 34, 57, 60, 86, 94, 151), *Pitigoi I. Gheorghe* (3066, 72, 74, 86, 90, 92—98, 100, 02—06, 08—12, 15—22, 25, 28, 31, 33—38, 42, 43, 46, 48, 49, 51, 62, 75, 81, 83, 84, P).

HUNEDOARA. Ș.m. Cl. X. Oberländer Horst (2974, 76—80, 83, 85—87, 89, 91, 92, 94, 3001—03).

HUȘI. *Ș.m. 1.* Cl. VIII. Andrei Corneliu (3006, E: 1084, 87, 88, 90, 92, 95, 101, 07, 12, 20). Cl. X. Glogovei Ioan (3006, 11, 12, 15, 16, 21, 22, 25, 57, 62, 74, 94). Abs. Dolteanu Temistocle (3074, 76, 77, 82—87, 89, 93—100, 06).

IABLANIȚA (Timișoara) Sc. 7 ani. Cl. VII. Trăilescu Mircea (E: 1071, 72, 75, 82, 84, 87, 89, 96, 99, 100, 02, 03, 10, 11, 14, 17).

IANCA (Galați). Cl. IX. Iordan Marin (2957, 61, 63—65, 69—72, 75, 78, 3006, 11). Cl. X. Marin D. Ștefan (3012, 27, 80, 95, 100, 02, 20, 22, 24, 25, 30—32, 37), Sotiriu Dionisie (2951, 63—65, 68—72, 75, 78, 92). Abs. Cartina G. Vasile (3006, 09—16, 20—22, 24, 25, 29, 34, 50, 57, 60, 84), Stoica I. Gheorghe (2956, 57, 61, 63, 65, 68, 70, 71, 75, 95, 3093—96).

IAȘI. Ș.m. 1 *„Mihail Sadoveanu".* Cl. VIII. Caciunov Claudia (3006, 12, 16, 120—23, 30, 58, E: 1085—87, 89, 90, 92, 95, 98, 102, 08, 17, 20). Cl. IX. Simovici Dan (3006, 11—13, 21, 24—26, 54, 55, 80, 82, 86, 91, 93, 94, 97, 98, 102, P). Cl. X. Vlad Nicolae (2962—65, 68—73, 3021, 25).

Ș.m. 2. Cl. X. Băltaru Cornelia (2964, 68, 77, 61, 57, 63, 58, 3021, 22, 25, 29).

Ș.m. 3. Cl. X. Bac Ha Zin (2957, 65, 69—72, 75, 92, 95, 3001), *Brînzei P. Dan* (3008, 46, 48, 62, 63, 66, 67, 69, 71—74, 77, 82—88, 90—107, 09, 10, 12, 15, 16, 21—25, 27—36, 38, 39, 42, 43, 44, 46, 51, 56, 60, 62, 69, 74, 75, 77, 84, P), *Barbu Viorel* (3031—34, 42—44, 49, 50, 54, 57, 66, 67, 71, 74, 77, 82—84, 87, 109, 10, 12—14, 16, 17, 19, 20, 23, 25—29, 31, 36, 38, 41, 42, 56, 60—63, 65, 68—70, 73—75, 77—79), Enache Nicolae (3006, 07, 11—13, 15, 17, 21, 22, 25, 29, 42, 50, 86, 92, 98, 100) Kim Ilan-Su (2959, 60, 68—73, 75—77, 83, 85—87, 89, 92, 94, 95, 97, 98, 3001—03), *Nan G. Octavian* (3016, 45, 46, 49, 56, 62, 67, 72, 73, 83, 88, 90—92, 95, 96, 98—103, 05, 10, 12, 15, 16, 20—23, 25—38, 42, 44—46, 49, 51—56, 60—63, 74, 78, P), Ri-Hac-Iang (2957, 59, 60, 63—69, 71—73, 75, 89, 3006, 07, 09—15, 21, 22, 25, 26, 29, 32), *Sander Solomon* (3015, 19, 24, 26, 27, 29, 32, 34, 50, 51, 93—98, 100—04, 06, 15, 20—23, 25, 30—34, 41, 49, 51, 62), Ungureanu Gabriel (3006, 12, 21, 29, 34, 43, 94, 95, 97, 102).

Ș.m. 4. Cl. VIII. Cosma Sofia Elena (3006, E: 1081, 83—85, 87—90, 92, 94, 95, 97, 99, 101, 02, 07, 14, 16, 20).

Ș.m. 5. Cl. VIII. *Dragoslav Iulian* (3006, 09, 16, 17, 19, 21, 26, 57, 69, 97, 120, 21, 23, 25, 30—32, E: 1085, 99—102, 07, 08, 14—16, 18—26, 29—31). Cl. X. Soroceanu Mihai (2957, 63, 65, 69—71, 89, 3093, 94, 106).

Ș.m. 6 „Vasile Alecsandri". C. IX. Botez Gheorghe (2961, 64, 66, 69, 72, 75, 85, 87, 95, 97, 3102, 06, 11, 17, 21, 24, 26, 110, 20, 22, 23, 25, 30, 33, 36, 37, 41, 48, 49, 51, 52, 75).

Şc. 7 ani nr. 7. Cl. VI. Weissbuch Erza (E: 1196, 99, 101, 02, 10, 11, 14, 15, 17, 26).

LIPOVA (Timişoara). Ş. m. Cl. IX. Wiltz Walter (2961, 72, 75, 80, 87).

LUGOJ. *Ş.m. 1.* Cl. V. Popovici I. Mariana (E: 1094, 97, 99, 101—03, 11, 14, 15, 17). Cl. VIII. Neleacu Vasile (3013, 26, 94, 102, 04) E: 1094, 97, 99, 101, 02, 08, 16), Nemt Doina (3006, 16, 26, 86, 100, E: 1098, 99, 101, 04, 07, 10, 23, 24). Cl. X. Boja Nicolae (2963, 64, 68, 69, 71—73, 86, 92, 95), Munteanu Ionel (2976, 86, 94, 3002, 21, 27, 29, 63, 64, 97, 106, *Sufană Constantin* (2956, 57, 60, 61, 63—69, 79, 72, 73, 75, 78, 86, 91, 95, 3001, 02, 06, 11—13, 15—19, 21—25, 29, 34, 39, 43, 50, 54, 57, P). Absolvent Fonaş Ion (3015, 17, 26, 39, 42, 47, 50, 51, 54, 55, 57, 74, 82, 93, 94, 96, 97, 104).

MĂCIN (Galaţi). Ş.m. Cl. X. Barău Constantin (3011—13, 15, 17, 21, 25, 29, 34, 63, 80, 84, 86, 93, 94, 98, 102, 06), Petriman Ion (2907, 20—22, 29, 41, 44, 63, 68, 71, 83, 3006, 11—13, 15, 21, 22, 24, 25, 29, 57, 93, 94, 98, 120, 21, 25, 33, 34, 42).

MEDIAŞ. Sturm Klaus (3084, 86, 94, 97, 98, 100, 02, 04, 06, 09, 10, 15).

MOINEŞTI (Bacău). Cl. IX. Filcea Anca (3011, 18, 21, 24, 97). Cl. X. Ghianopolus Cristo (3069, 74, 84, 86, 93—98, 100, 02, 06, 07, 09—13, 15, 16, 19, 21—23, 25, 27, 31, 38, 42), *Munteanu Ion* (3006, 07, 09—18, 20—22, 24—26, 29, 31, 32, 34, 42, 43, 47, 49, 50, 55, 57, 65, 66, 69, 74, 86, 93—97, 100, 02—04, 15, 22, 25, 28, 39, 62).

MORENI (Ploeşti). Ş.m. Cl. VIII. Badea Constantin (3006, 12, 14, 16, 17, 21, 26, 31, 39, 47, 51, 57, 97, 100, 09, E: 1095—102, 07—09, 12, 14—16, 19, 20), Coman Dumitru (3006, 11, 12, 16, 19, 21, 26, 31, 39, 47, 57, 100, E: 1094, 95, 98, 99, 101—04, 12, 14—17, 19, 20), Metz Ion (3004, 06, 11, 12, 16, 19, 21, 26, 31, 39, 47, 57, 100, E: 1094, 95, 98; 99, 101—03, 12, 14—17, 19, 20), *Paraschivoiu Gh. Ioan* (3006, 12, 14, 16, 17, 21, 26, 31, 39, 47, 51, 57, 97, 100, 04, E: 1087, 88, 91, 94—103, 07—09, 12, 14—16, 19, 20), Popescu Constantin (3012, 17, 95, 104, 21, 26, 47, 57, E: 1101, 03, 12, 14—17, 19). Cl. IX. *Butoiu Octavian* (2908, 11, 18, 22, 24, 25, 33, 35, 36, 51, 65, 70, 71, 76, 94, 3006, 09, 11—14, 16—19, 21, 24—26, 29, 31, 32, 34, 39, 42, 47, 51, 54, 55, 57, 59, 60, 62, 63, 69, 71, 86, 91, 93—95, 97, 100, 02, 04—06 08—10, 20—25, 28, 30—38, 41, 43—52, 58, 62, 75, 76, 81, 94), *Călăraşu Florin* (2961—67, 69, 70—76, 83, 89, 94, 95, 3004, 06, 09, 11, 16, 19, 21, 26, 27, 55, 60, 62, 63, 91, 94, 95, 97, 101, 04—06, 1, 15, 16, 20, 21, 23—25, 28, 30—37, 43—46, 48, 49, 51, 52, 62, 84), Călăraşu G. Dan (2961, 62, 64, 66, 67, 69, 72, 73, 75, 83, 89, 3004, 06, 09, 11, 12, 16, 21, 27, 47, 55, 63, 71, 110, 20—23, 25, 30—36, 62), *Moflic Emilian* (2908, 11, 14, 18, 22, 24, 25, 35, 36, 48, 51, 59, 65, 68, 70, 73, 76, 94, 3006, 09—12, 14, 16, 18, 19, 21, 24—26, 29, 31, 34, 39, 42, 43, 57, P), *Niţă D. Constand* (2933, 62, 63, 65, 69, 70, 95, 3004, 06, 09, 11, 12, 14, 16—21, 24—26, 29, 31, 32, 34, 39, 42, 47, 51, 54, 55, 57, 59, 62, 63, 69, 71, 80, 85, 91, 93, 95, 97, 98, 100, 02, 04—06), *Rădulescu Spiridon* (2933, 57, 58, 62, 62, 65, 69—71, 74, 76, 83, 91, 92, 95, 97, 3001, 04, 06, 09—19, 21, 22, 24—26, 28, 29, 31, 34, 39, 42, 47, 51, 54, 55, 57, 59, 60, 62, 64, 69, 71, 74, 86, 93—95, 97, 100—06), Tocan Elvira (2917, 20, 21, 26, 41, 59, 61, 64, 66, 89), *Tudor Gheorghe* (2908, 11, 18, 22, 24, 25, 33, 35, 36, 51, 63, 65, 70, 71, 76, 94, 3006, 09, 11—14, 16—21, 25, 28, 29, 31, 32, 34, 39, 42, 47, 50, 51, 54, 55, 59, 60, 62, 63, 69, 71, 80, 84, 86, 91, 93—95, 97, 98, 100, 02—06, 08—10, 20—25, 28, 30—37, 41—49, 51, 52, 62, 75, 81, 84). Cl. X. Catană Mariana (2956, 61—63, 65, 69, 70, 72, 73, 89, 95), *Cernea A. Petre* (2913, 16, 30, 39, 51, 56—58, 61—71, 86, 89, 95, 3002, 06, 09, 11, 20—22, 25, 26, 28, 29, 32, 39, 47, 50, 51, 54, 60, 69, 86, 94, 98, 100, 02—04, 06, 10—23, 25, 28, 30—38, 41, 43—52, 62, 75, 81), *Crăciun Teodor* (2944, 56, 61, 63, 65, 69, 89, 3006, 11, 13, 17, 21, 22, 25, 28, 29, 32, 39, 47, 50, 51, 69, 80, 86, 94, 100, 03, 06, 10, 20—22, 25, 28, 34, 36, 37, 50, 51, 75), *Litviu St. Ovidiu* (2964—65, 69, 3006, 11—13, 16, 18, 19, 21, 22, 24—26, 31, 39, 42, 47, 51, 54, 55, 60, 62, 63, 69, 71, 86, 94, 95, 97, 100, 02, 10, 20, 22, 23, 25, 30, 31, 33—36, 62), Manolache A. Dorin (2907, 12, 13, 17, 20—23, 32, 33, 36, 38, 41, 44, 63—65, 69, 3006, 09—14, 16, 18, 19, 21, 22, 24—26, 31, 39, 42, 47, 51, 54, 55, 59 60, 62, 63, 69, 71, 80, 86, 94, 95, 97, 100, 02), Tabără C. Vasile (2963—67, 69, 3002, 06, 11, 12, 21, 22).

NASAUD. *Ş.m. „Gheorghe Coşbuc".* Cl. VIII. Chirlesan Anton (2944, 3006, 21, 30, 49, 51, E: 1071—75, 82, 90, 95, 96, 100, 01, 14, 20, 26, 29, 30), Filipoi Alexandru (3006, 21, 22, E: 1094, 95, 114, 16, 20, 29), Ursa Cornel (3006, 121, 25, 37, 49, 51, E: 1095, 98, 102, 07, 13, 26).

NAVODARI (Constanţa). Cl. IX. Vieru A. Mihaela (3011, 12, 24, 86, 95, 120, 22, 23, 25, 31, 36, 37, 62, 30).

OCNA MUREŞ (Cluj). Cl. X. Rusu Ştefan (2957, 60—72, 75—78, 86, 92, 95, 3001—03, 06, 10, 11, 13, 21, 22, 25).

OGREZENI (Bucureşti). S.m. Abs. Alexandru St. Titu (2918, 70, 71, 3007, 22, 25, 63, 93, 109, 12—15, 17, 20, 22, 24—26, 28—34, 37—39, 41, 49, 51, 62, 75).

ORADEA. *Ş.m. 1 „M. Gojdu".* Cl. VI. Borcea Sorin (E: 1114, 26—29). Cl. VIII. Clonda Victor (E: 1081, 83—86, 88—92), Hulea Ion (3016, 17, 21, 26, 39, 100, 20, 22, 30, 32, 33, 49, 51, 62, E: 1095, 97—101, 07—11,

14—16, 20, 23, 26—30), Cl. X. Ceapan T. Radu (3006, 11, 16, 21, 22, 25, 26, 29, 32, 34, 39, 43, 57, 74), *Iancu Petre* (3006, 11—12, 15—18, 21, 22, 25, 26, 29, 34, 39, 43, 57, 84, 86, 93, 94, 97, 98, 100, 02, 03, 09, 12, 21, 30, 31, 33, 34, 41, 42, 62), Magda Nicolae (2971, 93, 3002, 15, 29, 39, 43, 50, 94, 98, 100, 06), Noveanu Adrian (3006, 11, 16, 17, 21, 25, 29, 32, 34, 93, 94), Oncescu Victor (3006, 09, 11—22, 24—27, 29, 31, 32, 34, 39, 42, 43, 50, 51, 54, 57, 58, 72, 82, 102, 06), *Pop Corneliu* (2958—73, 75—78, 83, 86, 87, 91—94, 3001, 02, 04, 07, 09—27, 29, 31, 32, 34, 39, 42, 43, 50, 54, 57, 66, 69, 71, 72, 74, 84, 93—95, 100—06, *Șchiop Alexandru* (3009, 15, 23, 26, 29, 39, 42, 47, 63, 71, 72, 74, 82, 83, 86, 90—106, N,P).

Ș.m. 2. Cl. VIII. Manea Ana (2975, 3012, 16, 26, 100, 20, 22, E : 1095, 116, 20), Nestorescu Rodica (3006, 21, 57, 120, 30, 31, 33, E : 1095, 97—99, 102, 14, 15, 21, 22, 26, 29, 30, 62), Popa Lucia (2962, 64, 69, 72, 75, 87, 92, 95, 3006, 17, 21, 24, 26, 57, E : 1081, 84, 86, 88—90, 92, 95, 98—102, 17). Cl. X. Dulca Doina (3010, 11, 21, 25, 43, 102, 20, 27—31, 37).

Ș.m. Chișineu-Criș. Cl. VIII. Bătăneanț Teodor (3012, 16, 27, 121, 23, 51, 46, E : 1095, 101, 07, 12).

Șc 7 ani nr. 13. Cl. V. Pleșa Romulus (3130, 32, 33, 35, E : 1109, 14, 15, 26, 29, 30).

ORAVIȚA (Timișoara). Cl. IX. Iucu Mircea (2956, 61, 64, 67, 72, 74, 85, 89, 294, 3004). Cl. X. Bodea Corneliu (2957, 61—63, 65, 69, 70, 86, 94, 95, 3002, 03), Gorici Ion (3006, 09, 11—13, 15—17, 21, 22, 24, 25, 29, 32, 34, 43, 57). Abs. Bera Iosif (2956—78, 80, 83—89, 91—97, 3000—05), Pita Bujor (2956—60, 62, 66—68, 73—78, 80, 83, 91—94, 3001—03, 15, 16, 29, 57, 60).

ORAȘTIE. *Ș.m. „Aurel Vlaicu".* Cl. X. Costescu R. Ioan (2957, 62—65, 68—72, 78, 91, 95, 3002), Drăgan Augustin (3002, 63, 80, 109, 10, 15, 19, 21, 22, 25, 30—35, 38, 42, 49, 51, 57, 61, 63, 64, 68, 69, 86, 92, 94, 95).

ORAȘUL STALIN. *Ș.m. 1.* Cl. VIII. Garabedian Rodica (2962, 87, 3006, 12, 21, 26, 27, 57, 86, 102), E : 1089, 91, 93, 94, 97, 101, 02, 07—09, 11, 12, 14—16, 18, 20), Savu Silvia (2972, 3016, 86, 100, 20—23, 30, E : 1087, 94—96, 99—102, 11, 14—16, 18, 20), Șerban Doina (2962, 64, 72, 87, 30102, 25, 26, 35, 37, 62, 100, 20, E : 1083—85), 88, 91, 94, 98, 99, 107, 08, 11, 14—16, 18, 20, 26, 29), Stanciu Dumitr u(3006, E : 1094, 96, 98—101, 11, 14, 15). Cl. X. Crintea Ioan (2957, 60—66, 68—73, 75, 95, 3001), Lazăr Horia (3011—13, 17, 22, 25, 29, 34, 93, 94, 100).

Ș.m. 5. Cl. IX. Negoț Marieta (3006, 09, 11, 12, 17, 21, 26, 85, 97, 104).

OȚELUL ROȘU (iTmișoara). Cl. IX. *Azzola Giovanni* (2957, 3001, 32, 62, 69, 71, 82, 84, 86, 93—95, 97, 98, 100, 02, 04, 06, 13, 25, 34, 47, 50, 96, 103, 05, 09, 10, 15, 16, 18, 20—23, 25, 26, 30—37, 42—44, 46—49, 51, 59, 62, 75, 81, 84). C. X. Pocinog Grigore (2961—64, 68, 69, 72, 73, 75, 86, 94, 3002, 11, 12, 21, 25, 93).

PETROȘANI. Șc. 7 ani. Cl. VII. Pop Adrian (E : 1081, 83—90, 92). Ș.m. Cl. VIII. Albu Toma (2961, 72, 3006, 17, 104, E : 1098, 107—09, 11, 14—16, 18—20). Cl. IX. Lepădatu Ilie (3006, 17, 24, 26, 31, 47, 86, 95, 100, 02, 04, 05, 10, 20—25, 30—33, 35—37, 47—49, 51, 62, 84). Cl. X. *Bergthaler Cristian* (3006—29, 31, 32, 34, 38—40, 42—47, 49—51, 54—58, 60, 61, 80, 82, 94, 96), *Crutarciuc Corneliu* (3006, 07, 09—22, 24—26, 29, 31, 32, 34, 38, 42, 43, 47, 50, 54, 56, 57). *Cl. X serală.* Grozavu M. (3006, 11, 12, 16, 18, 19, 21, 26, 29, 57, 69, 85, 91, 93, 95, 97, 100, 02, 04, 07).

PREAJBA (Tg. Jiu). Abs. Comănescu Gh. Ioan (2956, 57, 60—78, 83, 85—87, 91, 92, 94—96).

PIATRA NEAMȚ. *Ș. m. serală.* Cl. XI. Gavrilescu D. Vasile (3069, 74, 80, 82—84, 86, 93—96, 100—06, P). Abs. *Gavril Gheorghe* (3039, 50, 51, 54—57, 59, 60, 69, 71, 74, 80, 82—86, 88. 90—105, 07, 09—11, 14—16, 19, 22, 23, 25, 27, 30—38, 40, 42, 46, 49—51, 62).

Ș.m. 1 „Petru Rareș". Cl. X. Grădinaru N. Nicolae (3006, 07, 10—13, 16, 17, 21—23, 25, 29, 32, 34, 39, 47, 86, 93—98, 100, 02, 03, 06), Lupu Constantin (2975, 86, 3006, 11, 17, 21, 22, 25, 28, 29, 34, 94, 109, 20, 22, 49, 51). Abs. Necula Ioan (2957, 60, 66—68, 71, 75, 83, 87, 92, 95, 96, 3009, 10, 19, 26, 47, 57), Teofănescu Corneliu (3013, 17, 19, 52, 60, 62, 86, 93, 99, 104, 06).

Ș.m. 2. Cl. IX. Călin Maria (2957, 60, 61, 64, 66, 68, 69, 72, 75, 93, 96, 3001, 06, 11), Covrig Margareta (2968, 70, 60, 63, 65, 75, 87, 3006, 09, 11, 16, 17, 21, 24, 29, 32, 34, 50, 54, 57), Leiser Corina (2957, 60, 61, 64, 66, 68, 69, 72, 75, 86, 93, 96, 3006, 11, 12), Popa L. Cornelia (2956, 60, 62, 64, 65, 68, 93, 95, 3001, 21, 51, 69, 86, 93, 95), Trifan Ioana (2956, 60, 62, 64, 65, 68, 69, 83, 87, 92, 95, 96, 3001, 06, 11, 16, 21, 25, 57, 86, 93), Ursache Rodica (2956, 60, 62, 64, 65, 68, 95, 3001, 11, 16, 21, 93), Weissman Felicia (2968, 75, 83, 87, 95, 96, 3004, 09, 21, 51, 57, 86, 93). Abs. Cimpoeșu Teodora (2992, 95, 3001, 06, 12, 16, 18, 21, 25, 29, 34, 50, 57).

PITEȘTI. *Abs.* Duță P. Lucian (3084, 86, 93, 94, 96, 106, 09, 10, 12, 13, 15, 16, 18, 20, 25, 28, 30, 31, 33, 34, 38, 49, 51, 62), *Masollski L. Const.* (2964, 78, 83, 85—87, 92, 95, 3007, 10, 12, 15, 16, 20—22, 25, 28, 35, 38, 42, 47, 49, 51, 62, 63), Nica Gh. Emilian

(2908, 17, 22, 23, 24, 32, 35, 36, 51, 61, 63, 65, 72, 73, 86, 3011, 21, 29, 57, 60).

Ş.m. 1 „Nicolae Bălcescu". Cl. VIII. *Strătilă C. Şerban* (3006, 11, 17, 21, 26, 27, 31, 51, 100, 21, 22, 30, 37, 43, 49, 51, E : 1093—96, 98—101, 03, 04, 06—08, 14—16, 20—31), Vlaheli I. Dan (3006, 16, 43, 49, 51, 123, 32, 35, E : 1094, 96, 99, 100, 14—16, 19). Cl. IX. *Iordănescu C. Silviu* (2965, 3009, 13, 14, 16, 17, 22, 24, 27, 29, 31, 34, 42, 47, 50, 57, 59, 69, 71, 85, 86, 93—98, 100, 02, 04, 06, 22, 25, 26, 62), Ivănescu Mircea (2961, 72, 3006, 09, 11—14, 21, 22, 26, 29, P), Cl. X. *Bică I. Constantin* (2957, 71, 72, 77, 83, 3002, 05, 07—10, 15, 18, 19, 23, 24, 26, 29, 31, 47, 50, 51, 63, 66, 69, 71, 72, 74, 82, 84, 86, 93, 94, 97, 98, 100, 02, 04—06), *Cristea G. Nicolae* (2957, 61—66, 68—71, 75, 76, 83, 85, 86, 94, 95, 3001, 03, 04, 11, 21, 25, 29, 32, 34, 50, 57, 62, 63, 69, 71, 80, 85, 86, 93, 94, 97, 98, 103, 04, 06). Dimoiu Iulian (3006, 09—17, 19, 21, 22, 24—26, 29, 32, 34, 42, 43, 47, 50, 57), *Osgol C. Petre* (2957, 61—66, 68—72, 74—76, 83, 85—87, 92, 94, 95, 3001—04, 11, 21, 25, 29, 32, 34, 50, 57, 62—64, 69, 71, 80, 83, 85, 86, 93, 94, 97, 102, 03), Ştefănescu Ion (2957, 61, 63, 71, 75, 77, 3016, 21, 22, 24, 29, 97, 148), *Vlăducă Gigel* (2941, 42, 44, 55, 74, 77, 80, 83, 87, 96, 3001, 02, 04, 05, 09, 11, 14, 16, 22, 24, 25, 39, 42, 47, 50, 54, 59, 63, 66, 69, 71, 72, 82, 85, 86, 93—97, 99, 100, 04).

Ş.m. 2. Cl. X. Nanu Rodica (2957,, 61, 63—65, 67—72, 76, 86, 94, 95, 3002, 03).

PLOEŞTI. *Abs. Dobrişan Marina* (3006, 09, 11, 26, 29, 34, 57, 58, 60, 63, 82, 83, 86, 93—100, 02—04, 06), Vulcan Mircea (2992, 95, 3009, 14, 15, 26, 29, 34, 43, 47, 50, 57).

Ş.m. 1 „I. L. Caragiale". Cl. VII. Peiculescu Marius (E : 1099, 101, 02, 07, 14, 20, 26, 27, 29, 16). Cl. VIII. Costache Gh. Ioan (3018, 21, 86, 95, 100, 02, 04, E : 1112, 17, P), Caloianu M. Octavian (3006, 12, 26, E : 1094, 95, 98—102, 07, 08), Chicireanu H. Radu (3100, 02, E : 1096, 107, 114, 16, 20, 21,23, 24, 26, 27), Dolete I. Ioan (3021, 100, 02, 20—23, 25, 30, 31, 33, 35, 37, 43, 49, 51, 67, E : 1085, 93, 98, 103, 14, 16, 17, 20, 21, 23, 26, 29, 31), Duţă Petre (3006, 16, 21, 57, 100, 02, E : 1086, 95, 98, 99, 107, 14, 16, 20), Ene I. Traian (2957, 64, 67, 72, 75, 95, 3006, 16, 18, 21, 26, 106, 7 : 1081, 83—90, 92, 94—96, 98, 99, 102, 05, 07, 08), Gheorghiu M. Neculae (2961, 62, 64, 69, 72, 75, 3006, 09, 12, E : 1089—104, 07, 08), Gheorghiu Florin (2975, 3006, E : 1082, 83, 90, 92, 94, 99, 100, 16), Habat I. Paul (2964, 72, 95, E : 1083—86, 90, 92, 99, 102), Lungu Anca (2962, 66, 67, 75, 3006, 16, 26, E : 1095, 98, 99, 107), Nicolescu Alexandra (2961, 62, 64, 67, 72, 3009, 16, 17, 26, 57, E : 1087, 97, 104), Oniga Sanda (2894, 3086, E : 1018, 26, 54, 58, 61, 65, 90, 92, 94, 99, E : 1055, 116, 19, 20), Opriş M. Ioan (2964, 67, 72, 95, 3006, 16, 21, 27, E : 1081, 83—86, 88—90, 92, 94—96, 98—102, 07, 08), Patram Alexandru (2995, 3006, 09, 16, 18, 21, E : 1081, 95, 99, 108), *Popescu G. Valentin* (2961, 63, 64, 66, 67, 69, 72, 75, 79, 86—88, 94, 96, 3006, 09, 12, 14, 16, 17, 19, 21, 26, 31, 39, 42, 44, 57, 86, 102), E : 1083, 86, 94—99, 101—04, 07, 08, 12—120), Pîrîianu Ion (E: 2964, 66, 67, 69, 72, 75, 95, E : 1085, 90, 111, 14, 15), Reus Liviu (3006, 16, 20—23, E: 1114—16, 20—27, 29, 30), Smoil Geta (3006, 16, 22, 75, 100, 02, E : 1083, 85, 90, 92, 101, 07, 16, 20). Cl. IX. Andreescu Cătălina (2969, 75, 3006, 11, 16, 17, 21, 37, 39, 51, 61, 97), Angelescu Constantin (2907, 13, 56, 69, 75, 89, 3061, 71, 93, 95, 102, 04), Banciu Elena (2907, 12, 13, 23, 40, 51, 3006, 11, 29, 44, 47, 57, 61, 71, 82, 85, 86, 93, 95, 100, 02, 04), Baladia D. Florea (2961, 72, 95, 3025, 44, 47, 55, 61, 85, 86, 93, 95, 100, 02, 04), Ciocîrdel Marcela (2956, 62, 72, 75, 89, 93, 3006, 12, 17 21, 27, 37, 39, 51, 61, 86, 97, 100), Cantor Medeea (2956, 67, 69, 75, 89, 3006, 11, 16, 17, 21, 37, 39, 47, 51, 57, 61, 86, 93, 100), Călin Eugen (2907, 12, 13, 40, 51, 69, 86, 93, 100), Constantinescu Dumitru (2907, 08, 12, 13, 37, 40, 51, 95, 3029, 82, 100, 02), Constantinescu Emanoil (2907, 12, 13, 40, 51, 29, 82, 86, 3095, 100, 02), Dinu M. Maria (2956, 75, 3006, 11, 16, 17, 21, 37, 51, 61, 97, 99), Daşoveanu Dumitru (2961, 63, 64, 66, 67, 62, 3006, 21, 56, 86), Drăgulescu Cornel (2956, 61, 62, 64, 75, 91, 92, 3006, 11, 12, 18, 21, 95, 97, 100, 02), *Ene P. Dumitru* (3006, 09, 11—19, 21, 24—26, 29, 31, 32, 34, 39, 42, 44, 47, 50, 55, 71, 82, 85, 86, 91, 93—95, 97, 98, 100, 02, 04—06,)P, Fezi Adrian (2962, 64, 87, 89, 92, 95, 3001, 09, 11, 14—19, 21, 25, 29, 32, 42, 44, 47, 50, 54, 55, 57, 86), Georgescu Eugeniu (2932, 56, 61, 64, 66, 67, 69, 72, 75, 76, 83, 92, 95, 3001, 06, 09, 11, 12, 15, 16, 21, 24, 26, 29, 39, 42, 47, 54, 55, 57, 86), Gavrilă Lucian (2956, 75, 89, 3006, 11, 16, 17, 21, 39, 51, 61, 92, 97, 100), Gheorghiu Nicolae (2907, 12, 13, 40, 51, 69, 3006, 11, 21, 29, 57, 82, 86, 95, 100, 02), Ionescu Gh. Ion)2913, 69, 92, 93, 3006, 11, 16, 21, 44, 47, 57, 61, 93, 102), Mîinea Georgeta (2956, 3006, 11, 16, 21, 27, 37, 39, 51, 61, 93, 100), Marin St. Virginia)2956, 3006, 11, 16, 21, 27, 37, 39, 51, 61, 93, 95, 97, 100), Mănescu I. Sorin (3044, 47, 57, 61, 61, 93, 97, 104), *Muşat Paul* (2921, 23, 32, 61, 62, 64, 66, 67, 69, 72, 83, 95, 3001, 06, 09, 11, 12, 14—19, 21, 24—27, 29, 31, 32, 39, 42, 44, 47, 50, 55, 57), Nicolae Viorel (2956, 57, 59, 61—73, 75, 77, 78, 83, 87—89, 91, 92, 95, 3001, 06, 12), *Nicolescu A. Basarab* (2932, 37, 40, 44, 56, 59, 61—64, 66, 67, 69, 72, 75, 88, 89, 91, 92, 95, 3001, 04, 06, 09, 12,

15—19, 21, 25, 32, 39, 42, 44, 47, 50, 55, 57, N,P), Neaga Viorel (2956, 62, 64, 72, 75, 91, 3006, 21, 25, 32, 44, 47, 55, 86, 95, 102), Prelipceanu M. (2972, 56, 64, 3006, 11, 12, 16, 17, 21, 47, 86, 100), Popescu Ion (2995, 3006, 11, 16, 21, 47, 57, 100), Petrescu Virgil (2913, 51, 56, 64, 66, 67, 69, 75, 89, 92, 95, 3001, 29, 42, 44, 47, 61, 69, 71, 82, 85, 86, 93, 95, 97, 100, 02, 04), Retezatu G. Adrian (2956, 67, 72, 89, 3039, 51, 57, 61, 71, 86, 93, 95, 100, 02, 04), Roşu N. Virgil (2964, 72, 95, 3006, 11, 16, 21, 27, 39, 96, 95, 100), Rosenberg Teodor (2961, 62, 64, 66, 72, 88, 3006, 39, 55), Radu Ioana (2959, 61, 64, 66, 75, 89, 92, 95, 3001, 06, 11, 47, 55), Stoican Carmen (2931, 56, 67, 89, 3006, 11, 12, 15—17, 21, 37, 39, 41, 75, 86, 95, 97, 100, 02), Ştefănescu V. Rodica (2961, 75, 89, 95, 3006, 11, 12, 21, 25, 39), *Tăbuşcă C. Pavel* (2913, 17, 20, 21, 23, 32, 42, 59, 61, 62, 66, 69, 72, 83, 88, 89, 92, 95, 3001, 06, 09, 11, 12, 15, 17—19, 21, 25, 26, 29, 32, 42, 44, 47, 50, 55, 57, 86), Teodorescu Luiza (3006, 10—12, 18, 21, 25, 32, 39, 44, 86, 121, 22), Teodorescu Ion (2923, 3006, 11, 44, 47, 57, 61, 71, 85, 86, 93, 96, 100, 02, 04), *Tomescu Ion* (2989, 3006, 09, 11, 12, 14—19, 21, 24—27, 29, 32, 39, 42, 44, 47, 50, 51, 54, 55, 57, 61, 71, 86, 93, 95, 97, 99, 100, 02, 04, 06, 10, 21—26, 35—37, P), Tomoiu Mircea (2956, 61, 62, 64, 66, 67, 69, 72, 74, 76, 83, 85, 87, 89, 91, 95, 3004, 06, 11, 12, 17, 21, 26, 39, 51, 86), Verbancu Smaranda (3006, 11, 12, 18, 21, 32, 39, 86, 110, 22, 25). Cl. X. Ariciu Alexandru (2957, 61, 63—66, 68—70, 72, 73, 75), Budileanu S. (2951, 62, 64, 65, 69, 70, 72, 89, 91, 92, 3001, 06, 11, 13, 16, 22, 25, 34, 39, 44, 47, 55, 57, 69, 70, 74, 75, 92, 95, 100), Bordeanu Constantin (2965, 66, 68—70, 72, 3001, 06, 21, 22, 25, 29), Bălănescu Dorin (2951, 61, 65, 75, 3025, 29, 83, 86, 94), *Ciortan Vasile* (2957, 59—65, 67—73, 75—78, 83, 86, 87, 89, 92, 94, 95, 3001—03, 06, 11—13, 16, 18, 21, 25, 29, 31, 32, 50), *Contineanu Mihai* 3018, 44, 71, 74, 82, 83, 91, 99, 105—07, 09, 10, 13, 15—25, 27—38, 42, 47—49, 51, 55,56, 62, 84, P), Chirică Mihai (2957, 61, 63, 65, 68, 70, 72, 73, 75, 78, 95, 3006, 11, 12, 21, 22, 25, 29, 32, 94), Crăciun G. Nicolae (3006, 11—13, 16, 21, 22, 25, 32, 34, 43, 70, 72, 86, 92—96, 100—04, 06), Ciochină Constantin (3029, 31, 32, 34, 39, 42, 43, 45, 47, 50, 54—57, 63, 64, 66, 69—72, 74, 82, 108, 09—12, 15—19, P), Dabija Bogdan (2957, 61, 63, 64, 69, 72, 73, 75, 86, 92, 95, 3002, 16, 21, 25, 29, 39, 44, 57, 59, 61—64, 86, 93, 94, 96, 102), *Dumitrescu Stelian* (2961, 71, 83, 92, 96, 3002, 04, 07, 08, 10, 12, 13, 16, 23, 29, 32, 43, 61, 63, 69, 74, 80, 86, 93—98, 100, 02, 06, 09, 20, 22, 23, 25, 28, 30—37, 42, 46, 49, 51, 62), Georgescu Ghiocel (2961, 63, 65, 70, 72, 73, 75, 78, 86, 89, 94, 95, 3002, 06, 11, 21, 22, 25, 34, 94), Irimescu Vasile (2957, 63, 68—70, 75, 76, 3006, 07, 11, 13, 16, 17, 21, 25, 32, 34, 57, 96), *Janovitz Rudolf* (2956, 57, 61—65, 68—70, 72, 75, 76, 78, 82, 83, 85—87, 89, 91—96, 3001—04, 06, 11—13, 16, 21, 22, 25, 34, 47, 55, 57, 69, 72, 74, 86, 94, 95, 100—03, P), Lazăr Gheorghe (3025, 29, 32, 47, 57, 74, 121, 30, 31, 33, 34), Lungu Iancu (2963, 72, 84, 86, 3006, 11, 29, 61, 63, 86, 93—95), Marian Magda (2963, 65, 69, 70, 72, 86, 3002, 06, 12, 16, 17, 21, 25, 32, 34, 47, 86, 93, 94, 100), Mocanu Nicolae (2957, 64, 86, 91, 95, 3006, 11, 12, 21, 39, 57, 86), Negulescu Dumitru (3107, 09, 11, 15, 16, 19, 20, 23, 25, 28, 30, 31, 35, 38, 41, 42, 62), Niţă Aurelian (2957, 63, 68—70, 75, 76, 3006, 07, 11, 13, 16, 17, 21, 25, 29, 32, 34, 57, 96), Pascu Alexandru (3006, 106, 21, 22, 25, 34, 61, 63, 86, 94, 95), Radu Constantin (2957, 61, 68, 69, 73, 3002, 06, 21, 23, 63, 64, 84, 86, 93, 94, 98, 100), Raţă Vasile (2966, 69, 70, 72, 75, 78, 94, 3042, 94, 103), Rissdorfer Dionisie (2956, 57, 60—64, 68—70, 72), Soväială Dan (3016, 21, 22, 25), Sviuc Andrei (3006, 11, 13, 17, 21, 22, 25, 29, 34, 93, 95), Vasilescu Ştefan (3006, 11, 13, 17, 21, 22, 25, 29, 34, 39, 42, 43, 50, 51, 57, 63, 64, 69, 83, 82, 86, 94—98, 100, 02, 06, 122, 25).

Ş.m. 2 „A. Toma". Cl. IX. Rusu Gh. Constantin (3015, 17, 19, 29, 69, 71, 86, 93—95, 97, 98, 102, 04, 06), Tregulleac A. Ştefan (2957, 59, 61—67, 69, 71, 72, 85, 87, 92), Cl. X. Georgescu Emilia (3013, 15—17, 21—23, 25, 27, 29, 34, 86, 93, 94, 109), Jurcă Anca (2956, 57, 62—64, 68—70, 72, 78, 3001, 06, 11, 21).

Ş.m. 3 „Mihai Viteazu". Cl. VI. Lăzănoniu Rodica (E: 1071, 74,77, 82, 83, 97, 102, 03, 11, 14, 17), Stăvaru Cristina (E: 1081—84, 86, 88, 89, 93, 110, 11, 14, 15). Cl. IX. Ghiţulescu Adrian (3011, 21, 26, 95, 97, 104, 22, 31—37). Cl. X. *Caliniac Nicolae* (2959, 84, 97, 3007, 16—19, 26, 31, 39, 42, 52, 58—64, 70, 79, 90—98, 100—03, P).

Ş.m. 4. Cl. VIII. Enache Carmen (3021, E: 1094, 95, 97, 102, 14—16,20). VI. IX. Mihai D. Gheorghe (3012, 14, 15, 24, 29). Cl. X. Negru Vasile (2957, 59, 61, 63, 64, 69, 71—73, 75, 86, 92, 95, 3002, 16, 21, 25, 29, 39, 44, 52, 57, 61—64, 86, 93, 94, 96, 98, 100, 02).

PUCIOASA. Cl. V. Brezeanu Mihai (E: 1094, 95, 97, 109, 14, 15). Cl. VII. Pantea V. Liviu (3006, 93, E: 1096—98, 100, 01, 03, 04, 07), Tircă I. Ion (E: 1097—100, 03, 04, 07, 08, 16, 20, 21). Cl. VIII. Constantin I. Chiriţa (3111, 16, 17, 39, 55, 70, 100, E: 1094—97, 99, 100, 01, 03, 07), Dumitru Carolina (3006, 12, 16, 39, E: 1094, 95, 97—103, 07). *Seral:* Frăţilă Silvia (2962, 64, 67, 85, 87, 95, 3006, 12, 16, 26, 31, E: 1081—86, 90, 92, 94—96, 98—100, 02, 03, 07, 08), Iordă-

chescu Nicoleta (2952, 67, 72, 76, 87, 95, 3006, 16, 17, 21, 39, E : 1081, 84, 90, 92, 95, 96, 99—101), Leotescu Grigore (2964, 67, 3006, 12, 16, 17, 21, 26, 39, 55, 57, 70, 93, 95, E : 1084, 97, 98, 100, 02—04, 07—09, 11, 14—17, 19, 20), Lorhan Dorina (3016, 39, 70, E : 1094, 95, 97, 99, 100, 01, 03, 07, 09), Neac- E : 1094, 95, 97, 99, 100, 01, 03, 07, 09), *Neacşu D. Nicolae* (3006, 11, 12, 16, 17, 21, 26, 39, 55, 57, 62, 102, 20, 22, 23, 25, 30—35, 49, 51, 62, 67, E : 1094—100, 02, 03, 07, 08, 10, 14—16, 18—27, 29—31), Niţă I. Constantin (2964, 87, 3006, 11, 12, 16, 17, 21, 26, 31, 39, 55, 57, 62, 70, 85, 86, 93, 95, 100, 02, 04, E : 1081, 97, 98, 100, 02—04, 07—09, 14—17, 19, 20), *Năstăsescu Consatntin* (2962, 64, 67, 69, 72, 75, 76, 87, 95, 3006, 11, 12, 16, 17, 21, 26, 31, 39, 55, 57, 70, 93, 100, 02, E : 1081—83, 85, 86, 88—90, 92, 95—101, 03, 06—10, 14—16, 19, 20), Popescu A. Teodor (2938, 44, 62, 64, 67, 72, 76, 87, E : 1067, 71—77, 81—83, 88, 89, 92), Popescu S. Gheorghe (3006, 11, 16, 39, 55, 57, E : 1094, 96, 98, 100, 03), *Paschina C. Ioan* (2964, 87, 3006, 11, 12, 16, 17, 21, 26, 39, 55, 57, 70, 93, 95, 100, 04, E : 1094—100, 02—04, 07—09, 14—17, 19, 20), Pîrvan D. Alex. (3006, 11, 26, 31, 39, E : 1094, 98, 99, 102, 03, 08, 16), Popa Elena (3006, 12, 39, E : 1094—103, 07), Rizescu Elena (3006, 11, 21, 55, E : 1094, 95, 97—102, 07, 08), Stanciu Stelian (3011, 12, 16, 17, 21, 39, 55, 57, E : 1094—97, 100), Stanciu Nicolae (3011, 12, 16, 17, 21, 35, 39, 57, E : 1094—97, 99—101), Tîlvan I. Maria (2962, 64, 72, 76, 81, 84, 87, 90, 92, 93, 95, 3006, 11, 17, 21, 39, 57, E: 1094—101, 07), Vasiloiu Timoftin (2964, 87, 3006, 12, 20, 21, 100, E : 1094, 95, 99, 102, 08, 14—17, 19), Voicu Gr. Ion (2964, 87, 3006, 12, 21, 26, 100, E: 1094, 99, 102, 08, 14—17, 19), Vasilache Otilia (3011, 17, 21, 39, E : 1094—103, 07). Cl. IX. Brezeanu I. Stelian (3006, 09, 11, 12, 14, 16, 17, 19, 21, 24, 26, 31, 39, 42, 46, 47, 55, 57, 62, 69—71, 85 86, 91, 93, 95, 97, 98, 100, 02, 04), Erhan Constantin (2961, 64, 69, 72, 87, 3006, 11, 12, 16, 17, 21, 86, 91, 95, 97, 102, 05, 20, 23, 25, 30—34, 36, 37, 44, 48, 49, 51, 62), Gîlmeanu Vasilaş (2959, 61, 67, 72, 74, 3006, 11, 17, 26, 57), Ionescu I. Laurenţiu (3006, 11, 14, 16, 17, 21, 42, 55, 57, 50, 97), Manea Gh. Constantin (3006, 09, 12, 15—17, 19, 27, 31, 39, 42, 46, 47, 55, 57, 62, 69—71, 82, 85, 86, 91, 93, 95, 97, 98, 100, 02, 04, 05), Pantea Nicolae (3006, 09, 11, 12, 14, 16, 17, 21, 26, 55, 57, 70, 71, 86, 93, 100, 02), Rudoiu Viorel (3011, 12, 15—17, 21, 95—97, 122, 25, 33), Stoica I. Gh. (2956, 61, 67, 69, 72, 3004, 06, 11, 17, 21, 26, 55, 57, 86), Şerbănoiu Nicolae (2917, 23, 32, 56, 61, 64, 66, 69, 72, 76, 83, 85, 87, 94). Cl. X. Bănescu Steliana (2988, 3006, 09, 11, 12, 14—17, 21, 25, 26, 29, 31, 32, 34, 39, 42, 43, 46, 47, 55, 57, 62, 71, 85, 98, 95, 100, 02, 04, 25, 33), Diaconescu Florin (3012—14, 16, 17, 22, 25, 32, 34, 39, 46, 55, 57), Leontescu Petre (3006, 09—17, 21—26, 29, 32, 34, 39, 42, 43, 55, 57), Leontescu Steliana (3006, 11, 13, 14, 16, 17, 21, 22, 25, 26, 32, 34, 39, 42, 43, 55, 57), Martinescu Aurelian (3006, 11—14, 16, 17, 21, 22, 25, 31, 32, 34, 43, 46, 55, 57), Magdalena Elisabeta (3006, 11—17, 21, 22, 25, 32, 34, 39, 43, 46, 55, 57), *Oproiu I. Vasile* (2906, 84, 3006, 26, 29, 31, 32, 34, 39, 42, 45, 50, 51, 55, 57, 59—65, 69, 70, 82—87, 90—100, 02, 03, 06, P), Pestriţu Cornelia (3006, 11—17, 21, 22, 25, 32, 34, 39, 43, 46, 55, 57), Popescu Maria (3006, 11—14, 16, 17, 21, 22, 25, 32, 34, 39, 43, 46, 55, 57), Petrescu Dionisie (2961, 64, 65, 69, 70, 73, 78, 86, 87, 89, 94, 95, 3002—04, Şerbănoiu Ioan (3006, 11—14, 16, 17, 21, 22, 25, 32, 34, 39, 43, 46, 55, 57), Teodoroiu Elena (3006, 11—14, 16, 17, 21, 22, 25, 32, 34, 39, 43, 45, 55, 57), Teodoroi Gh. (2957, 61—64, 66, 68—70, 72, 73, 78, 86, 94, 95, 3002, 04), Tomescu Monica (3006, 11—17, 21, 22, 25, 32, 34, 39, 43, 46, 55, 57), Vintilescu Mihai (3006, 07, 11—18, 21—23, 25, 29, 32, 34, 39, 42, 45, 35, 57, 63, 86, 93—95, 97, 100, 06). Abs. Nicolăescu M. Ion (3007, 11, 13, 15, 17, 18, 21—25, 29, 34, 39, 43, 47, 50, 57).

RĂCARI. Abs. Alexandru Horia (3062, 63, 77, 83—86, 88, 90—102, 04—06).

RĂDĂUŢI. Ş.m. I. Cl. VIII. Hîncu Adrian (3006, 39, 131—23, 25, 49, 51, E : 1098, 101, 07, 16, 20), Onciulescu Ioan (2962, 64, 72, 75, 87, 3006, 12, 16, 17, 26, 27, 31, 39, 86, E : 1080, 83—86, 88, 90, 92, 95, 96, 98—102, 07, 14, 20), Pînzaru Adrian (3120—23, 25, 31, 43, 49, 51, 62, E : 1121, 23, 24, 30), Riczker Lion (2926, 31, 62, 64, 75, 3006, 12, 16, 17, E : 1081, 93, 98). Abs. *Alexiu Dan* (2971, 92, 95, 95, 3006, 08, 11, 12, 14, 15, 17—19, 21, 22, 24—26, 34, 43, 50, 51, 54, 57, 63, 64, 71, 72, 82, 83, 86, 87, 91, 93—95, 97, 99, 101—03, 10, 12, 13, 15, 16, 1923, 25, 28—31, 33, 36—38, 42, 46, 49, 51, 62, 74, 75), *Deutsch Herbert* (2967, 71, 72, 75, 83, 84, 86—88, 91—97, 3001, 03, 06—26, 29, 31, 32, 33, 39, 42, 43, 47, 50, 51, 54, 55, 57, 60, 72, 74, 82, 84, 86, 87, 93—98, 100, 2—04), Popa Gh. (2957, 61, 63, 65, 72, 94, 3006, 11, 16, 17, 21, 29).

REDEA (r. Caracal). Cl. X. Mihăilescu I. Viorel (2932, 40, 41, 95, 3006, 07, 09—19, 21—27, 29, 31, 32, 34, 37, 57).

REGHIN (Abs. Olteanu Artur (3006, 07, 11—13, 15—17, 21, 22, 25, 29, 63, 64, 84—86, 93—95, 97, 98, 100, 02, 03, 06, 21, 22, 25, 35, 49, 51, P).

REŞIŢA. Ş.m. cl. IX. *Perianu Dan* (2956, 57, 59—66, 68—72, 74—76, 83, 85—87, 89, 93, 94, 3001, 04, 06, 11, 12, 16, 21, 27, 82, 86, 93—95, 100), Samide Gert. Dieter (2961, 72,

KÖNYVTÁR-OLVASÓS 1883

75, 76, 84, 85, 87, 94, 3006, 12, 18, 21). Abs. *Tat Mircea* (2956, 57, 59—66, 68—76, 78, 83—87, 89, 91—94, 96, 3001, 02, 04, 06, 07, 09—15, 17—19, 21—26, 29, 31, 33, 34, 42, 43, 46, 50, 51), Teodor Remus (2957, 61, 64, 67—69, 72, 83, 86, 87, 96), *Trăilă Doru* (3009, 11—13, 16—19, 21, 22, 25, 86, 93—95, 100, 02, 06, 09, 10, 20—22, 25, 31—34, 36, 42—44, 46—49, 51, 62).

Şc. de 7 ani nr. 1. Cl. V. Grondo Ion (E: 1094, 96, 99, 102, 03, 14, 15, 26, 29, 30). Cl. VI. Foişanu Mariana (E: 1096, 99, 102, 03, 10, 12—15, 17, 24, 26, 27, 30).

RIMNICU SARAT. Ş.m. 1. Cl. IX. Pascu Ion (3006, 11, 12, 18, 21, 26, 39, 110, 21—23, 25, 30, 35, 44), Topală V. Ionel (3006, 09, 11, 12, 16—19, 21, 24, 26, 31, 39), Topală V. Anton (3108, 10, 20—25, 30, 32, 34, 36, 37, 62). Cl. X. Popescu C. Cornel (3006, 11, 12, 16, 17, 19, 21, 26, 31, 39, 68, 121, 25).

Ş.m. 2. Cl. IX. Perlea Nicolae (3006, 11, 12, 18, 21, 26, 110, 21; 22, 25, 36, 44). Cl. X. Manolache Maria (3010, 17, 21, 109, 15, 21, 22, 25, 27, 35, 36), Stamatiu Ioana (3006, 13, 17, 21, 22, 24, 29, 74, 110, 20, 21, 25, 62), Apostol Ionel (2960, 61, 66, 3010, 17, 21, 24, 93, 98, 100, 04, 06, 10, 19, 25, 30—38, 40, 42, 62).

RIMNICU VILCEA. Ş.m. 1. Cl. VIII. Bulucea Dumitru (3120, 21, 43, E: 1098, 109, 14, 16, 23, 26, 29), *Ilie A. Dumitru* (3006, 12, 26, 85, 120, 22, 25, 30—35, 37, E: 1094—96, 98—102, 07, 08, 11, 14—16, 20—27, 30).

(urmare în nr. 11)

— **Se primesc soluţii la problemele şi exerciţiile propuse în ultimele 3 numere apărute ale G.M.F.B.**

— **Nu se vor trimite soluţiile mai multor probleme pe aceeaşi foaie. Rezolvitorii de probleme sînt rugaţi să nu trimită în cursul unei luni mai mult de un singur plic cu probleme rezolvate şi în nici un caz mai puţin de 10 probleme rezolvate; altfel nu se mai anunţă la rubrica rezolvitorilor de probleme.**

— **Soluţiile problemelor 3374—3395 din acest număr se primesc pînă la 1 februarie 1959. Problemele propuse să fie însoţite de soluţia respectivă.**

— **Trimiterea soluţiilor se va face pe adresa redacţiei G.M.F. seria B, în plic, fiind aşezate în ordinea lor numerică crescîndă, iar separat se va întocmi un borderou de soluţiile trimise.**

— **Şcolile medii care participă la întrecerea între şcoli, conform regulamentului acestei întreceri publicat în ianuarie 1958, vor înainta îndată fişa lor de participare.**

*

Toţi colaboratorii şi rezolvitorii de probleme sînt înştiinţaţi să se aboneze de îndată, individual, prin oficiul poştal local, pentru a primi în continuare numerele ce vor apare.

— **Pînă la 30 noiembrie 1958** se primesc soluţii la problemele propuse în G.M.F.-B numerele 7, 8, 9, 10 din acest an şi vor fi anunţate în numărul 3 din martie 1959.

— Rezolvitorii sînt rugaţi să expedieze în cursul unei luni numai **un singur plic** cu problemele rezolvate, aşezate în ordinea lor numerică **crescîndă.**

— Elevii claselor V—VIII sau ai şcolilor profesionale sau pedagogice vor trimite problemele rezolvate într-un plic în ordinea cum trebuie să apară la rubrica rezolvitorilor, adică mai întîi cele de la mediu **apoi în ordinea crescîndă** cele propuse pentru învăţămîntul de 7 ani.

*

ERATA — La pagina 486, rîndul 3 de sus în loc de Bucureşti se va scrie Buzău.

— La pag. 536 rîndul 12 de jos, în loc de x-a se va scrie x-3.

— La pag. 490 rîndul 24 de jos, în loc de Mihăilescu se va scrie Mihăicescu.

— La pag. 490 rîndul 22 de sus, în loc de Vasilescu M. (Cîmpina) se va scrie Vasilescu M. (Cîmpulug-Muşcel).

— La problema 3261 în loc de *M'(AP, BO)* se va scrie *M'(AP, BO')*.

ANUNŢ. — La Librăria Academiei R.P.R. din Calea Victoriei 27, Bucureşti, se găsesc de vînzare toate numerele din G.M.F. seria B apărute în anul 1957. Doritorii pot comanda printr-o carte poştală, *de la librăria de mai sus, numere separate sau toate numerele pe tot anul 1957, care le vor fi expediate contra* ramburs.

ÎNŞTIINŢARE

— La **„Olimpiadele de matematică sau de fizică 1959"** pot participa elevii şi elevele din clasele a VIII-a — XI-a ale şcolilor medii, din şcoli profesionale, pedagogice sau tehnice de maiştri care obţin la obiectul respectiv, cel puţin media 7 pe trimestrul I.

— **Etapa locală se ţine la 15 februarie pentru matematică, iar pentru fizică la 22 februarie 1959.**

— **Etapa regională se ţine la 23 şi 24 martie 1959.**

— **Etapa finală, pe ţară, se ţine în Bucureşti între 26 şi 29 aprilie 1959.**

— La „Olimpiada micilor matematicieni şi fizicieni din 1959" pot participa pe clase, elevii şi elevele din clasele V, VI, VII ale învăţământului de 7 ani, care obţin la obiectele respective cel puţin media 7 pe trimestrul I.

La O.M.M.F., pentru clasele V—VII, subiectele etapei pregătitoare se vor publica în G.M.F. seria B, iar etapa locală va avea loc la 12 aprilie 1959; etapa regională va avea loc la 10 mai 1959, ambele etape constînd din lucrări scrise.

REDACTAREA SOLUŢIILOR

— *Rezolvarea fiecărei probleme* trebuie făcută separat, cu toate calculele necesare, iar figurile să fie desenate cu îngrijire. Nu se vor trimite soluţiile mai multor probleme pe aceiaşi foaie: fiecare soluţie trebuie să fie precedată de numărul de ordine al problemei, enunţul complet şi numele propunătorului. După soluţionarea fiecărei probleme scrieţi citeţ numele, clasa şi *şcoala unde urmaţi* sau ocupaţia şi adresa şi apoi trimiteţi problemele aşezate în *ordinea lor numerică*, iar pe adresă menţionaţi: *Redacţiei G.M.F. seria B.*

— *Se primesc soluţii* numai la problemele şi exerciţiile din ultimele trei numere apărute.

— *Soluţiile ce se vor anunţa* la rubrica rezolvitorilor în tot cursul anului 1959, se vor socoti la premierea colaboratorilor pe anul 1959.

— După apariţia numărului 10 al G.M.F.-B, corespondenţii evidenţiaţi în cursul anului 1958 sînt rugaţi să-şi întocmească cîte o *fişă* cuprinzînd numele, adresa lor şi tabelul cu toate problemele ce au rezolvat, aşezate în *ordinea lor numerică* şi care au fost anunţate la rubrica rezolvitorilor în numerele 1—10, apoi să o trimită redacţiei în plicul cu alte probleme rezolvate, în vederea *clasificării şi premierii pe anul 1958.*

— *Problemele ce se propun* de către colaboratorii revistei, să fie clar compuse, însoţite de soluţii, să fie personale şi nu luate din cărţi sau reviste, iar trimiterea lor să se facă odată cu problemele rezolvate. Elevii sînt sfătuiţi să înceapă a propune probleme, numai după ce au soluţionat un număr destul de mare de exerciţii şi probleme. Problemele propuse necorespunzătoare nu se pot publica. Dacă un corespondent constată că unele probleme propuse mai există publicate în cărţi sau reviste, este rugat să ne arate precis *volumul* şi *pagina* unde s-a mai publicat enunţul sau soluţia problemei respective.

— În redactarea unei soluţii trebuie alese *notaţii potrivite*, subliniate părţile principale, iar calculele numerice să fie făcute cu mare îngrijire. *Figurile* trebuie lucrate corect, clar, cu linii pline şi punctate. De multe ori aceste reguli îndeplinite conduc la soluţia problemei. Adesea dintr-o problemă simplă pot ieşi chestiuni interesante. Soluţiile mai dificile se obţin uneori prin încercările succesive şi studiind chestiunile în legătură cu problema de rezolvat.

— Corespondentul nostru care a citit şi a înţeles deplin multe din soluţiile publicate, a rezolvat multe din probleme propuse, poate şi este îndemnat să încerce să schiţeze cîte o *notă* scoasă dintr-o observare făcută cu ocazia rezolvării unei chestiuni mai grele. Aceste note este bine să fie refăcute de mai multe ori înainte de a fi trimise pentru a se evita ca în expunerea făcută să fie scrise *vorbe fără rost*, iar ideile trebuie să deştepte *interes pentru cititor.*

— *Ordinea şi îngrijirea* în prezentarea unei idei pot fi îndeplinite dacă harnicul nostru corespondent a făcut mai multe rezolvări, dacă a citit şi a înţeles deplin, multe soluţii şi articole publicate şi dacă a studiat îndeajuns chestiunea de care se ocupă.

— Tovarăşii colaboratori elevi sînt rugaţi să ne trimită date asupra activităţii lor extraşcolare la matematică şi la fizică, asupra activităţii cercurilor de matematică sau de fizică la care iau parte şi asupra modului de desfăşurare a „Olimpiadei de matematică şi fizică", pentru ca apoi, prin revistă, să se poată realiza cu succes, un schimb de experienţă. Abonamentele la G.M.F. — seria B se fac individual şi prin oficiul poştal local.

C. 11104 — Litografia şi Tipografia Învăţămîntului Lei 1,50

E 1426

KAT

SOCIETATEA DE ŞTIINŢE
MATEMATICE ŞI FIZICE DIN R.P.R.

Országos Mészaki Könyvtár TULAJDONA

GAZETA MATEMATICĂ ŞI FIZICĂ

SERIA B

PUBLICAŢIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Institut. de Documentare Tehnică
BUCUREŞTI
CSERE
WYMIANA
CMEHA

Anul IX — noiembrie 1958

11

EDITURA TEHNICA

GAZETA MATEMATICA ŞI FIZICĂ

(SERIA B)

Anul IX — Nr. 11 — noiembrie 1958

SUMARUL

	Pag
1. *Radiaţii radioactive de Virgil Atanasiu*	633
2. *Transformări elementare ale sistemelor de ecuaţii de gradul al doilea de N. C. Ciomu*	639
3. *Caleidoscop fizic*	651
4. *Notă matematică*	657
5. *Probleme rezolvate (2814; 2819; 2820; 2821; 2822; 2824; 2826; 2827; 2830; 2833; 2837; 2840; 2843; 2845; 2847; 2848; 2853; 2854; 2856)*	658
6. *Probleme propuse (3396 — 3426)*	673
7. *Exerciţii şi probleme pentru şcoala de 7 ani (E: 1239 - E: 1259)*	678
8. *Olimpiada micilor matematicieni şi fizicieni 1959*	681
9. *Poşta redacţiei*	683
10. *Rubrica rezolvitorilor de probleme*	684

ANUL IX 11 NOIEMBRIE

COMITETUL DE REDACŢIE

Atanasiu V., lector, redactor pentru fizică ; **Bolangiu A.**, asistentă univ., **Ionescu Bujor C.**, prof. univ. ; **Ionescu-Ţiu C.**, profesor, redactor pentru matematică ; **Muşat I.**, profesor ; **Negulescu A.**, profesoară ; **Petrovanu A.**, profesor ; **Pop Alex.**, profesor ; **Rădulescu N.**, profesor ; **Sacter O.**, conf univ., redactor responsabil ; **Simionescu D. Gh.**, conf. univ.

REDACŢIA: Str. Academiei, 14 — Tel, 14.46.53 — Bucureşti I

Articolele, notele, recenziile, problemele propuse sau rezolvate, corespondenţa privitoare la activitatea matematică şi fizică a şcolilor, precum şi orice materiai informativ care ar putea interesa redacţia noastră se vor trimite pe adresa de mai sus.

GAZETA
MATEMATICA ŞI FIZICA (SERIA B)
PUBLICAŢIE LUNARĂ PENTRU TINERET
Anul IX, Nr. 11 noiembrie 1958

RADIAŢII RADIOACTIVE *

(urmare)

VIRGIL ATANASIU

Ţinînd seama de proprietăţile radiaţiilor radioactive, menţionate sumar, ne putem da seama de la început, că aplicaţiile practice rezultate din aceste proprietăţi vor fi numeroase.

Vorbind însă despre aplicaţii, trebuie să începem cu cea mai de seamă şi anume, cu aceea a formării surselor de radiaţii radioactive dintre cele mai importante. Este vorba de radioactivitatea artificială (provocată de particulele α) descoperită în anul 1934, de către soţii Joliot-Curie.

După descoperirea făcută de soţii Joliot-Curie, s-a constatat că nu numai particulele α, ci şi protonii şi deuteronii accelerați într-un ciclotron, pot provoca radioactivitatea artificială.

O etapă importantă în acest domeniu de cercetări o constituie descoperirea de către Fermi, a radioactivităţii artificiale provocată de neutroni.

Astăzi, mai buni decît sursele naturale sau acceleratorii de particule, reactorii nucleari oferă posibilitatea de a se obţine izotopi radioactivi artificiali aproape pentru toate elementele, în cantităţi suficient de mari şi la un preţ relativ mic.

Izotopii radioactivi produşi în reactorii nucleari pot fi întrebuinţaţi ca trasori sau ca surse de radiaţii α, β, γ şi în unele cazuri, prin mijloace secundare, ca surse de raze X şi de neutroni. Gama energiilor de radiaţii, precum şi perioadele de care dispunem — este destul de întinsă pentru a satisface toate pretenţiile în utilizările practice cele mai variate.

Vom trece acum în revistă, o serie de aplicaţii mai importante din diferite domenii de activitate.

Excepţionala sensibilitate a metodelor radioactive (determinarea izotopilor radioactivi în cantităţi de 10^{-12}... 10^{-18}g, în mase mari de substanţe străine, inclusiv izotopi radioactivi ai aceluiaşi element), s-a folosit de mult pentru rezolvarea unor probleme experimentale în diferite domenii ale chimiei. În ultimii ani, metodele radioactive se folosesc în chimie, pe scară din ce în ce mai largă şi pentru tot mai multe scopuri. Astfel, radioactivitatea artificială a permis să se descopere un număr considerabil de elemente, deoarece s-au putut obţine izotopi radioactivi ai unor elemente necunoscute pînă atunci; de asemenea, s-au putut studia proprietăţile lor

* Vezi începutul în G.M.F.-B Nr. 9 — septembrie 1958.

chimice aplicînd în acest scop, metodele radiochimiei. Primele elemente descoperite au fost neptuniu ($Z = 93$) și plutoniu ($Z = 94$). Ele au fost găsite printre elementele radioactive artificiale care rezultă în urma bombardării uraniului cu neutroni. Studiindu-se proprietățile lor s-a ajuns la concluzia că odată cu ultimele elemente ale sistemului periodic începe o nouă grupă de elemente cu proprietăți asemănătoare, analoagă grupei elementelor rare. Cercetările au confirmat această concluzie.

Curînd după aceea, bombardînd uraniul și plutoniul cu deuteroni rapizi și cu alte nuclee grele, Seaborg a reușit să extindă și mai mult limitele sistemului periodic, descoperind succesiv, următoarele elemente: americiul ($Z = 95$), curiul ($Z = 96$), berkeliul ($Z = 97$), californiul ($Z = 98$).

În 1951, prin bombardarea neptuniului și plutoniului cu nuclee de carbon, s-au obținut einsteiniu ($Z = 99$) și fermiu ($Z = 100$).

În anul 1955, bombardîndu-se cu particule α (41 MeV) izotopul einsteiniu 253 , s-a obținut elementul 101, care pentru cinstirea memoriei lui Mendeleev a fost numit, mendeleviu. De curînd a fost obținut și elementul 102, nobeliu.

Metodele radioactive au dat posibilitatea nu numai să se lărgească limitele sistemului periodic, dar și să se completeze o serie de locuri rămase goale și anume, elementele cu $Z = 61$, $Z = 43$, $Z = 85$ și $Z = 87$.

Metodele radioactive permit să se deosebească ușor, izotopii radioactivi ai unui element între ei, cum și izotopii inactivi; de aceea cu ajutorul atomilor marcați se poate urmări procesul de schimb al unor atomi între două molecule sau între două poziții diferite în cadrul aceleiași molecule; se poate studia mecanismul reacțiilor chimice.

Folosirea radioactivității artificiale a deschis mari posibilități chimiei analitice. Metoda numită *analiză prin activare* se bazează pe iradierea substanței de analizat cu neutroni sau particule încărcate. Deoarece probabilitatea captării unui neutron cu formarea unui izotop radioactiv variază foarte mult de la un element la altul (de $10^4 \ldots 10^5$ ori), urmează că prin bombardare puternică cu neutroni un element care devine greu radioactiv se va putea, prin măsurarea radioactivității rezultate, să se determine cantități foarte mici de corpuri străine, dar care se activează bine. Sensibilitatea și selectivitatea analizei de activare pot fi mărite prin separarea chimică a elementelor radioactive formate după adăugarea ca suport a izotopilor radioactivi, precum și prin alegerea rațională a duratei de bombardare. Analiza de activare permite să se determine de exemplu, 6.10^{-9} g de mangan, 3.10^{-10} g lantan, 3.10^{-11} europiu etc.

Radiațiile radioactive emise de izotopi modifică proprietățile chimice ale unor substanțe, inițiind o serie de reacții care în mod obișnuit au loc numai la temperaturi ridicate, prin adăugarea unor reactivi etc. Actualmente se studiază — deocamdată pe scară de laborator — posibilitatea polimerizării monomerilor și a vulcanizării cauciucului cu ajutorul radiațiilor γ. Polimerii obținuți prin această metodă au proprietăți diferite față de acelea ale polimerilor obișnuiți, obținuți prin încălzire, reacții chimice, iradieri cu raze ultraviolete și alte metode. Se studiază de asemenea, iradierea maselor plastice. Polietilena iradiată cu radiații prezintă proprietăți deosebite față de polietilena obișnuită. Polietilena iradiată — iratena 101 — nu se topește, nu fisurează sub sarcină, își păstrează forma la temperaturi ridicate, rezistența ei descrește însă cu creșterea tempera-

turii, rezistă însă mai bine la acțiunea solvenților la temperaturi ridicate și nu se dizolvă în solvenții polietilenii obișnuite.

S-a verificat experimental că viteza de ardere a carburanților poate fi mult sporită, pînă la 50%, dacă se supune carburantul la acțiunea radiațiilor emise de o masă de aur radioactiv. Acest fapt va permite înlocuirea motoarelor mari cu altele de dimensiuni mult mai reduse, folosindu-se însă carburanți în care se introduc anumite substanțe radioactive.

Izotopii radioactivi și radiațiile radioactive se folosesc cu succes la prospectarea și exploatarea zăcămintelor de petrol și cărbune prin metodele de carotaj γ sau neutronic. Cu ajutorul acestor metode se rezolvă o serie de probleme legate de exploatarea zăcămintelor, de exemplu, delimitarea straturilor constituite din roci poroase și permeabile de straturile formate din roci impermeabile; delimitarea straturilor petrolifere de cele

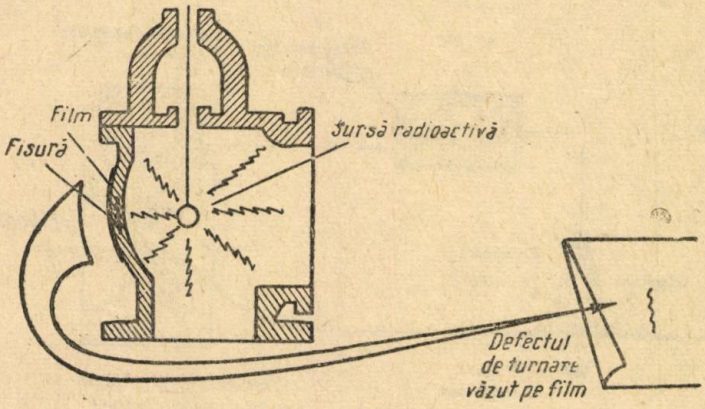


Fig. 7.

cu conținut de gaze sau apă; identificarea unor anumite formațiuni sau roci deosebit de radioactive etc.

În metalurgie, progrese însemnate au fost făcute în domeniul gamagrafiei în special la încercarea pieselor turnate (fig. 7) și a sudurilor. Față de radiografia cu raze X, gamagrafia prezintă însemnate avantaje economice. O sursă de cobalt radioactiv (Co^{60}), al cărui cost este foarte redus, și care practic nu necesită nici un fel de cheltuieli de întreținere, — poate presta aceleași servicii ca și o instalație Roentgen de 2 000 kV. Inconvenientul unui timp mai îndelungat cerut de gamagrafie este compensat prin așezarea panoramică, la distanțe diferite în jurul unei surse centrale, a mai multor obiecte, fiecare cu filmul său propriu, așa fel încît să fie iradiate exact timpul necesar, acest timp fiind proporțional cu patratul distanței de la sursă. Sursele γ mai au avantajul compacticității (o pastilă de 3 cm diametru și 1,2 cm grosime are o activitate în jurul a 800 curie) și al mobilității, ceea ce permite folosirea lor în locuri inaccesibile pentru tuburile Roentgen. De exemplu, pot fi folosite la controlul final al unor mașini gata construite sau al sudurilor la țevi. În acest caz, sursa se montează în axul țevii, iar filmul se așază în jurul sudurii.

Tot cu ajutorul izotopilor radioactivi adăugați la elementele de aliere se poate urmări distribuția lor în aliajele respective, obținîndu-se „autora-

diograme" ale suprafețelor lustruite care se pretează la cercetarea microscopică. Autoradiografia cu ajutorul aurului radioactiv adăugat în proporție de 10^{-6} în greutate a fost utilizată cu succes și la studierea procesului de turnare continuă a aluminiului.

Folosirea izotopilor radioactivi la studiul uzurii diferitelor organe de mașini ca: lagăre, axe, segmenți de piston prin marcarea radioactivă a acestora și determinarea — prin măsurarea radioactivității lubrefiantului — a cantității de material de uzură, a redus la 1/100 timpul necesar acestor încercări față de metodele micrometrice anterioare, fără să necesite demontarea mașinii și permițînd, în consecință, efectuarea de încercări comparative cu diferiți lubrefianți și în condiții variate de solicitare. Prin aceiași metodă se determină și uzura pastilelor și plăcuțelor de carburi ale sculelor de așchiere.

Fenomenele specifice care se produc în urma acțiunii radiațiilor radio-

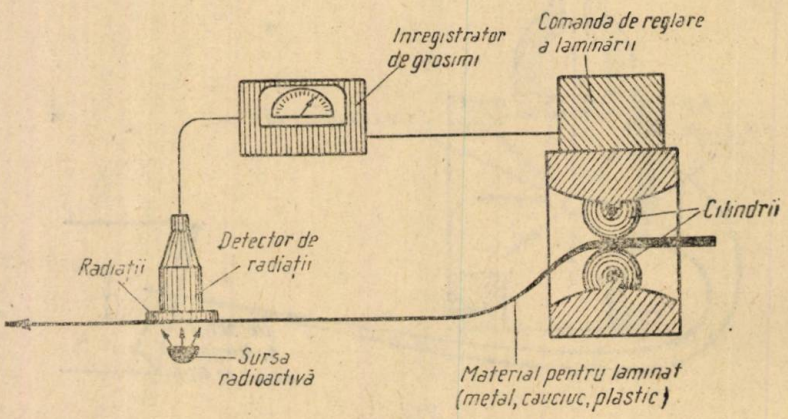


Fig. 8.

active asupra substanțelor fac posibilă folosirea izotopilor radioactivi la elaborarea unor metode noi și foarte eficiente de control al proceselor tehnologice.

Astfel, radiațiile radioizotopilor sînt întrebuințate pentru măsurarea grosimii unei foițe (fig. 8) sau a stratului unei carcase metalice (staniu pe oțel sau pe cupru etc.). Pentru foi de 0,2...0,6 mm se utilizează radiațiile β ale stronțiului 90. Radiațiile traversează foița și ajung la un contor Geiger Müller conectat la un numărător de impulsuri. Intensitatea radiațiilor primite de contor descrește cînd crește grosimea. Foițele sînt măsurate în timp ce se deplasează pe linia de producție după ce au fost tăiate în lungime; foile care nu au grosimea cerută sînt înlăturate printr-un dispozitiv mecanic pus în funcțiune de contorul care controlează intensitatea radiațiilor și deci, grosimea. Un dispozitiv de același gen, însă cu seleniu 75 este întrebuințat pentru foi mai groase. Pentru grosimi și mai mari (pînă la 2 cm) se folosesc surse de radiații γ. Inconvenientul în măsurătorile mecanice de grosimi este că trebuie oprită producția pentru a se face măsurătoarea, în timp ce prin metoda radioactivă citirile se fac continuu și fără oprirea procesului tehnologic. Această metodă este aplicată pentru măsurarea grosimii unei foi metalice, cauciuc, mase plastice, hîrtie etc. În gene-

ral pentru aceste din urmă materiale mijloacele mecanice pentru evaluarea grosimii au în plus inconvenientul de a nu da măsurători precise, pentru că micile diferențe de presiune aplicate fălcilor care formează contactele provoacă erori de citire. Cu radioizotopi nu există contact mecanic și deci,

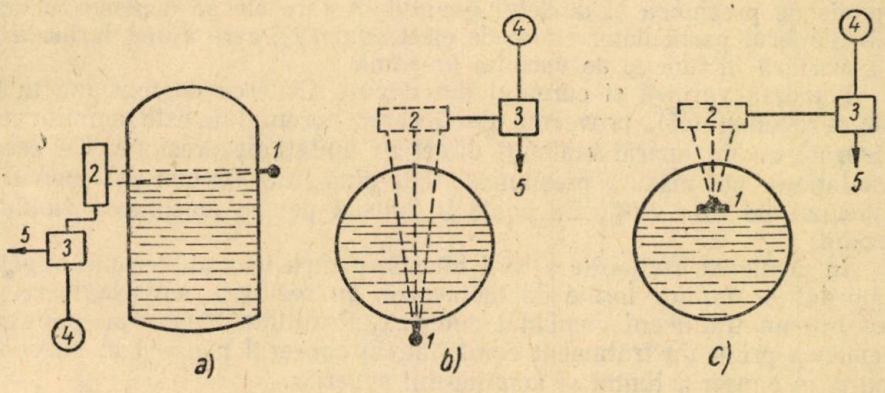


Fig. 9.

nici aceste dezavantaje. Precizia de măsurare este de 0,00025 mm și se speră să se mărească această precizie de încă zece ori.

Pe același principiu au fost realizate aparate pentru măsurarea automată de la distanță a greutății specifice a lichidelor și gazelor ce curg prin conducte, pentru determinarea nivelului lichidelor din vase închise. În fig. 9 sînt arătate diferite montaje (a, b, c) pentru determinarea nivelului. Sursa radioactivă (1) trimite radiații a căror intensitate scade în funcție de

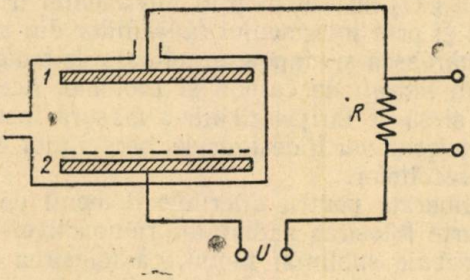


Fig. 10.

mediul traversat (a, b) sau de distanța străbătută (c). Radiațiile sînt detectate de un dispozitiv special (2) efectul lor este amplificat (3) și măsurat (4). Un dispozitiv (5) reglează automat alimentarea pentru menținerea nivelului.

Folosindu-se fenomenul de ionizare a unui gaz de către particulele α s-au construit aparate pentru măsurarea, controlul și înregistrarea densității sau a presiunii gazelor în diferite procese tehnologice care se desfășoară la presiuni reduse. Un exemplu de astfel de aparat îl constituie unul din manometrele industriale cu un interval de măsurare de la 10μ pînă la 10 mm col. Hg, folosit în U.R.S.S. (fig. 10).

Aparatul este de fapt, o cameră de ionizare umplută cu gazele a căror presiune trebuie măsurată. Electrodul (2) este acoperit cu un strat de sub-

stanță radioactivă care emite radiații α sau β. Între electrozii (1) și (2) există o astfel de diferență de potențial (U), încît camera de ionizare funcționează în regim de saturație, cînd curentul de ionizare practic, nu depinde de variația tensiunii dintre electrozi. Parcursul particulelor α sau β depinde de presiunea și de felul gazului în care ele se deplasează, astfel încît numărul particulelor emise de electrodul (2), care ajung la electrodul (1), variază în funcție de variația presiunii.

Totodată variază și curentul din circuit. Căderea de tensiune la bornele rezistenței (R), provocată de trecerea curentului, este amplificată și măsurată cu un aparat etalonat direct în unități de presiune. Cu această instalație se pot măsura presiuni de 0,01 pînă la 5000 mm col. mercur, cu o precizie de 1,5...2%. Ea poate fi folosită pentru măsurarea vidului în turbine.

În medicină, radiațiile γ sînt folosite pentru teleradioterapie împotriva tumorilor și a unor forme de metastază, cu rezultate satisfăcătoare, mai ales într-un tratament combinat complex. Rezultate bune s-au obținut de asemenea printr-un tratament combinat, în cancerul pielii și al buzei inferioare, în cancerul limbii și maxilarului superior.

Iodul radioactiv (I^{131}) este folosit pentru studiul stării funcționale a glandei tiroide în boala hipertonică.

De curînd a început să fie studiată chirurgia prin radiații. Un fascicul de protoni sau deteuroni de secțiune foarte mică (1 mm^2) cu o energie de 350 MeV poate fi folosit în acest scop fără pericol pentru țesuturile vecine cu regiunea operată.

Aplicarea metodelor radioactive au permis progrese însemnate în studiul proceselor de nutriție a plantelor. Cercetători sovietici au dovedit că plantele pot asimila CO_2 nu numai prin intermediul frunzelor, luîndu-l din aerul atmosferic, ci și prin intermediul rădăcinilor din aerul aflat în pămînt. Ei au reușit să urmărească și etapele următoare de sinteză pe care le suferă CO_2 în plante, dînd hidrați de carbon și proteine. Aceste rezultate permit să se aprofundeze și să se lărgească într-o măsură însemnată, cunoștințele de fiziologie a plantelor și vor fi desigur de mare ajutor agrobiologilor pentru realizarea sporirii recoltelor.

Aplicațiile enumerate pentru diferitele domenii de activitate nu epuizează nici pe departe folosirea radiațiilor radioactive.

În încheiere trebuie subliniat faptul, că folosirea energiei nucleare, a izotopilor și radiațiilor radioactive se dezvoltă cu pași repezi în multe țări. Odată cu aceasta crește și primejdia ce amenință omenirea datorită contaminărilor care pot să se producă.

În acest scop, Organizația Internațională a Sănătății prin intermediul autorităților sanitare din întreaga lume a hotărît luarea de măsuri adecuate pentru prevenirea oricăror primejdii pe care le-ar implica desfășurarea programului pentru folosirea pașnică a energiei nucleare. Printre problemele importante din punct de vedere sanitar se menționează amplasarea reactorilor nucleari și distrugerea resturilor radioactive din fabrici, laboratoare și spitale. „Este destul de ușor să aruncăm rămășițele radioactive pe pămînt, în apă sau în aer — spune profesorul Parisot în fața colegilor săi din Comitetul executiv al O.I.S. — dar este greu să ne închipuim ce vor deveni eventual, aceste resturi și să găsim mijloace eficace pentru prevenirea accidentelor".

De asemenea, se menționează necesitatea studierii noilor boli de radiații provocate de expunerea în fața dozelor excesive de radiații.

Dar o primejdie și mai mare care amenință omenirea, este efectuarea într-un ritm tot mai accentuat a experiențelor cu arme nucleare. Continuarea unor astfel de experiențe constituie o primejdie pentru viața oamenilor, prin efectele genetice ale radiațiilor și prin contaminarea atmosferei și organismelor umane prin materiile radioactive eliberate. În urma exploziilor bombelor atomice sau cu hidrogen, particulele (pulberile) rezultate sînt duse de vînturi în diferite direcții și cad sub formă de ploaie radioactivă. Particule fine pot rămîne în suspensie în păturile superioare ale aerului mult timp, și cad în medie 10% pe an, pe pămînt. După calculele făcute, ținînd seama de ritmul experiențelor, se prevede că prin 1962, va exista suficient stronțiu radioactiv în atmosferă pentru a produce un total maxim de 100% permisibil în fiecare persoană de pe pămînt.

Fără îndoială că într-un război nuclear de mare proporție, efectele ar fi de mii de ori mai mari decît acelea datorite exploziilor experimentale, ar fi catastrofale pentru întreaga omenire.

Se impune deci, ca o necesitate absolută, încetarea experiențelor cu arme nucleare în scopul înlăturării pericolului unui război atomic.

Sîntem convinși că forțele păcii, în frunte cu Uniunea Sovietică, vor triumfa — în interesul întregii umanități — iar cuceririle științei vor fi folosite, nu pentru distrugere, ci pentru progres.

PENTRU CERCURILE DE ELEVI

TRANSFORMĂRI ELEMENTARE ALE SISTEMELOR DE ECUAȚII DE GRADUL AL DOILEA

N. C. CIOMU, prof. s. m. 4 București

1. Sub forma generală, un sistem de ecuații de gradul al doilea cu două necunoscute se poate scrie:

$$a_1x^2 + b_1xy + c_1y^2 + d_1x + e_1y + f_1 = 0, \quad (1)$$

$$a_2x^2 + b_2xy + c_2y^2 + d_2x + e_2y + f_2 = 0. \quad (2)$$

Rezolvarea unui asemenea sistem este de cele mai multe ori anevoioasă, implicînd calcule complicate și putînd conduce la necesitatea de a rezolva ecuații de grad superior. Evident că, eliminînd prin reducere termenii care conțin pe y^2, din (1) și (2) se obține o ecuație de gradul I în raport cu y. Rezolvînd această ecuație, se obține pentru y valoarea în funcție x, de forma:

$$y = \frac{Ax^2 + Bx + C}{Dx + E}.$$

Această valoare, substituită într-una din ecuațiile (1) sau (2), conduce la o ecuație în x de gradul al patrulea, — ecuație care nu totdeauna se poate rezolva prin metode elementare.

De aceea este util să transformăm sistemul (1), (2) într-un sistem mai simplu și anume:

— un sistem care să nu conțină termeni de gradul I în x sau y, — și apoi:

— un sistem care să nu conțină termeni în care figurează produsul xy.

II. Fie ecuația

$$ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0. \tag{3}$$

Termenii de gradul I se pot reduce făcînd substituția

$$x = x_1 + \alpha \quad , \quad y = y_1 + \beta \tag{T}$$

și punînd condiția ca termenii de gradul I în x și y să aibă coeficienți nuli.

Prin substituția (T), ecuația (3) devine:

$a(x_1 + \alpha)^2 + b(x_1 + \alpha)(y_1 + \beta) + c(y_1 + \beta)^2 + d(x_1 + \alpha) + e(y_1 + \beta) + f = 0$,

sau:

$$ax_1^2 + bx_1y_1 + cy_1^2 + (2a\alpha + b\beta + d)x_1 + (b\alpha + 2c\beta + e)y_1 + \\ + a\alpha^2 + b\alpha\beta + c\beta^2 + d\alpha + e\beta + f = 0 \tag{4}$$

Punem condiția:

$$2a\alpha + b\beta + d = 0, \tag{5}$$

$$b\alpha + 2c\beta + e = 0. \tag{6}$$

Din (5) și (6) avem:

$$\alpha = \frac{2cd - be}{b^2 - 4ac}$$

$$\beta = \frac{2ae - bd}{b^2 - 4ac}. \tag{8}$$

Se vede imediat că sistemul (7), (8) e compatibil numai dacă se îndeplinește condiția:

$$b^2 - 4ac \neq 0. \tag{9}$$

În cazul sistemului (1), (2) vom avea:

$$\alpha_1 = \frac{2c_1d_1 - b_1e_1}{b_1^2 - 4a_1c_1} \qquad \beta_1 = \frac{2a_1e_1 - b_1d_1}{b_1^2 - 4a_1c_1} \tag{10_1}$$

$$\alpha_2 = \frac{2c_2d_2 - b_2e_2}{b_2^2 - 4a_2c_2} \qquad \beta_2 = \frac{2a_2e_2 - b_2d_2}{b_2^2 - 4a_2c_2} \tag{10_2}$$

E evident că, pentru ca transformarea să fie posibilă, se impune îndeplinirea condițiilor:

$$b_1^2 - 4a_1c_1 \neq 0, \qquad b_2^2 - 4a_2c_2 \neq 0, \tag{11_1}$$

$$\alpha_1 = \alpha_2, \qquad \beta_1 = \beta_2. \tag{11_2}$$

Presupunînd îndeplinite condițiile (11_1), (11_2) sistemul (1), (2) devine:

$$a_1x_1^2 + b_1x_1y_1 + c_1y_1^2 + h_1 = 0, \tag{12}$$

$$a_2x_1^2 + b_2x_1y_1 + c_2y_1^2 + h_2 = 0. \tag{13}$$

Eliminînd acum termenul în y_1^2, se obține o ecuație în care y_1 se află la puterea întîia și din care avem:

$$y_1 = \frac{Ax_1^2 + B}{Cx_1}. \tag{14}$$

Substituind pe y_1 din (14) în (12) sau (13), se obține o ecuație *bipatrată*, care se rezolvă ușor.

Fie, de exemplu, sistemul:

$$4x^2 - 6xy + 9y^2 - 8x + 6y - 3 = 0, \tag{15}$$

$$x^2 + 2xy + 4y^2 - 2x - 2y - 6 = 0. \tag{16}$$

Condițiile (11_1) sînt îndeplinite, deoarece:

$$b_1^2 - 4a_1c_1 = 36 - 144 = -108 \neq 0,$$

$$b_2^2 - 4a_2c_2 = 4 - 16 = -12 \neq 0$$

Avem apoi:

$$\alpha_1 = \frac{-2\cdot 9\cdot 8 + 6\cdot 6}{-108} = \frac{-144+36}{-108} = \frac{-108}{-108} = 1,$$

$$\alpha_2 = \frac{-16+4}{-12} = \frac{-12}{-12} = 1,$$

$$\beta_1 = \frac{48-48}{-108} = \frac{0}{-108} = 0,$$

$$\beta_2 = \frac{-4+4}{-12} = \frac{0}{-12} = 0.$$

Deci și condițiile (11_2) sînt îndeplinite. Substituția (T) se va face prin formulele:

$$x = x_1 + 1 \quad , \quad y = y_1 \tag{17}$$

Sistemul (15), (16) devine:

$$4(x_1+1)^2 - 6y_1(x_1+1) + 9y_1^2 - 8(x_1+1) + 6y_1 - 3 = 0,$$

$$(x_1+1)^2 + 2y_1(x_1+1) + 4y_1 - 2(x_1+1) - 6 = 0,$$

sau efectuînd și reducînd:

$$4x_1^2 - 6x_1y_1 + 9y_1^2 - 7 = 0, \tag{15'}$$

$$x_1^2 + 2x_1y_1 + 4y_1^2 - 7 = 0, \tag{16'}$$

Înmulțind (15') cu 4 și (16') cu (—9) și adunînd, termenii în y se reduc și avem:

$$7x_1^2 - 42x_1y_1 + 35 = 0,$$

de unde: $y_1 = \frac{7x_1^2+35}{42x_1} = \frac{x_1^2+5}{6x_1}$.

Această valoare, introdusă în (16'), ne dă:

$$x_1^2 + \frac{2x_1(x_1^2+5)}{6x_1} + \frac{4(x_1^2+5)^2}{36x_1^2} - 7 = 0$$

sau:

$$13x_1^4 - 38x_1^2 + 25 = 0,$$

ecuaţie bipatrată ale cărei rădăcini sînt: $x_1' = \pm 1$, $x_1'' = \pm \frac{5\sqrt{13}}{13}$.

Aceste valori, introduse în ecuaţia de substituţie, ne dau:

$$y_1' = \pm 1 \quad ; \quad y_1'' = \pm \frac{3\sqrt{13}}{13}$$

valori care satisfac sistemul (15'), (16').

Din substituţia (T) avem:

$$x = x_1 + \alpha = x_1 + 1,$$

deci vom avea: $x' = 0$, $x''' = 2$, $x'' = \frac{13 - 5\sqrt{13}}{13}$, $x'''' = \frac{13 + 5\sqrt{13}}{13}$ şi respectiv:

$$y' = -1, \quad y''' = 1, \quad y'' = \frac{-3\sqrt{13}}{13}, \quad y'''' = \frac{3\sqrt{13}}{13},$$

care sînt soluţiile sistemului (15), (16).

În mod analog, sistemul:

$$x^2 - 3xy + 5y^2 - 7x + 16y + 12 = 0$$
$$2x^2 + xy + y^2 - 7x - 4 = 0$$

admite substituţia:

$$x = x_1 + 2 \quad , \quad y = y_1 - 1,$$

devenind:

$$x_1^2 - 3x_1y_1 + 5y_1^2 - 3 = 0$$
$$2x_1^2 + x_1y_1 + y_1^2 - 11 = 0.$$

III. Fie sistemul:

$$a_1x^2 + b_1xy + c_1y^2 + f_1 = 0 \qquad (18)$$
$$a_2x^2 + b_2xy + c_2y^2 + f_2 = 0 \qquad (19).$$

Să aplicăm substituţia:

$$x = mx_1 - ny_1 \quad , \quad y = my_1 + nx_1. \qquad (S)$$

Ecuaţia (18) devine succesiv:

$$a_1(m^2x_1^2 - 2mnx_1y_1 + n^2y_1^2) + b_1(m^2x_1y_1 + mnx_1^2 - mny_1^2 - n^2x_1y_1)$$
$$+ c_1(m^2y_1^2 + 2mnx_1y_1 + n^2x_1^2) + f_1 = 0,$$
$$(a_1m^2 + b_1mn + c_1n^2)x_1^2 + (a_1n^2 - b_1mn + c_1m^2)y_1^2 +$$
$$+ \left[b_1(m^2 - n^2) - 2mn(a_1 - c_1)\right]x_1y_1 + f_1 = 0. \qquad (20)$$

Punînd condiţia ca termenul în x_1y_1 să aibă coeficientul nul, avem:

$$b_1(m^2 - n^2) - 2mn(a_1 - c_1) = 0. \qquad (21)$$

Analog găsim pentru (19):

$$b_2(m^2 - n^2) - 2mn(a_2 - c_2) = 0 \qquad (22)$$

Sistemul (21), (22) e compatibil dacă avem:

$$\frac{b_1}{b_2} = \frac{a_1 - c_1}{a_2 - c_2}, \tag{23}$$

condiție necesară pentru ca sistemul (18), (19) să poată fi transformat prin formulele (*S*). În particular, dacă $a_1 = c_1$ și $a_2 = c_2$, sistemul admite totdeauna această transformare.

Notînd în (21), $m = tn$, avem:

$$b_1 n^2 (t^2 - 1) - 2tn^2 (a_1 - c_1) = 0.$$

Soluția $n = 0$, care ne dă și $m = 0$, nu are importanță în problemă. Simplificînd prin n^2, obținem:

$$b_1 t^2 - 2(a_1 - c_1) t - b_1 = 0,$$

de unde:

$$t = \frac{a_1 - c_1 \pm \sqrt{(a_1 - c_1)^2 + b_1^2}}{b_1}. \tag{24}$$

Se observă imediat că sistemul (21), (22), fiind omogen, admite o infinitate de soluții, dacă este îndeplinită condiția (23) și dacă m și n sînt legați prin condiția $m = tn$, unde t este dat de (24), iar n putînd fi oricare.

Exemplu. Fie sistemul:

$$3x^2 + 4xy + 5y^2 - 25 = 0, \tag{25}$$

$$x^2 - 6xy - 2y^2 + 10 = 0. \tag{26}$$

Avem:

$$\frac{a_1 - c_1}{a_2 - c_2} = \frac{3 - 5}{1 + 2} = -\frac{2}{3};$$

$$\frac{b_1}{b_2} = \frac{4}{-6} = -\frac{2}{3}.$$

Substituția (*S*) este aplicabilă. Avem succesiv din (25):

$$3(mx_1 - ny_1)^2 + 4(mx_1 - ny_1)(my_1 + nx_1) + 5(my_1 + nx_1)^2 - 25 = 0$$

$$(3m^2 + 4mn + 5n^2) x_1^2 + (3n^2 - 4mn + 5m^2) y_1^2 +$$

$$+ \left[4mn + 4(m^2 - n^2)\right] x_1 y_1 - 25 = 0 \tag{25'}$$

Analog, din (26) avem:

$$(mx_1 - ny_1)^2 - 6(mx_1 - ny_1)(my_1 + nx_1) - 2(my_1 + nx_1)^2 + 10 = 0$$

$$(m^2 - 6mn - 2n^2) x_1^2 + (n^2 + 6mn - 2m^2) y_1^2 -$$

$$- \left[6mn + 6m^2 - 6n^2\right] x_1 y_1 + 10 = 0. \tag{26'}$$

Punînd condiția ca termenii în $x_1 y_1$ să aibă coeficienți nuli, găsim relația:

$$m^2 + mn - n^2 = 0$$

Rezolvînd (27) sau introducînd în (24) valorile coeficienților a, b, c, găsim:

$$t = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}.$$

Făcînd $n = 1$, avem $m = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$, iar formulele (S) devin:

$$x = x_1 - \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} y_1, \qquad y = y_1 + \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} x_1.$$

Substituind în (25'), (26'), avem în cele din urmă:

$$(5\sqrt{5} \pm 3)\, x_1^2 + (3\sqrt{5} - 1)\, y_1^2 - 10\sqrt{5} = 0, \tag{25''}$$

$$2(\sqrt{5} \pm 4)\, x_1^2 - (\sqrt{5} \pm 7)\, y_1^2 - 2\sqrt{5} = 0, \tag{26''}$$

adică un sistem de forma:

$$A_1 x^2 + B_1 y^2 + C_1 = 0$$
$$A_2 x^2 + B_2 y^2 + C_2 = 0$$

care se rezolvă uşor.

IV. Pentru că m şi n din substituţia (S) sînt legaţi prin singura condiţie $m = tn$, să introducem condiţia suplimentară: $m^2 + n^2 = 1$. Avem:

$$n^2(t^2 + 1) = 1, \text{ sau } n = \frac{1}{\sqrt{1 + t^2}}, \text{ deci } m = tn = \frac{t}{\sqrt{1 + t^2}}.$$

Notînd $t = \operatorname{ctg} \varphi$, obţinem:

$$n = \sin \varphi \quad , \quad m = \cos \varphi,$$

relaţii care fac mai comodă aplicarea substituţiei (S) şi permit o interpretare geometrică a transformării. Formulele (S) devin:

$$x = x_1 \cos \varphi - y_1 \sin \varphi \quad , \quad y = y_1 \cos \varphi + x_1 \sin \varphi. \tag{R}$$

În urma substiţiei (R), sistemul (18), (19) devine:

$$(a_1 \cos^2 \varphi + b_1 \sin \varphi \cos \varphi + c_1 \sin^2 \varphi)\, x_1^2 + (a_1 \sin^2 \varphi - b_1 \sin \varphi \cos \varphi + c_1 \cos^2 \varphi)\, y_1^2 -$$
$$- \left[(a_1 - c_1) \sin 2\varphi - b_1 \cos 2\varphi\right] x_1 y_1 + d_1 = 0. \tag{28}$$

$$(a_2 \cos^2 \varphi + b_2 \sin \varphi \cos \varphi + c_2 \sin^2 \varphi)\, x_1^2 + (a_2 \sin^2 \varphi - b_2 \sin \varphi \cos \varphi + c_2 \cos^2 \varphi)\, y_1^2 - \left[(a_2 - c_2) \sin 2\varphi - b_2 \cos 2\varphi\right] x_1 y_1 + d_2 = 0. \tag{29}$$

Punînd condiţia ca termenii în $x_1 y_1$ să aibă coeficienţii nuli, găsim:

$$(a_1 - c_1) \sin 2\varphi - b_1 \cos 2\varphi = 0$$

sau:

$$\operatorname{tg} 2\varphi = \frac{b_1}{a_1 - c_1} \tag{30}$$

Analog trebuie să avem:

$$\operatorname{tg} 2\varphi = \frac{b_2}{a_2 - c_2} \tag{30'}$$

Unghiul φ trebuind să fie același, regăsim condiția de aplicabilitate a transformării (R), stabilită prin (23).

Exemplu. Fie sistemul:

$$5x^2 - 2xy + 5y^2 - 22 = 0 \tag{31}$$

$$x^2 - 6xy + y^2 + 4 = 0 \tag{32}$$

Prin substituția (R) avem:

$$5(x_1 \cos\varphi - y_1 \sin\varphi)^2 - 2(x_1 \cos\varphi - y_1 \sin\varphi)(y_1 \cos\varphi + x_1 \sin\varphi) + 5(y_1 \cos\varphi + x_1 \sin\varphi)^2 - 22 = 0$$

sau:

$$(5\cos^2\varphi - 2\sin\varphi\cos\varphi + 5\sin^2\varphi)x_1^2 + (5\sin^2\varphi + 2\sin\varphi\cos\varphi + 5\cos^2\varphi)y_1^2 + 2(\sin^2\varphi - \cos^2\varphi)x_1y_1 - 22 = 0$$

deci trebuie să avem:

$$\sin^2\varphi - \cos^2\varphi = 0, \quad \text{sau:} \quad \cos 2\varphi = 0, \text{ deci: } \varphi = \frac{\pi}{4}.$$

Formulele (R) devin (deoarece $\sin\frac{\pi}{4} = \cos\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$):

$$x = (x_1 - y_1)\frac{\sqrt{2}}{2}, \qquad y = (y_1 + x_1)\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Sistemul devine:

$$\frac{5(x_1 - y_1)^2}{2} - \frac{2(x_1^2 - y_1^2)}{2} + \frac{5(y_1 + x_1)^2}{2} - 22 = 0$$

$$\frac{(x_1 - y_1)^2}{2} - \frac{6(x_1^2 - y_1^2)}{2} + \frac{(y_1 + x_1)^2}{2} + 4 = 0,$$

sau:

$$2x_1^2 + 3y_1^2 = 11. \tag{31'}$$

$$x_1^2 - 2y_1^2 = 2. \tag{32'}$$

Rezolvînd acest sistem, obținem:

$$x_1 = \pm 2, \qquad y_1 = \pm 1.$$

În baza formulelor (R) avem:

$$x = (\pm 2 \mp 1)\frac{\sqrt{2}}{2}, \text{ deci } x' = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}, \; x'' = \pm\frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$y = (\pm 1 \pm 2)\frac{\sqrt{2}}{2}, \text{ deci } y' = \pm\frac{3\sqrt{2}}{2}, \; y'' = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Soluțiile sistemului (31), (32) sînt deci:

$$x = \frac{3\sqrt{2}}{2}, \; y = +\frac{\sqrt{2}}{2}; \; x = \frac{-3\sqrt{2}}{2}, \; y = \frac{-\sqrt{2}}{2};$$

$$x = \frac{\sqrt{2}}{2}, y = \frac{3\sqrt{2}}{2}; x = \frac{-\sqrt{2}}{2}, y = \frac{-3\sqrt{2}}{2}.$$

(Deoarece produsele xy trebuie să-şi păstreze semnul, vom alege pentru x şi y valori de acelaşi semn.)

V. Fie acum sistemul:

$$5x^2 - 6xy + 5y^2 - 26x + 22y + 21 = 0, \tag{33}$$

$$x^2 - 10xy + y^2 - 14x + 22y + 35 = 0. \tag{34}$$

Aplicăm transformarea (T) în prima ecuaţie:

$$\alpha = \frac{-260 + 132}{36 - 100} = \frac{-128}{-64} = 2,$$

$$\beta = \frac{220 - 156}{-64} = \frac{64}{-64} = -1.$$

A doua ecuaţie ne dă aceleaşi valori pentru α şi β, deci transformarea e posibilă. Avem:

$$x = x_1 + 2, \qquad y = y_1 - 1. \tag{35}$$

Introducînd valorile (35) în sistem, obţinem:

$$5x_1^2 - 6x_1y_1 + 5y_1^2 - 16 = 0, \tag{33'}$$

$$x_1^2 - 10x_1y_1 + y_1^2 + 10 = 0, \tag{34'}$$

Deoarece în ambele ecuaţii avem $a = c$, subtituţia (R) este posibilă. Trebuie să avem: $\operatorname{tg} 2\varphi = \frac{b_1}{a_1 - c_1}$, deci $\operatorname{tg} 2\varphi = \infty$, $\varphi = \frac{\pi}{4}$.

Formulele de transformare devin:

$$x_1 = (X - Y)\frac{\sqrt{2}}{2}, \qquad y_1 = (X + Y)\frac{\sqrt{2}}{2}. \tag{36}$$

Introducînd aceste valori în (33'), (34') obţinem:

$$X^2 + 4Y^2 = 8, \tag{33''}$$

$$2X^2 - 3Y^2 = 5. \tag{34''}$$

din care obţinem: $X = \pm 2$, $Y = \pm 1$.

Ţinînd seamă de (36) avem:

$$x_1' = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}, \qquad x_1'' = \pm\frac{3\sqrt{2}}{2},$$

$$y_1' = \pm\frac{3\sqrt{2}}{2}, \qquad y_1'' = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Deoarece termenii în x_1y_1 din (33'), (34') trebuie să-şi păstreze semnul, vom lua:

$$x_1' = \frac{\sqrt{2}}{2},\ y_1' = \frac{3\sqrt{2}}{2};\ x_1''' = -\frac{\sqrt{2}}{2},\ y_1''' = -\frac{3\sqrt{2}}{2};\ x_1'' = \frac{3\sqrt{2}}{2},$$

$$y_1'' = \frac{\sqrt{2}}{2},\ x_1'''' = \frac{-3\sqrt{2}}{2},\ y_1'''' = \frac{-\sqrt{2}}{2}.$$

În fine, ţinînd seamă de (85), avem soluţia definitivă a sistemului (33), (34):

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{2}}{2},\ y = \frac{-2 \pm 3\sqrt{2}}{2};\quad x = \frac{4 \pm 3\sqrt{2}}{2},\ y = \frac{-2 \pm \sqrt{2}}{2};$$

unde semnele îşi corespund, adică:

$$x = \frac{4 + \sqrt{2}}{2}, \qquad y = \frac{-2 + 3\sqrt{2}}{2} \text{ etc.}$$

VI. Menţionăm din nou că transformările (T) şi (R), respectiv (S), sînt posibile *simultan* în ambele ecuaţii, dacă şi numai dacă sînt îndeplinite condiţiile (11_1), (11_2) şi (23). Poate fi convenabil, uneori, să aplicăm numai una din aceste substituţii, dacă ecuaţiile obţinute sînt de o formă mai simplă. Vom aplica, de exemplu, transformarea (T), dacă observăm că una din ecuaţii permite o substituţie care să nu conducă la ecuaţii de ordin superior, — sau dacă una din ecuaţii se reduce la forma $Ax^2 + By^2 + C = 0$. E de la sine înţeles că, dacă una din aceste transformări aduce una dintre ecuaţii la o formă mai simplă, va trebui să o aplicăm şi în cealaltă ecuaţie.

Astfel, fie sistemul:

$$2xy + 2x + 4y - 5 = 0,$$
$$5x^2 + 2xy + 5y^2 + 22x + 14y - 199 = 0.$$

Avem din prima ecuaţie:

$$\alpha = \frac{-8}{4} = -2, \qquad \beta = \frac{-4}{4} = -1,$$

iar dintr-a doua:

$$a = \frac{220 - 28}{4 - 100} = \frac{192}{-96} = -2, \qquad \beta = \frac{96}{-96} = -1.$$

Notînd: $x = x_1 - 2;\ y = y_1 - 1$, sistemul devine:

$$2x_1 y_1 = 9,$$
$$5x_1^2 + 2x_1 y_1 + 5y_1^2 = 228.$$

Încercarea de a anula termenii în $x_1 y_1$ nu are sens, însă substituţia $y_1 = \frac{9}{2x_1}$ conduce la o ecuaţie bipatrată în x_1, care se rezolvă uşor.

VII. *Interpretare geometrică.* Se ştie că o ecuaţie de gradul I de forma: $ax + by + c = 0$ se reprezintă printr-o dreaptă. Tot astfel, o ecuaţie de gradul al doilea de forma (1) sau (2) se reprezintă printr-o anumită curbă. De asemenea, din discuţia sistemelor de gradul I cu două necunoscute se ştie că soluţiile sistemului sînt coordonatele punctului de intersecţie al celor două drepte care reprezintă ecuaţiile date, *dacă acest punct există*. Tot astfel, dacă un sistem e format dintr-o ecuaţie de gradul al doilea şi una de gradul întîi, soluţiile sistemului sînt coordonatele punctelor de intersecţie dintre dreapta şi curba care reprezintă ecuaţiile date. Sistemul are soluţii reale distincte,

reale egale sau complexe, după cum dreapta e secantă, tangentă sau exterioară curbei.

Sistemul de două ecuaţii de gradul al doilea cu două necunoscute se reprezintă prin două curbe de gradul al doilea care pot avea, teoretic, *patru* puncte comune; de acea sistemul are *patru* sisteme de soluţii, care reprezintă coordonatele celor patru puncte. Evident, soluţiile sînt numere reale sau complexe, după cum punctele sînt intersecţii reale (distincte sau confundate), ori puncte imaginare.

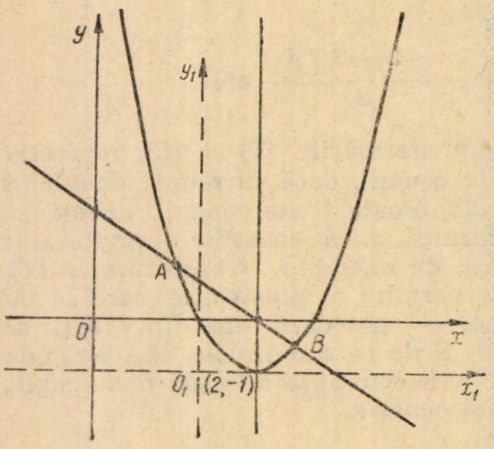


Fig. 1.

Fie acum un punct M în plan, avînd coordonatele $x = a$, $y = b$, faţă de sistemul de axe xOy. Deplasînd originea, de exemplu în punctul O_1, de coordonate (α, β) faţă de sistemul iniţial, coordonatele punctului M devin: $x_1 = a + \alpha$, $y_1 = b + \beta$, şi în general, coordonatele unui punct oarecare faţă de noul sisem devin:

$$x_1 = x + \alpha \qquad y_1 = y + \beta.$$

Reciproc, prin formulele: $x = x_1 - \alpha$, $y = y_1 - \beta$ se poate trece de la coordonatele sistemului $x_1O_1y_1$ la acelea din sistemul xOy.

Astfel, fie dreapta: $2x + 3y = 6$. Deplasînd axele prin translaţie în punctul O_1, de coordonate $(2, -1)$, am efectuat o transformare (T') aşa încît avem:

$$x_1 = x - 2, \qquad y_1 = y + 1, \qquad (T')$$

de unde: $x = x_1 + 2$, $y = y_1 - 1$. Prin această substituţie, ecuaţia dată devine:

$$2(x_1 + 2) + 3(y_1 - 1) = 6, \quad \text{sau} \quad 2x_1 + 3y_1 = 5.$$

De asemenea, parabola: $y = x^2 - 6x + 8$ devine succesiv:

$$y_1 - 1 = (x_1 + 2)^2 - 6(x_1 + 2) + 8,$$

sau:

$$y_1 = x_1^2 - 2x_1 + 1.$$

Rezolvînd sistemul:

$$2x_1 + 3y_1 = 5,$$
$$y_1 = x_1^2 - 2x_1 + 1,$$

obţinem:

$$x_1 = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{3},$$

$$y_1 = \frac{11 \pm 2\sqrt{10}}{9}.$$

În baza transformării (T'), găsim $x = \frac{8\sqrt{10}}{3}$, $y = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{3}$,

care se obțin și prin rezolvarea sistemului

$$2x + 3y = 6,$$
$$y = x^2 - 6x + 8.$$

Soluțiile (x, y) sînt coordonatele punctelor de intersecție A, B prin raport cu sistemul xOy, iar soluțiile x_1, y_1 sînt coordonatele acelorași

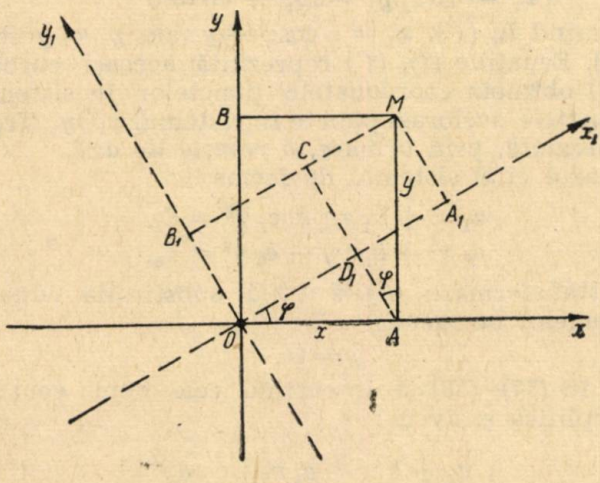


Fig. 2.

puncte, însă în sistemul $x_1O_1y_1$. Transformarea (T) reprezintă, deci o *translație* de axe.

Fie acum, punctul $M(x, y)$. Să rotim axele de coordonate în sens direct cu un unghi φ; obținem sistemul x_1Oy_1, în care coordonatele lui M sînt x_1, y_1. Să căutăm relația dintre perechile de coordonate din cele două sisteme de axe. Avem:

$x = \overline{OA}$, $y = \overline{OB}$

Ducînd $AC \perp B_1M$, avem:

$$\overline{OA_1} = \overline{B_1M} = \overline{B_1C} + \overline{CM} = \overline{OD_1} + \overline{CM} = \overline{OA}\cos\varphi + \overline{AM}\sin\varphi,$$

deci:

$$x_1 = x\cos\varphi + y\sin\varphi. \qquad (\alpha)$$

De asemenea:

$$y_1 = y\cos\varphi - x\sin\varphi. \qquad (\beta)$$

Reciproc, din (α) și (β) obținem formulele care permit transformarea inversă (în urma rotației axelor cu un unghi φ în sens retrograd):

$$x = x_1\cos\varphi - y_1\sin\varphi,$$
$$y = y_1\cos\varphi + x_1\sin\varphi.$$

Fie de exemplu, ecuaţia

$$x^2 - 4y^2 = 20. \qquad (\tau).$$

Printr-o rotaţie de 45° a axelor, coordonatele devin — în baza formulelor (α), (β):

$$x = (x_1 + y_1)\frac{\sqrt{2}}{2}, \qquad y = (y_1 - x_1)\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{(x_1 + y_1)^2}{2} - 2(y_1 - x_1)^2 = 20,$$

sau:

$$3x_1^2 - 10x_1y_1 + 3y_1^2 + 40 = 0 \qquad (\tau').$$

Invers, punînd în (τ'), $x_1 = x\cos\varphi - y\sin\varphi$, $y_1 = y\cos\varphi + x\sin\varphi$, se regăseşte (τ). Ecuaţiile (τ), (τ') reprezintă aceeaşi curbă, cu deosebirea că din (τ) obţinem coordonatele punctelor în sistemul xOy, iar din (τ'), coordonatele aceloraşi puncte în sistemul x_1Oy_1. Transformarea (R) sau (S) reprezintă, prin urmare, *o rotaţie de axe.*

VIII. In cazul cînd sistemul de forma

$$a_1x^2 + b_1xy + c_1y^2 = d_1, \qquad (37)$$

$$a_2x^2 + b_2xy + c_2y^2 = d_2, \qquad (38)$$

nu admite o transformare (S), e utilă substituţia cunoscută de la rezolvarea sistemelor omogene:

$$y = tx.$$

Inlocuind în (37), (38) şi împărţind cele două ecuaţii parte cu parte, x se simplifică şi avem:

$$\frac{a_1 + b_1t + c_1t^2}{a_2 + b_2t + c_2t^2} = \frac{d_1}{d_2},$$

care este o ecuaţie de gradul al doilea în t (cu condiţia $c_1d_2 - c_2d_1 \neq 0$). Soluţiile acestei ecuaţii sînt *numere*, cînd a, b, c, d sînt date; deci ecuaţia $y = tx$ reprezintă două drepte: $y_1 = t_1x$, $y_2 = t_2x$, ambele trecînd prin origină şi intersectînd curbele date de (37) şi (38) în cîte două puncte (distincte, confundate sau imaginare).

În sistemul:

$$3x^2 - 10xy + 3y^2 + 18 = 0, \qquad (39)$$

$$5x^2 + 6xy + 5y^2 - 208 = 0, \qquad (40)$$

să facem substituţia $y = tx$. Impărţind parte cu parte cele două ecuaţii, avem:

$$\frac{3 - 10t + 3t^2}{5 + 6t + 5t^2} = -\frac{18}{208}, \qquad (41)$$

de unde $t_1 = \frac{3}{7}$, $t_2 = \frac{7}{3}$, deci $y_1 = \frac{3x}{7}$, $y_2 = \frac{7x}{3}$. Substituind în una din ecuaţiile date găsim:

$$x_1 = \pm\frac{7\sqrt{2}}{2}; \qquad y_1 = \pm\frac{3\sqrt{2}}{2};$$

$$x_2 = \pm \frac{3\sqrt{2}}{2}; \qquad y_2 = \pm \frac{7\sqrt{2}}{2}$$

unde semnele se corespund.

Semnificaţia geometrică a acestei substituţii se vede cu uşurinţă.

Transformarea $y_1 = t_1 x$ ne dă coordonatele intersecţiilor unei drepte cu prima curbă, dată prin ecuaţia (39), cît şi cu a doua curbă. Aceste intersecţii au loc pentru aceiaşi valoare a lui t, $t = t_1$, — deci dreapta intersectează ambele curbe în aceleaşi puncte din plan, care sînt comune curbelor (39) şi (40). Substituţia $y_1 = t_1 x$ ne dă, deci, două perechi de soluţii opuse, punctele fiind simetrice faţă de origine.

Substituţia $y = t_2 x$ ne dă a doua pereche de puncte simetrice.

Dreptele $y = \frac{3x}{7}$ şi $y = \frac{7x}{3}$ au pantele inverse şi de acelaşi semn, deci dreptele sunt simetrice faţă de prima bisectoare. Urmează că această bisectoare e axa de simetrie a figurii. Punctele de intersecţie fiind simetrice şi faţă de origine, ele sînt simetrice şi faţă de perpendiculara în origine pe bisectoarea cadranului întîi, adică faţă de a doua bisectoare.

In urma unei rotatii de axe, facem să coincidă axele de coordonate cu bisectoarele printr-o transformare (R). Ecuaţiile (39), (40) devin:

$$x^2 - 4y^2 = 9$$
$$4x^2 + y^2 = 104.$$

Soluţiile acestui sistem sînt:

$$x = \pm 5 \quad , \quad y = \pm 2.$$

Intre soluţiile astfel obţinute şi soluţiile sistemului (39), (40) există relaţia dată de formulele transformării (R), unde $\varphi = 45°$.

Evident că dacă ecuaţia (41) ar fi avut rădăcini complexe, intersecţiile dreptei $y = tx$ cu cele două curbe nu coincideau şi sistemul iniţial ar fi avut el însuşi soluţii în numere complexe.

CALEIDOSCOP FIZIC

1. Dilataţia liniară a corpurilor solide. Se ştie că toate corpurile solide, lichide sau gazoase, se dilată sub acţiunea căldurii. Fiecare poate să construiască un dispozitiv cu ajutorul unei vergele de metal prin care să se demonstreze dilatarea liniară.

Se trece tija (o vergea de la perdele de exemplu) printr-un dop astfel, încît acesta să fie plasat la mijlocul tijei. Se străbate dopul cu două ace cu gămălie, astfel ca cele două ace să fie paralele cu axul dopului şi de o parte şi cealaltă a tijei; pe discul piciorului unui pahar răsturnat se va aşeza tija sprijinită pe cele două vîrfuri ale acelor cu gămălie care străbat dopul (fig. 1). S-a confecţionat astfel un fel de pîrghie de balanţă, care pentru a avea un echilibru stabil, i se coboară centrul de greutate prin ajutorul a două dopuri fixate la capetele pîrghiei, iar în dopuri înfigîndu-se cîte un număr oarecare de cuişoare, pînă ce pîrghia se echilibrează perfect.

S-a construit astfel o balanță foarte sensibilă, cele două vîrfuri de sprijin ale acelor cu gămălie reprezentînd cuțitul balanței. După ce prin cîteva balansări vă asigurați că vergeaua revine la poziția orizontală, încălziți cu o flacără de lumînare unul din brațele pîrghiei. Cu ochiul este imposibil să

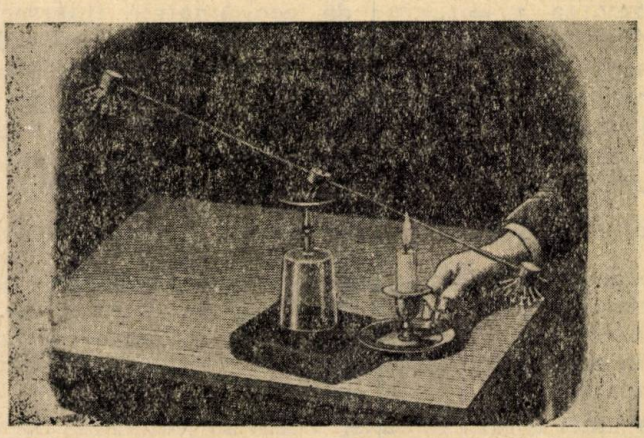


Fig. 1

se observe alungirea acestui braț, dar imediat se constată că echilibrul pîrghiei se strică, aceasta înclinîndu-se de partea brațului încălzit. Expli-

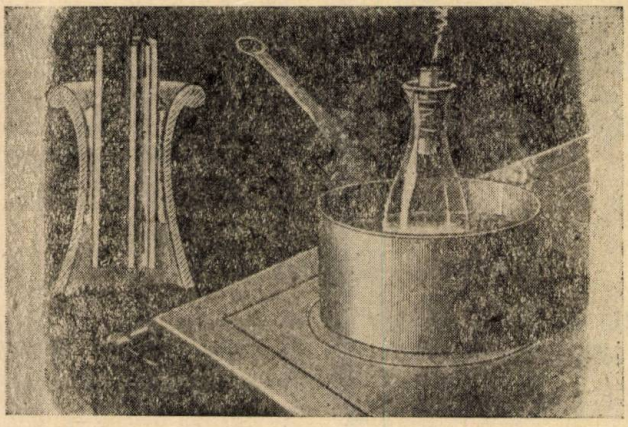


Fig. 2

cația constă în faptul că prin încălzire brațul respectiv s-a alungit și astfel, conform legii pîrghiilor echilibrul acesteia se strică.

2. **Dilatarea gazelor.** Toate corpurile se dilată prin căldură însă cele care se dilată mai mult sînt gazele. Prin experiența care va fi descrisă se va vedea cu ce forță se dilată un gaz (de exemplu aerul) cînd i se ridică temperatura. Pentru aceasta se ia o lumînare și cu ajutorul unei

undrele se găurește paralel cu fitilul (fig. 2) (T). La baza lumînării se ceruiește locul pe unde intră fitilul, iar la capătul găurii efectuate se lipește o foaie de hîrtie subțire de țigaretă (P) ; hîrtia va fi apoi muiată ușor. Se va introduce lumînarea astfel preparată în gîtul unei garafe de sticlă mai subțire, după ce mai înainte a fost înfășurată cu o bandă de tifon pentru a căpăta grosimea necesară gîtului garafei. Se va realiza apoi o închidere etanșă picurînd ceară roșie sau catran în locul dintre lumînare și sticlă, adică pe înfășurătoarea de tifon. Se aprinde lumînarea după ce mai înainte s-a înclinat fitilul spre gaura (T), așa cum se vede în figură ; se așază

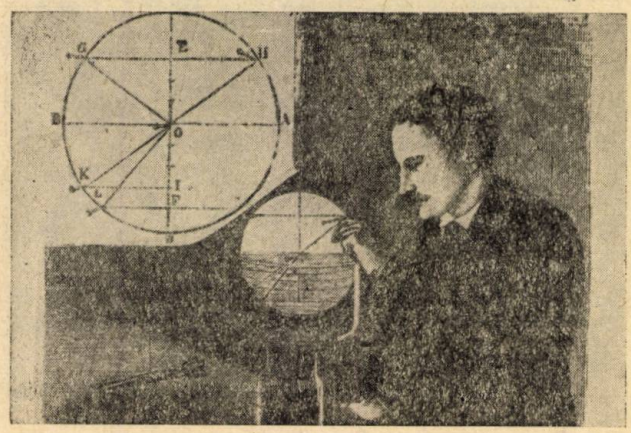


Fig. 3

garafa într-o tigaie cu apă caldă. Aerul se dilată brusc și căutînd o ieșire, sparge foița care fusese lipită peste capătul deschiderii (T) pătrunzînd prin tubul respectiv cu destulă forță pentru a stinge flacăra lumînării.

3. **Demonstrarea legilor reflexiei și refracției.** Legile fundamentale ale reflexiei și ale refracției se studiază în laboratoarele de fizică folosindu-se instrumente costisitoare și delicate ; iată cum puteți să le verificați cu un dispozitiv mult mai simplu : un disc de carton în care sînt înfipte trei ace cu gămălie (fig. 3). Discul va avea raza de 0,06 m ; se trasează diametrele perpendiculare BA și CD. Se ia o lungime arbitrară, de exemplu 0,012 m și se suprapune de trei ori pe OC și de patru ori pe OD. Prin punctele E și F astfel determinate se duce GH și LI, paralele cu AB. Se trasează razele HO și OL. Se înfig cele trei ace cu gămălie cît mai aproape de marginea discului, perpendiculare în punctele G, H și L. Iată dispozitivul construit. Se ține cercul vertical într-o cuvetă sau într-o găleată de apă, astfel ca diametrul orizontal BA să se confunde cu nivelul lichidului. (Dacă voim să vadă și alții această experiență se va folosi un vas transparent).

Se plasează ochiul pe prelungirea liniei OH și se constată că acul înfipt în H maschează imaginea celorlalte două ace înfipte în G și L.

Iată într-adevăr ce se petrece :

Din cauza *reflexiei* pe suprafața lichidului imaginea acului înfipt în G se află în punctul K pe prelungirea razei reflectate OH, ceea ce ne demon-

strează că unghiul de reflexie *HOC* este egal cu unghiul de incidentă *GOC*, pentru că unghiurile *GOC* și *KOD* sînt egale prin construcție, iar unghiurile *KOD* și *HOC* sînt egale ca opuse la vîrf.

În al doilea rînd, *refracția* ne arată că același punct *K* este imaginea acului înfipt în *L*, iar distanța de la *K* la nivelul apei este $^3/_4$ din distanța punctului *L* la acest nivel, distanță care este egală cu *OF*, ceea ce demonstrează că indicile de refracție al apei este egal cu $^3/_4$.

Iată cum, datorită legilor reflexiei și refracției, imaginile acelor înfipte

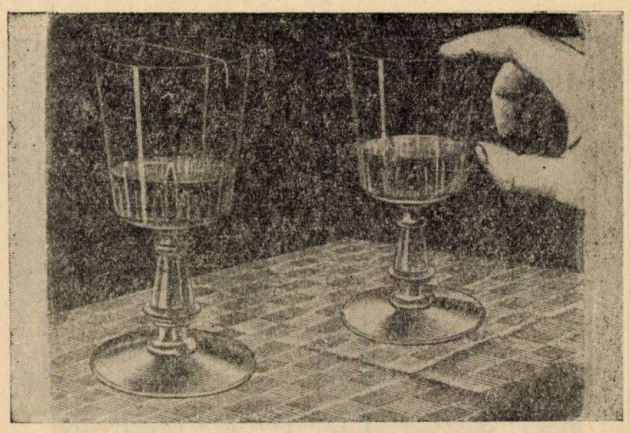


Fig. 4

în *G* și *L* se confundă în același punct *K*, mascat pentru ochiul observatorului de acul înfipt în H.

4. **Rezonanță.** Se așază pe masă două pahare de cristal identice, umplute cu apă pînă la un sfert din înălțimea lor; ele vor fi așezate la oarecare distanță unul de altul (fig. 4. Se va turna puțină apă, fie în unul, fie în celălalt, pînă cînd vor da același sunet, dacă sînt lovite cu lama unui cuțit, adică trebuie să fie acordate și unul și altul la unison. Se va așeza acum peste primul pahar o sîrmă de fier foarte ușoară, recurbată la cele două extremități. Se face să sune cel de al doilea pahar frecînd marginea lui cu degetul umezit.

Vibrațiile acestui de al doilea pahar se transmit imediat la celălalt și avem proba acestui lucru observînd trepidațiile sîrmei așezate pe primul pahar. Este ca și cum la muzica produsă de cel de al doilea pahar prin frecarea marginei lui cu degetul se provoacă jocul sîrmei de pe primul pahar.

5. **Pendulul conic.** Dacă depărtăm un pendul din poziția sa verticală și îi dăm apoi drumul, el va executa o serie de oscilații trecînd întotdeauna prin această poziție. Însă, dacă în loc să-i dăm drumul îi vom imprima o viteză laterală astfel, încît să nu mai treacă prin poziția verticală, el va descrie o elipsă mai mult sau mai puțin turtită, și această elipsă se va roti ea însăși încet în jurul centrului său în aceiași direcție în care ea este parcursă de către greutatea respectivă. Teoria acestui fenomen este foarte complicată pentru a putea fi expusă aici, însă fiecare va putea

să facă, cu mijloace foarte simple, ce vor fi indicate, demonstrarea ei experimentală. Iată cum vom putea fixa, pentru a studia comod, urma acestei mișcări a pendulului conic.

Atîrnăm o carte destul de grea de un fir rezistent care la celălalt capăt este fixat de cheia unui sertar de la un dulap, sertarul fiind întredeschis deasupra mesei (fig. 5). Am realizat astfel pendulul conic.

Un sistem articulat compus din două tije de pai *AC* și *BD* reunite în formă de *T* printr-un ac cu gămălie în punctul *C*, formează aparatul de

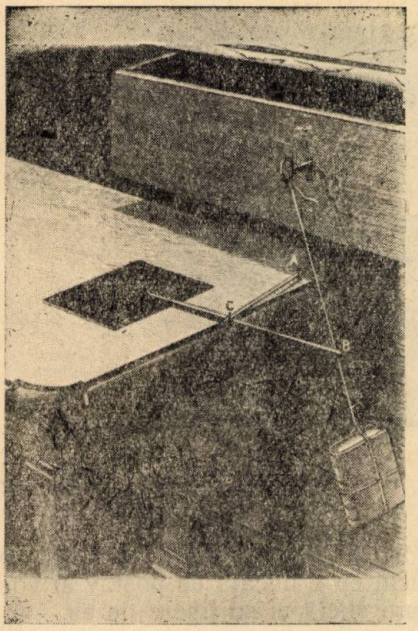


Fig. 5

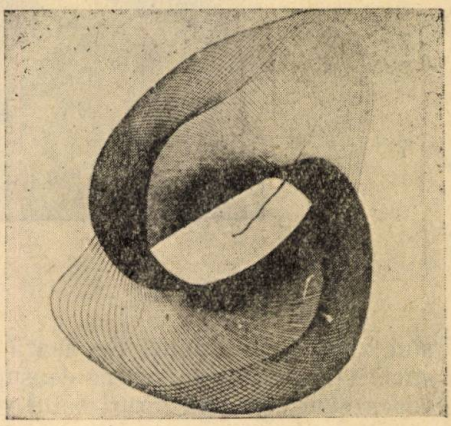


Fig. 5 a

înregistrare. Pentru ca sistemul să fie cît mai ușor despicați paiele în două părți în toată lungimea lor și nu întrebuințați decît una din aceste jumătăți; piesele cu secțiunea semi-circulară astfel obținute vor fi încă destul de rezistente. Extremitatea *A* a unuia din paie este fixată la masă cu ajutorul unui ac cu gămălie. Cît despre paiul *BD* el este despicat puțin în *B* pentru a lăsa să treacă firul, apoi despicătura este închisă cu ajutorul unei picături de ceară. În *D* paiul este străpuns de un ac fin al cărui vîrf se reazimă pe o placă de sticlă acoperită cu negru de fum, așezate pe masă. Faceți să se rotească acum cartea astfel, încît firul să descrie un con al cărui vîrf să fie cheia, și se va obține o serie de urme sau diagrame foarte curioase, (fig. 5 a) și care ne arată, la o scară redusă, drumul parcurs, la fiecare oscilație de către pendul.

6. **Atracția și respingerea electrică.** Puneți două cărți groase pe o masă, la oarecare distanță una de alta. Se așază pe aceste cărți o placă de sticlă care se va sprijini pe ele prin două din marginile sale opuse. Sub

placă se așază pe masă corpuri ușoare: mici bucăți de plută sau de hîrtie, măduvă de soc etc.

Dacă se freacă acum sticla cu o bucată de postav, bine uscată la foc, sticla se va electriza și vom vedea toate aceste obiecte săltînd pe masă, unele ajung la sticlă apoi cad iarăși pe masă și așa mereu cît timp menținem sticla electrizată.

O variantă a acestei experiențe poate constitui un joc distractiv.

Pentru aceasta se vor tăia din măduvă de soc trei cuburi mici de aceiași mărime; se vor înscrie cu cerneală neagră pe fiecare față puncte așa cum

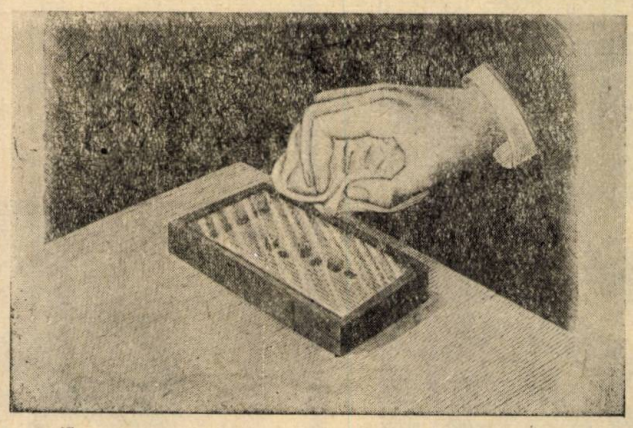


Fig. 6

sînt zarurile obișnuite. Se așază aceste zaruri într-o cutie cu capac de sticlă (fig. 6). Se freacă pe deasupra capacul cu o bucată de postav și vom vedea cum cele trei zaruri saltă venind spre sticlă și se lipesc de ea.

Dacă unul din cei prezenți la experiență este pus să adune punctele marcate de pe fețele zarurilor lipite de geam el va putea să constate după cîteva secunde că deși cutia nu a fost atinsă de nimeni, o nouă adunare dă altă sumă. Astfel dacă la prima adunare fețele lipite de geam prezentau de exemplu marcajul 6, 4, 2 deci suma de 12, la o nouă adunare efectuată după cîteva secunde fețele lipite de geam prezintă un alt marcaj, de exemplu 1, 3, 4 deci suma 8. Și totuși zarurile sînt mereu lipite de capacul de sticlă și nimeni nu a atins cutia. Un moment după aceasta o nouă situație se va prezenta, fețele vor prezenta alte marcaje, deci altă sumă și aceasta continuă astfel un timp destul de lung. Care este explicația? Fața cubului în contact cu sticla pierde puțin cîte puțin aderența sa; ea se detașează, însă cubul rămîne un moment unit de sticlă prin muchea sa; atunci fața vecină este puternic atrasă de sticla electrizată, și cubul, oscilînd în jurul acestei muchii se va lipi de sticlă prin această față. De aici schimbul amuzant al marcajului de puncte, care după cum se vede nu prezintă nimic misterios.

A. M.

GENERALIZAREA PROBLEMEI 2447

În nr. 3/1958 al G.M.F. — B a apărut soluția problemei 2447. Dăm mai jos o generalizare a acestei probleme.

Fie D un punct arbitrar pe latura BC a unui triunghi ABC, astfel ca $\frac{BD}{DC} = k$. *Există relația:*

$AB^2 \pm k\ AC^2 = (k \pm 1)\ (AD^2 \pm BD.\ DC)$, ($\pm$ *după cum O este pe BC sau pe prelungirea ei).*

Soluție. În virtutea relației lui Stewart avem:

$$AB^2 \cdot DC + AC^2 \cdot BD = AD^2 \cdot BC + BD \cdot DC \cdot BC,$$

de unde:

$$AB^2 \cdot \frac{DC}{BC} + AC^2 \cdot \frac{BD}{BC} = AD^2 + BD \cdot DC.$$

Însă:

$$\frac{DC}{BC} = \frac{1}{k+1} \text{ și } \frac{BD}{BC} = \frac{k}{k+1}.$$

Așadar:

$$AB^2 \cdot \frac{1}{k+1} + AC^2 \cdot \frac{k}{k+1} = AD^2 + BD \cdot DC;$$

$$AB^2 + k \cdot AC^2 = (k+1)\ (AD^2 + BD \cdot DC) \qquad (1)$$

Cînd punctul O este pe prelungirea laturii BC, *avem:*

$$AD^2 \cdot BC + AC^2 \cdot BD - AB^2 \cdot DC = BD \cdot BC \cdot DC,$$

de unde scoatem:

$$AB^2 \cdot \frac{DC}{BC} - AC^2 \cdot \frac{BD}{BC} = AD^2 - BD \cdot CD$$

și introducînd:

$$\frac{DC}{BC} = \frac{1}{k-1};\ \frac{BD}{BC} = \frac{k}{k-1},$$

obținem:

$$AB^2 - k \cdot AC^2 = (k-1)\ (AD^2 - BD \cdot DC). \qquad (2)$$

Deci, asociind (1) cu (2), pentru cazul general avem:

$$AB^2 \pm k.\ AC^2 = (k \pm 1)\ (AD^2 \pm BD \cdot DC)$$

Cazuri particulare:

1. Dacă avem $k = 1$ ($BD = DC$), relația (1) se reduce la teorema medianei:

$$AD^2 = \frac{AB^2 + AC^2}{2} - \frac{BC^2}{4}.$$

2. Dacă avem $k = \frac{AB}{AC}$, adică AD este bisectoarea interioară sau exterioară a vîrfului A rezultă din (1) și respectiv (2):

$AD^2 + BD \cdot DC = AB \cdot AC$ (problema 2447)
$AD^2 - AC \cdot DC = AB \cdot AC$.

Rădulescu G. Mircea, elev, Constanța

PROBLEME REZOLVATE

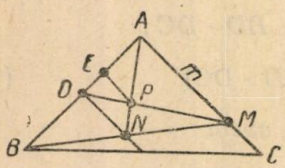
Problema 2814

Se consideră un triunghi dreptunghic isoscel ABC ($A = 90°$) a cărui ipotenuză variază păstrîndu-și aceiași înclinare față de cele două catete. Pe AC se ia $AM = m$. Se unește M cu mijlocul D al catetei AB, iar paralela dusă din D la AC taie segmentul BM în punctul N. Să se afle locul punctului P de intersecție a dreptelor DM și AN.

Radu Ionescu, student București

Soluție dată de *Paul Popescu* student București. — Cum AN și MD sînt mediane în triunghiul ABM, rezultă:

$$\frac{DP}{DM} = \frac{PE}{AM} = \frac{1}{3};$$ unde E este proiecția lui P pe cateta AB.



Deci $PE = \frac{m}{3}$, adică locul geometric al lui P este o paralelă la AB la distanța $\frac{m}{3}$.

Problema 2819

Știind că x_1 și x_2 sînt rădăcinile ecuației $2a(x^2 - a^2 - b^2) + (b^2 + \lambda^2)(x + a) = 0$, să se studieze variația raportului

$$U = \frac{a - x_1}{a - x_2},$$

cînd a și b sînt constante, iar λ variază de la zero la infinit.

Gh. Buicliu

Soluție.— Ecuația dată se scrie:

$$2ax^2 + (\lambda^2 + b^2)x - 2a^3 - ab^2 + a\lambda^2 = 0,$$

așa că scoțîndu-i rădăcinile avem:

$$U = \frac{4a^2 + b^2 + \lambda^2 - \sqrt{(b^2 + \lambda^2)^2 + 8a^2(2a^2 + b^2 - \lambda^2)}}{4a^2 + b^2 + \lambda^2 + \sqrt{(b^2 + \lambda^2)^2 + 8a^2(2a^2 + b^2 - \lambda^2)}},$$

unde am luat x rădăcina care are semnul plus înaintea radicalului.

Rezultă :

$$U = \frac{\alpha - \sqrt{\beta}}{\alpha + \sqrt{\beta}} = \frac{1 - z}{1 + z} \text{ cu } z = \frac{\sqrt{\beta}}{\alpha}$$

sau

$$U = \frac{-1 - z}{1 + z} + \frac{2}{1 + z} = -1 + \frac{2}{1 + z}.$$

Deci, U variază în sens contrar cu z. Este suficient să studiem variaţia lui $\frac{\sqrt{\beta}}{\alpha}$ sau $\frac{\beta}{\alpha^2}$, căci α este pozitiv oricare ar fi λ. Avem însă,

$$\frac{\beta}{\alpha^2} = 1 - \frac{16\, a^2 \lambda^2}{(4a^2 + b^2 + \lambda^2)^2}$$

Această funcţie variază în sens contrar cu $\frac{\lambda}{4\, a^2 + b^2 + \lambda^2}$ sau λ fiind pozitiv, de acelaşi semn cu suma $\frac{4\, a^2 + b^2}{\lambda} + \lambda$, ale cărei părţi au produsul constant. Suma este minimă cînd

$$\lambda^2 = 4\, a^2 + b^2,$$

deci U este maxim pentru $\lambda = \sqrt{4\, a^2 + b^2}$; dar pentru această valoare avem:

$$z = \frac{b}{\sqrt{4\, a^2 + b^2}} \text{ şi valoarea maximă } U_{max} = \frac{\sqrt{4\, a^2 + b^2} - b}{\sqrt{4\, a^2 + b^2} + b}.$$

Funcţia U este continuă pentru toate valorile lui λ şi se anulează pentru $m = 0$. Ea devine zero pentru $\lambda = \infty$ aşa că se poate face următorul tabel al variaţiei :

λ	0	creşte	$\sqrt{4a^2 + b^2}$	creşte $+\infty$
U	0	creşte	$max = U_{max}$	creşte 0

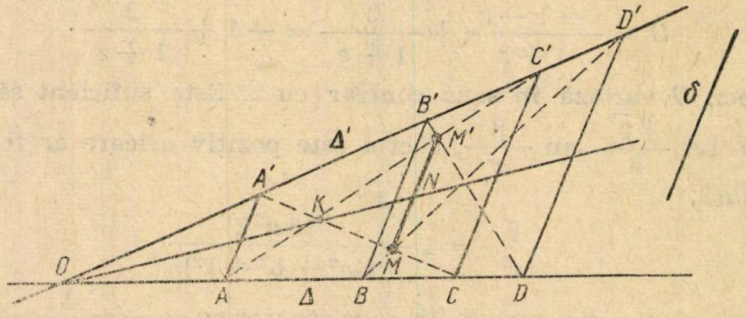
Problema 2820

Fiind date în plan dreptele Δ şi Δ' şi o direcţia δ, considerăm 4 drepte mobile AA', BB', CC', DD' paralele cu direcţia δ care taie dreptele Δ şi Δ' respectiv în punctele A, B, C, D şi A', B', C', D'. Dreptele $A'C$ şi AC' taie respectiv dreptele BD' şi $B'D$ în punctele M şi M'. Să se găsească locul punctului M, cînd coincide cu M'.

Fl. Nedelcu

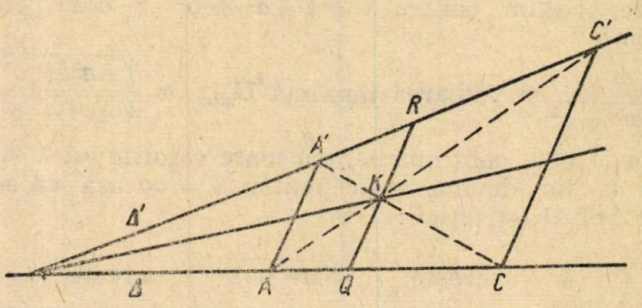
Soluţie.— Cazul cînd Δ şi Δ' sînt concurente în O.— În trapezul $ACC'A'$ notăm cu K intersecţia diagonalelor $A'C$ şi AC' (fig. 1 şi 2) şi ducem prin K o paralelă la baza care întîlneşte dreptele Δ şi Δ' respectiv în Q şi R.

Triunghiurile ACC' și $A'CC'$ sînt echivalente avînd aceleași baze și înălțimi, deci segmentele $\overline{QK}$ și $\overline{KR}$ sînt egale ca fiind la aceiași distanță de baza CC'; iar dreapta OK va fi mediatoarea tuturor seg-



mentelor paralele cu δ și cuprinse în dreptele Δ și Δ', căci K este mijlocul lui QR.

M fiind intersecția dreptelor $A'C$ și BD', prin M ducînd o



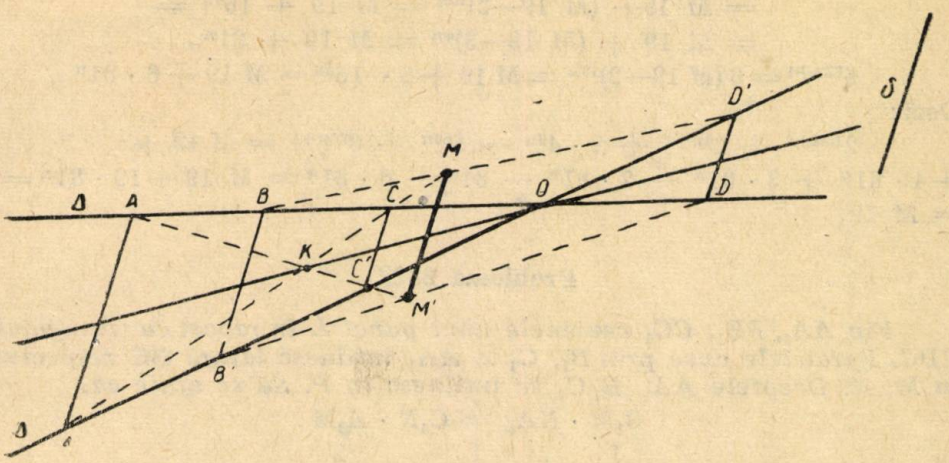
paralelă cu AA', ea va întîlni OK în N și AC' în M' în așa fel ca $\overline{NM} = \overline{NM'}$. Tot astfel MN fiind paralelă și la DD' întîlnește pe $B'D$ tot la distanță egală cu MN deci tot în M'.

Deci, segmentul $\overline{MM'}$ este paralel cu δ și mijlocul lui este pe dreapta OK mediatoarea segmentelor paralele cu δ.

Avînd $\overline{MN} = \overline{NM'}$, cînd M coincide cu M', el se va găsi pe această mediatoare OK a segmentelor paralele cu δ și cuprinse între dreptele Δ și Δ'. În cazul cînd punctele A, B, C, D se găsesc de o parte și de alta a punctului O, demonstrația rămîne aceiași urmărind fig. 3.

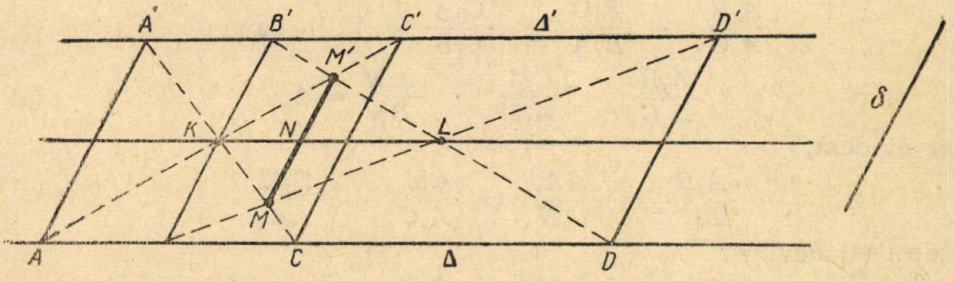
Cazul cînd dreptele Δ și Δ' sînt paralele.— Diagonalele paralelogramelor $AA'C'C$ și $BB'D'D$ se taie în K și L care sînt mijloacele diagonalelor (fig. 4). De altfel, dreapta KL este mediatoarea coardelor $\overline{AA'}$, $\overline{BB'}$, $\overline{CC'}$ și $\overline{DD'}$ care au direcția δ.

Prin punctul M intersecţia dreptelor $A'C$ şi BD' ducînd paralelă la AA' ea va întîlni pe KL şi AC' respectiv N şi M', astfel că



$\overline{MN} = \overline{NM'}$. Tot astfel MN fiind paralelă şi la DD' întîlneşte pe $B'D$ tot la distanţă egală cu $\overline{MN}$, deci tot în M'.

Deci segmentul $\overline{MM'}$ este paralel cu δ şi mijlocul lui este pe dreapta KL mediatoarea segmentelor paralele cu δ. Avînd $\overline{MN} = \overline{NM'}$



cînd M coincide cu M' el se va gasi pe această mediatoare KL a segmentelor paralele cu δ şi cuprinse între dreptele Δ şi Δ' ca şi în cazul precedent.

Problema 2821

Să se arate că $2^{16n+2} + 3^{4n+1} + 7 \cdot 4^{8n} - 5^{64n} + 6^{32n+1}$ se divide cu 19.

C. N. Tudor, student Bucureşti

Soluţie. — Avem succesiv:

$$2^{16n+2} = 4 \cdot 16^{4n} = 4\,(M\ 19 - 3)^{4n} = M\ 19 + 4 \cdot 81^n$$

$$3^{4n+1} = 3 \cdot 81^n$$

$$7 \cdot 4^{8n} = 7 \cdot 256^{2n} = 7\,(M\ 19 + 9)^{2n} = M\ 19 + 7 \cdot 81^n$$

$$5^{64n} = 25^{32n} = (M\ 19 + 6)^{32n} = M\ 19 + 36^{16n} =$$
$$= M\ 19 + (M\ 19 - 2)^{16n} = M\ 19 + 16^{4n} =$$
$$= M\ 19 + (M\ 19 - 3)^{4n} = M\ 19 + 81^n.$$

$$6^{32n+1} = 6\,(M\ 19 - 2)^{16n} = M\ 19 + 6 \cdot 16^{4n} = M\ 19 + 6 \cdot 81^n.$$

Deci:

$$2^{16n+2} + 2^{4n+1} + 7 \cdot 4^{8n} - 5^{64n} + 6^{32n+1} = M\ 19 +$$
$$+ 4 \cdot 81^n + 3 \cdot 81^n - 7 \cdot 81^n - 81^n + 6 \cdot 81^n = M\ 19 + 19 \cdot 81^n =$$
$$= M\ 19.$$

Problema 2822

Fie AA_1, BB_1, CC_1 cevienele unui punct L în raport cu triunghiul ABC. Paralelele duse prin B_1, C_1 la AA_1 întîlnesc latura BC respectiv în M, N. Dreptele AA_1, B_1C_1 se întîlnesc în P. Să se arate că:

$$B_1M \cdot NA_1 = C_1N \cdot A_1M$$

$$\frac{1}{B_1M} + \frac{1}{C_1N} = \frac{2}{PA_1}$$

(vezi GMF-B, problemele 1719 și 2242 și C. d. p. geometrie de *G. Țițeica*, nr. 525).

* * *

Soluție. — Conform teoremei lui Ceva, neținînd seama de semne, avem:

$$\frac{A_1B}{A_1C} \cdot \frac{B_1C}{B_1A} \cdot \frac{C_1A}{C_1B} = 1 \qquad \text{sau}$$

$$\frac{A_1B}{A_1C} \cdot \frac{CM}{A_1M} \cdot \frac{A_1N}{BN} = 1. \tag{1}$$

Dar evident,

$$\frac{A_1B}{BN} = \frac{AA_1}{C_1N} \quad \text{și} \quad \frac{CM}{A_1C} = \frac{B_1M}{AA_1}$$

și deci (1) devine:

$$\frac{AA_1}{C_1N} \cdot \frac{B_1M}{AA_1} \cdot \frac{A_1N}{A_1M} = 1, \text{ adică}$$

$$B_1M \cdot NA_1 = C_1N \cdot A_1M.$$

Se știe că în trapezul C_1NMB_1 avem:

$$PA_1 = \frac{NA_1 \cdot B_1M + C_1N \cdot A_1M}{NA_1 + MA_1}$$

(v. G.M.F.-B, 1956, pag. 146, rez. probl. 1595).

Dar ținînd seamă de relația (2) rezultă:

$$\frac{2}{PA_1} = \frac{NA_1}{NA_1 \cdot B_1M} + \frac{MM_1}{C_1N \cdot A_1M}, \text{ adică}$$

$$\frac{1}{B_1M} + \frac{1}{C_1N} = \frac{2}{PA_1}.$$

Observare, In cazul cînd cevienele sînt înălțimi obținem problemele 1719 și 2242.

Problema 2824

Să se determine numeric laturile triunghiului în care există relația

$$rr_1r_2 + rr_1r_3 + rr_2r_3 + r_1r_2r_3 = rr_1r_2r_3$$

unde r este raza cercului înscris, iar r_1, r_2, r_3 razele cercurilor exînscrise; r_1, r_2, r_3 și r fiind numere intregi diferite, pare.

L. Mănescu

Soluția autorului.— Împărțind relația dată cu produsul: $rr_1r_2r_3$ obținem:

$$\frac{1}{r} + \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} = 1.$$

Dar știm că $\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} = \frac{1}{r}$. Înlocuind avem:

$$\frac{1}{r} + \frac{1}{r} = 1 \text{ , sau } \frac{2}{r} = 1 \text{ , deci } r = 2.$$

Așa dar:

$$\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} = \frac{1}{2}.$$

Urmează să determinăm pe r_1, r_2, r_3 socotindu-se numere întregi pare, diferite. Pentru aceasta notăm: $r_1 = 2\alpha$; $r_2 = 2\beta$; $r_3 = 2\gamma$ și obținem:

$$\frac{1}{2\alpha} + \frac{1}{2\beta} + \frac{1}{2\gamma} = \frac{1}{2} \text{ sau } \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\gamma} = 1$$

α, β, γ fiind numere întregi. Se observă că există soluția unică $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = 1$, deci $\alpha = 2$; $\beta = 3$; $\gamma = 6$. Urmează că $r_1 = 4$, $r_2 = 6$ și $r_3 = 12$.

Mai putem scrie: $S = \sqrt{2.4.6.12} = 24$; $p = \frac{S}{r} = \frac{24}{2} = 12$.

$$r_1 = \frac{S}{p-a}; \quad r_2 = \frac{S}{p-b}; \quad r_3 = \frac{S}{p-c};$$

$$r_1 = \frac{24}{12-a}; \quad r_2 = \frac{24}{12-b}; \quad r_3 = \frac{24}{12-c};$$

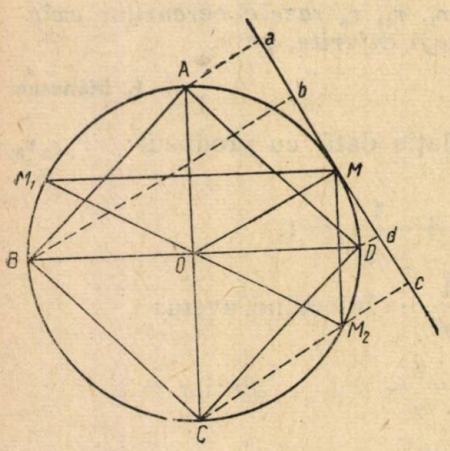
$$4 = \frac{24}{12-a}, \text{ deci } a = 6.$$

La fel se determină $b = 8$ și $c = 10$, deci triunghiul este dreptunghic.

Problema 2826

Fie ABCD un patrat înscris în cercul O şi fie a. b, c, d proiecţiile vîrfurilor sale pe o tangentă la cercul O într-un punct oarecare M al acestuia. Să se arate că $\overline{ac}^2 + \overline{bd}^2 = \text{constant}$.

Theodor Gh. Cocea



Soluţia I. Perpendiculara dusă prin M (punctul de contact al tangentei variabile cu cercul (O) pe AC intersectează cercul O în punctul M_1 iar perpendiculara dusă prin acelaşi punct pe BD intersectează cercul în punctul M_2 care este diametral opus lui M_1. Folosim teorema: proiecţia unui diametru AB al cercului O pe tangenta dusă dintr-un punct M al cercului este egală cu lungimea coardei dusă prin M perpendicular pe diametrul AB. (A se vedea GMF-B nr. 11/956).

Conform acestei teoreme $\overline{ac} = \overline{MM_1}$ şi $\overline{bd} = \overline{MM_2}$. Însă

$$\overline{MM_1}^2 + \overline{MM_2}^2 = \overline{M_1M_2}^2 = 4\,\overline{R}^2$$

Deci şi $\overline{ac}^2 + \overline{bd}^2 = 4\,\overline{R}^2 = \text{constant}$.

Soluţia II dată de *N. Teodorescu*, student Bucureşti. Relaţia este adevărată şi cînd dreapta pe care se proiectează vîrfurile nu este tangentă cercului.

Fie α unghiul pe care-l formează dreapta dată cu BD.

Avem: $\overline{bd} = BD \cos \alpha$.

La fel, $\overline{ac} = AC \sin \alpha = BD \sin \alpha$.

Rezultă $\overline{ac}^2 + \overline{bd}^2 = BD^2 (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) =$ constant.

Problema 2827

Să se arate că expresia: $\sin^8 x - \cos^8 x + 4 \cos^6 x - 6 \cos^4 x + 4 \cos^2 x$ *este independentă de* x.

Simon St. Petre

Soluţie.— Notînd cu E expresia dată, avem succesiv:

$$E = (\sin^2 x + \cos^2 x)(\sin^2 x - \cos^2 x)(\sin^4 x + \cos^4 x) + 4 \cos^6 x - 6 \cos^4 x + 4 \cos^2 x =$$
$$= \sin^6 x + \cos^2 x (1 - \sin^4 x) + 3 \cos^6 x - \cos^4 x (1 - \sin^2 x) - 5 \cos^4 x + 3 \cos^2 x =$$
$$= \sin^6 x + \cos^4 x (1 + \sin^2 x) + 3 \cos^6 x - \cos^6 x - 5 \cos^4 x + 3 \cos^2 x =$$
$$= \sin^6 x + \cos^4 x \sin^2 x - 2 \cos^6 x - 4 \cos^4 x + 3 \cos^2 x =$$
$$= \sin^6 x - \cos^4 x (1 - \sin^2 x) + 2 \cos^6 x - 3 \cos^4 x + 3 \cos^2 x =$$
$$= \sin^6 x - \cos^6 x + 2 \cos^6 x - 3 \cos^4 x + 3 \cos^2 x =$$

$$= \sin^6 x + \cos^6 x + 3\cos^2 x\,(1 - \cos^2 x) =$$
$$= \sin^6 x + \cos^6 x + 3\cos^2 x \sin^2 x =$$
$$= \sin^6 x + \cos^6 x + 3\sin^2 x \cos^2 x\,(\sin^2 x + \cos^2 x) =$$
$$= (\sin^2 x + \cos^2 x)^3 = 1.$$

Problema 2830

Ce relaţie există între laturile triunghiului ABC, dacă

$$\sin\frac{A}{2}\cos\frac{B}{2}\cos\frac{C}{2} = \cos\frac{B-C}{2}\sin\frac{A-C}{2}\sin\frac{A-B}{2}$$

Eugen Onofraş, Huşi

Soluţie. — $\cos\frac{B}{2}\cos\frac{C}{2}\sin\frac{A}{2} =$

$$\frac{1}{2}\cos\frac{B}{2}\left[\sin\frac{A+C}{2} + \sin\frac{A-C}{2}\right] =$$

$$\frac{1}{2}\sin\frac{A+C}{2}\left[\sin\frac{A+C}{2} + \sin\frac{A-C}{2}\right] = \frac{1}{2}\sin^2\frac{A+C}{2} +$$

$$+\frac{1}{2}\sin\frac{A+C}{2}\sin\frac{A-C}{2} = \frac{1}{4}\left[1 - \cos(A+C)\right] +$$

$$+\frac{1}{4}\left[\cos C - \cos A\right] = \frac{1}{4}\left[1 - \cos A + \cos B + \cos C\right]$$

Analog procedăm şi cu partea a doua a egalităţii din enunţ:

$$\cos\frac{B-C}{2}\sin\frac{A-C}{2}\sin\frac{A-B}{2} =$$

$$\frac{1}{2}\cos\frac{B-C}{2}\left[\cos\frac{B-C}{2} - \cos\frac{2A-B-C}{2}\right] =$$

$$\frac{1}{4}\left[1 + \cos(B-C)\right] - \frac{1}{2}\cos\frac{B-C}{2}\cos\frac{2A-B-C}{2} =$$

$$= \frac{1}{4}\left[1 + \cos(B-C) - \cos(A-C) - \cos(A-B)\right].$$

Egalînd rezultatele obţinute putem scrie

$$-\cos A + \cos B + \cos C = \cos(B-C) - \cos(A-C) - \cos(A-B),$$

sau

$$\cos A + \cos(B-C) = [\cos B + \cos(A-C)] + [\cos C + \cos(A-B)]$$

sau, transformînd în produse sumele din paranteze şi din membrul întîi,

$$\cos\frac{A+B-C}{2}\cdot\cos\frac{A+C-B}{2} = \cos\frac{A+B-C}{2}\cos\frac{B+C-A}{2} +$$

$$+\cos\frac{B+C-A}{2}\cos\frac{A+C-B}{2}$$

şi ţinînd seamă de $A+B+C = \pi$, putem scrie:

$$\sin C \sin B = \sin C \sin A + \sin A \sin B.$$

Cum însă sin A, sin B, sin C sînt proporţionale cu laturile a, b, c, rezultă:

$$bc = ac + ab \qquad \text{sau} \quad \frac{1}{a} = \frac{1}{b} + \frac{1}{c},$$

adică jumătatea celei mai mici laturi a triunghiului este media armonică a celorlalte laturi ale triunghiului.

Problema 2833

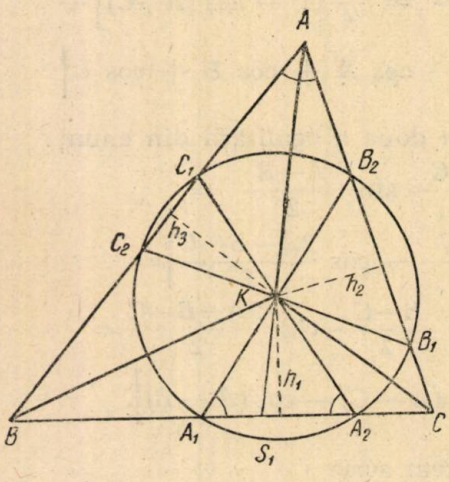
Fie K punctul de intersecţie al simedianelor în triunghiul ABC. Să se calculeze AK, BK, CK în funcţie de a, b, c.

Nicolae St. Alexandru, student

Soluţie. — Mai întîi calculăm raza celui de-al II-lea cerc al lui Lemoine (v.G.M.F.-B anul VI, mai 1955, p.222).

Aceasta intersectează laturile BC, CA, AB în 6 puncte: A_1, A_2, B_1, B_2, C_1, C_2. Fie R_1 raza cercului.

In triunghiul KA_1A_2 avem: $KA_1 = R_1 = \dfrac{h_1}{\sin A_1} = \dfrac{h_1}{\sin A}$.



Analog în triunghiurile isoscele KB_1B_2, KC_1C_2 avem respectiv:

$R_1 = \dfrac{h_2}{\sin B}$ şi $R_1 = \dfrac{h_3}{\sin C}$, deci:

$$R_1 = \frac{h_1}{\sin A} = \frac{h_2}{\sin B} = \frac{h_3}{\sin C}, \quad (1)$$

unde cu h_1, h, h_3 am notat respectiv, înălţimile triunghiurilor KA_1A_2, KB_1B_2, KC_1C_2. Relaţia (1) se mai poate scrie:

$$\frac{h_1}{a} = \frac{h_2}{b} = \frac{h_3}{c} = \frac{ah_1 + bh_2 + ch_3}{a^2 + b^2 + c^2} =$$

$$= \frac{2S_{KBC} + 2S_{KCA} + 2S_{KAB}}{a^2 + b^2 + c^2} = \frac{2S_{ABC}}{a^2 + b^2 + c^2} \text{ şi deci}$$

$$h_1 = \frac{2aS}{a^2 + b^2 + c^2}$$

iar $R_1 = \dfrac{h_1}{\sin A} = \dfrac{2aS}{a^2 + b^2 + c^2} \cdot \dfrac{1}{\sin A} = \dfrac{a^2 + b^2 + c^2}{abc}$.

Din asemănarea triunghiurilor AB_1C_2 şi ABC avem:

$$\frac{AC_2}{b} = \frac{AB_1}{c} = \frac{C_2B_1}{a}; \qquad \text{dar } B_1C_2 = 2R_1, \text{ deci:}$$

$$AC_2 = \frac{b}{a} \cdot \frac{2abc}{a^2 + b^2 + c^2} = \frac{2b^2c}{a^2 + b^2 + c^2} \text{ şi } AB_1 = \frac{2c^2b}{a^2 + b^2 + c^2}.$$

Aplicînd acum, teorema medianei în triunghiul AB_1C_2 avem:

$$AK^2 = \frac{AC_1^2 + AB_1^2}{2} - \frac{B_1C_2^2}{4},$$

înlocuind pe AC_2, AB_1, B_1C_2 cu valorile găsite, obţinem:

$$AK^2 = 2\,\frac{b^2c^2(b^2+c^2)}{(a^2+b^2+c^2)^2} - \frac{a^2b^2c^2}{(a+b^2+c^2)^2} = \frac{b^2c^2(2b^2+2c^2-a^2)}{(a^2+b^2+c^2)^2}$$

$$\text{sau } AK = \frac{bc}{a^2+b^2+c^2}\sqrt{2b^2+2c^2-a^2} = \frac{2bc}{a^2+b^2+c^2}\,AM,$$

prin permutări circulare obţinem:

$$BK = \frac{ca}{a^2+b^2+c^2}\sqrt{2c^2+2a^2-b^2} = \frac{2ca}{a^2+b^2+c^2}\,BM$$

$$CK = \frac{ab}{a^2+b^2+c^2}\sqrt{2a^2+2b^2-c^2} = \frac{2ab}{a^2+b^2-c^2}\,CP$$

unde AM, BN, CP sînt medianele triunghiului ABC.

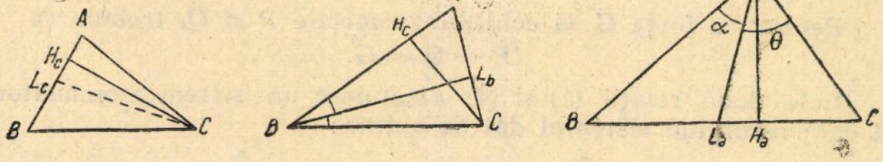
Problema 2837

Să se construiască triunghiul ABC cunoscînd: 1° a, h_c, l_c; 2° a, h_c, l_b; 3° a, h_a, l_a. Discuţie.

S-a notat cu l_a, l_b, l_c lungimile celor trei bisectoare. (Se poate consulta „cap. XII din Probleme de construcţii geometrice cu rigla şi compasul).

Gh. Buicliu

Soluţie 1° Se dau a, h_c, l_c (sau h_b, l_b). Se construieşte triunghiul dreptunghic BH_cC şi se taie BH_c în L_c cu cercul $C(l_2)$ apoi se ia



intersecţia A între BL_c şi simetrica lui BC faţă de CL_c. Sau: se iau intersecţiile lui L_cH_c (după ce s-a construit triunghiul dreptunghic CH_cL) cu cercul $C(a)$ şi cu simetrica lui CB faţă de CL.

Notă. Construcţia cere o metodă specială cînd H_cL_c sau H_cB sînt foarte mici. A se vedea Probleme de construcţii geometrice cu rigla şi compasul, cap. XII de *Gh. Buicliu*)

2° Se dau a, h_c, l_b (sau h_b, l_c). Se construieşte triunghiul dreptunghic BH_cC. Pe bisectoarea unghiului CBH_c se ia lungimea BL_b egală cu bisectoarea dată. Dreptele BH_c, CL_b se întîlnesc în vîrful A.

3° Se dau a, h_a, l_a. Notăm cu θ unghiul CAH_c şi cu α unghiul H_cAL_c. Triunghiul dreptunghic AH_aL_a se construeşte imediat cunoscîndu-se cateta h_a şi ipotenuza l_c. Deci, α este cunoscut. Apoi

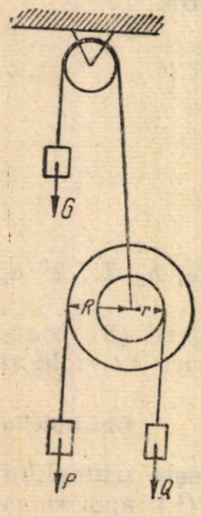
$$\sphericalangle L_cAB = \frac{A}{2} = \sphericalangle L_cAC = \alpha + \theta.$$

Notăm $H_cC = x$ şi $H_cB = y$. Triunghiurile dreptunghice AH_cC şi AH_cB dau

$$x = h \operatorname{tg} \theta \qquad \text{şi} \qquad y = h_c \operatorname{tg} (\theta + 2\alpha).$$

Suma acestor valori (în cazul figurii) este egală cu a, latura dată. Problema revine la rezolvarea ecuaţiei în θ:

$$h_c \operatorname{tg} \theta + h_c \operatorname{tg} (\theta + 2\alpha) = a.$$



Notă. Dacă $C > \frac{\pi}{2}$ sau $B > \frac{\pi}{2}$ ecuaţia (1) devine:

$$h_c \operatorname{tg} (\theta + 2\alpha) - h_c \operatorname{tg} \theta = a \text{ sau:}$$
$$h_c \operatorname{tg} \theta - h_c \operatorname{tg} (\theta + 2\alpha) = a.$$

Deci, problema are în acest caz, cel puţin trei soluţii.

Problema 2840

Din studiul echilibrului dat de figură, să se rezolve sistemul de ecuaţii:

$$x + y = a$$
$$bx = cy,$$

(a, b, c reali, pozitivi).

Alexandru Stoenescu

Soluţie.— Pentru ca forţele P şi Q să fie în echilibru, trebuie ca momentele lor să fie egale:

$$PR_1 = Qr. \tag{1}$$

Pentru ca forţa G să echilibreze forţele P şi Q, trebuie ca

$$P + Q = G. \tag{2}$$

Cele două relaţii (1) şi (2) alcătuiesc un sistem asemănător cu cel dat; rezolvînd sistemul dat se obţine:

$$x = \frac{c}{a+c}\,a \qquad \text{şi} \qquad y = \frac{b}{b+c}\,a,$$

iar pentru sistemul de echilibru ce s-a studiat,

$$P = \frac{r}{R+r}\,G \qquad \text{şi} \qquad Q = \frac{R}{R+r}\,G.$$

Observaţie. Problema dată şi ecuaţiile obţinute sînt analoage cu acelea care se obţin la distribuirea curentului în două rezistenţe legate în paralel.

— Soluţii bune a dat: *Sorin I. Antoniu* cl. 10 s. m. 11 Bucureşti.

Problema 2843

Să se arate că dacă $A+B+C=45°$ *există relația:*

$$\sin A \sin B \sin C + \cos A \cos B \cos C + \Sigma \cos A \sin B \sin C + \Sigma \sin A \cos B \cos C = \cos 45° \,(\cos 2A + \cos 2B + \cos 2C).$$

C. Ionescu-Țiu

Soluție.— Partea a doua devine succesiv:

$$E = \cos 45° \,(\cos 2A + \cos 2B + \cos 2C) =$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2}\left[2\cos(A+B)\cos(A-B) + \cos(90° - 2A - 2B)\right] =$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2}\left[2\cos(A+B)\cos(A-B) + 2\sin(A+B)\cos(A+B)\right].$$

Ținînd seamă că $A+B = 45° - C$, avem:

$$E = \sqrt{2}\cos(45° - C)\,[\cos(A-B) + \sin(A+B)] =$$
$$= (\cos C + \sin C)(\cos A \cos B + \sin A \sin B + \sin A \cos B + \cos A \sin B) = \sin A \sin B \sin C + \cos A \cos B \cos C + \Sigma \cos A \sin B \sin C + \Sigma \sin A \cos B \cos C,$$

relația din enunț.

Soluție bună s-a mai primit de la *Paul Popescu* student București

Problema 2845

Să se calculeze:

$$\frac{\dfrac{1}{a-b+c} + \dfrac{1}{a+b-c}}{1 - \dfrac{b+c-a}{a+b+c}} + \frac{\dfrac{1}{a+b-c} - \dfrac{1}{b+c-a}}{1 - \dfrac{a-b+c}{a+b+c}} + \frac{\dfrac{1}{b+c-a} + \dfrac{1}{a-b+c}}{1 - \dfrac{a+b-c}{a+b-c}}$$

C. Ionescu-Bujor

Soluție dată de *Popescu Paul* și *Strătescu Ion*, București.

Avem evident:

$$E = (a+b+c)\sum \frac{2a}{2a\,(a-b+c)\,(a+b-c)} =$$

$$= (a+b+c)\,\frac{-a+b+c+a-b+c+a+b-c}{(-a+b+c)(a-b+c)(a+b-c)} =$$

$$= \frac{(a+b+c)^2}{(-a+b+c)(a-b+c)(a+b-c)}.$$

— S-au primit foarte multe soluții bune, însă destul de lungi.

Problema 2847

Considerăm parabola: $y = (p-1)x^2 + 2px + 4$.

a) Pentru ce valori ale lui p parabola este tangentă în A axei OX?

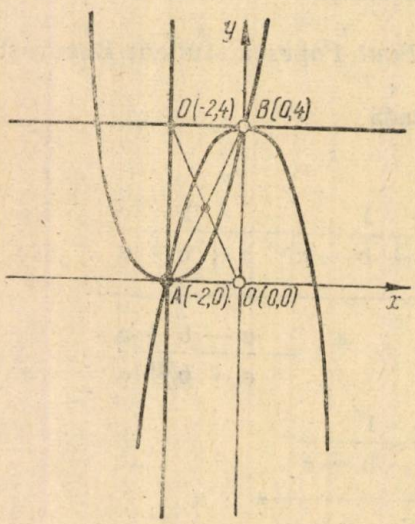
b) Pentru ce valori ale lui p vîrful parabolei este în B pe axa Oy?

c) Să se arate că cele două curbe de la a), b) sînt simetrice în raport ca mijlocul segmentului AB.

d) Există vreun punct prin care să treacă toate curbele cînd p variază?

(Journal de Mathematiques Elementaires)

Soluție.— a) Pentru ca parabola să fie tangentă axei Ox trebuie ca rădăcinile ecuației $(p-1)x^2 + 2px + 4 = 0$ să fie egale, adică discriminatul să fie zero. Deci:



$$p^2 - 4p + 4 = 0 \quad ; \quad p = 2$$

Parabola devine: $y = x^2 + 4x + 4$.

b) Pentru ca parabola să aibă vîrful pe Oy, coeficientul lui x trebuie să fie nul. Deci $p = 0$. Parabola devine: $y = -x^2 + 4$.

c) Să facem o translație de axe cu origina din punctul O' de coordonate $(-2, 4)$. Parabola de la punctul a) raportată la axele inițiale este identică cu parabola de la punctul b) raportată la axele cu originea în O'. Punctele O și O' sînt simetrice față de mijlocul lui AB. Deci și parabolele sînt simetrice față de mijlocul lui AB.

d) Se observă că pentru $x = 0$. avem $y = 4$; deci curbele trec prin punctul de coordonate $B(0,4)$.

Problema 2848

Să se demonstreze că, dacă $a + b > 0$, *avem*:

$$\frac{a}{b^2} + \frac{b}{a^2} > \frac{1}{a} + \frac{1}{b} - 2$$

* * *

Soluție.— Relația se mai scrie:

$$\frac{a^2-b^2}{ab^2}-\frac{a^2-b^2}{a^2b}+2>0$$

sau

$$(a^2-b^2)\left(\frac{1}{ab^2}-\frac{1}{a^2b}\right)+2>0$$

sau

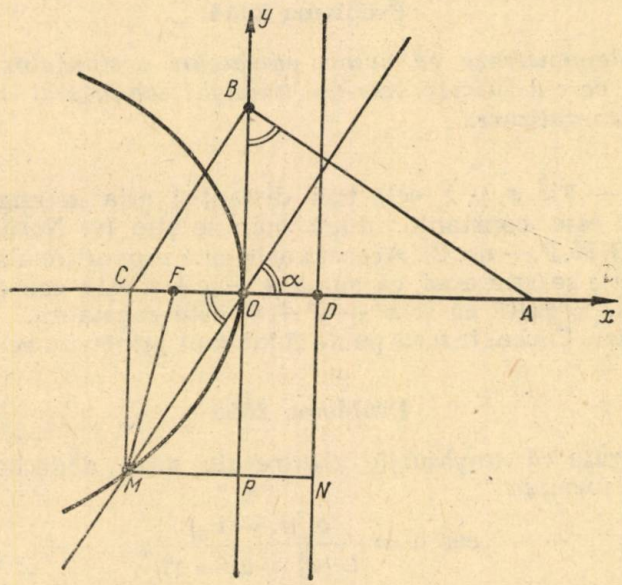
$$\frac{(a-b)^2(a+b)}{a^2b^2}+2>0;$$

inegalitate evidentă, căci $a+b>0$.

De asemenea, $\frac{a}{b^2}+\frac{b}{a^2}>\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$.

Problema 2853

Se dau dreptele (Δ_1), (Δ_2) *fixe și perpendiculare între ele și* (Δ_3) *variabilă, toate coucurente în O. Pe* (Δ_1) *se ia distanța* $OA = a$ *și din A se ridică o perpendiculară pe* (Δ_3) *care taie pe* (Δ_2) *în B. Paralela*



din B la (Δ_3) *taie dreapta* (Δ_1) *în C, iar paralela din C la* (Δ_2) *taie dreapta* (Δ_3) *în M. Se cere locul geometric al punctului M.*

Radu Ionescu, student București

Soluție.— Facem o construcție ajutătoare: în direcția OC pe dreapta (Δ_1) se ia punctul F, iar pe direcția OA punctul D astfel, încît $OF = OD = \frac{a}{4}$. Tot din D se duce o paralelă la (Δ_2). Se consideră distanțe MN (de la M la dreapta dusă prin D) și MF.

Notăm cu α unghiul variabil format de (Δ_1) cu (Δ_3). $CM = BO = ND$; $\operatorname{tg}\alpha = \frac{OA}{BO}$; $BO = \frac{a}{\operatorname{tg}\alpha} = CM = MN$. Dar $\operatorname{tg}\alpha = \frac{CM}{CO}$;

$CO = \frac{a}{\operatorname{tg}^2\alpha}$; $CF = CO - OF = \frac{a}{\operatorname{tg}^2\alpha} - \frac{a}{4} = a\left(\frac{4 - \operatorname{tg}^2\alpha}{4\operatorname{tg}^2\alpha}\right)$. Deci

$$MF = \sqrt{CF^2 + CM^2} = \sqrt{\frac{a}{\operatorname{tg}^2\alpha} + \frac{a^2(16 - 8\operatorname{tg}^2\alpha + \operatorname{tg}^4\alpha)}{16\operatorname{tg}^4\alpha}}$$

$$MF = \frac{a}{4\operatorname{tg}^2\alpha}(4 + \operatorname{tg}^2\alpha) = \frac{a}{\operatorname{tg}^2\alpha} + \frac{a}{4}.$$

$$MP = CO = \frac{a}{\operatorname{tg}^2\alpha}; \quad NP = \frac{a}{4}.$$

Deci, $MN = MP = NP = \frac{a}{\operatorname{tg}^2\alpha} + \frac{a}{4}$; deci $MF = MN$ şi locul geometric al punctului M este o parabolă cu focarul în F, vîrful în O şi avînd ca directoare dreapta dusă prin D paralelă la (Δ_2).

Problema 2854

Să se demonstreze că suma pătratelor distanţelor unui punct mobil de pe cercul înscris într-un triunghi echilateral la laturi este constantă. Generalizare.

Cezar Coşniţă

Soluţie.— Fie x, y, z cele trei distanţe; aria triunghiului podar al punctului este constantă, după cum se ştie (v. *Noţiuni de calcul baricentric*, G.M.F.— nr. 2). Această arie este proporţională cu expresia $(xy + yz + zx)$; se ştie apoi, că suma $x + y + z$ este constantă, oricare ar fi punctul. Rezultă că şi $x^2 + y^2 + z^2$ este constantă.

Observare. Cercul înscris poate fi înlocuit printr-un cerc concentric.

Problema 2856

Să se arate că unghiurile diedre ale unui dodecaedru regulat sînt date de formula

$$\cos\alpha = \frac{a_5(l_5 - l'_5)}{l_5(a_5^2 + a_5 - 1)},$$

unde a_5 *şi* l_5 *sînt respectiv apotema şi latura pentagonului regulat convex înscris în cercul de diametru egal cu unitatea şi* l'_5 *este latura pentagonului regulat stelat înscris în acelaşi cerc.*

C. Ionescu-Ţiu

Soluţie dată de *O. Nanu*, elev Iaşi. — Ţinînd seama că în cazul nostru:

$$a_5 = \frac{\sqrt{5}+1}{8}; \quad l_5 = \frac{1}{4}\sqrt{10 - 2\sqrt{5}} \text{ şi } l'_5 = \frac{1}{4}\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}$$

și înlocuind în relația ce trebuie demonstrată, obținem $\cos\alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}}$ (1).

Deci ne rămîne de demonstrat relația (1). Ne vom aminti de elementele fundamentale ale unui triunghi sferic: laturile lui a, b, c și unghiurile A, B, C sînt respectiv unghiuri plane și diedre ale triedrului corespunzător.

Deci, cu ajutorul trigonometriei sferice putem calcula unghiul diedru al dodecaedrului regulat. Pentru dodecaedru unghiurile plane de la vîrf sînt unghiurile pentagonului regulat, de aceea

$$a = b = c = \frac{3\pi}{5}$$

și deci avem:

$$\cos\alpha = \frac{\cos\frac{3\pi}{5} - \cos^2\frac{3\pi}{5}}{\sin^2\frac{3\pi}{5}}$$

(am folosit formula cosinusului laturii). Substituind valorile

$\cos\frac{3\pi}{5} = -\frac{\sqrt{5}-1}{4}$ și $\sin\frac{3\pi}{5} = \frac{1}{4}\sqrt{10+2\sqrt{5}}$, obținem:

$\cos\alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}}$ și deci relația (1) este demonstrată.

Observare: α e aproximativ = 116° 33′ 54″

PROBLEME PROPUSE *)

3396. — Se dă un tetraedru $ABCD$ a cărui bază ABC este un triunghi dreptunghic în C, catetele BC și CA fiind egale respectiv cu a și b. Fața DAB este perpendiculară pe bază, iar fețele DBC și DCA sînt înclinate față de bază cu unghiuri egale respectiv cu unghiurile din A și B ale bazei.

Să se afle în funcție de a și b, volumul acestui tetraedru și aria lui laterală.

E. Vișa

3397. — Să se afle relația dintre unghiurile unui triunghi ABC în care înălțimea din A, bisectoarea interioară din B și mediana din C sînt concurente.

Să se arate că triunghiul respectiv are neapărat unghiurile B și C ascuțite, iar unghiul A poate fi în general oricum, drept, ascuțit, sau obtuz.

Să se deducă însfîrșit, expresia unghiului C în funcție de unghiul B și să se determine fiecare din aceste unghiuri în cazul particular cînd unghiul A este drept.

* * *

---

*) VIII (3408, 3416, 3417); IX (3399, 3404, 3405, 3406, 3414, 3418, 3421, 3422, 3426); X (3396, 3397, 3398, 3400, 3403, 3409, 3410, 3414, 3415, 3419, 3420, 3423, 3424); XI 3401, 3402, 3407, 3411, 3412, 3413, 3425).

3398. — Să se găsească suma:

$$S = 9 \cdot 10^2 + 10 \cdot 11^2 + 11 \cdot 12^2 + \ldots + 19 \cdot 20^2$$

Generalizare.

Corneliu Georgescu

3399. — Fie A, B, C, D patru puncte fixe în plan, Δ o dreaptă perpendiculară în M pe AB și N un punct mobil pe Δ. Se cere locul geometric al punctului de intersecție I al perpendicularei AP pe CN și BQ pe DN. (În legătură cu problema 3067).

Gh. Buicliu

3400. — Să se arate că inegalitatea:

$$3(1 + x^2 + x^4) \geqslant (1 + x + x^2)^2$$

este valabilă pentru orice valoare reală a lui x: *a*) direct și *b*) folosind o descompunere în factori a expresiei $1 + x^2 + x^4$.

T. Roman

3401. — Se dă distanța $d = 10$ cm între centrele a două sfere.

a) Dacă razele R_1 și R_2 ale acestor sfere sînt respectiv 5 și 8 cm, să se afle aria și volumul părții comune celor două sfere.

b) Dacă $R_1 = 15$ cm și $R_2 = 8$ cm să se afle aria și volumul părții din sfera cu raza R_2, exterioară sferei de rază $R_1 = 15$ cm, d, fiind 10 cm.

C. Ionescu-Țiu

3402. — Să se rezolve ecuația:

$$\operatorname{tg} 7x \cdot \operatorname{tg} x = \operatorname{tg}^2 5x.$$

C. V. Costăchescu

3403. — Fie H ortocentrul triunghiului ABC; H_a, H_b, H_c picioarele înălțimilor, $H'_a \cdot H'_b \cdot H'_c$ punctele în care înălțimile taie cercul circumscris triunghiului și N punctul de intersecție al dreptei Simson corespunzătoare unui punct M cu dreapta HM. Să se arate că avem relațiile:

a) $HM \cdot HH_a = HN \cdot HH'_a$

b) $HM \cdot HH_b = HN \cdot HH'_b$

c) $HM \cdot HH_c = HN \cdot HH'_c$

Tempeanu Coriolan, Hunedoara

3404. — Un resort de oțel aruncă o masă de 49 g la o înălțime de 20 metri. El este comprimat cu 8 cm. Să se calculeze în CGS și MKS constanta elastică K a resortului.

Sabin Vîlceanu, elev. Tg. Jiu

3405. — Fie $AB_1 B_2 C$; $CA_1 A_2 B$; $BC_1 C_2 A$ patratele construite spre exterior (sau spre interior) pe laturile AC, CB, BA ale unui triunghi dreptunghic BAC. Să se construiască triunghiul dreptunghic BAC cînd se cunosc lungimile segmentelor $B_1 C_2$, $C_1 A_2$, $A_1 B_2$.

Gh. Buicliu

3406. — Să se transforme în fracții ordinare următoarele fracții periodice:

$$A = 0,(10m + 4)(10n + 6)(10n + 6)\ldots = 0,(10m + 4)[(10n + 6)]$$

$B = 0,(10p+3)(10q+8)(10q+8)\ldots + 0,(10p+3)[(10q+8)]$

$C = 0,(10t+5)(10u+7)(10u+7)\ldots = 0,(10t+5)[(10u+7)]$

literele fiind numere întregi, apoi să se arate în ce caz avem $A + B = C$.

(În legătură cu problema 1159).

Gh. Petrescu, elev, Calafat

3407. — O bară OA ($OA = l$) rectilinie, grea, omogenă, se rotește într-un plan vertical în jurul extremității sale O. La un moment dat, cînd bara trece printr-o poziție orizontală cu viteza unghiulară ω se desprind din bară simultan bucățile AB și BC ($AB = BC = \frac{l}{4}$). Să se studieze mișcarea acestor porțiuni de bară după desprindere. Presupunînd pe ficare din porțiuni cîte un observator, care va fi părerea lor despre mișcarea acestor porțiuni. Rezistența mediului se va neglija.

Alexandru Stoenescu

3408. — Se dau 12 monede identice ca aspect. Printre ele se află una falsă. Dispunînd de o balanță fără greutăți, prin trei cîntăriri să se găsească moneda falsă și dacă este mai grea sau mai ușoară decît una bună.

* * *

3409. — Pentru care valori ale lui x, y, z cuprinse între 0 și 360° avem relația:

$$\sin(2x+z)\cos(x+y-3z) + \cos(2x+y+2z) = \frac{1}{2}(1+\sqrt{2}).$$

C. Ionescu-Țiu

3410. — Bisectoarele interioare și exterioare ale unui triunghi oarecare ABC reîntîlnesc cercul circumscris triunghiului respectiv în punctele A_1, B_1, C_1 și A_2, B_2, C_2. Bisectoarea interioară AA_1 taie dreptele B_1C_1, B_2C_2 respectiv în punctele A_3, A_4. Să se arate că:

1) $$\sum S_{A_2B_1C_1} = \sum S_{A_1B_2C_2} = \frac{1}{2}pR$$

2) $$\sum \frac{AA_3}{AA_4} = \sum \frac{A_1A_4}{A_1A_3} = 1.$$

D. C. Panu

3411. — Se consideră triunghiul ABC cu vîrfurile în afixele numerelor complexe z_1, z_2, z_3. Să se demonstreze:

1) Triunghiul $A'B'C'$ cu vîrfurile în afixele numerelor $z_1 + z_2$; $z_2 + z_3$; $z_3 + z_1$ este simetricul lui ABC față de un punct P. Să se afle numărul complex reprezentat de P.

2) Triunghiul $A_1B_1C_1$ cu vîrfurile în afixele numerelor z_1z_2; z_2z_3; z_3z_1 are perimetrul dat de relația $P_1 = r_1\,BC + r_2\,CA + r_3\,AB$.

Gh. Popescu-Lugoj

3412. — Fie dat triunghiul ABC înscris în cercul O, și A', A'' intersecțiile diametrului AO cu latura BC și cercul. Considerînd și analoagele punctelor A'. A'' să se stabilească relația:

$$2R \sum \frac{1}{A' A''} = 4 + \sec A \sec B \sec C.$$

V. V. Băghină, profesor Breaza

3413. — Dacă x și y sînt pozitive și $x + y < 180^0$ să se arate că:

$$\sin x \sin y < \frac{1}{2} + 4 \sin^2 \frac{x}{2} \sin^2 \frac{y}{2}$$

C. Ionescu-Țiu

3414. — Se dă o balanță cu brațe omogene neegale, unul din brațe fiind de două ori mai mare decît celălalt; brațele au aceeași secțiune, iar cel mai scurt are lungimea de 20 cm și masa de 150 g.

De brațul scurt se atîrnă o piramidă regulată de fier avînd baza un patrat cu latura egală cu 1 dm, iar muchea laterală egală cu 2 dm. Această piramidă se introduce cu totul într-un vas conținînd un lichid oarecare.

Pe brațul lung se află o contragreutate de 7 kg, care poate fi mișcată de-a lungul acestui braț.

Aducînd balanța la zero prin mișcarea contragreutății la distanța de 30 cm față de punctul de sprijin, se cere a se afla densitatea lichidului.

3415. — Se dă o linie de curent continuu de 440volți și 3 becuri electrice fabricate pentru tensiunea de 220 volți fiecare: unul din becuri este de 200 wați, iar celelalte două de cîte 100 wați fiecare.

a) Cum vor trebui să fie montate aceste becuri pentru a funcționa normal, alimentate de la rețeaua de 440 volți, și fără a apela la mijloace de reducere a tensiunii?

b) Ce se va întîmpla dacă — în cazul montajului de mai sus, unul din becurile de 100 wați s-ar arde?

C. Jaliu

3416. — La o șosea în curbă avînd raza de curbură egală cu 200 metri lățimea șoselei este de 5 metri și supraînălțimea în afară egală cu 18 cm. Să se calculeze viteza maximă admisă în curbă.

* * *

3417. — Se dă un plan înclinat care face 30^0 cu orizontala și are în punctul cel mai înalt înălțimea de 44,1 m față de orizontala piciorului pantei. Cu ce viteză inițială trebuie lansat un corp pe planul înclinat de jos în sus, pentru ca el să ajungă în punctul cel mai înalt al planului înclinat într-un timp egal cu două treimi din timpul necesar corpului pentru a cade liber din punctul cel mai înalt pînă la orizontala piciorului pantei, frecarea fiind neglijabilă.

* * *

3418. — Se se calculeze unghiul dintre forța datorită tensiunii superficiale a unui lichid $\gamma = 80$ dyn/cm și peretele unui tub capilar cu raza 0,5 mm. Ascensiunea capilară este 2,8 cm, iar densitatea lichidului 1g/cm^3.

Rădulescu G. Mircea, elev, Constanța

3419. — Într-un laborator de analiză s-a stabilit compoziția centezimală a sulfurii de mercur. Datele obținute au arătat că în compoziția substanței intră 86,22% mercur și 13,78% sulf. a) Să se determine formula moleculară a compusului dat. b) Să se determine cît mercur s-a depus la

catodul unui voltametru cu soluție de sulfură de mercur prin care a trecut un curent de 10 amperi timp de un minut. Se dau greutățile atomice: Hg = 200 și S = 32.

Barany Zoltan, Caransebeș

3420. — Un voltametru cu soluție de $AgNO_3$ este pus în serie cu o rezistență $R_1 = 25\ \Omega$ aflată într-un vas cu 0,3 l apă la temperatura de 20°C și cu o altă rezistență $R_2 = 5\ \Omega$. La bornele acestui circuit se aplică o tensiune $U = 220$ V.

În timp ce apa din vas fierbe, la catoda voltametrului se transportă $5 \cdot 10^{21}$ ioni de Ag. Echivalentul electrochimic al Ag fiind egal cu K = 1,118 mg/C se cere: a) Cantitatea de Ag depusă la catod; b) intensitatea curentului ce traversează circuitul; c) cantitatea de ioni de Ag transportată într-o secundă și d) rezistența voltametrului.

C. Necșoiu

3421. — Să se arate că numărul $5^{2n+1} + 7^{2n+1} + 9^{2n+1}$ este un multiplu de 21, oricare ar fi n întreg și pozitiv.

Strătescu Ion, student, București

3422. — Fie I intersecția bisectoarelor AA', BB', CC' în triunghiul ABC. Să se arate că avem relația:

$$\frac{AI}{A'I} A'C + \frac{BI}{B'I} B'A + \frac{CI}{C'I} C'B = 2p,$$

unde p este semiperimetrul triunghiului ABC.

Lupaș Laurențiu

3423. — Să se formeze ecuația de gradul trei în y între rădăcinile căreia există relațiile:

$$y_1 + y_2 = x_1^2 + x_2^2$$
$$y_2 + y_3 = x_1 x_2$$
$$y_3 + y_1 = x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2,$$

dacă x_1 și x_2 sînt rădăcinile ecuației $x^2 + px + q = 0$.

Mircea G. Rădulescu, elev. Constanța

3424. — Să se arate că

$$\frac{r + r_a}{R} = 2 (\cos B + \cos C)$$

T. Moldoveanu, elev Breaza

3425. — Să se arate că într-un triunghi

$$\Sigma a^2 (b + c) \geqslant 24\, p\, Rr$$

* * *

3426. — Se dă ecuația $x^2 - 2x - \lambda + 1 = 0$ cu rădăcinile α și β; fără a rezolva ecuația să se calculeze valoarea expresiei $k = n\alpha + \lambda\beta$ și să se determine n astfel ca α, β, k să fie simultan reale.

Dan Dascălu, elev, București

EXERCIŢII ŞI PROBLEME *)
PENTRU ŞCOALA DE 7 ANI

E: 1239.— Din banii puși la dispoziția unei fabrici pentru nevoile culturale, $\frac{2}{9}$ au fost cheltuiți pentru tabăra copiilor; $\frac{2}{3}$ din rest au fost cheltuiți pentru amenajarea colțului viu în școală; $\frac{3}{7}$ din ce a rămas, pentru înzestrarea sălii de gimnastică și $\frac{1}{10}$ din ultimul rest au fost cheltuiți cu amenajarea terenului de sport, după care au mai rămas 3 600 lei pentru bibliotecă. Care a fost suma pusă la dispoziția fabricii?

(Cl. V O.M.M.F., 1958, Constanța)

E: 1240.— Folosind relațiile între termenii și rezultatul unei operații să se determine x din egalitatea

$$96 : \{[1344 - (15 + x)\,19] : 17 - 38\} = 8.$$

(Cl. V O.M.M.F., 1958, Constanța)

E: 1241.— O brigadă formată din 36 țărani colectiviști a efectuat în 7 zile lucrînd cîte $8\frac{1}{4}$ ore pe zi, $\frac{3}{5}$ dintr-o lucrare. Cîți colectiviști să se mai adauge brigăzii pentru ca astfel să se poată termina restul lucrării în 2 zile lucrîndu-se cîte $10\frac{1}{2}$ ore pe zi?

(Cl. VI. O.M.M.F., 1958, Constanța)

E: 1242.— Diagonalele unui paralelogram $ABCD$ se taie în punctul O. Prin acest punct se duce o dreaptă care intersectează laturile opuse ale paralelogramului AB și CD în M și N. Să se arate că $OM = ON$.

(Cl. VI. O.M.M.F., 1958, Constanța)

E: 1243.— Un tren mergînd cu viteza constantă de 8,2 m/s pleacă din Tulcea la 5h 45min și ajunge la Medgidia la 10h 37 min. Alt tren mergînd tot cu viteza constantă de 8,2 m/s pleacă din Negru Vodă și ajunge la Medgidia la aceiași oră 10h 37min parcurgînd distanța de 64 km.

a) Care este distanța parcursă de primul tren? (Tulcea-Medgidia); b) la ce oră a plecat trenul din Negru Vodă?

(Cl. VI. O.M.M.F., 1958, Constanța)

E: 1244.— Să se construiască un triunghi oarecare cunoscînd raza cercului înscris și două unghiuri ale triunghiului de 60^0 și 45^0.

N. Goicu, Timișoara

---

*) La toate aceste probleme se primesc soluții de la elevii claselor V, VI, VII, și VIII, indiferent din care clasă fac parte.

— Repartizarea pe clase: V (E: 1239, 1240, 1254, 1256); VI (E: 1241, 1242, 1243, 1251, 1252, 1259); VII (E: 1244, 1245, 1246, 1247, 1248, 1249, 1250, 1253, 1255, 1257, 1258).

E: 1245. — Să se arate că:

$$16\,a^2b^2\,(a^2-b^2)^2+(2\,ab+a^2-b^2)^2\,(2\,ac-a^2+b^2)^2=(a^2+b^2)^4.$$

C. I. Ţ.

E: 1246. — Să se arate că:

$$ab\,(a^2-b^2)\,(2\,cd+c^2-d^2)\,(2\,cd-c^2+d^2)+$$
$$+cd\,(c^2-d^2)\,(2\,ab+a^2-b^2)\,(2\,ab-a^2+b^2)=$$
$$=(ad+bc)\,(ac-bd)\,(ad+bc+ac-bd)\,(ad+bc-ac+bd).$$

C. I. Ţ.

E: 1247. — Înălţimile unui paralelogram sînt proporţionale cu 2 şi 3. Perimetrul lui este de 40 cm, iar un unghi este de 30°. Să se calculeze laturile paralelogramului.

* * *

E: 1248. — Ridicînd la patrat îndoitul unui număr mărit cu 5 şi din acest patrat scăzînd patratul numărului dat, obţinem patratul diferenţei dintre dublul numărului şi 5. Să se afle cele 3 pătrate.

* * *

E: 1249. — Suma cifrelor unui număr de patru cifre este 23. Cifra miilor mărită cu cifra zecilor reprezintă două treimi din cifra sutelor. Dacă scădem cifra miilor din cifra sutelor obţinem cifra unităţilor; scăzînd însă, cifra zecilor găsim jumătatea cifrei unităţilor. Să se afle numărul.

Bîrzan Romanel, student, Cluj

E: 1250. — Să se arate că dacă $x^2+a^2=1$, avem:

$$\frac{\left(1+\frac{a}{x}\right)^2-\left(1+\frac{x}{a}\right)^2}{\left(1+\frac{a}{x}\right)^2+\left(1+\frac{x}{a}\right)^2}+x^2=a^2.$$

C. I. Ţ.

E: 1251. — În depozitul unei secţii de confecţii există 240 m stofă de calitatea I-a şi 260 m stofă de calitatea a II-a, în valoare totală de lei 103 200. S-au folosit pentru confecţionarea unor costume, 30% din stofa de calitatea I şi 45% din cea de calitatea II-a. Ştiind că stofa de calitatea II-a necesară pentru confecţionarea acestor costume a costat cu 1 440 lei mai mult decît aceea de calitatea I-a folosită în acelaşi scop, să se afle cît costă un metru de stofă din fiecare calitate.

(La admiterea în cl. VIII, iunie 1958)

E: 1252. — Un bazin se umple prin 3 robinete A, B şi C. Dacă robinetele A şi B umplu bazinul în 6 ore, iar B şi C în 7 ore şi 30 minute, atunci A şi C îl umplu în 10 ore, fiecare robinet avînd debitul său constant.

Să se afle:

1) În cît timp se va umple bazinul de fiecare robinet în parte?

2) În cît timp se umple bazinul, dacă s-ar deschide toate robinetele deodată?

3) Să se verifice aritmetic, dacă robinetul B umple bazinul în $\frac{1}{2}$ din timpul robinetului C, iar robinetul C umple bazinul în dublu timp decît robinetul A.

B. I. Baieră

E: 1253. — Să se demonstreze identitatea :

$$\frac{bc+a+1}{(a-b)(a-c)}+\frac{ac+b+1}{(b-a)(b-c)}+\frac{ab+c+1}{(c-a)(c-b)}=1.$$

a, b, c fiind numere diferite între ele.

Ilie Rizescu, Roșiorii de Vede

E: 1254. — O grindă de stejar cu dimensiunile de $3\frac{1}{2}$ dm, $5\frac{3}{4}$ dm, iar lungimea de 20 ori lățimea, plutește în apă. Dacă 1 m^3 de stejar cîntărește 725 kg, să se afle ce grosime din grindă se scufundă în apă ?

B. I. Baieră

E: 1255. — Să se arate că în orice triunghi există relația :

$$ab = p(p-c)+(p-a)(p-b)$$

a, b, c fiind laturile triunghiului, iar p semiperimetrul.

Savu Gabriel, elev, București

E: 1256. — Din Roșiorii de Vede pleacă spre Turnu Măgurele în același timp, un camion și un motociclist. Motociclistul trece prin fața kilometrului 60 la o jumătate de oră în urma camionului. Motociclistul a făcut 1 oră și $\frac{1}{4}$ de la kilometrul 60 pînă la Turnu Măgurele și a ajuns cu un sfert de oră în urma camionului. Să se afle distanța Roșiorii de Vede — Turnu Măgurele, viteza camionului și a motociclistului, precum și timpul în care au străbătut distanța dintre cele două orașe.

Grecu Anton, elev, Roșiorii de Vede

E: 1257. — Dintr-un punct A se duc tangentele AT_1 și AT_2 la un cerc dat de centru O. Perpendiculara în A pe AT, taie dreapta OT_2 într-un punct I. Să se arate că punctul I este egal depărtat de O și de tangenta AT_1.

* * *

E: 1258. — Se dau două cercuri de centre O_1 și O_2 și de raze R_1 și R_2. Dacă notăm cu O centrul unui cerc cuprins între cele două cercuri date și tangent acestora, să se arate că $OO_1 + OO_2 = R_1 + R_2$.

Aurora Danielache, București

E: 1259. O sticlă de un litru plină cu un lichid este suspendată de talerul unei balanțe și introdusă complet într-un vas cu apă. Pentru ca balanța să stea în echilibru trebuie pus în celălalt taler o greutate de 0,040 kgf. Știind că greutatea specifică a sticlei este de 2,6 kgf/dm^3, iar nivelul apei din vas se ridică la 1,1 litru, se cere greutatea specifică a lichidului din vas.

C. Necșoiu

OLIMPIADA MICILOR MATEMATICIENI ŞI FIZICIENI 1959 [1])

Problemele clasei a V-a

V. 1. — Pentru paginarea unei cărți s-au întrebuințat 1212 cifre. Cîte pagini are cartea?

V. 2. — Prețul unui exemplar din *Gazeta matematică și fizică seria B* este 1.50 lei; iar prețul unui exemplar din revista *Știință și Tehnică* este de 3 lei. Intr-o școală s-au cumpărat în total, 120 reviste cu 222 lei. Cîte reviste de fiecare fel s-au cumpărat?

V. 3. — Să se afle cifrele a și b consecutive încît numărul $124ab$ să fie divizibil cu 18.

V. 4. — Să se afle numerele mai mici decît 200 care la împărțirea prin 3, 4, 5 dau restul 2.

V. 5. — Patru muncitori au lucrat într-o zi 250 piese. Primul a depășit norma cu 22 piese, al doilea a făcut cu 2 piese mai puțin decît norma, al treilea și al patrulea au depășit norma cu jumătate din ea. Care a fost norma, știind că ea a fost aceiași pentru fiecare din muncitori?

V. 6. — O bucată de săpun de forma unui paralelipiped dreptunghic are dimensiunile de 50 cm, 40 cm și 15 cm. Prin tăieturi paralele cu fețele, ea se taie în bucăți cubice de aceiași mărime. Care este cel mai mic număr de bucăți cubice de săpun în care se poate tăia bucata de săpun și care este volumul unei bucăți astfel obținute?

V. 7. — Un elev cumpără 2 caiete și 3 cărți plătind 17 lei. Știind că o carte costă cît 3 caiete și încă 2 lei. Care este prețul unei cărți și al unui caiet?

Problemele clasei a VI-a

VI. 1. — Un biciclist parcurge distanța dela A la B în 3 ore și un pieton parcurge aceiași distanță în 11 ore. Dacă pleacă în același moment biciclistul din B și pietonul din A, după cît timp se vor întîlni?

Să se calculeze timpul în fracțiune de oră și apoi în ore, minute și secunde și fracțiuni de secundă.

VI. 2. — O damigeană plină conține 10 kg de lapte, a cărui densitate este de 1,2 g/cm^3. Cît va cîntări untdelemnul cu care se va putea umple această damigeană, știind că densitatea lui este de 0,9 g/cm^3?

VI. 3. — In triunghiul ABC se duc înălțimile AA' și BB' care fac cu cu latura AB, respectiv unghiurile $A_1 = 25^0$ și $B_1 = 50^0$. Să se calculeze unghiurile triunghiului și unul din unghiurile ascuțite pe care le fac cele două înălțimi.

VI. 4. — Un șlep plutește pe apa unui fluviu. Fundul lui se găsește la adîncimea de 1.8 m sub nivelul apei. In fundul șlepului s-a produs o spărtură de 200 cm^2. Cu ce forță va trebui apăsată o scîndură ca să închidă spărtura și să împiedice intrarea apei în șlep? (Greutatea scîndurei se neglijează).

---

1) Soluțiile acestor probleme pentru clasa care o urmează participantul la Olimpiadă, vor fi predate profesorului său de matematică, pînă la 25 februarie 1959.

VI. 5. — *a)* Să se explice de ce dintr-un butoi închis nu curge apă dacă scoatem cepul decît numai cînd se destupă vrana?

b) Să se calculeze ce presiune exercită atmosfera asupra suprafeței unui corp omenesc de 2 m^2.

VI. 6. — Trei pionieri au strîns spicele rămase după combină de pe un ogor al Gospodăriei colective din sat. Primul a adunat $\frac{8}{25}$ din numărul total al spicelor și încă 80 spice; al doilea $\frac{13}{40}$ din numărul total și încă 50 spice. Care a fost numărul spicelor adunate de cei trei pionieri și care din ei a strîns mai mult?

VI. 7. — Să se calculeze:

$$1\frac{2}{13}\left\{1\frac{9}{10}\left[(0{,}645 : 0{,}3 - 1\frac{107}{180})(4 : 6{,}25 - 1 : 5 + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{1}{7}\sqrt{3{,}8416}\right] : (1 - 2\frac{1}{5} : 7)\right\}$$

Problemele clasei a VII-a

VII. 1. — Un grup de pionieri bicicliști a plecat în excursie în orașul vecin situat la 40 km. Odată cu ei a plecat și un motociclist cu aceiași destinație. Bicicliștii fac 12 km/oră, iar motociclistul 36 km/oră. Știind că motociclistul stă o oră în oraș și apoi se întoarce spre casă, să se afle după cît timp dela plecare întîlnește pe pionieri și la ce distanță de locul de plecare?

VII. 2. — Un tren fiind oprit între două stații, mecanicul dă un semnal scurt cu fluierul locomotivei. El aude ecoul după 2,5 s dela darea semnalului. La ce distanță se găsește dealul care a produs ecoul?

VII. 3. — Nichelina care se folosește pentru fabricarea rezistențelor electrice este un aliaj format din 66,7% cupru, 30,8% nichel și restul mangan. Să se afle cît nichel și cît mangan este necesar la 750 grame cupru. Să se afle densitatea nichelinei astfel obținută dacă densitatea cuprului este 8,93; a nichelului 8,8 și a manganului 7,38.

VII. 4. — Loviturile de ciocan ale unui om care lucrează la o distanță oarecare de un observator se aud în momentul cînd ciocanul este în partea cea mai ridicată, nu cînd lovește nicovala. Din ce cauză?

Știind că timpul de ridicare a ciocanului este de $\frac{2}{3}$ din durata unei lovituri complecte și că într-un minut se dau 40 de lovituri, să se calculeze distanța la care se produc loviturile.

VII. 5. — Într-un cerc se înscrie un triunghi oarecare *ABC*. Perpendiculara dusă în *C* pe *BC* taie cercul în *M*, iar perpendiculara dusă tot în *C* însă pe *AC*, taie cercul în punctul *N*. Să se demonstreze că dreptele *MN* și *AB* sînt paralele.

Dacă raza cercului este de 20 cm și *BC* = 32 cm să se calculeze perimetrul și înălțimile triunghiului *BMC*.

VII. 6. — Într-un trapez *ABCD* raportul dintre baza mică și baza mare este $\frac{4}{5}$ iar înălțimea trapezului este de 4 cm. Prelungind laturile neparalele ale trapezului ele se întîlnesc în *E*. Să se afle distanța dela acest punct la baza mare.

VII. 7. — Un robinet umple un bazin în 3 ore și alt robinet umple același bazin în 7 ore. Se știe că un al treilea robinet dă în același timp atîta apă cît celelalte două împreună. Ce procent din capacitatea bazinului se umple cu apă dacă cele trei robinete curg împreună timp de 50 minute?

POȘTA REDACȚIEI

Vîlceanu Sabin, Tg. Jiu. Problemele propuse de fizică sînt rezolvate în număr mai mic de către corespondenții G.M.F.-B. Pe măsură ce interesul rezolvitorilor crește și pentru problemele de fizică, se va mări și numărul problemelor propuse, însă deosebite de cele din culegeri.

Ungureanu Marin, Roman. G.M.F.-B publică și numele rezolvitorilor, chiar dacă sînt absolvenți de școli medii, studenți sau militari. De aceea și dv. puteți trimite rezolvări pentru a concura la premiile anuale ale G.M.F.-B.

Grecu Anton, elev Roșiorii de Vede. Titlul notei matematice trimise nu corespunde. Prin metoda inducției complete nu stabiliți rezultatele sumelor propuse, ci numai verificați rezultate cunoscute.

Paiu Marioara, cl. VII, Tecuci. Nu ați îndeplinit condițiile cerute pentru ca soluțiile primite să fie anunțate la Rubrica rezolvitorilor. În afară că ați trimis numai 9 soluții în loc de minimum 10, șase au fost greșiit rezolvate. Căutați ca pe viitor să trimiteți soluții numai la problemele pe care le-ați înțeles rezolvarea și verificați uneori și rezultatele. În caz că ați întocmit cel puțin 10 rezolvări de probleme, înainte de a le expedia este bine să le arătați și profesorului de matematică pentru verificarea soluțiilor.

Cîrlan Bucovina și alți elevi din Păunești Adjud. Nu mai trimiteți mai puțin de 10 soluții, iar cele trimise să fie întocmite de fiecare, nu transcrise cuvînt cu cuvînt una după alta. Vă mai sfătuim să țineți seama de răspunsul precedent pentru a vă putea anunța la Rubrica rezolvitorilor și nu trimiteți mai mult de un plic în cursul aceleiași luni; problemele să fie aranjate în ordine numerică crescătoare.

Mai multor harnici rezolvitori de probleme. Țineți seamă de instrucțiunile date la *Redactarea soluțiilor*, pagina III a copertei. Uneori se poate face verificarea rezultatelor pentru a nu trimite răspunsuri greșite, cum au făcut majoritatea rezolvitorilor la problema 3121, dînd din neatenție rezultatul 1 în loc de —1, din care cauză nu s-a mai anunțat primirea soluției.

Bănică Const., Caransebeș. Cărțile pe care le doriți sînt epuizate. Culegeri de probleme cu teme complimentare de matematici elementare sînt unele în curs de apariție și altele în curs de pregătire.

După cum ați observat, a apărut și în ultimele numere ale G.M.F.-B rubrica Caleidoscop; se va continua și cu unele chestiuni alese.

Alexandru Șt. Titu, Ogrezeni (reg. București). Țineți seama de data expedierii plicului cu probleme și apoi cercetați în numărul respectiv al G.M.F.-B în care sînt anunțate soluțiile primite în acea lună, nefiind indicat a trimite a doua oară soluțiile deja expediate mai înainte.

Rujan Ovidiu, București. Propunerea dv. ca redacția să răspundă rezolvitorilor odată cu corectarea soluțiilor, care au fost greșelile rezolvitorilor și care ar fi metoda de rezolvare cea mai directă, nu este posibil să se relizeze; unele observații se fac odată cu publicarea soluției problemei respective.

Rezolvitorii mai sînt sfătuiți să dea o redactare clară și îngrijită, să facă verificarea unor rezultate; iar fiecare problemă să fie rezolvată pe cîte o foaie separată, conform normelor de redactare a soluțiilor.

Stoican Ștefan, Alexandria, *Moldovan Gheorghe*, Baia Mare, *Basturescu Muguret*, Caracal, *Savin Alexandru*, Cîmpulung Muscel, *Niță Constantin*, Pucioasa, *Strătilă Șerban*, Pitești, *Popa Nicolae*, Focșani, *Stoica Maria*, Dorohoi, *Paraschivoiu Marin*, Moreni și altor corespondenți.

In privința procurării numerelor vechi din G.M.F.-B anul 1957, vă adresați librăriei Academiei, Calea Victoriei nr. 27, București.

Ar fi mai bine, dacă comanda se face pentru mai multe numere vechi necesare elevilor de la școala dv. Indicați adresa unuia din elevi sau a unui profesor, unde trebuie trimise revistele comandate cu ramburs.

Arhangelscki Juni, București, *Popescu Constantin*, Moreni și altor corespondenți. Este mai bine să ne trimiteți numai cîte un plic cu soluții în cursul unei luni, așezate în ordinea numerică crescîndă. În nici un caz să nu trimiteți mai puțin de zece soluții, deoarece astfel nu se iau în seamă la întocmirea rubricei rezolvitorilor de probleme.

RUBRICA REZOLVITORILOR DE PROBLEME

Soluții primite pînă la 10 iule 1958

(urmare din nr. 10)

RIMNICUL VILCEA. Ș.m. I. Cl. VIII, Poșircă M. Ion (3006, 12, 26, 85, 120—22, 25, 25, 30—35, 37, E: 1099, 100, 02, 07, 08, 11, 14—16, 20—27, 30). Cl. IX. *Burghelea Dan* (2927, 41, 52, 53, 59, 75, 76, 80, 81, 87—92, 94, 95, 3000, 02—04, 06, 09, 11, 12, 14, 16, 20, 21, 24, 26, 31, 42, 51, 55, 57, 64, 71, 83, 85, 86, 91, 95, 97, 100, 02, 04, 05, 07, 10, 20, 22—26, 30—37, 41, 44, 45, 48, 49, 51, 56, 62, 81—84, 86, P), Costin I. Valerică (3011, 19, 24, 26, 86, 97, 99, 104, 22, 23, 25, 31, 36), *Marinescu Dan* (2975, 80, 83, 88, 3012, 14, 19, 24, 27, 31, 39, 42, 47, 51, 57, 70, 71, 86, 95, 100, 02, 04, 05, 10, 20, 22—25, 30—37, 41, 44—51, 62, 84), *Mazilu Petre* (3006, 09, 11, 12, 16, 17, 19, 21, 24, 26, 51, 86, 91, 95, 97, 100, 02, 04, 05, 20, 22—25, 30—36, 44, 47—49, 51, P), Parlapan Florin (2959, 66, 67, 69, 76, 83, 90—92, 94, 3002—04, P). Cl. X. Constantinescu I. Ion (2957, 73, 86, 89, 95, 3002, 06, 11—13, 15, 16, 18, 21, 22, 24, 25, 29, 34, 57, 74, 82, 75, 86, 93, 94, 98, 102, 03, 06), Obogeanu Ilie (2956, 58, 61—65, 69, 70, 72, 75, 86, 89), Voinescu N. Emiliam (3006, 10, 11, 15—17, 21, 22, 24, 25, 29, 34, 50). Abs. Costescu Adrian (2995, 3011, 12, 17, 21—26, 29, 34, 50, 51, 57, 63, 82, 84, 86, 93—97, 104—06), *Diaconescu Corneliu* (3006, 08—19, 21—25, 27—29, 31, 32, 34, 39, 42, 47, 49—53, 57, 59, 60, 62, 64, 69—71, 74, 82, 83, 85, 86, 90, 93—101, 04—06). Ș.m.t. maiștri. An. II. Chițu Vasile (2956, 57, 59, 61—72).

ROMAN. Ș.m. 1. Cl. VIII. Cănilă C. Constantin (3120—23, 25, 30, 31, 33, 37, 62, E: 1121, 23—27, 29), Popescu N. Iancu (E: 1083, 90, 92, 94—96, 98—100, 07, 08, 14, 15, 19, 20), Cristea Vasile (3006, 11, 18, 22, 97, 104, 10, 20, 21, 25, 30, 31, 36, 62), Horlescu V. Petru (2961, 64, 72, 75, 3006, 11, 19, 21, 24, 26, 95). Cl. X. Cănilă C. Constantin (3015, 39, 84, 91—95, 102, 09, 10, 12, 13, 20, 25, 31, 35—38, 42, 62), *Grecu Anton* (2881, 908, 09, 14, 26, 45, 48, 49, 53, 56—60, 66—68, 71, 73, 75, 77, 79, 82, 88—90, 92, 3000, 06—12, 14—29, 34, 39, 42, 43, 45—50, 54, 55, 57, 63, 65, 66, 68, 69, 71, 74, 83, 84, 86, 91—120, 22—25, 27, 51, 62, 75), Ilioi C. Constantin (2956—59, 61—73, 75, 76, 78, 83, 89, 91, 92, 95, 3001), *Leonte Alexandru* (2941, 72—74, 80, 83—85, 87, 88, 93, 3003, 06, 12—14, 17, 20, 21, 22, 24—26, 29, 34—39, 43, 50, 54, 56, 57, 66, 71, 72, 82, 83, 86, 93, 94, 96, 97, 102—06, 20, 21, 23, 31, 33, 35—37, P), *Lebedencu Iulian* (2960, 66, 67, 69, 71, 83, 97, 3001, 06, 10—13, 17, 21, 22, 25, 26, 29, 32, 34, 47, 50, 55, 57, 63, 86, 93, 94, 104, 06, 16, 28, 29, 31, 33, 34, 42, 45, 49, 51), Ricinski Cezar (2958, 57, 59, 61—73, 75, 76, 83, 89, 91, 92, 95, 3001). Cl. X. seral. Nelu Iosif (2917, 18, 24, 41, 51, 63, 65, 70, 3022, 47, 55). Abs.: Albăstroiu Alexandru (3011, 18, 29, 63, 65, 93, 94, 97, 98, 106, 07, 19, 31, 34, 38, 42, 83), Alexandru Mihai (2956, 57, 59—61, 63—74, 77), Bozdog Marin (3006, 97, 11—13, 15—17, 21, 22, 25, 34, 39, 55, 63, 80, 82, 86, 93—98, 100, 02), Gherbănecu Tatiana (2957, 58, 62—66, 68—76, 78, 84—87, 92—94, 97).

ROȘIORII DE VEDE. *Rizescu Ilie* (3049, 63—66, 71, 72, 74, 82—86, 89—98, 100—03, 05—152, 54, 55, 60, 62, 69, 70, 72, 74, 81—84, 86, P).

RUPEA. Cl. X. Gerhard Pusi (2957, 61, 62—66, 68—73, 75, 86, 92, 94, 95, 3001—04, 07, 08, 10, 15, 20, 22, 23, 25, 29, 32, 34).

SĂRMĂȘAG. *Gherlan Vasile*, tehnician Mina de cărbuni (2956, 57, 59—73, 75—78, 81, 83, 85—87, 89, 91—97, 99, 3001, 05—27, 29, 31, 32, 34, 35, 37, 39, 42, 43, 47, 49—51, 54, 55, 57, P).

SATU MARE. *Ș.m. 1 „Mihail Eminescu"*. Cl. VI. Weiss Andrei (E: 1114, 23, 26, 30). Cl. VIII. Cazacencu Mihai (3006, 16, 100, 21, 37, 49, E: 1095, 98, 126, 29), Dimitriev Alexandru (2975, 3006, E: 1081, 83, 84, 86, 88, 90—93), Mihălțeanu Doina (2975, 3006, 12, 16, 17, E: 1084, 90, 92, 95, 98, 100, 01, 07, 08, 14, 16, 20, 26, 30, 32, 49, 67), Nemet Ioan (2995, 3006, E: 1027, 83—87, 89, 90, 92, 94, 99, 101, 16, 18), Roșian Atanasie (3006, 121, E: 1095, 99, 101, 07, 11, 14, 16, 29), Ziman Otilia (E: 1098, 100, 01, 07, 08,

16, 20, 26). Cl. X. Ardelean Vasile (2957, 63—65, 69, 70, 72, 83, 101, 22, 25), Crișan Gavril (2956, 57, 61, 63—65, 69, 70, 72, 73, 3006, 11, 16, 21, 22, 25), Fănățean Nicolae (3006, 11, 15, 16, 21, 22, 25, 27, 29, 34, 50, 57), Găzar Gheorghe (2957, 61, 63, 65, 69, 70, 72, 83, 86, 94, 3002, 11, 25), Mădăraș Lucian (2957, 68, 72, 73, 76, 83, 92, 94, 95, 3001, 02, 06, 11—13, 21, 22, 25, 57, 75, 121, E: 1029), *Măries Viorel* (2971, 72, 75, 3004, 06, 07, 11, 15, 21, 22, 25, 27, 29, 50, 61, 74, 79, 85, 91, 93, 95—98, 106—10, 15, 19, 21, 22, 25, 31, 33), Săveanu Mircea (2956, 57, 61, 63—65, 67, 69, 70, 72—74, 85—87, 94, 3002, 03, 06, 11, 15, 21, 22, 25, 29, 50, 57), Wiesler Hervarth (2956, 57, 60—78, 83—88, 90—92, 94—96, 3001—04, 42, 54, 57), *Wiesler Ervin* (2957, 61—67, 69, 70, 72—74, 76, 78, 83, 85—87, 94, 3002), Abs.: Apostol Alexandru (3061, 63, 74, 82, 86, 92—100, 04, 09, 10, 22, 25), Szasz Carol (3006—19, 21—27, 29, 32, 34, 42, 43, 50, 51, 55, 57, P,N).

SIBIU. *Ș.m. 1 „Gheorghe Lazăr"*. Cl. IX. Gheorghiță I. Ion (3006, 09, 11, 12, 17, 19, 21, 24, 26, 27, 39, 51, 57, 84, 86, 97). Cl. X. Ciorîcă Ion (2963, 65, 68, 70, 71, 75, 3011, 15, 22, 29, 34), Munteanu Ovidiu (3006, 10—13, 15—18, 22, 24—26, 29, 34, 39, 43, 50, 57), Nistor Virgil (2963, 3015, 25, 57, 94, 96, 97), O-Dang-Miang (3006, 07, 10—13, 15—17, 21, 22, 25, 27, 29, 32, 34, 39, 47, 51, 57), *Ri-In-Sin* (2956—69, 71, 72, 75, 78, 81, 91, 93, 95, 3001, 06—17, 20—27, 29, 31, 32, 34, 39, 43, 47, 50, 54, 59 71 72, 74, 79, 82—87, 93, 95—98, 100—07, 09—16, 19, 21, 22, 25, 27—35, 37, 38, 62). Ș.m. 5. Cl. VIII. Gladcă Eugen (E: 1086, 14, 20, 23, 27, 29). Cl. IX. Dordea Nicolae (3011, 21, 97, 110, 21, 25, 31, 44, 48, 62). Cl. X. *Hoang-Miang-Ho* (2956—72, 75—78, 86, 89, 91, 92, 94, 95, 3001, 02, 06—26, 29, 31, 32, 34, 37, 39, 47, 50, 51). Abs. Bică Maria (3006, 07, 11, 12, 16, 18, 19, 25, 27, 29, 60).

SIGHIȘOARA. Cl. VIII. Puntea Paula (3120—23, 45, 49, E: 1114, 26, 29, 96). Cl. IX. Costea Doina (2961, 64, 3006, 11, 17, 21, 42). Cl. X. Fabian Mihai (2957, 63, 65, 74, 86, 3002, 03, 06, 21, 63), Filip Ioan (2974—76, 85—87, 94, 96, 3004, 06, 16, 17, 21, 24, 26, 27, 31, 51, 86, 95, 97, 100, 04).

SINAIA. Abs. Stăncel Dan (3085, 86, 93, 94, 96, 112, 19, 33, 34, 38, 42, 46).

SLĂNIC. Abs. *Nicolae G. Florian* (2961, 3011, 16, 18, 19, 21, 22, 25, 27, 34, 43, 47, 57, 59, 69, 74, 85, 86, 94—97, 100, 12, 15, 20—25, 28, 43—46).

SLATINA. Ș.m. 1. Abs. *Ghenea R. Anghel* (2941, 53, 57, 59, 61—65, 67—72, 78, 83, 84, 87, 86, 94—97, 3001—03, 05—18, 21—26, 29, 31, 34, 50, 51, 57, 66, 96—98, 104—06, 07, 09, 12—20, 22, 23, 25, 30—36, 38, 42—44, 46—52, 56, 62), Trepăduș Vasile (3031, 32, 34, 35, 50—52, 62, 63, 69, 71, 84, 86, 91, 93—97, 102, 16, 42, 46, 49, 51, 56, 60—62, 65, 81).

STREHAIA (Craiova). Cl. X. Bacria N. Vasile (3006, 10, 12, 15—17, 21, 22, 29, 57, 64, 86, 93—98, 102, 04, 06), Sanda N. Nicolae (2963—66, 68—70, 73, 75, 83, 85, 86, 94, 3006, 11—13, 16, 21, 22, 25, 34). Cl. X serală. Cenușe Gheorghe (3006, 11, 13, 16, 17, 21, 34, 39, 51, 57, 63, 86, 94—97, 100—03).

SUCEAVA. *Ș.m. 1 „Ștefan-cel-Mare"*. Cl. IX. Socoliuc Gheorghe (3006, 09, 11, 14, 16, 21, 26, 29, 31, 42, 86, 95, 97, 110, 14, P) Abs. Curcă I. Dumitru (3063, 85, 86, 93—98, 100, 02—05, 09, 20, 22, 25, 30, 31, 33, 34, 36, 38, 48, 49, 51, 62).

TECUCI. Ș.m. 1. Cl. VIII. Schefler Lazăr (2938, 3006, 100, 21, 22, 30, 35, 37, 41, 49, E: 1069, 71, 72, 77, 82, 89, 92—94, 99—101, 07, 08, 14—16, 18, 23, 26, 29, 30). Cl. X. Sulugiuc Silvia (3007, 13, 22, 24—26, 28, 46, 93—96, 99, 102, 04, 08, 09, 15, 16, 21, 28, 31, 36, 84, P). Ș.m. 2. Cl. IX. Bradea Ioan (3026, 27, 120—25, 30—37, P). Cl. X. *Vidrașcu Traian* (2929, 32, 33, 41, 51, 68—78, 80, 85—88, 92, 94, 95, 3001, 03, 04, 06—09, 11—15, P). *Ș. mil. aviație*. An. I. Andrieș Eugen (2956—78), Abs. *Catană C. Constantin* (3006, 07, 10—26, 29, 34, 42, 43, 46, 50, 51, 54, 57, 59, 60, 62, 63, 66, 71, 74, 82, 83, 85, 86, 91, 93, 94, 96—98, 100, 02—04, 20, 21, P), *Chebac G. Marcel* (3006, 07, 11, 12, 16, 19, 21, 25, 27, 29, 34, 39, 57, 93—97, 100, 02, 03, 06, 09, 10, 19—23, 25, 30—34, 38, 41, 42, 49, 51, 62, 84), Chișcaru Marin (2957, 61—63, 70—73, 75, 76, 83, 86, 87, 94, 3002, 03, 86, P).

TIMIȘOARA. Abs. *Șubu Teofil* (3084—86, 91, 93—98, 100—03, 06, 08—10, 12, 14—16, 20—22, 25, 28, 30, 42, 43, 45, 49, 51).

Ș.m. 1. Cl. VIII. Ardeleanu Nicolae (3006, 17, 26, 100, 20—23, 25, 30, 31, E: 1085, 94, 95, 97—100, 07, 08, 14—16, 18—20, 21, 24—26, 29), Borha Petru (3006, 26, E: 1090, 92, 95, 99, 100, 08, 14, 16, 19), *Hiriș Viorel* (3012, 16, 17, 21, 39, 47, 86, 95, 120—23, 25, 30—33, 35, 37, 41, 43, 49, 51, 62, 75, E: 1106, 21, 23—30, P), Tupan Ion (2962, 64, 72, 3006, 16, 21, 26), E: 1081, 83—85, 89, 90, 92—95, 98—102, 08). Cl. IX. Cotăescu Ioan (2961, 64, 66, 67, 75, 3009, 11, 14, 21, 71), Pîrvu Dorel (2959, 62, 64, 75, 85, 88, 3006, 11, 12, 17), Schach Carol (2961, 64, 67, 72, 75, 83, 85, 92, 95, 3004, 06, 09, 11, 12, 16—18, 21, 24, 26, 51). Toma Ștefan (2962, 66, 67, 69, 75, 92, 3004, 09, 12, 16, 71, 86, 87, 95, 100, 04, 21, 22, 24). Cl. X. Circurel Olimpiu (2961—65, 71, 72, 78, 93, 3002), *Ionescu Alexandru* (2956, 57, 59—62, 66, 67, 71, 73, 75—78, 85, 86, 88, 89, 91—95, 3001, 06, 08, 10, 27, 29, 32, 34, 39, 43, 50, 51, 54, 57, 69, 82, 93—97, 106, P), Stoicoiu Dumitru 3006—08, 10—17, 19—25, 29, 31, 32, 34, 39, 50, 54,

57, 58, 63, 74, 86), Vuia Ion (2957, 61, 64, 65, 68, 69, 71, 72, 3011, 21, 25, 34).

Ş.m. 2. Cl. IX. Grossl Erich (3006, 11, 12, 16, 21, 61, 86, 95, 104, 25, 31, 62). Cl. X. Baustarck Gertrude (3006, 09—17, 19, 21, 22, 24, 26, 29, 31, 32, 34, 39, 44, 47, 57), Burgermeister Klemens (3006, 07, 10—13, 15—17, 21—23, 25, 29, 34, 50, 57, 86, 93—95, 102), Leitman Dieter (3006, 11, 12, 21, 25, 29, 86, 94, 102—04, 06).

Ş.m. 3 „Eftimie Murgu". Cl. VI. Mateescu Graţiela (E: 1096, 99, 101—03, 09—11, 14, 15, 19, 26, 27, 29, 30), Predescu Rodica (E: 1096, 97, 99, 101, 02, 10, 11, 14, 15, 17). Cl. VIII. Bolza Mariana (2964, E: 1081—86, 89—92), Coşereanu Sanda (3006, E: 1081—86, 88—90, 92, 95), Taşcău Siela (2962, 64, 95, E: 1081—84, 86, 89, 90, 92). Cl. IX. Cuşmaru Dan (3108, 20—23, 25, 30, 31, 34, 48, 49, 62), Toma Cornelia (2957, 58, 61—73, 75, 86, 89, 91, 92, 94, 95, 99, 3001, 02). Cl. X. Miloş Iulia (2957, 61, 62—66, 68—72, 92).

Ş.m. 5. Cl. IX. Bracht Lucia (2961, 72, 75, 86, 87, 3006, 12, 16, 21, 31, 51, 54, 55), Jitaru Grigore (2956, 67, 95, 3006, 11, 12, 19, 21, 24), Kotzman Eva (2961, 72, 75, 95, 3006, 12, 16, 21, 47, 51, 55, 86, 97, 100), Nerodea Rodica (2961, 64, 72, 75, 87, 95, 3006, 12, 16, 21, 47, 51, 55, 86, 95, 97, 100). Cl. X. Arbulev Ion (2957, 62, 63, 70, 72, 73, 75, 89, 94, 95), Bailuc Alexandru (3006, 10—13, 15, 21. 22, 25, 27, 29, 32, 34, 57), Cazubovici Mihai (2956, 57, 61—64, 87, 93, 95, 96, 3004), Földvari Attila (2957, 61—63, 65, 66, 70, 72, 73, 85, 95), Hofmann Ion (2956—73, 75, 89, 94, 3001, 10—12, 21, 25, 29, 32, 39, 57, 93), Ioan Dorina (2956, 61, 63—66, 72, 75, 76, 86, 94, 95, 3002), Mihailov Ioan (2957, 61, 66, 68—73, 76, 78, 85, 86, 94, 95, 3001, 02, 06, 10, 12, 13, 17, 18, 21, 29, 32, 34, 36, 57), Olariu Ştefan (2963, 65, 69, 70, 72, 73, 75, 86, 89, 94, 95, 3002), Popescu Gheorghe (2956, 57, 61—63, 65, 66, 68, 70—72, 78, 95, 3001), Peru Mihai (2957, 61, 65, 95, 3006, 11, 12, 21, 22, 25, *Riţă Teofil* (2956, 57, 61—73, 75, 76, 78, 83, 85—89, 91, 99—96, 3001, 04, 06, 09, 14, 16—18, 21, 22, 25, 29, 34), Susman Ion (2963, 65, 69, 70, 72, 73, 89, 94, 95).

Ş.m. 7. Cl. VIII. Studentov Tiberiu (3133, E: 1114—16, 20, 21, 24, 26, 27, 29, 30). Cl. IX. Crăviunaş Petru (3121—23, 25, 30—35, 37), Wächer Nicolae (2961, 64, 66, 67, 72, 87, 3011, 18, 26, 95).

Ş.m. 10. Cl. IX. Mănescu Gheorghe (2961, 64, 68, 72, 3006, 11, 12, 16, 21, 57). Cl. X. Mocanu Victor (2957, 61, 64, 65, 69, 72, 3006, 11, 21, 22, 25, 34, 57).

TÎRGOVIŞTE. Abs. *Cărbunaru M. Constantin* (2907, 08, 17, 18, 20, 22—25, 32, 35, 36, 41, 44, 51, 56—58, 60—65, 68—72, 75, 78, 95, 3001, 06, 11, 12, 16, 17, 21, 22, 25, 29, 34, 43, 50, 57), *Şapteluni Dorin* (2907, 08, 17, 18, 20, 22—25, 32, 35, 36, 71, 44, 51, 56—58, 60—65, 68—72, 75, 78, 95, 3001, 06, 11, 12, 15—17, 21, 22, 25, 29, 34, 43, 50, 57), *Stănilă Nicolae* (2907, 08, 12, 13, 17, 18, 20—24, 28, 29, 32, 33, 35, 40, 44, 57, 59—65, 68—72, 76, 78, 83, 84, 86, 87, 93—95, 97, 3001—03), *Popescu Melania* (2957, 61—66, 68—72, 75, 78, 83, 86, 95, 3001, 02, 07, 08, 10—14, 18, 21—23, 25, 26, 29, 34, 43, 50).

Ş.m. 1 „Nicolae Bălcescu". Cl. IX. Dumitrescu Horia (3009, 19, 31, 51, 71, 86, 95, 97, 100, 02, 04, 10, 20—23, 25, 30—37, 41, 48, 49, 51, 52, 62, 84), Popescu T. Dan (2961, 75, 96, 3006, 09, 11, 12, 15, 18, 21, 29, 60, 85, 95, 104), Rujan Romulus (3014, 16, 17, 26, 47, 61, 86, 95, 97, 100, 02, 04, 10, 20, 22—25, 30, 32, 35—37, 44, 49, 51, 62, 75, P), Safta Victor (3016, 17, 21—25, 29, 32—34, 43, 50, 57, 63, 74, 80, 85, 86, 93—98, 100, 92, 06).

Ş.m. 2. Cl. VIII. Arzoiu Cornel (3006, 12, 26, 104, 21, 22, E: 1098, 100, 08, 16, 19), Dinu Ion (2957, 3006, 21, 26, 100, 04, 21, 22, 25, 49, 62, E: 1097, 116, 29), Drăgan Maria (3006, 16, 17, 26, 121, 23, E: 1094, 99, 100, 14, 26), Ştefan Virgil (3006, 18, 121, 22, 62, E: 1095, 98, 116, 20, 23—25). Cl. IX. Bărboiu St. Virgil (3006, 11, 21, 26, 95, 96, 31, 20—23, 25, 31, 33, 34, 36, 37, 62), Petrescu N. Constantin (3006, 11, 12, 16, 17, 21, 24, 26, 57, 95, 121, 22, 25), Popescu A. Nicolae (2956, 59, 61, 62, 64, 67, 69, 92, 95, 98), Ploscaru Mihai (2996, 3006, 09, 11, 12, 14, 15, 17, 21, 26, 29, 47, 61, 86, 93, 95, 97, 3100, 02, 04, 10, 20—22, 25, 34, 37, 38, 44, 48, 49, 62. P).

Ş.m. 3. Cl. VIII. Dumitrică I. Aurel (2917, 61, 62, 64, 72, 83, 3006, 12, 16, 17, 21, 26, 27, 39, 47, 63, 86, 100, 20, 23, 27, 30, 33, 37, E: 1094, 98, 100, 02, 09, 14—16, 19, 20(. Cl. X. *Cănuţă Gheorghe Vasile* (2918, 19, 40, 48, 56—74, 76, 78, 83, 85—87, 89, 91—96, 3001 04, 06—15, 17, 19, 21—27, 29, 31, 32, 34, 39, 42, 43, 50, 57, 62, 63, 70, 71, 83, 86, 93—106, 09—12, 15, 16, 19, 20, 22—25, 27—38, 42, 45, 46, 49, 51, P), *Cirnu M.* (3006, 11—16, 21, 22, 24, 26, 27, 29, 31, 32, 34, 39, 42, 43, 47, 51, 54, 56, 61—63, 66, 68, 69, 71, 72, 74, 82, 85, 86, 88, 90—98, 100, 02, 04, 06), *Dumitru I. Gheorghe* (2907, 17, 19—25, 32, 33, 35, 38, 41, 44, 51, 61—66, 68—73, 78, 83, 86, 91, 92, 94, 3002, 06, 09—13, 15—18, 21—27, 29, 31—34, 39, 43, 47, 50, 51, 57, 63, 93, 94, P), Popescu Liviu Dan (3006, 11, 16—18, 21, 22, 24, 29, 39, 34, 50, 57, 62, 63, 86, 91, 93—98, 104, 06). Cl. XI serală. *Irimia Corneliu* (2940, 49, 53, 67, 89, 3006, 07, 10—13, 15, 16, 20, 22, 25, 28, 30, 33, 34, 42, 45, 49, 51, 62, 75, 82, 84, 86, 93—97, 102).

TÎRNĂVENI. Abs. *Grigoriu Corneliu* (3074, 86, 93—97, 100, 02, 03, 05—07, 10, 11, 15, 16, 20, 22, 23, 25, 28, 30, 33—38, 42, 43, 46, 47, 49, 51, 55, 62).

TÎRGU JIU. *S.m. 1 „Ecaterina Teodoroiu".*

Cl. VIII. Cancer N. Anca (3120—23, 25, 30—34, 36, 47, 49—51, 58, 61, 62, E: 1109, 14, 17, 19—27, 29, 30).

Ş.m. 2 „Tudor Vladimirescu". Cl. VIII. Petrescu St. Ştefan (E: 1081—84, 86, 87, 89, 90, 92—95, 97—102, 08), Cl. IX. Berculescu Ion (2963—65, 70, 73, 85, 86, 93, 3006, 11, 13, 16, 22, 25, 34), Cojocaru Ion (2944, 57, 61—63, 65, 70, 72, 73, 78, 83, 86, 94, 3011, 13, 21), Chepea Ion (2957, 61, 65, 68—70, 3006, 11, 12, 16, 21, 34, 39, 86, 93, 94, 102), Diaconescu Romulus (2963—66, 69, 70, 72, 73, 78, 83, 86, 3006, 11, 16, 21, 34), Gorduza Drian (2957, 61, 64—66, 68, 70, 78, 83, 85, 94, 3006, 21, 23), Ionescu V. Grigore (2932, 61—66, 68—70, 72, 73, 75, 78, 83, 85, 86, 94, 3006, 11—13, 16, 21, 22, 25, 27, 29, 74, 86), Lăscăţeu Ştefan (2932, 57, 61—66, 68—70, 73, 78, 83, 86, 94, 3006, 11, 13, 16, 21, 22, 25), Lăpăduş Ion (2957, 61—65, 68—70, 72, 73, 75, 83, 85, 86, 94, 3006, 11, 13, 21), Mălăescu D. Dumitru (3014, 17, 19, 24, 26, 27, 39, 97, 100, 01), Milcu Emil (2944, 63, 64, 66, 69, 70, 72, 73, 78, 83, 86, 96, 3006, 16, 21, 25), Prună Dumitru (2944, 57, 61—65, 70, 72, 73, 78, 38, 85, 86, 94, 3006, 11, 13, 16, 21, 25, 34, 94), Păun C. Dănuţ (2932, 44, 62, 63, 65, 69, 70, 72, 73, 75, 83, 85, 94, 96, 3006, 11—13, 16, 21, 22, 25, 34), Roibu 9lex. (2957, 62, 63, 65, 70, 73, 75, 85, 94, 3006, 11, 13, 16, 21, 25, 31, 34, 94), Şerban D. Viorel (2956, 57, 61—66, 68—70, 72, 73, 75, 78, 83, 85, 86, 92, 94, 95, 3001, 06, 11—13, 16, 21, 22, 25, 27, 29, 34, 86), Şendroiu Iulian (2956, 62, 64—66, 68, 70, 73, 75, 3013, 16, 21, 25, 29). Cl. X. Andriţa Ion (2932, 56, 61—70, 72, 73, 75, 83, 85, 86, 92, 94, 95, 3001, 06, 11—13, 16, 21, 22, 25, 26, 29, 34, 106), *Badoşiin Constantin* (2932, 56, 57, 61—65, 68, 70, 72, 73, 75, 82, 83, 85, 86, 92, 94, 95, 3001, 06, 11—13, 16, 21, 22, 24—26, 29, 34, 106), Bozdog Ion (2956, 62, 64, 66, 73, 75, 83, 85, 86, 92, 94, 95, 97, 3001, 06, 11—13, 16, 18, 21, 24, 25, 29, 32, 34, 86, 93, 94, 106), Cocheci Nicolae (2932, 56, 57, 61—66, 70, 73, 75, 85, 86, 3006, 11, 13, 22, 25, 29), Chirculescu Vasile (2956, 62—66, 68—70, 72, 73, 75, 83, 86, 92, 94, 95, 3001, 06, 11—13, 16, 21, 22, 24, 25, 29, 34), Croitoru E. Valentin (2956, 61—67, 69, 70, 72, 73, 75, 83, 85, 86, 92, 94, 95, 3001, 06, 11—13, 16, 21, 22, 25, 29, 34), Ciocăzeanu Ion (2932, 56, 61—70, 72, 73, 75, 83, 85, 86, 94, 95, 3006, 11—13, 16, 21, 22, 25, 29, 34), Drăgănescu Traian (2956, 61—70, 72, 73, 75, 86, 85, 86, 94, 95, 3001, 06, 11—13, 16, 21, 22, 25, 26, 29, 32, 34), Egăroiu Ion (2932, 56, 61—70, 72, 73, 75, 83, 85, 86, 92, 94, 95, 3001, 06, 11—13, 16, 21, 22, 25, 26, 29, 34), Lupulescu I. Ion (2956, 61—86, 70, 72, 73, 75, 83, 85, 92, 94, 95, 98, 3006, 11, 13, 16, 21, 22, 25, 29, 34), Munteanu V. Barbu (2956, 57, 61—63, 65, 66, 68—70, 72, 73, 75, 83—86, 92, 95, 3001, 06, 11, 12, 16, 21, 22, 25, 29, 34), *Pitea M. Teodor* (2957, 61, 63—65, 68—74, 76, 78, 83, 86, 87, 94, 95, 3001—03, 06, 10—12, 15—18, 21, 22, 25, 29, 32, 34, 51, 57, 63, 65, 69, 72, 86, 93—95, 100, 02, 06, 10, 20, 22, 25, 27—35, 37, 38, 42, 45, 47—49, 51, 75, 83, 109), Prodan C. Constantin (2932, 56, 61—70, 72, 73, 75, 83, 85, 86, 92, 94, 95, 3001, 06, 11—13, 16, 21, 22, 25, 29, 34, 106), *Vlădoiu D. Dumitru* (2932, 56, 61—70, 72, 73, 75, 83, 85, 86, 92, 94, 95, 3001, 06, 11—13, 16, 21, 22, 24—26, 29, 34, 106), Cl. XI sSeral. Maxilu C. Constantin (2963, 69, 70, 72, 73, 3011, 21, 25, 29, 93—95).

Ş.m. 3. Cl. VIII. *Adam I. Gheorghe* (2907, 32, 33, 35, 38, 41, 44, 61, 62, 64, 69, 72, 75, 83, 85—87, 89, 91, 94, 95, 3001, 02 E: 1066, 67, 69—79, 81—84, 96).

TIRGU MUREŞ. *Ş.m. 1 „Papiu Ilarian".* Cl. VIII. Brezeanu Vasile (2970, E: 1081—98, 100, 02, 03, 07, 08), Ionescu Radu (2970, 72, 3006, E: 1081—86, 88, 91), Mureşan Tudor (E: 1081—86, 88—90, 92, 93), Stoica Emil (2970, 87, E: 1081—85, 88—92), Cl. IX. Antoniuc V. Bogdan (2957, 61, 64, 66, 67, 71, 72, 76, 83, 85, 96, 3001, 04), Ş.m. 3. Burlăcu Galina (2963, 68—71, 3006, 11, 22, 25, 29, 34, 57, 94, 100, 06), Şarlea Dora (3064, 69, 93, 94, 96, 98, 106, 09, 16, 28, 42).

TIRGU NEAMŢ. Cl. VIII. Dabu Răzvan (3017, 26, 31, E: 1094—96, 98, 99, 101, 02, 07), Teodoru oDina (3120—23, 31, E: 1123—29). Cl. X Budu Elena (3112, 15, 20—22, 25, 30, 31, 34, 37, 38). Abs. Stîngu M. (2956—58, 61—65, 68—72, 75, 83—87, 3002, 11, 21, 25, 27).

TIRGU OCNA. Ş.m. Cl. X. Stănescu C. M. (2961, 70, 71, 75, 88, 92, 95, 3001, 11, 15, 21, 25, 57). Abs. Mironescu Mircea (2961, 63—72, 75, 76, 78, 83, 86, 94, 3011, 13—15, 21, 22, 25, 29, 34, 50, 57, 63, 74, 93, 94).

TURNU MĂGURELE. S.m. Cl. IX. *Ceangiru C. Gheorghe* (2956, 61, 64, 72, 74, 76, 83, 86, 87, 89, 94, 3004, 09, 11, 12, 14, 19, 24, 57, 3069, 71, 82, 86, 95, 97, 100, 05, 14, 22—25, 30—37, 62). Crăiete Victor (2912, 14, 19, 24, 26, 59, 64, 57, 74—76, 83, 86, 87, 3009). Abs. *Grecu I. Eftimie* (2907, 96, 3003, 12, 13, 16, 17, 21, 22, 25, 34, 39, 51, 57, 63, 69, 74, 79, 80, 82, 93, 94, 97, 100, 01, 06, 10, 12, 15, 20—22, 25, 30—37, 42, 43, 45, 46, 48, 49, 51, 62, 75, P), Panaitescu G. Aureliu (2923, 56, 59, 61, 62, 64, 66, 67, 72, 74—76, 83, 85—87, 94, 3001, 04, 09, 14, 17, 19, 24, 25).

TURNU SEVERIN. Abs. Bîrlan Toma (2020, 22, 23, 3011, 12, 15, 21, 29, 93, 98), Cvitu C. Nicolae (2957, 61, 62, 64—66, 68—72, 75, 83, 85, 87, 89, 97, 3006), Epuran C. Constantin (2957, 61—66, 68—71), *Gâletuşe Stelian* (2956, 59, 60, 71, 74, 76, 77, 83—85, 87, 94—97, 3000—03, 05, 23, 25—27, 29, 31, 32, 34, 39, 42, 43, 47, 50, 51, 54, 55, 57—6,

62, 63, 66, 69—72, 74, 80, 82—86, 91, 93—98, 100, 02—04, 06), *Rusu Constantin* (2959, 60, 83, 85, 87, 91—97, 300, 02, 03, 05, 07—10, 14—16, 19, 23, 24, 26, 39, 42, 43, 47, 50, 55, 58, 63, 64, 66, 69—72, 74, 80, 82, 84—86, 89, 91, 93, 94, 98—100, 02—04, 06, 09, 10, 15, 16, 20, 22, 25, 28, 42, 51, 62), Ş.m. 1. Cl. VIII. Bojincă M. Ştefan (2975, 3006, 09, 12, 21, 26, E: 1081—86, 90, 92, 94—96, 98—102), Ciortan Gabriela (2975, 3026, 104, 30, 31, 51, 62, E: 1090, 92, 107, 16, 19, 21), Niţescu G. Ion (3006, 120—22, 30, E: 1098, 100, 07, 26, 29), Roată Virginia (2962, 75, 3006, 16, 17, 26, 162, E: 1082, 88, 93—102, 04, 07—09, 14, 15, 20), Sudulescu Barbu (2962, 72, 75, 83, 85, 87, 3006, E: 1081—85, 87—90, 92). Cl. IX. Atanasiu Elena (3014, 16—19, 21, 24, 26, 57, 69, 86, 95, 100, 20—22, 25), Băran G. (2956, 62, 67, 69, 76, 83, 85, 87, 89, 3001, 06, 09, 11, 12, 14, 16, 18, 1, 24, 26, 120, 21, 25), Oprică I. Verona (2976, 83, 85, 89, 92, 94, 95, 3001, 04, 06, 09, 11, 12, 18, 21, 24, 57, 95, 104, 24, 25, 36, 44, 48, 81), Roată G. Radu (2974, 83, 3004, 11, 12, 16, 17, 21, 24, 26, 39, 47, 54, 57, 69, 71, 86, 95, 100, 02, 20—26), Surdulescu Mircea (2962, 83, 87, 95, 3001,, 04, 11, 26, 39, 86, 97), Cl. X. Alexe Alexandru (2956—58, 71, 92, 94, 3002, 10, 17, 18, 24, 25, 34, 50, 63, 93, 94, 96, 121), Bresniceanu Alexandru (3013, 29, 86, 94, 100, 09, 20—23, 25, 30, 33, 34), Lăzăroniu G. (3018, 23, 32, 39, 57, 63, 64, 69, 74, 83, 84, 87, 93—95, 98, 100, 02, 03, 06), *Purcariu Ion* (2963, 65, 70, 72, 78, 83, 85, 86, 89, 94, 95, 3003, 06, 11—14, 17, 21—25, 27, 29, 34, 39, 50, 57, 83, 84, 86, 93, 94, 98 ,104, 09, 11, 15, 20—23, 25, 30, 31, 33, 34, P), Sîrbu P. Aristică (2964 70, 71, 3002, 06, 11, 16, 17, 21, 25, 29, 34, 39, 50, 57), Suici G. (3082—84, 93, 94, 96—98, 102, 04, 06, 07, 09, 10, 12, 19—22, 25, 27, 30—37, 49, 51, 60, 62), Tănase Mihail (3010, 12, 13, 17, 22, 24, 29, 34, 39, 50, 57, 63, 83, 86, 93, 94, 97, 98, 100, 02, 04). Ş.m. 2. Cl. X. Luca B. Pătru (3006, 07, 11, 13, 15, 21—23, 25, 29, 34, 39, 50, 57, 86, 93—95, 97, 98, 122, 25, 28, 62), Ş. prof. ucenici Şantierul naval. An. II. Lăcătuş Hotăranu Dumitru (3134, 37, 62, 79, 80, 943, 121, 25, 30—33, E: 1127, 29, 30, P).

TULCEA. Cl. IX. Grădinaru Nicolae (3009, 14, 16, 19, 26, 31, 80, 86, 95, 97, 100, 04, 10, 22—25, 30, 31, 34, 36, 62). Abs. *Grădinaru Pimen* (2960, 77, 97, 3004, 07—10, 16, 22, 29, 54, 60, 62, 63, 66, 69, 71, 72, 74, 84, 86, 91—100, 02, 07, 09, 13, 15, 16, 18, 22, 23, 25, 28—31, 33—36, 38, 43, 60, 62, 74).

TURDA. *Ş.m. „Mihai Viteazu"*. Cl. IX. Simpăleanu I. Marin (2956, 59, 61, 62, 64, 66, 72, 75, 85, 96, 3004, 09, 11, 12, 14, 17, 19, 21, 24, 26, 31, 39, 51, 57, 86, 97, 100, 02, 04, 05, 25). Abs. *Simpăleanu I. Paul* (2956, 59, 60, 74—77, 83—88, 92, 94—97, 3001—04, 06—15, 17—26, 29, 31, 39, 50—52, 54, 57—60, 63, 64, 71, 82, 86, 93—98, 100, 02—07, 20, 22—25, 28—37).

URLAŢI. Ş.m. Cl. VIII. Amrein Elisabeta (2975, E: 1082, 84, 87, 93, 95, 98, 107, 16, 20), Vasilescu Alina (3006, 12, 16, E: 1090, 92—95, 98, 107, 14, 20).

VASLUI. Cl. X. Maftei V. Ioan (3071, 82, 93, 94, 96, 97, 100—02, 04, 09, 10, 12, 14—16, 20—23, 25, 27, 28, 31—34, 36, 43, 45—49, 51, P). Abs. Vieru Mihai (3006, 09—13, 15—17, 21, 22, 24, 29, 34, 39, 50, 57, 84, 93—95, 97, 104—06).

VEDEA. Cl. Xş Tomescu C. Ion (2908, 17, 18, 23, 33, 61, 3003, 06, 09—11).

VICTORIA (Făgăraş). Şerban Constantin (P).

VIDELE. Jarusek I. Constantin (3006, 09, 11, 18, 21, 29, 39, 85, 93—95).

VIŞEUL DE SUS. Drubea Mihai (P).

ZLATNA. Cl. IX. Cristescu Oraţiu (2961, 69, 3006, 10—12, 86, 97, 100, 02), Iacob Alexandru (2961, 62, 64, 66, 67, 69, 72, 3006, 11, 12, 16, 18, 21).

— În redactarea unei soluţii trebuie alese *notaţii potrivite*, subliniate părţile principale, iar calculele numerice să fie făcute cu mare îngrijire. *Figurile* trebuie lucrate corect, clar, cu linii pline şi punctate. De multe ori aceste reguli îndeplinite conduc la soluţia problemei. Adesea dintr-o problemă simplă pot ieşi chestiuni interesante. Soluţiile mai dificile se obţin uneori prin încercări succesive şi studiind chestiuni în legătură cu problema de rezolvat.

— Corespondentul nostru care a citit şi a înţeles deplin multe din soluţiile publicate, a rezolvat multe din probleme propuse, poate şi este îndemnat să încerce să schiţeze cîte o *notă* scoasă dintr-o observare făcută cu ocazia rezolvării unei chestiuni mai grele. Aceste note este bine să fie refăcute de mai multe ori înainte de a fi trimise pentru a se evita ca în expunerea făcută să fie scrise *vorbe fără rost*, iar ideile trebuie să deştepte *interes pentru cititor*.

— Tovarăşii colaboratori elevi sînt rugaţi să ne trimită date asupra activităţii lor extraşcolare la matematică şi la fizică, asupra activităţii cercurilor de matematică sau de fizică la care iau parte şi asupra modului de desfăşurare a „Olimpiadei de matematică şi fizică", pentru ca apoi, prin revistă, să se poată realiza cu succes, un schimb de experienţă.

Abonamentul la G.M.F. — seria B se face individual şi prin oficiul poştal local şi este de 18 lei anual (12 numele).

ORSZÁGOS MŰSZAKI KÖNYVTÁR 1953

— **Se primesc soluții la problemele și exercițiile propuse** în ultimele 3 numere **apărute ale** G.M.F.-B.

— **Nu se vor trimite soluțiile mai mutor probleme** pe aceeași foaie. **Rezolvitorii de probleme sînt rugați să nu trimită în cursul unei luni mai mult de** un singur plic **cu probleme rezolvate și în nici un caz mai puțin de** 10 probeme **rezolvate; altfel nu se mai anunță la rubrica rezolvitorilor de probleme.**

— **Soluțiile problemelor propuse în acest număr se primesc pînă la** 30 martie 1959.

— **Trimiterea soluțiilor se va face pe adresa redacției G.M.F. seria B, în plic, fiind așezate** în ordinea lor numerică crescîndă, **iar separat se va întocmi un borderou de soluțiile trimise.**

ANUNȚ. — La Librăria Academiei R.P.R. din Calea Victoriei 27, București, se găsesc de vînzare toate numerele din G.M.F. seria B apărute în anul 1957. Doritorii pot comanda printr-o carte poștală, *de la librăria de mai sus, numere separate sau toate numerele pe tot anul 1957, care le vor fi expediate contra* ramburs.

CĂTRE CITITORI

Tov. cititori sînt rugați să-și reînoiască din timp abonamentele pe anul 1959.

Abonamentele se primesc de către difuzorii de presă din întreprinderi, instituții și de la sate, factorii poștali și oficii poștale.

ERATĂ: — La pag. 549 se va adăuga: *Văluță Mihai* (cl. X, C.-Lung Muscel). — La problema 3364 în loc de „A este fix" se va citi „A_2 este fix".

— La pag. 611 la numerotarea problemelor 3494 și 3495 se va citi 3394 și 3395.

— La problema E: 1200 în loc de 3 vapoare se va citi două vapoare.

BIBLIOTECA SOCIETĂȚII DE ȘTIINȚE MATEMATICE ȘI FIZICE DIN R. P. R.

1.	E. RUSU	Bazele teoriei numerelor.
2.	A. I. MARKUȘEVICI	Șiruri recurente.
3.	N.N. VOROBIEV	Numerele lui Fibonacci.
4.	P. S. ALEXANDROV	Introducerea în teoria grupurilor.
5.	I. S. SOMINSKI	Metoda inducției matematice.
6.	GH. MIHOC	Elemente de calculul probabilităților.
7.	H. IONESCU	Calcule numerice.
8.	A. I. MARKUȘEVICI	Arii și logaritmi.
9.	A. I. GHELFOND	Rezolvarea ecuațiilor în numere întregi.
10.	O. SACTER	Despre conice și alte curbe.
11.	ION IONESCU	Maxime și minime geometrice.
12.	F. I. ZIGHEL	Cometele.
13.	S. SKLOVSKI	Radioastronomia.
14.	V. ATANASIU	Structura materiei.
15.	V. V. SARONOV	Soarele și observarea lui.
16.	O. KREINDLER	Elemente de calcul vectorial.
17.	B. B. KUDRIAVȚEV	Experiențe simple cu ultrasunete.
18.	M. V. PENTKOVSKI	Nomograme.
19.	A. KAHANE	Elemente de teoria congruențelor de drepte.
20.	GH. ȚIȚEICA	Culegere de probleme de geometrie, (revăzută și completată de G. D. SIMIONESCU).
21.	A. HALANAY	Introducere în teoria calitativă a ecuațiilor diferențiale.
22.	N. STĂNESCU	Electronul.
23.	V. SERGIESCU	Introducere în fizica solidului.
24.	G. N. BERMAN	Cicloida.
25.	C. BORȘ	Noțiuni de geometrie proiectivă.
26.	AL. SANIELEVICI	Introducere în radioactivitate.
27.	M. HEROVANU	Introducere în fizica atmosferei
28.	C. G. BEDREAG	Bibliografia fizicii române.
29.	I. S. DUBNOV	Erori în demonstrațiile geometrice.
30.	H. STEINHAUS	Caleidoscop matematic (traducere din limba poloneză).
31.	C. POPOVICI	Stelele, date fizice, structura internă, originea și evoluția lor.
32.	C. DRIMBA	Elemente de mecanică cerească.

C. 2102 Litografia și tipografia Învățământului.

Lei 1,50

E 1426

KAT

SOCIETATEA DE ŞTIINŢE
MATEMATICE ŞI FIZICE DIN R.P.R.

Institut. de Documentare Tehnică
BUCUREŞTI
ОБМЕН - CSERE
VYMENA - WYMIANA
TAUSCH - СМЕНА

GAZETA MATEMATICĂ ŞI FIZICĂ

SERIA B

PUBLICAŢIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Anul IX — decembrie 1958

12

EDITURA TEHNICA

GAZETA MATEMATICA ŞI FIZICĂ

(SERIA B)

Anul IX — Nr. 12 — decembrie 1958

SUMARUL

	Pag
1. *Curentul termoelectric şi aplicaţiile sale de Teodora Grosu*	689
2. *Note matematice de Paul R. Popescu, D. C. Panu, Marin N. Ciobanu şi Mihai Coconea*	701
3. *Probleme rezolvate (2808; 2811; 2850; 2880; 2881; 2884; 2885; 2886; 2887; 2888; 2890; 2891; 2897; 2898; 2901; 2902; 2928; 2929; 2931; E: 1061; 1067; 1080; 1093*	711
4. *Olimpiadele de matematică şi fizică 1959*	724
5. *Chestiuni de examen (3427—3445)*	725
6. *Probleme propuse (3446—3463)*	729
7. *Exerciţii şi probleme propuse pentru şcoala de 7 ani (E: 1260—E: 1272)*	732
8. *Rubrica rezolvitorilor de probleme*	734
9. *Tabla de materii pe anul 1958*	743

ANUL IX 12 DECEMBRIE

COMITETUL DE REDACŢIE

Atanasiu V., lector, redactor pentru fizică ; **Bolangiu A.**, asistentă univ., **Ionescu Bujor C.**, prof. univ. ; **Ionescu-Ţiu C.**, profesor, redactor pentru matematică ; **Muşat I.**, profesor ; **Negulescu A.**, profesoară ; **Petrovanu A.**, profesor ; **Pop Alex.**, profesor ; **Rădulescu N.**, profesor ; **Sacter O.**, conf. univ., redactor responsabil ; **Simionescu D. Gh.**, conf. univ.

REDACŢIA: Str. Academiei, 14 — Tel, 14.46.53 — Bucureşti I

Articolele, notele, recenziile, problemele propuse sau rezolvate, corespondenţa privitoare la activitatea matematică şi fizică a şcolilor, precum şi orice material informativ care ar putea interesa redacţia noastră se vor trimite pe adresa de mai sus.

MŰSZAKI KÖNYVTÁR SZOLGÁLAT 1958

GAZETA
MATEMATICA ŞI FIZICA (SERIA B)
PUBLICAŢIE LUNARĂ PENTRU TINERET
Anul IX, Nr. 12 decembrie 1958

CURENTUL TERMOELECTRIC ŞI APLICAŢIILE SALE

Conf. univ. TEODORA GROSU

I. Potenţial de contact

CURENTUL electric poate fi produs prin diferite mijloace. Cel mai simplu generator de curent electric continuu este pila electrică. Încă în anul 1799, Volta[1]) construieşte prima baterie electrică numită „coloana lui Volta". Spre a putea produce curentul electric, trebuie ca între cei doi poli ai unei pile, legaţi printr-un conductor, să se creeze o diferenţă de potenţial electric. Fără această diferenţă de potenţial, trecerea electronilor (care constituie curentul electric) n-ar fi posibilă. Propriu zis, la pila electrică, energia chimică se transformă în energie electrică: este un caz tipic de verificare a legii transformării şi conservării energiei, elaborată de Lomonosov[2]).

Vrînd să creeze un generator de curent electric, Volta, în 1797, descoperă că la contactul dintre două metale diferite, apare o diferenţă de potenţial. Aşezînd mai multe plăci de metal în ordinea următoare: Al, Zn, Sn, Cd, Pb, Sb, Bi, Hg, Fe, Cu, Ag, Au, Pt, Pd, el stabileşte că fiecare din aceste metale se electrizează pozitiv la contactul cu metalul care îi urmează. De exemplu fierul, precedînd cuprul, se electrizează pozitiv.

Ulterior, tot Volta stabileşte că, punînd în contact mai multe metale diferite, M, N, O P, S la aceeaşi temperatură (fig. 1), între metalele extreme

---

[1]) Alessandro Volta (1745—1827. fizician italian, a inventat primul element galvanic şi prima baterie de elemente. El se numără printre descoperitorii legilor curentului electric.

[2]) Mihail Vasilievici Lomonosov (1711—1765) savant multilateral rus, de renume mondial, s-a distins prin remarcabile lucrări în multiple domenii literare şi ştiinţifice. Poet, filozof, chimist, fizician, biolog, tehnician etc., el a intrat în istorie drept unul din cele mai mari genii ale omenirii. În domeniul chimiei şi al fizicii el a elaborat legea conservării masei, legea conservării cantităţii de mişcare şi legea conservării energiei; el a pus bazele ştiinţifice ale teoriei atomico-moleculare, a fundamentat teoria molecular-cinetică a gazelor, teoria nouă asupra căldurii. Lucrările sale asupra electricităţii atmosferice stau şi azi la baza teoriilor actuale în acest domeniu. A creat primul laborator de chimie din Rusia; a inventat şi a descris o serie întreagă de instrumente de navigaţie, meteorologie, geologie, fizică, chimie etc. Lomonosov a fost primul savant rus care a primit numele de academician. A fost fondatorul Universităţii din Moscova şi a început reorganizarea Academiei de Ştiinţe. Cinstind pe cel mai mare savant rus, Uniunea Sovietică a acordat primei universităţi de pe colinele Lenin, numele de Universitatea M. V. Lomonosov.

M și S ale acestei serii, apare o diferență de potențial care depinde numai de natura metalelor extreme M și S și nu și de natura metalelor intermediare, N, O, P.

Așadar între două metale diferite puse în contact sau sudate unul de altul, apare o diferență de potențial electric la locul de contact al acestor două metale. Această diferență de potențial se numește *diferență de potențial de contact*. Valoarea ei depinde de natura metalelor ce se ating ca și de puritatea metalelor. Orice substanță străină introdusă în metal, mai ales pe suprafața metalului, face ca diferența de potențial de contact să capete altă valoare, deși propriu zis metalul de bază rămîne același. Mări-

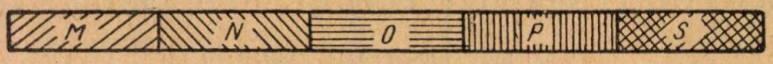


Fig. 1

mea diferenței de potențial pentru diferitele perechi de metale poate varia între cîteva zecimi de volt pînă la cîțiva volți. Cu mijloace destul de simple, cu ajutorul unui electroscop puțin modificat, de pildă, se poate măsura cu suficientă precizie diferența de potențial de contact dintre două metale oarecare.

În exemplul luat mai sus, am spus că diferența de potențial a seriei de metale *M, N, O, P, S* depinde numai de natura metalelor *M* și *S* și nu și de natura metalelor intermediare (fig. 1). Într-adevăr, între metalele *M* și *N* apare diferența de potențial $V_N - V_M$. Între metalele *N* și *O* apare diferența de potențial $V_O - V_N$ și a.m.d. Cum metalele sînt legate în serie, putem scrie:

$$V_{MS} = V_{MN} + V_{NO} + V_{OP} + V_{PS} = (V_N - V_M) + (V_O - V_N) + (V_P - V_O) + (V_S - V_P) \quad (1)$$

deci:

$$V_{MS} = V_S - V_M \quad (2)$$

Deși între cele două metale extreme apare o diferență de potențial, curentul electric nu circulă nici chiar dacă închidem circuitul. Să luăm de pildă o serie de metale, *M, N, O* și *P* legate în serie și care formează un circuit închis (fig. 2). Deși între aceste metale vom avea diferențe de potențial de contact, forța electromotoare va fi nulă. Conform legii lui Kirchhoff, suma forțelor electromotoare E din circuit trebuie să fie egală cu suma căderilor de potențial ale porțiunilor corespunzătoare. Așadar putem scrie:

$$E = V_{MP} + V_{PO} + V_{ON} + V_{NM}, \quad (3)$$

sau

$$E = (V_P - V_M) + (V_O - V_P) + (V_N - V_O) + (V_M - V_N); \quad (4)$$

deci:

$$E = 0 \quad (5)$$

Trebuie să accentuăm că acest rezultat se confirmă, cînd toate metalele, ca și contactele lor, se află la aceeași temperatură. Forța electromotoare poate să apară, cînd metalele se află la aceeași temperatură, numai în cazul cînd sistemul conține pe lîngă conductoare de clasa întîia (metale) și conductoare de clasa doua (electroliți). Numai la aceste din urmă conductoare,

prin trecerea curentului se produc procese chimice și deci energia chimică se transformă în energie electrică.

Se naște întrebarea: care sînt cauzele care produc diferența de potențial de contact?

În metale, la temperaturi obișnuite există electroni liberi care au o agitație termică. Cu toate acestea, eletcronii, la temperaturi mici, nu ies din metal. Înseamnă deci, că în metal există forțe care rețin electronii.

Conform teoriilor în vigoare, metalele nu sînt corpuri amorfe, ci au o structură policristalină. Electronii liberi din metale avînd sarcină electrică negativă, sînt atrași de sarcinile pozitive ale scheletului rețelei cristaline. Prin urmare există o forță de interacțiune între sarcinile pozitive ale scheletului rețelei și electronii liberi. Această forță face ca energia potențială a electronilor din interiorul metalului să fie *mai mică* decît energia potențială a electronilor *din afara* metalului; așadar ei nu pot părăsi metalul.

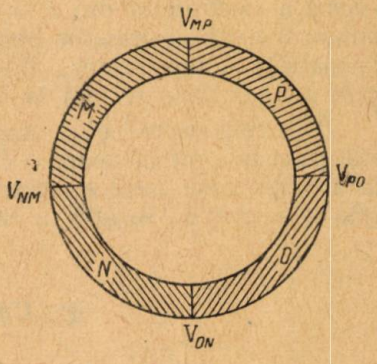


Fig. 2

Pe de altă parte, electronii aflați la suprafața de separare a două metale resping spre interiorul metalului pe ceilalți electroni care se apropie de această suprafață, conform legii interacțiunii electrostatice (legea lui Coulomb). La suprafața de separare apare un exces de sarcini *pozitive* care reține eletcronii și nu-i lasă să iasă din metal.

Prin urmare, datorită acestor două cauze, electronii, cu toate că au o agitație termică, nu pot părăsi metalul. Între două metale puse în contact există o diferență de potențial de contact; nu se crează însă o forță electromotoare și electronii nu pot trece dintr-un metal în altul, cînd metalele se află la aceeași temperatură. Pentru ca electronii să fie extrași din metal, trebuie să se efectueze un anumit lucru mecanic. Lucrul mecanic necesar extragerii electronului din metal se numește *lucru mecanic de extracție*. Acest lucru mecanic de extracție se măsoară cu o unitate specială, numită *electron-volt* și se notează prescurtat *eV*. Un eletcron-volt este egal cu lucrul mecanic necesar deplasării sarcinii electronului *e* între două puncte *A* și *B*, care se află la o diferență de potențial de 1 volt. Sarcina electronului fiind $e = 4{,}803 \cdot 10^{-10}$ unități C.G.S.es., iar $1\,V = \frac{1}{3 \cdot 10^2}$ unități C.G.S.es., rezultă că un electron-volt este egal cu:

$$1\,eV = 4{,}803 \cdot 10^{-10} \cdot \frac{1}{3 \cdot 10^2}\ \text{ergi} = 1{,}601 \cdot 10^{-12}\ \text{ergi}$$

Lucrul mecanic de extracție L a electronului se exprimă deci prin produsul dintre sarcina e a electronului și diferența de potențial $(V_1 - V_2)$ necesară producerii lucrului mecanic de extracție L; deci

$$L = e\,(V_1 - V_2). \qquad (6)$$

Cum sarcina electronului e este o mărime constantă, rezultă că lucrul

de extracție L este definit univoc de diferența de potențial $V_1 - V_2$. Lucrul mecanic de extracție a electronului diferă de la un metal la altul. În general, lucrul mecanic de extracție al metalelor alcaline este mai mic decît cel al altor metale. Să presupunem că avem două metale diferite A și B puse în contact, dar avînd aceeași temperatură. Dacă lucrul mecanic de extracție din metalul A este mai mare decît lucrul de extracție din metalul B, atunci $V_A > V_B$; electronii trec mai ușor din B în A decît invers. În metalul A apare un exces de electroni față de metalul B și ca rezultat, A se încarcă negativ, iar B pozitiv. Între cele două metale apare o diferență de potențial, datorită căreia apare un cîmp electric, care împiedică trecerea ulterioară a electronilor din B în A. Această diferență de potențial depinde de numărul n al electronilor liberi din fiecare metal (care diferă de la metal la metal), de temperatura absolută T a metalelor, precum și de sarcina e a cele două metale se află la aceeași temperatură.

Din cele expuse pînă acum rezultă hotărît că: între două metale diferite puse în contact apare o diferență de potențial de contact care nu duce la apariția unei forțe electromotoare, chiar dacă circuitul este închis, cînd cele două metale se află la aceiași temperatură.

II. Curentul termoelectric

Dacă formăm un circuit închis din două conductoare solide diferite și încălzim *numai una* din suduri, se constată trecerea unui curent, deci apariția unei forțe electromotoare. Existența curentului se poate dovedi prin devierea unui ac magnetic. Pentru demonstrare, se iau de obicei două vergele, una de cupru și cealaltă de stibiu (fig. 3). Dacă încălzim locul de contact A, curentul trece în sensul indicat de săgeată, adică electronii trec în A din stibiu în cupru. Deci datorită diferenței de temperatură dintre cele două suduri A și B, apare o forță electromotoare, diferită de zero. Ea se numește *forță termoelectromotoare*, (se notează prescurtat f.t.e.m.), iar fenomenul, *efect termoelectric*. Fenomenul a fost descoperit la începutul secolului trecut.

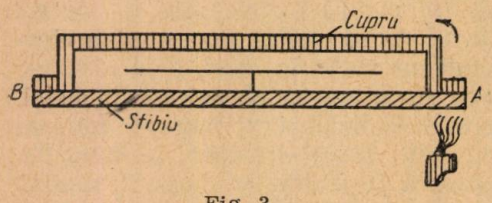


Fig. 3

Pe baza celor expuse mai sus, este ușor de explicat apariția f.t.e.m. Am văzut că există două cauze care produc diferența de potențial de contact:

1) lucrul mecanic de extracție variază de la un conductor la altul;

2) numărul electronilor liberi din unitatea de volum al unui metal diferă de cel al altui metal.

Ținînd seamă de aceste două cauze, putem scrie că diferența de potențial de contact V_{AB} între două metale A și B este dată de relația:

$$V_{AB} = V_B - V_A + \frac{kT}{e} \cdot \ln \frac{n_{0A}}{n_{0B}} \qquad (7)$$

în care

k este constanta lui Boltzmann, egală cu $1{,}380 \cdot 10^{-16}$ erg $\cdot$ grad^{-1}

e — sarcina electronului (dată mai sus),

T — temperatura absolută a celor două metale,

n_{0A}; n_{0B} — numărul electronilor liberi din unitatea de volum a metalului A respectiv B.

Referindu-ne la experiența descrisă în figura 3 și reprezentînd schematic cele două conductoare prin metalele A și B sudate în 1 și 2 (fig. 4) obținem ceea ce se numește un *termocuplu* sau un *cuplu termoelectric*. Deci un termocuplu este format din două conductoare (termoelectrozi) sudate la cele două capete. Punctele de legătură poartă numele de *capăt activ* sau *sudură activă* (1) sau sudură încălzită și *capăt liber* sau *sudură rece* (2) a termocuplului.

Dacă punctele de legătură 1 și 2 a celor două metale se află la aceeași temperatură, adică $T_1 = T_2$, diferențele de potențial de contact vor fi egale ca mărime și opuse ca sens. În acest caz f.e.m. a unui astfel de circuit va fi nulă.

Dacă $T_1 \neq T_2$, deci dacă încălzim numai punctul de legătură 1 dintre metalele A și B, apare o f.t.e.m, căci diferențele de potențial de contact nu vor mai fi egale, depinzînd de temperatură. Utilizînd relația (7) putem calcula mărimea f.t.e.m. care apare, adică:

$$E = V_{AB} + V_{BA} = V_B - V_A + \frac{kT_1}{e} \cdot \ln \frac{n_{0A}}{n_{0B}} + V_A - V_B +$$

$$+ \frac{kT_2}{e} \cdot \ln \frac{n_{0B}}{n_{0A}} \cdot \qquad (8)$$

Făcînd reducerile necesare, relația (8) se poate scrie sub forma mai simplă:

$$E = \frac{k}{e}(T_1 - T_2) \cdot \ln \frac{n_{0A}}{n_{0B}} \cdot \qquad (9)$$

Deci, dacă extremitățile conductorului au temperaturi diferite, apare o forță termoelectromotoare care este direct proporțională cu diferența $T_1 - T_2$ a temperaturilor extremităților (sudurilor) și nu depinde de distribuția temperaturii în lungul conductorului. Intensitatea curentului termoelectric, ca și forța termoelectromotoare este cu atît mai mare, cu cît diferența de temperatură $T_1 - T_2$ dintre cele două capete este mai mare.

Pentru a măsura f.t.e.m. trebuie să introducem în circuitul termocuplului un aparat electric de măsură. Introducerea aparatului se poate face în două moduri. În figura 5a, în locul capătului liber (2) din figura 4, sînt două capete libere 2 și 2'; în figura 5b, există un singur capăt liber 2 și două capete neutre, 3 și 4.

Pentru ca introducerea aparatului electric de măsură (deci al treilea conductor) în circuitul termoelectric să nu modifice valoarea forței termo-

electromotoare, este absolut necesar ca bornele de legătură ale aparatului de măsură (2 și 2' din figura 5a și 3 și 4 din figura 5b) să aibă aceeași temperatură T_2.

Cînd diferența de temperatură $T_1 - T_2$ dintre capetele conductoarelor nu este prea mare și dacă temperatura T_2 se menține constantă, atunci forța termoelectromotoare E este direct proporțională cu această diferență de temperatură. Pentru domenii mai mari de temperatură, de la 660°C pînă

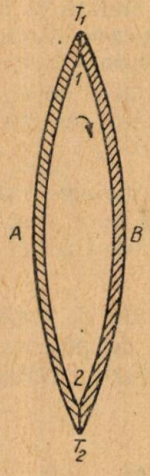


Fig. 4

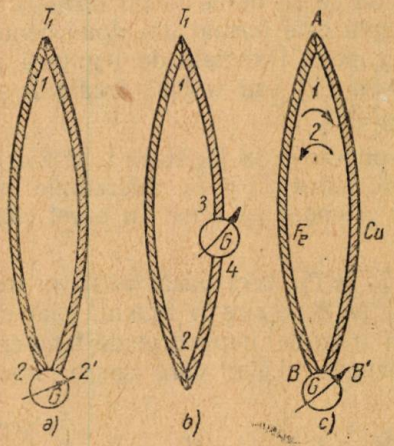


Fig. 5

la punctul de topire al aurului 1063°C, se utilizează cu suficientă precizie, relația:

$$E = a + bT + cT^2 \qquad (10)$$

în care a, b și c sînt constante. Ele se determină încălzind capătul activ al termocuplului pînă la punctul de topire al stibiului, argintului și aurului. T, reprezintă diferența de temperatură dintre capetele cuplului etalon confecționat din aliaj de platină cu rodiu-platină. Capătul 2 al cuplului se găsește la temperatura constantă de 0°C.

În legătură cu comportarea lor termoelectrică, metalele și unele aliaje pot fi grupate într-o *„serie de tensiuni termoelectrice"* și anume:

1) Seleniu (850); 2) stibiu (100); 3) fier (83); 4) alamă (76); 5) staniu (73); 6) cupru (72); 7) argint (72); 8) platină cu 10% rodiu (71); 9) aur (71); 10) zinc (71); 11) plumb (69); 12) mercur (65); 13) platină (65); 14) nichel (51); 15) constantan (30); 16) bismut (0).

Această grupare nu este riguros precisă, deoarece adesea cele mai mici adausuri de corpuri străine modifică foarte mult ordinea metalelor. De asemenea f.t.e.m. depinde în mare măsură de compoziția aliajului.

Încălzind capătul activ (sudura activă) al unui termocuplu, se electrizează pozitiv acel metal care are un număr de ordine mai mare în serie. Forța termoelectromotoare dezvoltată de termocuplu este cu atît mai mare, cu cît metalele componente ale lui sînt mai distanțate în serie. Cînd diferența de temperatură dintre cele două suduri este de 1°C, atunci f.t.e.m. exprimată în microvolți ($1\,\mu V = 10^{-6}$ V) este aproximativ egală cu dife-

rența numerelor celor două metale din serie. De exemplu, f.t.e.m. a unui termoelement cupru-constantan este $72 - 30 = 42 \mu V$ pentru diferența de temperatură de 1°C. După cum se vede, f.t.e.m. este mai mică în comparație cu f.e.m. a pilelor electrice.

Forța termoelectromotoare este proporțională nu numai cu diferența de temperatură a celor două suduri, ci depinde și de mărimea temperaturii sudurii încălzite. Dacă sudura rece a unui termocuplu se află la 0°C, iar cea activă la 10°C (diferența de temperatură de 10°C), atunci f.t.e.m. este diferită de cea dezvoltată la același termocuplu cînd sudura rece se află la 100°C, iar cea activă la 110°C (diferența de temperatură tot de 10°C).

În circuitul unui termocuplu confecționat din două sîrme, una de fier și cealaltă de cupru introducem un galvanometru sensibil G. (fig. 5c). Încălizind sudura *A*, curentul circulă de la cupru spre fier, în sensul indicat de săgeata 1. La început, intensitatea curentului crește proporțional cu creșterea temperaturii sudurii A. Încălzind mai mult sudura *A*, se constată că la un moment dat, intensitatea curentului nu numai că nu crește proporțional cu temperatura, ci începe să scadă, iar la 276°C, intensitatea curentului devine nulă. În tot acest timp menținem sudura *B*, *B'* la 0°C. Continuînd să încălzim sudura *A* peste 276°C, intensitatea curentului începe din nou să crească, dar curentul își schimbă sensul, adică, trece acum de la fier la cupru în sensul indicat de săgeata 2. Temperatura la care se obține inversarea sensului curentului se numește *punct de inversiune* al termocuplului. Majoritatea termocuplelor utilizate în laborator și în tehnică prezintă un astfel de punct de inversiune.

Termocuplele se utilizează la măsurarea temperaturilor mari ca și a celor mici.

Materialele utilizate pentru confecționarea termocuplelor depind de temperatura pe care vrem s-o măsurăm. Pentru temperaturi mai mici de 1 100°C, se utilizează metalele uzuale și aliajele lor. Pentru temperaturi cuprinse între 1 100°C și 1 600°C se utilizează termocuple confecționate din metale din grupa platinei; pentru temperaturi peste 1 600°C, se utilizează materiale foarte refractare, ca de exemplu termocuplul cărbune-carbură de siliciu (carborund), care suportă temperaturi pînă la 1 800°C și dezvoltă la această temperatură o f.t.e.m. egală aproximativ cu 500 mV. Termocuplul wolfram-molibden (cu adaus de 1% fier) suportă temperaturi pînă la 2 100°C și dezvoltă la această temperatură o f.t.e.m. de circa 17 mV.

În tabela de mai jos se indică f.t.e.m., pe care o dezvoltă termocuplele confecționate de diferiți termoelectrozi, cuplați cu un termoelectrod de platină. Temperatura sudurii active este de 100°C, iar temperatura sudurii reci este de 0°C.

Compoziția chimică a diferitelor aliaje conținute în tabelă este:

cromel . . . . 90% Ni + 10% Cr
alumel . . . . 1% Si + 2% Al + 0,17% Fe + 2% Mn + Ni restul
copel . . . . 56,5 Cu + 43,5% Ni.

Cifrele date în tabela care urmează nu sînt riguros exacte, deoarece f.t.e.m. variază, cum s-a mai menționat, cu cele mai mici adausuri de corpuri străine. De asemenea și modul de prelucrare a termoelectrozilor, laminarea, prelucrarea termică (călirea, revenirea) influențează asupra f.t.e.m.

La construirea termocuplelor se cuplează acei termoelectrozi care dezvoltă cea mai pozitivă, respectiv cea mai negativă f.t.e.m. cu platina.

Substanța	F.t.e.m. în mV	Substanța	F.t.e.m. în mV
Siliciu	+44,8	Argint	+ 0,72
Stibiu	+ 4,7	Zinc	+ 0,75
Cromel	+ 2,4	Iridiu	+ 0,65
Nicrom	+ 2,2	Rodiu	+ 0,64
Fier	+ 1,8	Aliaj 90%Pt + 10%Rh	+ 0,64
Aliaj 90%Pt + 10% Ir	+ 1,3	Paladiu	— 0,57
Molibden	+ 1,2	Nichel	— 1,5
Plumb	+ 0,44	Alumel	— 1,7
Staniu	+ 0,42	Aliaj 60%Au+30%Pd+	
Magneziu	+ 0,42	+10%Pt	— 2,31
Aluminiu	+ 0,40	Constantan	— 3,4
Cărbune	+ 0,32	Copel	— 3,6
Grafit	+ 0,30	Bismut, perpendicular	
Mercur	+ 0,00	pe axă	— 5,2
Cadmiu	+ 0,9	Bismut, paralel cu axa	— 7,7
Wolfram	+ 0,8	Pirită	—12,1
Manganină	+ 0,76	Molibden . . . . de la	—69
Cupru	+ 0,76	pînă la	—104
Aur	+ 0,75		

III. **Utilizarea cuplurilor teromelectrice**

Principala utilizare a cuplurilor termoelectrice este la măsurarea temperaturilor înalte ca și la observarea încălzirilor foarte slabe. Un model de cuplu termoelectric este indicat în figura 6. El este confecționat din

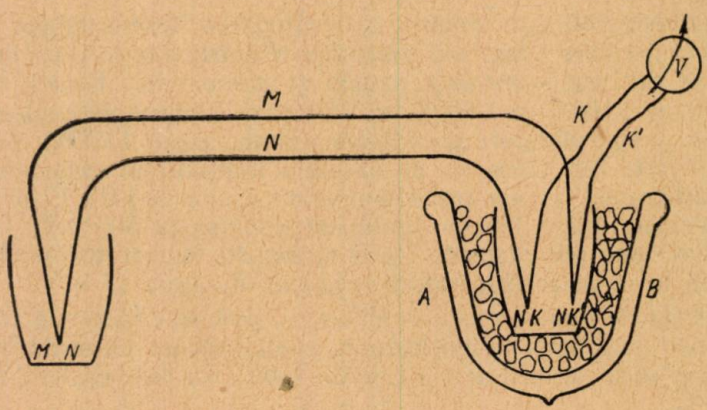


Fig. 6

două sîrme lungi M și N una de constantan și cealaltă de cupru, avînd fiecare f.t.e.m. cunoscută și bine determinată în prealabil. Sudura MN este introdusă în mediul al cărui temperatură vrem s-o măsurăm. Capetele libere se sudează la două sîrme K și K' confecționate din același metal. Sudurile NK și MK, constituie sudurile reci; ele se mențin la aceeași temperatură constantă, temperatura camerii, sau sînt introduse într-un vas AB, care conține gheață care se topește, la presiune normală. Deci sudurile reci sînt menținute la 0°C. Pentru ca această temperatură să rămînă perfect

constantă, vasul care conține gheață și în care se introduc NK și MK' este un vas Dewar (ca un termos). Capetele sîrmelor K și K' se leagă la bornele aparatului electric de măsură V (un voltmetru sensibil). În felul acesta, avem un circuit închis format în general din trei conductoare M, N și K. Dacă sudura MN are temperatura T_1 (temperatura pe care vrem s-o cunoaștem) și celelalte două suduri MK' și NK au aceiași temperatură T_2 (de exemplu 0°C), atunci forța electromotoare a circuitului este aceeași ca și cum în locul celor două contacte MK' și NK ar fi un singur contact MN. Cum $T_2 = 0$°C este cunoscută de dinainte, f.e.m. dat de voltmetrul V indică direct temperatura T_1. Pentru un anumit termocuplu, format din două metale bine cunoscute, voltmetrul V poate fi etalonat direct în grade de temperatură.

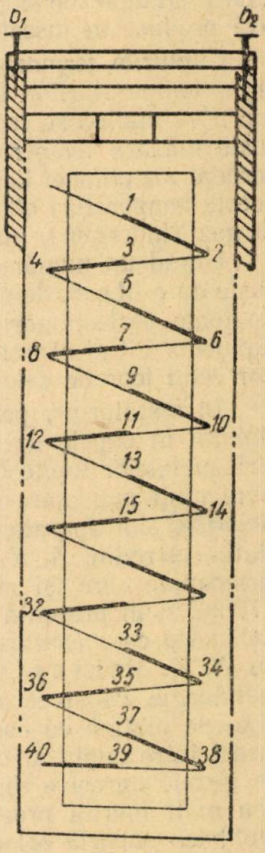


Fig. 7

Pentru măsurarea încălzirilor foarte mici, de exemplu pentru măsurarea energiei liniilor spectrale în diferite părți ale spectrului, se utilizează *pila termoelectrică*. Ea nu este altceva decît un șir de termocupluri montate în serie. O astfel de pilă este redată schematic în figura 7. Ea este formată din mai multe sîrme subțiri avînd grosimea de 0,1 mm, confecționate din fier și constantan, sudate succesiv ca-n figură. Liniile mai groase reprezintă sîrmele de fier, cele mai subțiri, pe cele de constantan.

Sudurile impare, 1,3, ... 39 (20 la număr) sînt toate la mijloc și sînt iradiate de razele al căror flux luminos îl cercetăm. Sudurile pare, de la margine, sînt așezate pe o armătură masivă de cupru, care face ca ele să se mențină toate la aceiași temperatură joasă, constantă și cunoscută. Pila este introdusă într-o cutie metalică care o ferește de influența mediului ambiant. Cutia are o deschidere liberă în dreptul sudurilor impare asupra cărora cade radiația cercetată. Extremitățile pilei (capetele M și N) sînt aduse la bornele b_1 și b_2 la care se leagă un milivoltmetru sensibil, care ne indică f.t.e.m. creată de efectul termoelectric și cu ajutorul căreia putem calcula temperatura căutată. Într-o astfel de pilă termoelectrică, forța electromotoare de un microvolt corespunde unei puteri de radiație absorbite de 20 ergi/secundă. Din cauză că firele metalice de fier și constantan sînt foarte subțiri, capacitatea calorifică a lor este foarte mică și deci pila corespunde scopului urmărit, adică măsurării încălzirilor mici produse de liniile spectrale ale fluxurilor luminoase.

Putem mări atît sensibilitatea pilelor cît și constanța indicațiilor date de ele, reducînd cît mai mult masa lor și evitînd conductibilitatea termică a mediului ambiant. În acest scop se fac pile de dimensiuni foarte reduse, introduse în tuburi din care s-a scos aerul (tuburi cu vid). Astfel de pile se numesc *termoelemente cu vid*. În general un termoelement cu vid are forma unei lămpi electrice (un bec electric) de dimensiuni mai mici. În

vasul alungit de sticlă în care s-a făcut vid, se sudează două sîrme foarte subțiri de 0,001 mm grosime și de 2 mm lungime, una de constantan și cealaltă de manganin. Capetele libere (sudurile reci) se fixează la două bare masive de cupru. Sensibilitatea acestor termoelemente este de 100 ori mai mare decît a pilelor termoelectrice fără vid. Din cauza dimensiunilor lor reduse și a sensibilității lor mari, astfel de termoelemente cu vid se utilizează la măsurarea intensității absolute a liniilor spectrale. Termoelementele cu vid mai sînt utilizate și la măsurarea variațiilor de temperatură produse de corpuri mici, ca de exemplu la procesele de temperatură produse în insecte mici, în celulele organice vii etc.

Cuplurile termoelectrice pot fi utilizate de asemenea și pentru măsurarea temperaturilor foarte scăzute. De exemplu, un cuplu termoelectric cupru — mailecort, legat cu un galvanometru aperiodic de mare rezistență, poate măsura temperaturi de —102°C, și —131°C, adică temperaturile de fierbere ale etilenei lichide la presiune normală și la presiune de 3 mm. Hg. Aceste temperaturi obținute și comparate cu cele indicate de un termometru cu gaz (hidrogen), au dovedit exactitatea dată de cuplurile termoelectrice.

Unind un număr mare de termocupluri, se poate obține o baterie care poate da o f.t.e.m. de cîțiva volți și un curent de intensitate de cîțiva amperi. Cu toate perfecționările aduse de tehnica modernă, randamentul atît al cuplurilor cît și al bateriilor termoelectrice este destul de scăzut, mult inferior celui teoretic calculat pe baza principiului al doilea al termodinamicii.

În metalurgie, pentru măsurarea temperaturilor înalte, de exemplu a oțelului în cupele de turnare, în baia unui cuptor Martin sau a temperaturii metalelor topite la presiuni mari, se utilizează termocupluri de dimensiuni mult mai mari, dar cu inerție mică. Ele se numesc *pirometre termoelectrice;* sînt aparate destul de precise, confecționate din platină — aliaj de platină cu rodiu. *A. K. Maklașin* (U.R.S.S.) a realizat astfel de tipuri de termocuple care își mențin caracteristica termoelectrică la temperaturi de 1 700°C și în prezența gazelor agresive din mediul cercetat. Condiția esențială este ca măsurarea să nu dureze mai mult de 1 minut. Termocuplele lui A. K. Maklașin sînt mult superioare celorlalte cupluri utilizate în metalurgie, deoarece avînd protecția dublă a capătului de lucru, platină — aliaj de platină cu capsule de molibden și cuarț, permit un contact termic direct între cuplu și oțelul topit; de asemenea termocuplul nu este atacat de gazele agresive din baia cuptorului. Precizia măsurării este de asemenea mult mărită precum și durata de utilizare a aparatului; capsula de molibden suportă cel puțin 100 de scufundări.

IV. **Efectul Peltier**

Legăm un cuplu termoelectric bismut — stibiu la o baterie de elemente galvanice și lăsăm să treacă curentul. Observăm că sudura se încălzește, dacă curentul ce trece prin ea este de un sens și se răcește cînd curentul ce trece prin ea este de sens contrar. Variațiile de temperatură produse în sudură fac să treacă prin cuplu și un curent termoelectric pe lîngă curentul sursei electrice. Curentul termoelectric produs este întotdeauna de sens contrar curentului dat de sursă. Efectul termic produs, observat de Peltier în anul 1834, a fost numit *efectul Peltier*. S-ar putea spune că efectul Peltier este contrar efectului termoelectric.

Mai bine se poate pune în evidență existența efectului Peltier cu ajutorul unei instalații ca cea schițată în figura 8. Fiecare balon al termoscopului TS este în legătură cu un termocuplu bismut — stibiu. Termoelectrozii de bismut ai celor două cupluri sînt în prelungire, iar termoelectrozii de stibiu sînt legați la o sursă electrică de curent continuu *B*. Din figură se vede ușor că, curentul dat de sursa B trece într-un termocuplu de la stibiu spre bismut, iar în celălalt invers, de la bismut spre stibiu. Prin acest fel de legare, sudura unui cuplu se încălzește, iar sudura celuilalt cuplu se răcește. În modul acesta, lichidul din termoscop nu suferă nici o variație de temperatură, deoarece și efectul Joule-Lentz se anulează. În sudura unui termocuplu se degajă căldură, în timp ce în sudura celuilalt termocuplu se absoarbe căldură.

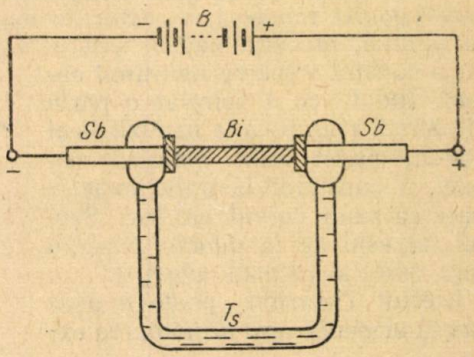


Fig. 8

Să calculăm căldura produsă prin efectul Peltier. Fie Q cantitatea de căldură degajată prin efectul Joule-Lentz (care este aceeași în ambele termocupluri) și fie $+Q'$ și $-Q'$ căldurile Peltier, degajată și absorbită în cele două cupluri termoelectrice. Cantitatea Q_1 de căldură dată de un termocuplu în timpul t, este:

$$Q_1 = Q + Q' \tag{11}$$

Canitatea Q_2 de căldură dată de celălalt cuplu, tot în timpul t, este:

$$Q_2 = Q - Q'. \tag{12}$$

Din ecuațiile (11) și (12) rezultă:

$$Q_1 - Q_2 = 2Q', \tag{13}$$

de unde:

$$Q' = \frac{Q_1 - Q_2}{2} \tag{14}$$

Căldura Q' produsă prin efectul Peltier este proporțională cu intensitatea curentului ce trece prin suduri și cu timpul cît trece curentul.

Prin metodele experimentale indicate mai sus se constată următoarele:

La trecerea curentului prin sudura a două conductoare diferite apare în sudură o f.e.m. independentă de cea care produce curentul. Se constată fenomene termice suplimentare, cu totul independente de legea Joule-Lenz și de natura acelora pe care teoria îngăduie să le prevedem, deci se produce efectul Peltier.

V. Efectul Thomson

W. Thomson a constatat că nu numai între metale deosebite, puse în contact, aflate la temperaturi diferite ia naștere o forță termoelectromotoare, ci și în două părți diferite ale aceluiași metal omogen, aflate la diverse temperaturi. Acest fenomen poartă numele de *efect Thomson*.

Dacă lăsăm să treacă un curent printr-o sîrmă metalică în care avem o variație de temperatură, atunci între punctele diferit încălzite ale ei, apare un efect analog efectului Peltier. Cantitatea de căldură totală, degajată la trecerea curentului într-un sens, este mai mare decît la trecerea curentului în sens contrar.

Becquerel, în 1829 (deci înainte ca Peltier să fi descris efectul care-i poartă numele), a arătat un fenomen analog. Încălzind la alb un fir de platină, al cărui capete sînt în legătură cu un galvanometru sensibil, nu a constat trecerea nici unui curent. Îndată ce a spiralat o parte din sîrmă (fig. 9) și a încălzit firul într-un punct aflat înaintea spiralei, a constatat la galvanometru trecerea unui curent electric. Sensul lui este de la punctul încălzit spre spirală (sensul săgeții).

Efectul Thomson poate fi ușor pus în evidență prin următoarea ex-

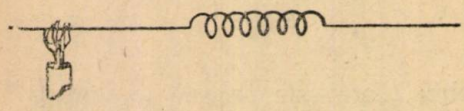


Fig. 9

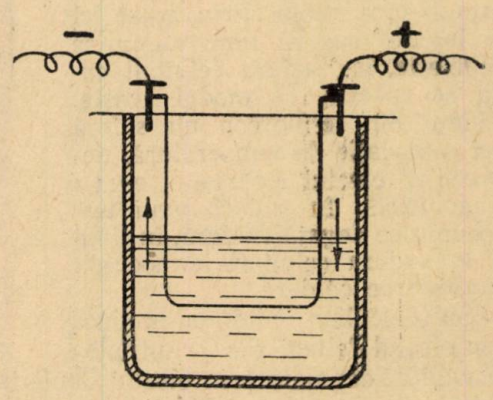


Fig. 10

perință. Într-un vas cu apă sau mercur la temperatura camerei se introduce parțial un fir de platină, îndoit în formă de U (fig. 10). Capetele firului sînt în legătură cu o sursă electrică de curent continuu. La trecerea curentului, părțile firului, aflate deasupra nivelului apei, devin incandescente. Deci între părțile firului de platină, aflate în afara lichidului și cele din interiorul lui există o diferență de temperatură. Se constată că porțiunea de fir din dreapta, în care curentul trece de la o temperatură mai înaltă la alta mai scăzută, este mult mai strălucitoare decît porțiunea din stînga, în care curentul trece de la o temperatură mai scăzută la alta mai ridicată. Dacă inversăm sensul curentului, atunci și fenomenul se inversează, porțiunea din stînga devine mai strălucitoare decît cea din dreapta.

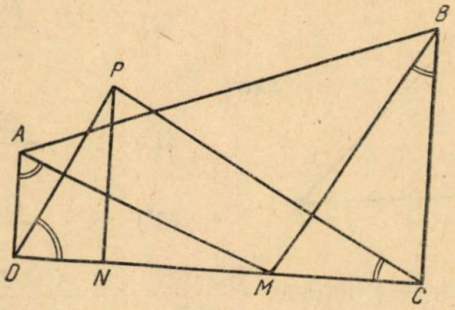
La plumb, acest efect este neglijabil. De aceea constantele termoelectrice se raportează la plumb.

În încheiere, trebuie să arătăm că toate explicațiile referitoare la fenomenele termoelectrice, au numai un caracter calitativ, căci ele sînt date pe baza reprezentării clasice a comportării electronilor în metale. O explicație cantitativă și o imagine justă a fenomenelor termoelectrice se poate face numai pe baza mecanicii cuantice.

Generalizarea problemei 1297

Pe înălțimea DC a unui trapez dreptunghic ABCD, se ia un punct M. Perpendicularele din C și D respectiv pe BM și AM se taie în P, care se proiectează pe DC în N. Să se arate că:

$$AD\left(\frac{1}{DM}-\frac{1}{DC}\right)=BC\left(\frac{1}{CN}-\frac{1}{CD}\right)$$



Soluție. — Din asemănarea triunghiurilor dreptunghice ADM și PDN, respectiv MBC și PNC, rezultă:

$$\frac{DM}{PN}=\frac{AD}{DN} \quad \text{și} \quad \frac{CM}{PN}=\frac{BC}{CN},$$

de unde:

$$AD\cdot CM\cdot CN=BC\cdot DM\cdot DN$$

Cum $DN=DC-CN$ și $CM=DC-DM$ rezultă:

$$AD\cdot CN\,(DC-DM)=BC\cdot DM\,(DC-CN)$$

sau

$$AD\,\frac{DC-DM}{DC\cdot DM}=BC\,\frac{DC-CN}{DC\cdot CN}$$

adică,

$$AD\left(\frac{1}{DM}-\frac{1}{DC}\right)=BC\left(\frac{1}{CN}-\frac{1}{CD}\right).$$

Observare. Cînd $AD=BC$, rezultă $DM=CN$ din relație, obținînd tocmai problema propusă 1297.

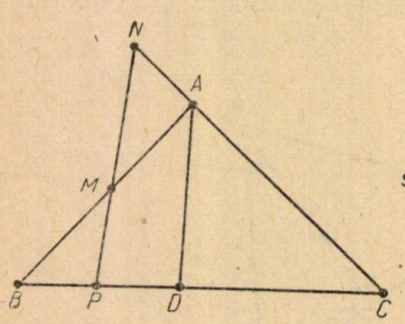
Paul R. Popescu, Fac. Electronică București

Generalizarea problemei 1518

Fie AD o ceviană a triunghiului ABC și P un punct oarecare al bazei BC. Din punctul P se duce o paralelă la AD care taie celelalte laturi (sau prelungirile lor) în punctele M și N. Există relația :

$$BD \cdot MP + CD \cdot NP = AD \cdot BC \text{ (constant)}$$

Soluție. 1° Într-adevăr din asemănarea triunghiurilor *BMP* și *ABD*, *CNP* și *ACD* rezultă :



$$(1) \qquad \frac{MP}{AD} = \frac{BP}{BD}$$

$$(2) \qquad \frac{NP}{AD} = \frac{CP}{CD}$$

sau :

$$(1') \qquad \frac{BD \cdot MP}{AD} = BP$$

$$(2') \qquad \frac{CD \cdot NP}{AD} = CP.$$

Adunînd (1') su (2') obținem $\frac{BD \cdot MP}{AD} + \frac{CD \cdot NP}{AD} = BC$, deoarece $BP + CP = BC$ și de unde rezultă :

$$BD \cdot MP + CD \cdot NP = AD \cdot BC = \text{constant}, \qquad (3)$$

adică tocmai relația din enunț.

2° Relația (3) rămîne valabilă cînd punctul *P* rămîne între *B* și *C*, chiar dacă punctul *D* a fost luat pe una din prelungirile bazei.

3° În cazul cînd punctul *P* este luat pe una din prelungirile bazei *BC*, indiferent de poziția punctului *D* (între *B* și *C* sau pe prelungiri) avem una din relațiile :

$$BD \cdot MP - CD \cdot NP = \pm AD \cdot BC, \qquad (3')$$

după cum punctul *P* se află la dreapta punctului *C*, sau la stînga punctului *B*, adică după cum $BP - CP = \pm BC$.

În cazul cînd *AD* este mediană, avem $BD = CD = \frac{1}{2} BC$, iar relația (3) devine :

$$MP + NP = 2\,AD,$$

adică tocmai cazul particular din problema 1518.

Tot în cazul cînd *AD* este mediană, din (3') obținem :

$$MP - NP = \pm 2\,AD.$$

Notă. Această generalizare a fost scoasă din soluțiile mai multor rezolvitori ai problemei 1518.

Altă generalizare a problemei 1548

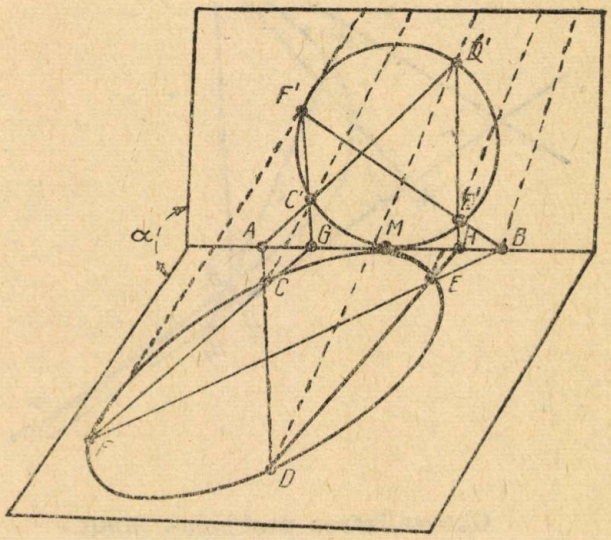
În G.M.F.-B pag. 633/1956 s-a generalizat problema 1548. Să demonstrăm următoarele :

a) *Fie o conică oarecare tangentă în M segmentului de dreapta AB și secantele ACD și BEF. Dreptele FC și DE taie segmentul AB în respectiv G și H. Relația :*

$$\frac{k^2}{AG} - \frac{1}{BH} = \frac{k^2 - 1}{AB},$$

unde $k = \frac{MA}{MB}$, *se menține pentru o conică oarecare.*

Soluție. Se proiectează conic figura din generalizarea problemei 1548, pe un plan oarecare ce trece prin segmentul *AB*. Cercul cu punctele *C'*, *F'*,



D' și *E'* se proiectează în general, după elipsa cu punctele *C, F, D, E* în timp ce punctele *A, G, M, H, B* rămîn neschimbate. Rezultă deci că relația de mai sus stabilită pentru cerc este adevărată și pentru conică.

Pentru a obține prin proiecție o iperbolă, centrul de proiecție trebuie ales pe o dreaptă paralelă cu planul de proiecție și care trece prin interiorul cercului.

Pentru a obține o parabolă centrul de proiecție trebuie ales pe o dreaptă trecînd prin punctul diametral opus lui *M* și paralelă cu planul de proiecție.

Ca aplicație a acestei probleme, să demonstrăm o proprietate interesantă a iperbolei.

b) Se unește un punct oarecare M al unei iperbole cu două puncte fixe A și B situate pe curbă. Dreptele MA și MB determină pe una din asimptote segmentul A_1B_1. Să se arate că acest segment are o lungime constantă.

Soluție. — *Fie* M', A', B'_1 punctele analoage punctelor M, A_1 B_1. Este suficient să arătăm că: $A_1 A'_1 = B_1 B'_1$.

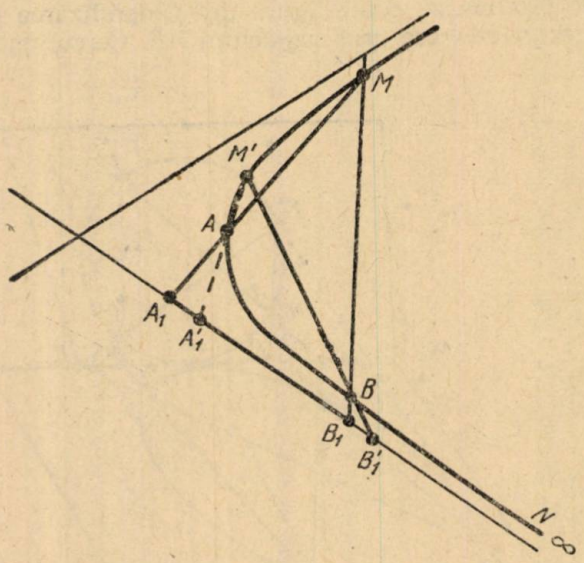
Deoarece A_1B_1 este tangentă iperbolei, avem:

$$\frac{k^2}{A_1 A'_1} - \frac{1}{B_1 B'_1} = \frac{k^2 - 1}{A_1 B'_1}$$

Punctul de tangență fiind situat la infinit, avem $k = \lim \frac{N_\infty A}{N_\infty B} = 1$

Rezultă $A_1 A'_1 = B_1 B'_1$, deci segmentul $A_1 B_1$ este constant

— La problema 1548 s-au mai primit generalizări de la mai mulți colaboratori ai G.M.F. seria B.



Generalizarea problemei 3068

Fie α, β, γ *simetricele unui punct* M *din planul unui triunghi* ABC *în raport cu mijloacele* D, E, F *ale laturilor* BC, CA, AB. *Să se arate că paralelele la o direcție oarecare duse prin* α, β, γ *întîlnesc respectiv laturile* BC, CA, AB *în trei puncte coliniare.*

Soluție. — Punctele A_1, B_1, C_1, în care cele trei paralele întîlnesc pe BC, CA, AB sînt coliniare, conform reciprocei teoremei lui Menelaus. dacă:

$$\frac{A_1B}{A_1C} \cdot \frac{B_1C}{B_1A} \cdot \frac{C_1A}{C_1B} = 1. \qquad (1)$$

Paralela la aceeași direcție dusă prin M taie pe BC, CA, AB în A_2, B_2, C_2 și avem:

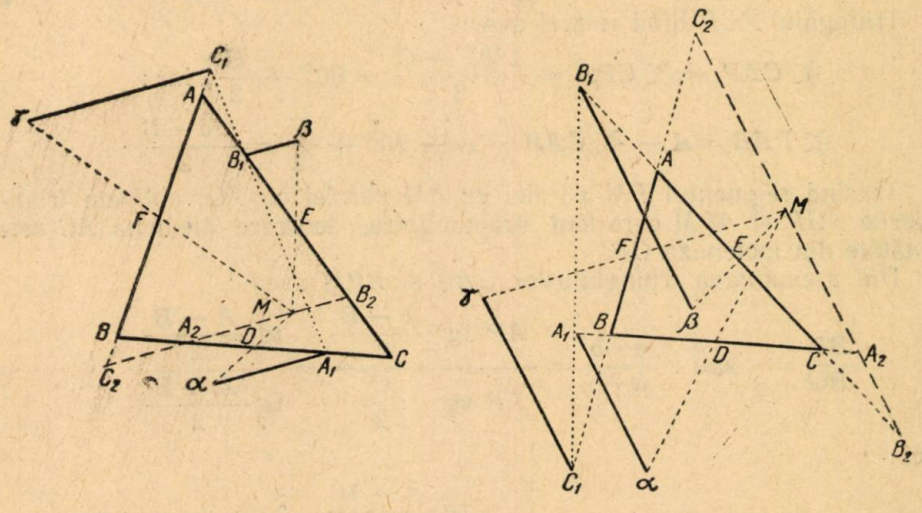
$$\frac{A_2C}{A_2B} \cdot \frac{C_2B}{C_2A} \cdot \frac{B_2A}{B_2C} = 1. \qquad (2)$$

Patrulaterul $MA_1\,\alpha\,A_2$ este paralelogram, deoarece:

$$MA_2 \parallel \alpha A_1 \text{ și } MD = D\alpha$$

deci: $DA_1 = DA_2$ și prin urmare:

$$\frac{A_1B}{A_1C} = \frac{A_2C}{A_2B}.$$



La fel:

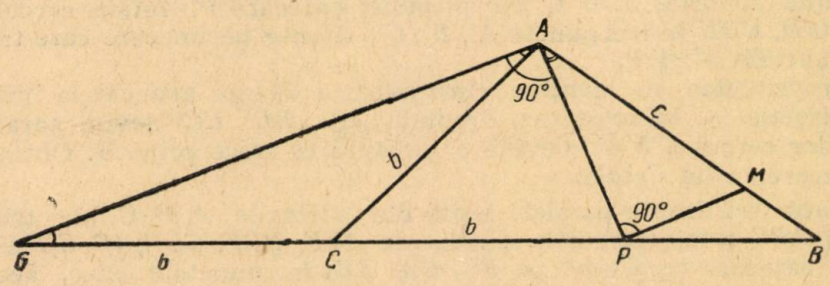
$$\frac{B_1C}{B_1A} = \frac{B_2A}{B_2C} \text{ și } \frac{C_1A}{C_1B} = \frac{C_2B}{C_2A}.$$

Înmulțind ultimele trei relații și ținînd aeama de egalitatea (2) obținem relația (1).

D. C. Panu, Galați

O demonstrație geometrică a unei formule trigonometrice

Să arătăm că într-un triunghi avem relația:



$$\frac{a-b}{a+b} = \frac{\operatorname{tg}\frac{A-B}{2}}{\operatorname{tg}\frac{A+B}{2}}$$

Soluție. — Presupunem $a > b$. Prelungim BC cu segmentul GC egal cu b, iar pe BC luăm punctul P astfel ca $CP = b$ și deci: $PB = a - b$.

Atunci avem:

$$\sphericalangle ACG = 180° - C\,;\ \text{dar:}$$

$$\sphericalangle AGC = \sphericalangle GAC = \frac{180° - (180° - C)}{2} = \frac{C}{2}\,.$$

Triunghiul ACP fiind isoscel avem:

$$\sphericalangle CAP = \sphericalangle CPA = \frac{180° - C}{2} = 90° - \frac{C}{2}\,,\ \text{iar:}$$

$$\sphericalangle PAB = A - \sphericalangle CAP = A - 90° + \frac{C}{2} = \frac{A - B}{2}\,.$$

Trasînd segmentul PM paralel cu PM paralel cu AG, obținem triunghiurile AGP și APM care sînt dreptunghice, deoarece mediana AC este jumătate din ipotenuza GP.

Din asemănarea triunghiurilor GAB și BPM avem:

$$\frac{BP}{BG} = \text{sau}: \frac{a-b}{a+b} = \frac{AP\ \operatorname{tg}\frac{A-B}{2}}{AP\ \operatorname{tg}\frac{C}{2}} = \frac{\operatorname{tg}\frac{A-B}{2}}{\operatorname{tg}\frac{A+B}{2}}\,.$$

Deci:

$$\frac{a-b}{a+b} = \frac{\operatorname{tg}\frac{A-B}{2}}{\operatorname{tg}\frac{A+B}{2}}$$

Marin N. Ciobanu, absolvent Giurgiu

Asupra punctului Miquel al patrulaterului complet.

1° Să considerăm teorema lui *Mannheim*: Intr-un triunghi oarecare ABC în care D, E, F, sînt trei puncte arbitrare pe laturile BC, CA, AB, cercurile AEF, BFD, CDE, au un punct comun în M. Dreptele unind vîrfurile A, B, C, cu un punct oarecare P, retaie cercurile AEF, BFD, CDE în trei puncte A', B', C', situate pe un cerc care trece prin punctele M și P.

Proprietatea se menține cînd punctul P este aruncat la infinit pe o direcție $\triangle$. In acest caz, dreptele AA', BB', CC' devin paralele cu $\triangle$, iar cercul $A'B'C'$ devine o dreaptă ce trece prin M. Obținem astfel teorema lui *Catalan*:

Dacă trei drepte paralele ieșite din vîrfurile A, B, C, ale triunghiului ABC retaie cercurile concurente AEF, BDF, CDE, (D, E, F fiind puncte oarecare respectiv pe BC, CA, AB) în punctele a,b,c, aceste trei puncte sînt situate pe o dreaptă care trece prin punctul comun al celor trei cercuri.

In cazul cînd punctele D,E,F sînt coliniare, punctul M fiind punctul comun al cercurilor AEF, BDF, CDE în patrulaterul complet determinat de triunghiul ABC și dreapta DEF, reprezintă punctul lui

Miquel al patrulaterului. Fie a,b,c, punctele în care izogonalele dreptelor AM, BM, CM, în raport cu unghiurile A,B,C, ale triunghiului ABC, retaie cercurile AEF, BDF, CDE. Conform reciprocei teoremei: Izogonalele a trei drepte paralele, care trec prin vîrfurile unui triunghi sînt concurente pe cercul circumscris, dreptele izogonale A_a, B_b,

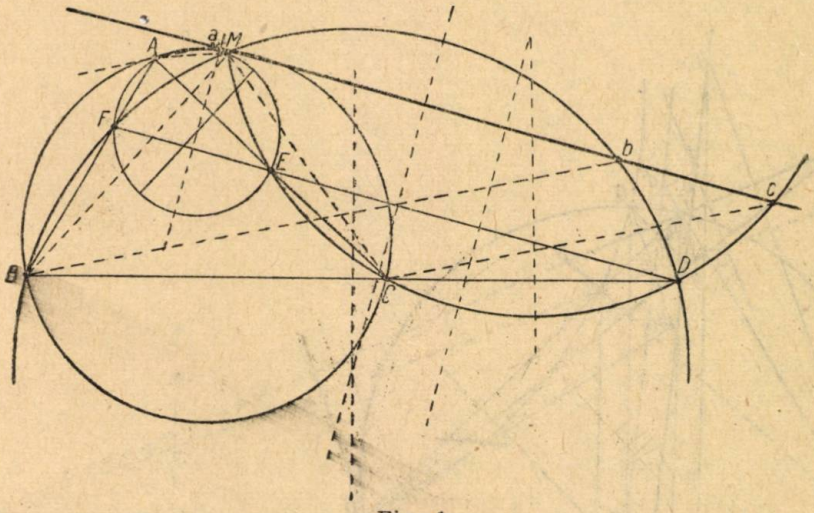


Fig. 1

C_c, sînt paralele şi deci, în virtutea teoremei lui *Catalan*, enunţată mai sus, *punctele a,b,c, sînt situate pe o dreaptă ce trece prin M* (fig. 1).

2⁰ Fie patrulaterul complet $ABCDEF$ şi Q punctul lui *Miquel* al patrulaterului.

Dacă a,b,c,d, sînt simetricele punctului Q în raport cu laturile AB, BC, CD, DA, iar M, N, P intersecţiile, $M=(AC, BD)$, $N=(AC, EF)$, $P=(BD, EF)$, punctele a,b,c,d şi punctul O centrul cercului circumscris triunghiului MNP se află pe linia ortocentrelor patrulaterului complet $ABCDEF$.

In adevăr, să considerăm un punct oarecare M pe cercul circumscris unui triunghi ABC şi să notăm cu D,E,F, simetricele lui M în raport cu laturile BC, CA, AB şi cu D', E', F', proiecţiile lui M pe BC, CA, AB (fig. 2 b).

Punctele D', E', F', sînt coliniare (dreapta lui *Simson* a punctului M în raport cu triunghiul ABC). De asemenea, avem prin construcţie: $MF'=F'F$; $MD'=D'D$; $ME'=E'E$.

Rezultă că segmentele $F'D'$, $D'E'$, $F'E'$, sînt linii mijlocii în triunghiurile FMD, DME, FME, adică, $F'D' \parallel FD$, $D'E' \parallel DE$ şi $F'E' \parallel FE$, ceea ce demonstrează că *punctele F,D,E, sînt coliniare.*

Fie H ortocentrul triunghiului ABC şi P intersecţia: $P=(MH, F'E')$. Conform unei teoreme a lui *Steiner*, avem: $MP=PH$, deci: $DH \parallel D'P$. adică punctul H se află pe dreapta FDE. Observaţia de mai sus constituie o teoremă care se enunţă astfel:

Simetricele D,E,F, ale unui punct M de pe cercul circumscris triunghiului ABC in raport cu laturile BC, CA, AB, sînt situate pe o dreaptă ce trece prin ortocentrul triunghiului ABC.

In virtutea acestei teoreme, ţinînd seama că punctul lui *Miquel* *Q* al patrulaterului complet *ABGDEF* este comun cercurilor *ABF*,

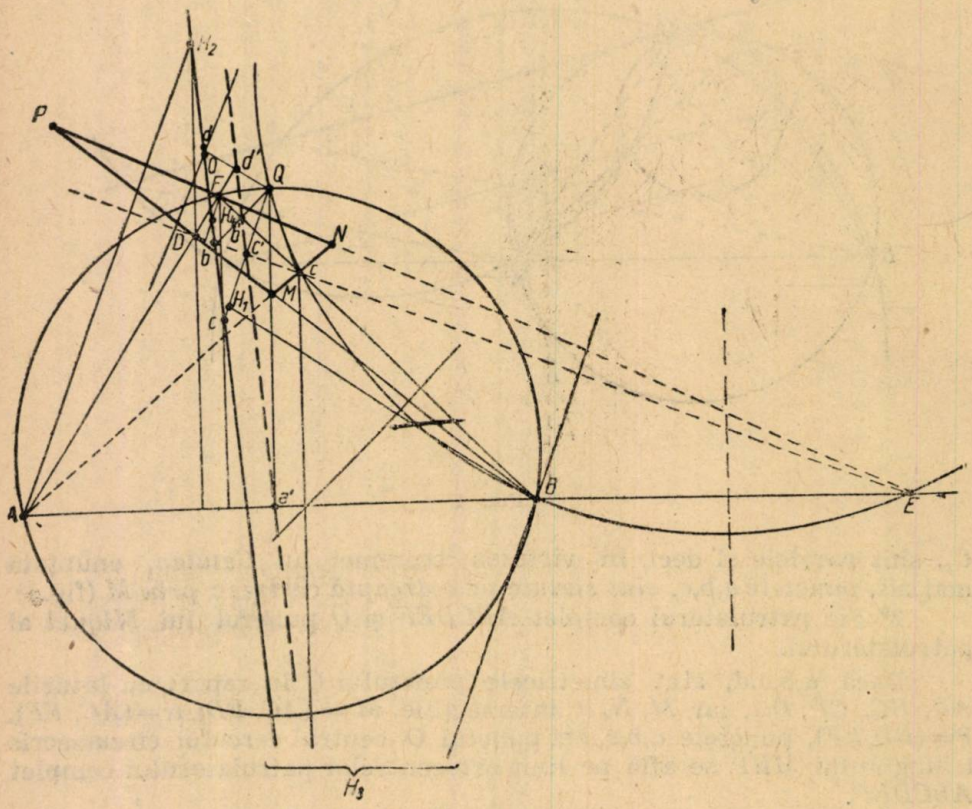


Fig. 2-a

ADE, *BCE* şi *DCF*, simetricele proiecţiilor sale pe laturile *AB*, *BC*, *CD*, *DA*, trebuie să fie coliniare şi să aparţină liniei ortocentrelor celor patru triunghiuri ale patrulaterului complet ($H_1H_2H_3H_4$).

Să demonstrăm că şi punctul *O* aparţine liniei ortocentrelor patrulaterului complet. Intr-adevăr, diagonalele într-un patrulater complet se împart armonic, deci cercul *MNP*, de centru *O*, este ortogonal cercurilor descrise pe diagonalele *AC*, *BD*, *EF*, ca diametre, adică centrul *O* se află pe axa radicală a acestor cercuri, care este chiar linia ortocentrelor patrulaterului complet *ABCDEF* (fig. 2 a).

3⁰ Este cunoscută teorema lui *Aubert*: Trei drepte paralele duse prin vîrfurile unui triunghi *ABC* întîlnesc cercul circumscris în $A_1 \cdot B_1$, C_1. Dreptele ce unesc un punct *M* al cercului circumscris cu

punctele A_1, B_1, C_1, întîlnesc laturile BC, CA, AB în puntele A', B', C' care se găsesc pe o dreaptă paralelă cu direcţia paralelelor duse.

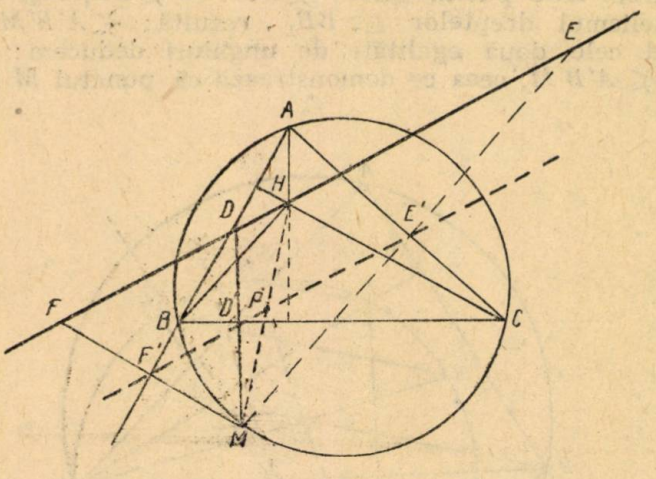


Fig. 2-b

Plecînd de la această teoremă, putem enunţa următoarea proprietate:

Se notează cu $A', B'. C'$, punctele în care o transversală, taie

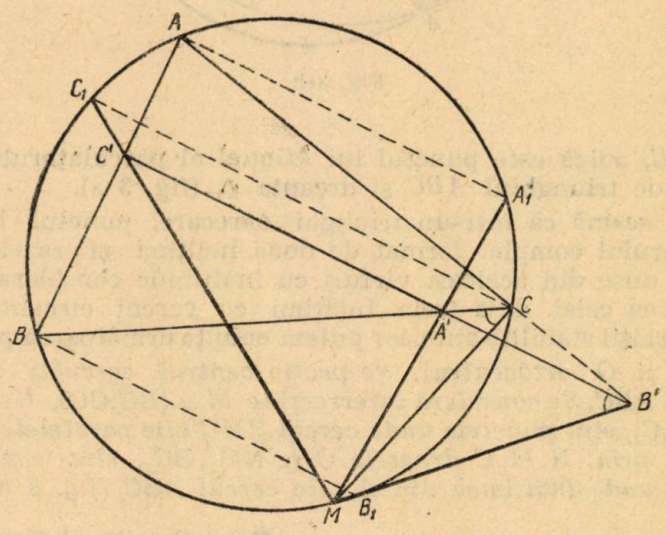


Fig. 3-a

laturile BC, CA, AB, ale triunghiului ABC. Dacă A_1, B_1, C_1, sînt punctele în care dreptele paralele cu $\triangle$ duse prin vîrfurile A, B, C taie cercul ABC dreptele $A_1 A'$, $B_1 B'$, $C_1 C'$, sînt concurente pe cercul ABC într-un punct M.

Să demonstrăm că M este punctul lui *Miquel* al patrulaterului complet determinat de dreapta Δ și triunghiul ABC (fig. 3 a).

În cercul ABC putem scrie: $\sphericalangle BCM = \sphericalangle BB_1M$ și de asemenea, din paralelismul dreptelor Δ, BB_1, rezultă: $\sphericalangle A'B'M = \sphericalangle BB_1M$. Comparînd cele două egalități de unghiuri deducem: $\sphericalangle BCM$ (sau $A'CM$) $= \sphericalangle A'B'M$, ceea ce demonstrează că punctul M se află și pe

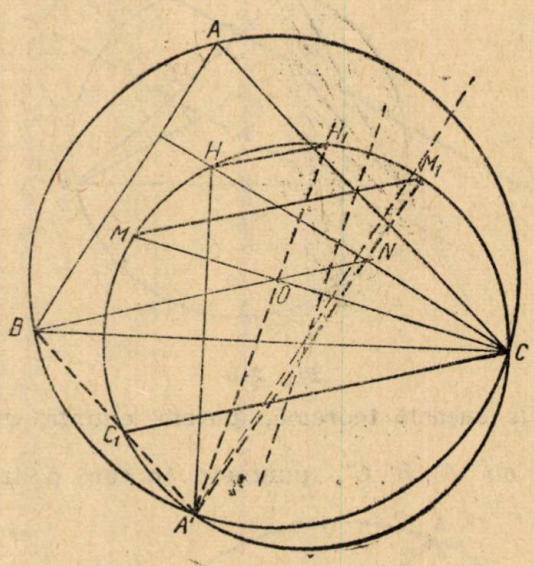


Fig. 3-b

cercul $A'B'C$, adică este punctul lui *Miquel* al patrulaterului complet determinat de triunghiul ABC și dreapta Δ (fig, 3 a).

Ținînd seamă că într-un triunghi oarecare, punctul lui *Miquel* al patrulaterului complet format de două înălțimi și razele cercului circumscris duse din aceleași vîrfuri cu înălțimile considerate se află la întretăierea celei de-a treia înălțimi cu cercul circumscris, conform proprietății stabilite anterior putem enunța următoarea proprietate:

Fie H și O ortocentrul, respectiv centrul cercului circumscris triunghiului ABC. Se consideră intersecțiile $M \equiv (BH,CO)$, $N \equiv (CH,BO)$. Dacă H_1,M_1,C_1, sînt punctele unde cercul HMC taie paralelele la dreapta BON duse prin H, M, C dreptele OH_1, NM_1, BC_1, sînt concurente în punctul A', unde înălțimea din A taie cercul ABC (fig. 3 b).

Mihai Coconea, absolvent București

PROBLEME REZOLVATE

Problema 2808

În triunghiul ABC se iau punctele α *și* β *situate pe latura BC, simetrice față de mijlocul acestei laturi. Notînd cu* θ *unghiul* $BA\alpha$ *și cu* ω *unghiul* $CA\beta$ *se cere să se demonstreze relația:*

$$\frac{b^2}{c^2} = \frac{\sin\theta \sin(A-\omega)}{\sin\omega \sin(A-\theta)}$$

* * *

Soluție. — Aplicînd teorema sinusurilor avem:

(1) $\dfrac{\overline{\beta B}}{c} = \dfrac{\sin(A-\omega)}{\sin(C+\omega)}$ din triunghiul $AB\beta$,

(2) $\dfrac{\overline{B\alpha}}{c} = \dfrac{\sin\theta}{\sin(B+\theta)}$ din triunghiul $AB\alpha$,

(3) $\dfrac{b}{\overline{C\alpha}} = \dfrac{\sin(B+\theta)}{\sin(A-\theta)}$ din triunghiul $AC\alpha$,

și (4) $\dfrac{b}{\overline{BC}} = \dfrac{\sin(C+\omega)}{\sin\omega}$ din triunghiul $AC\beta$.

Înmulțind relațiile (1), (2), (3), (4) și ținînd seamă că $\overline{B\beta} = \overline{C\alpha}$ și $\overline{B\alpha} = \overline{C\beta}$, obținem relația din enunț.

Problema 2811

Să se rezolve ecuația:

$$xyz + 6x + 3y + 2z = 3xy + 2xz + yz + 7$$

știind că x, y, z *sînt numere întregi și pozitive.*

Șaganai Nusfet, student

Soluție. — Trecem necunoscutele în stînga și avem:

$$xyz + 6x + 3y + 2z - 3xy - 2xz - yz = 7$$

sau:

$xyz - yz - 2xz + 2z - 3xy + 3y + 6x - 6 = 1$ sau

$(xy - y - 2x + 2)z - 3(xy - y - 2x + 2) = 1$; deci

$(xy - y + 2x)\ (z - 3) = 1$, sau

$[(x-1)y - (x-1)2]\ (z-3) = 1$

de unde $(x-1)\ (y-2)\ (z-3) = 1$.

Pentru ca acest produs să fie egal cu 1; x,y,z fiind întregi și pozitive; trebuie să avem: $x - 1 = 1$; $y - 2 = 1$; $z - 3 = 1$, de unde $x = 2$, $y = 3$, $z = 4$. Numerele 2, 3, 4 sînt și consecutive.

Problema 2850

În planul triunghiului oarecare ABC se ia punctul O din care se duc paralele la laturile triunghiului. Fie s, p, q respectiv segmentele de pe para-

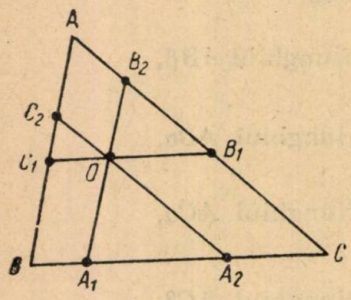
lelele duse din O determinate de laturile AB, AC; CA, CB; BA, BC. Să se demonstreze relația:

$$\frac{s}{a}+\frac{q}{b}+\frac{p}{c}=2.$$

* * *

Soluție. — Avem: $s = OC_1 + OB_1$; $p = OA_1 + OB_2$; $q = OC_2 + OA_2$. Din asemănarea triunghiurilor OA_1A_2, OB_1B_2, OC_1C_2 cu ABC rezultă:

$$\frac{OA_1}{c}=\frac{OA_2}{b}=\frac{A_1A_2}{a};\quad \frac{OB_1}{a}=\frac{OB_2}{c}=\frac{B_1B_2}{b} \text{ și}$$



$$\frac{OC_1}{a}=\frac{OC_2}{b}=\frac{C_1C_2}{c}.$$

De unde deducem că:

$$\frac{s}{a}=\frac{OC_2+B_1B_2}{b};\quad \frac{q}{b}=\frac{OC_1+A_1A_2}{a};$$

$$\frac{p}{c}=\frac{OA_2}{b}+\frac{OB_1}{a},$$

care adunate ne dau:

$$\frac{s}{a}+\frac{q}{b}+\frac{p}{c}=2$$

căci:

$$OC_2=AB_2,\ OC_1=BA_1,\ OA_2=CB_1,\ OB_1=CA_2$$

Problema 2880

Ce relație există între laturile triunghiului ABC dacă:

$$\sin\frac{A}{2}\cos\frac{B}{2}\cos\frac{C}{2}=\cos\frac{B-C}{2}\sin\frac{A-C}{2}\sin\frac{A-B}{2}.$$

Eugen Onofraș, Huși

Soluție. — Avem:

$$\frac{\sin\frac{A}{2}}{\cos\frac{B-C}{2}}\cdot\frac{\cos\frac{B}{2}}{\sin\frac{A-C}{2}}\cdot\frac{\cos\frac{C}{2}}{\sin\frac{A-B}{2}}=1$$

Conform relațiilor lui Mollweide avem:

$$\frac{a}{b+c}\cdot\frac{b}{a-c}\cdot\frac{c}{a-b}=1,$$

sau

$$abc=(b+c)(a-c)(a-b)$$

$$3abc = a^2b + a^2c - ac^2 - ab^2 + b^2c + bc^2.$$

Impărțind cu abc avem:

$$3 = \frac{a}{c} + \frac{a}{b} - \frac{c}{b} - \frac{b}{c} + \frac{b}{a} + \frac{c}{a},$$

adică:

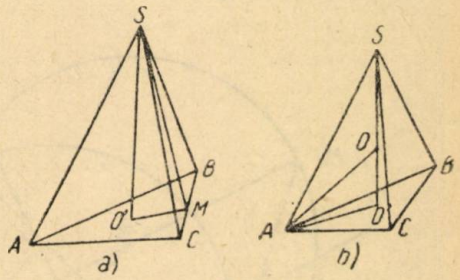
$$\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right) + \left(\frac{a}{c} + \frac{c}{a}\right) - \left(\frac{b}{c} + \frac{c}{b}\right) = 3$$

Problema 2881

Un tetraedru regulat de latura l este înscris într-o sferă. Să se calculeze mărimea unghiului diedru al tetraedrului; aria sferei circumscrise și volumul sferei înscrise în acest tetraedru în funcție de l.

(Examenul de maturitate, Galați, 1957)

Soluție. — Fie SO' înălțimea tetraedrului și evident, ea cade în centrul triunghiului ABC; ducem $O'M \perp BC$, în acest caz și $SM \perp BC$. Din triunghiul echilateral ABC avem: $O'M = r = \frac{l\sqrt{3}}{6}$, iar din triunghiul echilateral SBC avem: $SM = \frac{l\sqrt{3}}{2}$.



In triunghiul dreptunghic $SO'M$ avem:

$$\cos\alpha = \frac{O'M}{MS} = \frac{1}{3},$$

de unde

$$\alpha = 70^\circ 31' 43''.$$

Sa calculăm aria sferei circumscrise tetraedrului. Pe fig. a) observăm, că din triunghiul dreptunghic $SO'M$ avem:

$$SO' = \sqrt{SM^2 - MO^2} = \frac{l\sqrt{6}}{3}.$$

Evident, centrul O al sferei circumscrise se va afla pe înălțimea SO'. Din triunghiul dreptunghic AOO' avem: $AO^2 = OO'^2 + AO'^2$ sau $R^2 = (SO' - R)^2 + AO'^2$ care dă: $R = \frac{l\sqrt{6}}{4}$ și deci aria sferei va fi:

$$S = 4\pi R^2 = 4\pi\left(\frac{l\sqrt{6}}{4}\right)^2 = \frac{3}{2}\pi l^2,$$

ceea ce trebuia aflat.

Să calculăm volumul sferei înscrise în acest tetraedru în funcție de l. centrul sferei înscrise.

Avem:

$$OO'^2 = AO^2 - AO'^2 = \left(\frac{l\sqrt{6}}{4}\right)^2 - \left(\frac{l\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{l^2}{24}$$

deci, $OO' = \frac{l\sqrt{6}}{12}$, iar volumul acestei sfere este:

$$V = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{l\sqrt{6}}{12}\right)^3 = \frac{\sqrt{6}\,\pi l^3}{216}.$$

Problema 2884

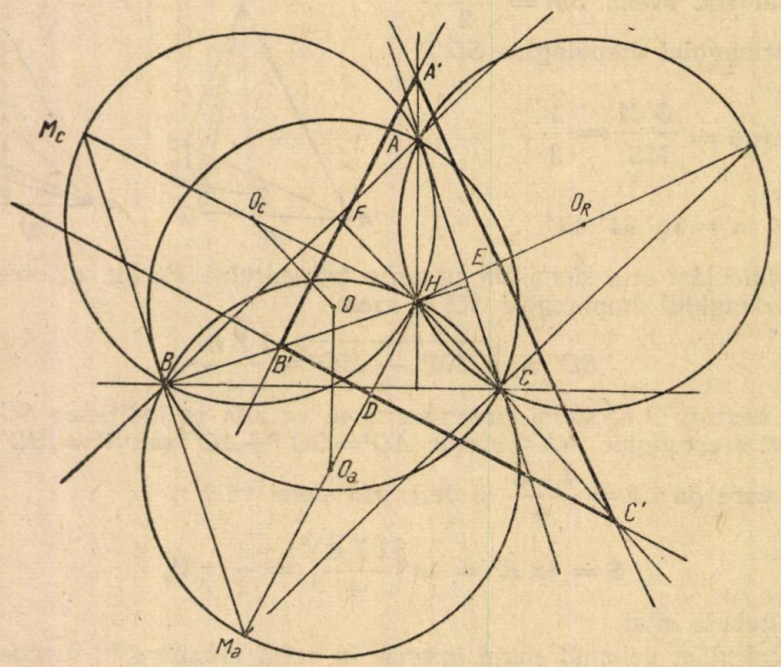
Fie H ortocentrul triunghiului ABC înscris în cercul de rază R și A', B', C' inversele punctelor A, B, C față de polul H și puterea R^2. Să se demonstreze că H este centrul cercului înscris în triunghiul $A'B'C'$ și că $\frac{R}{2}$ este raza acestui cerc.

Gh. Buicliu

Soluția. — Prin definiție avem:

$$HA \cdot HA' = HB \cdot HB' = HC \cdot HC' = R^2.$$

Dar H aflîndu-se pe cercurile AHB, BHC, CHA care sînt egale între ele și egale cu cercul ABC de rază R, înseamnă că $A'B'$, $B'C'$, $C'A'$ sînt inversele acestor cercuri față de polul H și puterea R^2. Fie D, E, F intersecțiile diametrelor HO_a, HO_b, HO_c ale cercurilor BHC, CHA, AHB respectiv cu



$B'C'$, $C'A'$, $A'B'$. Deoarece $B'C'$ este inversul cercului O_a înseamnă că $B'C'$ este perpendiculară pe diametrul HM_a al cercului O_2 și cum unghiurile HBM_a și HCM_a sînt drepte, patrulaterele $BB'DM_a$ și $CC'M_aD$ dau:

$$HB \cdot HB' = HD \cdot HM_a = HC \cdot HC' = R^2.$$

Dar $HM_a = 2\,HO_a = 2\,R$, deci $HD = \frac{R}{2}$. La fel se arată că

$$HE = HF = \frac{R}{2},$$

adică H este centrul cercului înscris în triunghiul $A'B'C'$ și că raza acestui cerc este $\frac{R}{2}$.

Problema 2885

Să se reducă la forma cea mai simplă expresia:

$$\frac{\frac{(a-b)(c+d)}{a+b} + \frac{(b-c)(a+d)}{b+c} + \frac{(c-d)(a+b)}{c+d} + \frac{(d-a)(b+c)}{d+a}}{\frac{a-b}{a+b} + \frac{b-c}{b+c} + \frac{c-d}{c+d} + \frac{d-a}{d+a}}$$

Cezar Coșniță

Soluție. — Expresia se scrie astfel:

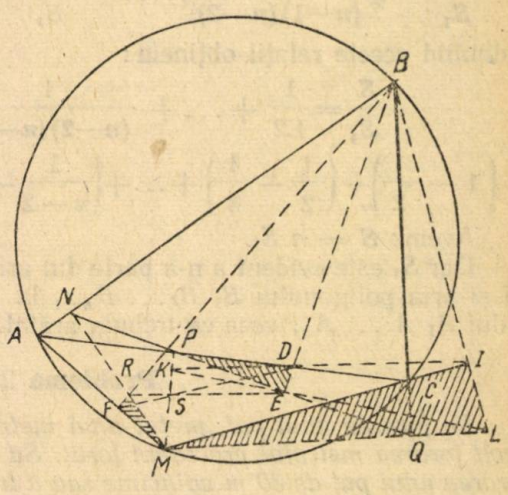
$$\frac{\sum \frac{(a+b+c+d-a-b)(a-b)}{a+b}}{\sum \frac{a-b}{a+b}} = \frac{(a+b+c+d)\sum \frac{a-b}{a+b} - \sum (a-b)}{\sum \frac{a-b}{a+b}} =$$

$$= a+b+c+d$$

Problema 2886

Se dă triunghiul ABC și un punct M pe cercul uircumscris. Notăm cu N, P, A proiecțiile punctului M respectiv pe AB, AC, BC cu F, E, I proiecțiile vîrfului B respectiv pe MA, NQ, MC. Fie punctele: $R \equiv (BF, MN)$, $D \equiv (BE, AC)$, $L \equiv (BI, MQ,)$, $K \equiv (ID, EL)$ $S \equiv (FD, RE)$. Să se arate că punctele P, K, S și M sînt coliniare.

Emil Lerner, București



Soluție. — Triunghiurile RFM și PDE fiind omologice rezultă că RE, FD și PM sînt concurente sau că punctul lor de concurență S se află pe PM.

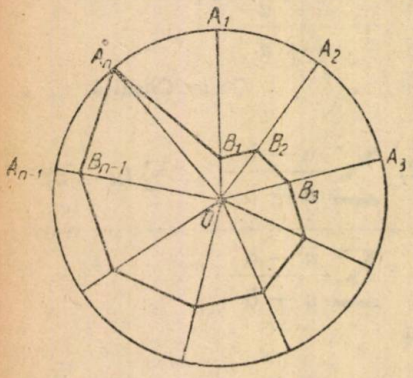
Triunghiurile PDE și MIL fiind omologice rezultă că ID, LE și PM sînt concurente sau că punctul lor de concurență K se află tot pe PM.

Problema 2887

Un cerc O de rază R este împărțit în n părți egale prin punctele de diviziune $A_1, A_2, A_3, \ldots, A_n$; se ia pe OA_1 punctul B_1, așa ca $OB_1 = \frac{OA_1}{n}$; pe OA_2 punctul B_2 așa ca $OB_2 = \frac{OA_2}{n-1}$; pe OA_3 punctul B_3 așa ca $OB_3 = \frac{OA_3}{n-2}$ și așa mai departe. Să se arate că aria poligonului $B_1 B_2 \ldots B_{n-1} A_n$ este egală cu a n-a parte din aria poligonului $A_1 A_2 \ldots A_n$.

Cornelia Georgescu

Soluție dată de O. Nanu, Iași. — Se știe că raportul ariilor a două triunghiuri care au cîte un unghi egal este egal cu raportul dintre produsele laturilor care cuprind aceste unghiuri. De asemenea, avem:



$$OA_1 = OA_2 = \ldots = OA_n$$

și

$$OB_1 = \frac{R}{n};\ OB_2 = \frac{R}{n-1}$$

Notăm aria $OA_1 A_2$ = aria $OA_2 A_3 = \ldots =$ aria $OA_1 A_n = S_1$. Deci putem scrie:

$$\frac{S_{OB_1 B_2}}{S_1} = \frac{\frac{R^2}{n(n-1)}}{R^2} = \frac{1}{n(n+1)}$$

$$\frac{S_{O B_2 B_3}}{S_1} = \frac{1}{(n-1)(n-2)}, \ldots, \frac{S_{O B_{n-1} A_n}}{S_1} = \frac{1}{2 \cdot 1} \text{ și } \frac{S_{O A_n B_1}}{S_1} = \frac{1}{1-n}$$

Adunînd aceste relații obținem:

$$\frac{S}{S_1} = \frac{1}{1.2} + \ldots + \frac{1}{(n-2)(n-1)} + \frac{1}{(n-1)\,n} + \frac{1}{n} =$$

$$= \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \ldots + \left(\frac{1}{n-2} - \frac{1}{n-1}\right) + \left(\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n}\right) + \frac{1}{n} = 1.$$

Avem: $S = n\,S_1$.

Dar S_1 este evident a n-a parte din aria poligonului $A_1 A_2 \ldots A_n$ rezultă că și aria poligonului $B_1 B_2 \ldots B_{n-1} An$ este a n-a parte din aria poligonului $A_1 A \ldots A_n$, ceea ce trebuia arătat.

Problema 2888

La forarea unui puț, prețul unui metru de forat este cu 10% mai mare decît forarea metrului precedent forat. Să se afle dacă este mai convenabilă forarea unui puț de 30 m adîncime sau a trei puțuri a cîte 20 metri adîncime. Cîte puțuri se pot fora cu adîncimea de 10 m cu prețul forării unui puț de 40 m adîncime?

C. Ionescu-Țiu

Soluție. — Presupunem cazul general, adică forarea unui puț de n metri.

Dacă prețul primului metru de forat este x atunci prețul celui de-al doilea metru va fi $x + \frac{x}{10} = \frac{11x}{10}$; prețul celui de-al treilea metru va fi: $\frac{11x}{10} + \frac{11x}{100} = \frac{121x}{100}$ și așa mai departe.

Deci, primul metru de forat costă x, al doilea $\frac{11}{10}x$, al treilea $\left(\frac{11}{10}\right)^2 x$; al patrulea $\left(\frac{11}{10}\right)^3 x$ ... al n-lea $\left(\frac{11}{10}\right)^{n-1} x$.

Atunci costul forării unui puț de n metri este dat de suma progresiei geometrice:

$$S = x + 1{,}1\,x + (1{,}1)^2\,x\,(1{,}1)^3\,x + \ldots + (1{,}1)^{n-1}\,x.$$

$$\text{Deci } S = \frac{x[(1{,}1)^n - 1]}{1{,}1 - 1} = 10\,x\,[(1{,}1)^n - 1]$$

Forarea unui puț de 30 m va costa: $10\,x[1{,}1^{30} - 1]$. Să aflăm cît este $(1{,}1)^{30}$; logaritmăm: $\log (1{,}1)^{30} = 30 \log 1{,}1 = 30,\ 0{,}04139 = 1{,}24170$ și deci, $(1{,}1)^{30} = 17{,}446$ și deci forarea unui puț de 30 m va costa 164,46 x.

Forarea unui puț de 20 m va costa $10\,x[(1{,}1)^{20} - 1]$. Să aflăm cît este $(1{,}1)^{20}$; $\log (1{,}1)^{20} = 20 \cdot 0{,}04139 = 0{,}82780$ și deci $(1{,}1)^2 = 6{,}7266$ și deci forarea puțului de 20 m va costa 57,266 x, forarea a trei puțuri costînd 171,798 x. Deci e mai convenabilă forarea unui puț de 30 metri decît a trei puțuri de 20 m, (căci $164{,}46\,x < 171{,}798\,x$).

Să aflăm cîte puțuri se pot fora cu adîncimea de 10 m, cu prețul forării unui puț de 40 m adîncime.

Forarea unui puț de 40 m costă $10\,[(1{,}1)^{40} - 1]$.

$$\log (1{,}1)^{40} = 40 \cdot 0{,}04139 = 1{,}65560 \text{ deci } 1{,}1^{40} = 45{,}248$$

și deci forarea unui puț de 40 m costă 442,48 x. Forarea unui puț de 10 m costă $10.\ [(1{,}1)^{10} - 1]$
și deci un puț de 10 m costă: 15,936 x. Prin urmare cu prețul forării unui puț de 40 m se pot fora 27 puțuri de cîte 10 m.

Problema 2890

Să se calculeze $\log_{30} 7{,}2$ *știind că* $\log_{30} 5 = a$.

B. Huhulea

Soluție. — Avem succesiv:

$$\log_{30} 7{,}2 = \log_{30} \frac{36}{5} = \log_{30} 36 - \log_{30} 5 = 2 \log_{30} 6 - a.$$

Notînd: $\log_{30} 6 = b$ avem $6 = 30^b$, iar din enunț $5 = 30^a$. Inmulțind avem: $30 = 30^{a+b}$ și $a + b = 1$, adică $b = \log_{30} 6 = 1 - a$.

Deci, $\log_{30} 7{,}2 = 2\,(1 - a) - a = 2 - 3\,a$.

Problema 2891

Să se arate că într-un triunghi oarecare există relația:

$$\frac{a}{\sin A}(b\cos B + c\cos C) = b^2 \operatorname{ctg} B + c^2 \operatorname{ctg} C$$

și încă două relații analoage.

* * *

Soluție. Ținînd seamă că în orice triunghi $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$,

avem $\frac{a}{\sin A}(b\cos B + c\cos C) = \frac{b}{\sin B}\, b\cos B + \frac{c}{\sin C}\, c\cos C =$

$b^2 \operatorname{ctg} B + c^2 \operatorname{ctg} C$.

Analog și celelalte.

Problema 2897

Să se calculeze sumele:

$$S_1 = 1 + a\cos x + a^2\cos 2x + \ldots + a^n \cos nx$$
$$S_2 = 1 + a\sin x + a^2 \sin 2x + \ldots + a^n \sin nx$$

* * *

Soluție. — Considerăm suma primilor $n + 1$ termeni ai progresiei geometrice

$$1 + aq + a^2q^2 + \ldots + a^nq^n = \frac{a^{n+1}q^{n+1} - 1}{aq - 1}. \qquad (1)$$

Să înlocuim $q = \cos x + i \sin x$. Atunci relația (1) ia forma:

$$S_1 + iS_2 = \frac{a^{n+1}q^{n+1} - 1}{aq - 1}$$

Să calculăm membrul al doilea al ultimei egalități:

$$\frac{a^{n+1}q^{n+1} - 1}{aq - 1} = \frac{a^{n+1}\cos(n+1)x - 1 + ia^{n+1}\sin(n+1)x}{a\cos x - 1 + ia\sin x}$$

$$= \frac{[a^{n+1}\cos(n+1)x - 1 + ia^{n+1}\sin(n+1)x](a\cos x - 1 - ia\sin x)}{a^2 - 2a\cos x + 1}$$

Partea reală a expresiei obținute este egală cu S_1, iar coeficientul lui i este egal cu S_2.

$$S_1 = \frac{a^{n+2}\cos nx - a^{n+1}\cos(n+1)x - a\cos + 1}{a^2 - 2a\cos x + 1},$$

iar

$$S_2 = \frac{a^{n+2}\sin nx - a^{n+1}\sin(n+1)x + a\sin x}{a^2 - 2a\cos x + 1}$$

Problema 2898

Pentru care valori ale lui x cuprinse între 0^0 și 360^0 avem:

$$\sin 2x < \cos x.$$

* * *

Soluție. — Inecuația dată se mai scrie:

$$2 \sin x \cos x < \cos x \quad \text{sau} \quad \cos x (2 \sin x - 1) < 0.$$

Aflăm rădăcinile ecuației $\cos x(2 \sin x - 1) = 0$ pe intervalul $(0^0 - 360^0)$; $\cos x = 0$ dă: $x = 90^0$ și $x = 270^0$; iar $2 \sin x - 1 = 0$ *dă:* $x = 30^0$ și $x = 150^0$.

Întocmim tabelul semnelor:

x	$0°$	$30°$	$90°$	$150°$	$270°$	$360°$
$\cos x$	+	+	−	−	+	
$2 \sin x - 1$	−	+	+	−	−	
$\cos x (2 \sin x - 1)$	−	+	−	+	−	

Deci inecuația inițială este satisfăcută în intervalele $(0^0, 30^0)$ $(90^0, 150^0)$ și $(270^0, 360^0)$.

Problema 2901

Să se rezolve ecuația trigonometrică:

$$\sin^{14} x + \cos^{14} x = \frac{169}{64} \cos^6 2x.$$

Marius V. Iosifescu

Soluție. — Din relațiile cunoscute: $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$ și $\cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x$, avem:

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2} \text{ și } \sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2},$$

și atunci ecuația inițială se mai scrie:

$$\left(\frac{1 - \cos 2x}{2}\right)^7 + \left(\frac{1 + \cos 2x}{2}\right)^7 = \frac{169}{64} \cos^6 2x \text{ sau}$$

$$(1 - \cos 2x)^7 + (1 + \cos 2x)^7 = 169 \cdot 2 \cos^6 2x \text{ sau}$$

$$1 - 7 \cos 2x + 21 \cos^2 2x - 35 \cos^3 2x + 35 \cos^4 2x - 21 \cos^5 2x +$$
$$+ 7 \cos^6 2x - \cos^7 2x + 1 + 7 \cos 2x + 21 \cos^2 2x + 35 \cos^3 2x +$$
$$+ 35 \cos^4 2x + 21 \cos^5 2x + 7 \cos^6 2x + \cos^7 2x = 169 \cdot 2\cos^6 2x$$

sau:

$$162 \cos^6 2x - 35 \cos^4 2x - 21 \cos^2 2x - 1 = 0.$$

Notăm: $\cos^2 2x = y$ (evident, y trebuie să fie pozitiv) și atunci avem $162 y^3 - 35 y^2 - 21 y - 1 = 0$, care se descompune în:

$(2y - 1)(81 y^2 + 23 y + 1) = 0$ care dă soluția acceptabilă $y = \frac{1}{2}$,

deci $\cos^2 2x = \frac{1}{2}$ sau: $\cos 2x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$, care dă soluțiile $2x = kx \pm \frac{\pi}{4}$

$$\text{deci } x = \frac{K\pi}{2} \pm \frac{\pi}{8}$$

Problema 2902

Dacă $U_0, U_1, U_2, U_3, \ldots$ sînt termeni consecutivi ai şirului lui Fibonacci, să se demonstreze că există relaţiile:

$$\frac{U_1}{U_0 U_2} + \frac{U_2}{U_1 U_3} + \frac{U_3}{U_2 U_4} + \ldots + \frac{U_n}{U_{n-1} U_{n+1}} = 2 - \frac{U_{n+2}}{U_n U_{n+1}}$$

$$\frac{1}{U_0 U_2} + \frac{1}{U_1 U_3} + \frac{1}{U_2 U_4} + \ldots + \frac{1}{U_{n-1} U_{n+1}} = 1 - \frac{1}{U_n U_{n+1}}$$

I. I. Cristea

Soluţie dată de Oct. Nanu, Iaşi. — Ţinînd seamă că între trei numere ale şirului lui Fibonacci există relaţia de recurenţă $U_{k+1} = U_{k-1} + U_k$ prima relaţie se mai scrie:

$$\frac{U_2 - U_0}{U_0 U_2} + \frac{U_3 - U_1}{U_1 U_3} + \frac{U_4 - U_2}{U_2 U_4} + \ldots + \frac{U_{n-1} - U_{n-3}}{U_{n-3} U_{n-1}} + \frac{U_n - U_{n-2}}{U_{n-2} U_n} + \frac{U_{n+1} - U_{n-1}}{U_{n+1} U_{n-1}} = 2 - \frac{U_n + U_{n+1}}{U_n U_{n+1}}$$

sau:

$$\frac{1}{U_0} - \frac{1}{U_2} + \frac{1}{U_1} - \frac{1}{U_3} + \frac{1}{U_2} - \frac{1}{U_4} + \ldots + \frac{1}{U_{n-2}} - \frac{1}{U_{n-1}} + \frac{1}{U_{n-2}} - \frac{1}{U_n} + \frac{1}{U_{n-1}} - \frac{1}{U_{n+1}} = 2 - \frac{1}{U_{n+1}} - \frac{1}{U_n}$$

şi observăm că rămîne $\frac{1}{U_0} + \frac{1}{U_1} = 2$, ceea ce se verifică imediat, căci $U_3 = 1$ şi $U_1 = 1$.

Să demonstrăm că există relaţia a doua. Observăm că între trei numere (consecutive) ale şirului lui Fibonacci, există relaţia:

$$\frac{1}{U_{k-1} U_{k+1}} = \frac{1}{U_{k-1} U_k} - \frac{1}{U_k U_{k+1}},$$

care se verifică ţinînd seamă că $U_{k+1} - U_{k-1} = U_k$.

Deci, relaţia a doua se poate scrie:

$$\frac{1}{U_0 U_1} - \frac{1}{U_1 U_2} + \frac{1}{U_1 U_2} - \frac{1}{U_2 U_3} + \frac{1}{U_2 U_3} - \frac{1}{U_3 U_4} + \ldots + \frac{1}{U_{u-2} U_{n-1}} - \frac{1}{U_{n-1} U_n} + \frac{1}{U_{n-1} U_n} - \frac{1}{U_n U_{u+1}} = 1 - \frac{1}{U_n U_{n+1}}$$

şi observăm că ne mai rămîne: $\frac{1}{U_0 U_1} = 1$, ceea ce se verifică imediat, deoarece:

$$U_0 = 1 \quad \text{şi} \quad U_1 = 1.$$

Problema 2928

Să se afle capacitățile a doi condensatori care fiind legați la o tensiune alternativă de frecvență $f = 100$ Hz, au pentru montajul în serie o reactanță capacitivă de 45,45 ohmi.

Tiberiu V. Colibaba, student, București

Soluție. — Avem $r_c = \frac{10^6}{\omega C}$ de unde $C = \frac{10^6}{\omega r_c}$; $\omega = 2\pi f$;

$$C = \frac{10^6}{2\pi f r_c} = \frac{10^4}{6{,}28\, r_c}.$$

Pentru montajul în serie: $C_s = \frac{10^4}{6{,}28 \cdot 185{,}77} = 8{,}5\ \mu F = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$.

Pentru montajul în paralel: $C_p = \frac{10^4}{6{,}28 \cdot 45{,}45} = 35\ \mu F = C_1 + C_2$;

$C_1 C_2 = 35 \cdot 8{,}5 = 927{,}5$, deci $C^2 - 35\,C + 297{,}5 = O$. Deci $C_1 = 20{,}5\ \mu F$ și $C_2 = 14{,}5\ \mu F$.

Problema 2929

Ce intensitate are cîmpul magnetic în care introducînd paralel cu liniile de forță o bucată de fier moale, obținem intensitatea de magnetizare de 3582,8 unități CGS? Permeabilitatea $\mu = 3000$.

Soluție dată de T i b. C o l i b a b a (București). — Cunoscînd $I = \frac{B}{4\pi}$ și $B = \mu H$, obținem:

$$H = \frac{4\pi I}{\mu} \text{ și } B = \mu H, \text{ obținem:}$$

$$H = \frac{4\pi I}{\mu} = \frac{12{,}56 \cdot 3582{,}8}{3000} = \frac{44{,}909}{3} = \frac{45}{3} = 15 \text{ gauși}$$

Problema 2931

La căderea unui curent de apă, pe suprafața plană a apei se observă sfere mici care plutesc. Să se arate că la temperatura de 20°C diametrul lor nu trece de 4,38 mm. Se dă $g = 981$ cm/s.

V. Dorobanțu, absolvent, Slatina

Soluție. — Avem:

$$4\pi r^2 \alpha = \frac{4\pi r^3}{3} d.\ g,$$

unde α = tensiunea superficială = 72,5 dyn/cm; r = raza sferei; d = densitatea apei = 1 g/cm³; g = 981 cm/s² = accelerația gravitației.

Avem $72{,}5 = \frac{r d g}{3} = \frac{r \cdot 981}{3}$; $72{,}5 = 327\ r$; $r \cong 0{,}219$ cm sau $r = 2{,}19$ mm.

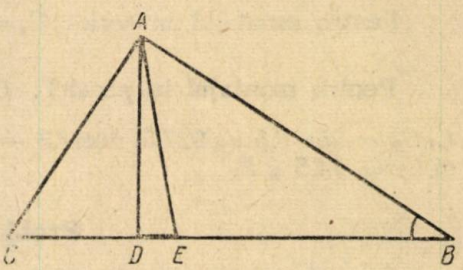
Deci diametrul este $2r = 4{,}38$ mm.

Problema E : 1061

Să se construiască un triunghi dreptunghic cunoscînd un unghi ascuţit şi distanţa între picioarele înălţimii şi bisectoarei duse din vîrful unghiului drept pe ipotenuză.

R. Răşcanu, elev Bucureşti

Soluţie. — Considerăm problema rezolvată. Fie triunghiul dreptunghic căutat ABC cu unghiul drept în A, în care se cunosc $\sphericalangle ABC$ şi segmentul DE, care reprezintă distanţa între piciorul înălţimii şi cel al bisectoarei coborîte din vîrful unghiului drept pe ipotenuză.



$\sphericalangle DAE = \sphericalangle CAE - \sphericalangle CAD = 45° - \sphericalangle ABC$ (deoarece $\sphericalangle CAD = \sphericalangle ABC$ ca avînd laturile perpendiculare), iar în triunghiul dreptunghic ADE, $\sphericalangle AED = 90° - (45° - \sphericalangle ABC) = 45 + \sphericalangle ABC$.

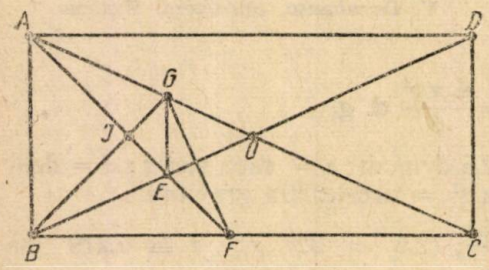
Deci construcţia triunghiului dreptunghic ABC se reduce la construcţia triunghiului dreptunghic DAE format de înălţimea AD, bisectoarea AE şi segmentul DE.

Construcţie. Luăm pe o dreaptă segmentul DE. In punctul D ridicăm o perpendiculară, iar în punctul E construim un unghi avînd o latură pe DE egală cu $45° + \sphericalangle ABC$. Punctul de intersecţie A între perpendiculara ridicată în D şi a doua latură a unghiului construit, va fi vîrful unghiului drept al triunghiului căutat. Din acest vîrf construim cu înălţimea AD un unghi egal cu unghiul ABC şi determinăm vîrful C căutat şi tot din vîrful A ridicînd o perpendiculară pe AC determinăm şi vîrful B al triunghiului căutat.

Problema E : 1067

Intr-un dreptunghi $ABCD$ bisectoarea unghiului BAD taie diagonala BD în E, iar latura BC în F. Ştiind că paralela dusă din E la AB taie pe AC în G, să se arate că dreptele GF şi BD sînt perpendiculare.

Strătescu Ion, Călăraşi



Soluţie. — Unim pe B cu G şi notăm intersecţia dreptelor AE şi BG cu I. Cum $AO = BO$ şi $GE \parallel AB$, rezultă că $AGEB$ este un trapez isoscel.

Totodată unghiul $BAF = 45°$, deci unghiul $AIB = 90°$, căci triunghiul AIB este isoscel ($AI = BI$). De aici rezultă $IF \perp BG$ (1).

Totodată, cum $GE \parallel AB$ și $AB \perp BC$ rezultă că și $GE \perp BF$ (2). Din (1) și (2) rezultă că E este ortocentrul triunghiului BGF și că $BE \perp MF$, sau $BD \perp GF$.

Problema E: 1080

Dacă introducem o bucată dintr-un aliaj de aluminiu în apă, rămîne necufundat 10 cm³ din volumul său. Introducînd aceiași bucată într-un amestec de 8 părți petrol de densitate 0,8 cu 2 părți apă, rămîne necufundat numai 5 cm³ din volumul său. Care este densitatea, volumul și greutatea bucății de aliaj?

C. Necșoiu

Soluție. — In prima experiență putem scrie relația

$$V.\ d = (V-10).\ 1,$$

unde V este volumul, iar d densitatea bucății de lemn.

Din aceiași relație rezultă:

$$V\ (1 - d) = 10. \qquad (1)$$

Densitatea amestecului celor două lichide este egală cu

$$d' = \frac{8 \cdot 0{,}8 + 2 \cdot 1}{8 + 2} = \frac{6{,}4 + 2}{10} = 0{,}84.$$

In experiența a doua putem scrie:

$V.\ d = (V - 5)\ d'$ de unde rezultă $V\ (d' - d) = 5\ d'$

sau, făcînd înlocuirile, obținem:

$$V\ (0{,}84 - d) = 4{,}2 \qquad (2)$$

Impărțind relațiile (1) și (2) obținem:

$$\frac{1 - d}{0{,}80 - d} = \frac{10}{4{,}2},$$

de unde rezultă $d = 0{,}724$.

Din relația (1) scoatem $V = \frac{10}{1-d} = \frac{10}{0{,}276} \cong 36\ \text{cm}^3$.

Greutatea bucății de lemn este egală cu

$$G = V.\ d = 36 \cdot 0{,}724 \cong 26\ \text{gf}.$$

Problema E: 1093

Suma a trei numere este 30. Suma primului număr cu dublul celui de-al doilea întrece cu 2 suma celui de-al doilea cu triplul celui de-al treilea. Care sînt numerele, dacă primul este media aritmetică a celorlalte două. Soluție aritmetică.

I. Șt. Mușat

Soluție. — Dacă suma primului număr cu dublul celui de-al doilea întrece cu 2 suma celui de-al doilea cu triplul celui de-al treilea, înseamnă că suma primelor două întrece cu 2 triplul celui

de-al treilea și de asemenea că: suma celor trei numere întrece cu 2 produsul prin 4 al celui de-al treilea.

Produsul prin 4 al ultimului număr este deci 28, iar al treilea număr, 7.

Dacă primul număr este media aritmetică a celorlalte două înseamnă că suma ultimelor numere este egală cu dublul primului, iar suma tuturor numerelor este întreitul primului. Primul număr este deci 10, (30 : 3 = 10). Rezultă că al doilea număr este 13, (30—10—7=13).

Numerele sînt deci: 10, 13 și 7.

OLIMPIADELE DE MATEMATICĂ ȘI FIZICĂ 1959

Societatea de științe matematice și fizice din R.P.R., cu sprijinul Ministerului Învățămîntului și Culturii, al C.C. al U.T.M. și al Sfaturilor populare, organizează și în acest an olimpiadele de matematică și fizică pentru elevii claselor a VIII-a — a XI-a ale învățămîntului de cultură generală de zi și muncitorești, pentru elevii școlilor profesionale și tehnice de maiștri cu limba de predare romînă sau a minorităților naționale.

Regulamentul acestor olimpiade este publicat în *Gazeta matematică și fizică, seria B (G.M.F.-B)* și *Matematikai es fizikai lapok (M.F.L.)* nr. 12 din decembrie 1957. Reproducem mai jos cîteva din prevederile acestui regulament cu modificările care s-au introdus și datele etapelor din acest an:

Olimpiadele se desfășoară pe grupe și etape.

La etapa locală pot participa elevii care în cursul trimestrului I au obținut cel puțin *nota 7* la obiectul respectiv.

Materia cerută este materia parcursă în clasă la obiectul respectiv, precum și în clasa precedentă. Această etapă constă dintr-o lucrare scrisă, în ziua de 8 februarie 1959 la matematică și în ziua de 15 februarie 1959, la fizică.

Etapa regională are loc la 8 și 9 martie 1959 și constă tot dintr-o lucrare scrisă din materia parcursă la obiectul respectiv și cea a claselor precedente.

Elevii care au un număr mare de probleme rezolvate din G.M.F.-B sau M.F.L. și care au reușit la etapa regională vor avea întîietate în ce privește recomandarea de a fi admiși la etapa finală, la note egale. *Elevii reușiți la etapa regională atît la matematică, cît și la fizică, își vor alege disciplina la care urmează să se prezinte în etapa finală.*

Etapa finală (republicană) are loc în București între 2 și 5 aprilie 1959 și constă dintr-o lucrare scrisă, eliminatorie și o probă orală, atît la matematică, precum și la fizică, din materia parcursă în clasa respectivă și în clasa precedentă. La fizică la etapa finală se va trece și o probă de laborator.

Dăm mai jos temele lucrărilor care trebuie pregătite pentru proba de laborator:

Grupa I, cl. VIII și grupa IX anul I școli pedagogice:

Măsurători de lungime, grosime, diametru, timp, forțe, masă și greutate.

Grafice: întocmirea și citirea graficelor. Studiul legilor mișcării uniforme, a mișcării uniform variate și a mișcării de rotație.

Utilizarea mecanismelor simple: pîrghii, scripeți, plan înclinat.

Grupa II, cl. IX:

Determinarea densității unui corp solid sau lichid cu balanța hidrostatică, cu picnometrul și areometrul.

Determinări de călduri specifice cu calorimetrul. Determinarea temperaturii unui corp prin metoda calorimetriei. Măsurători de temperaturi și trecerea dintr-o gradație într-alta.

Verificarea legii Boyle-Mariotte. Determinarea randamentului unei mașini simple.

Determinarea căldurii latente de topire a gheții și de vaporizare a apei.

Grupa III, cl. X:

Verificarea legii lui Ohm. Verificarea legii rezistenței conductoarelor. Întrebuințarea și mînuirea reostatelor.

Baterii de elemente și măsurarea rezistenței interioare a unui element sau acumulator. Măsurarea unei rezistențe cu puntea Wheatstone. Verificarea legii Joule-Lenz. Verificarea legilor Faraday. Măsurători electrice de intensitate și tensiune. Instalație electrică cu aprindere succesivă de becuri. Instalație de sonerie în rețea cu transformator și întrerupător. Utilizarea transformatorilor electrici, motoare electrice etc.

Grupa IV, cl. XI de zi și serală:

Determinarea accelerației gravitației cu ajutorul pendulului. Determinarea distanțelor focale la oglinzi și lentile. Determinarea indicelui de refracție (metoda acelor). Măsurarea intensității unui izvor luminos cu ajutorul fotometrului Bunsen. Montarea și mînuirea unui aparat de radio recepție cu galenă. Emisie și recepție de unde electromagnetice.

Grupa V, anul I școli profesionale cu predarea fizicii în 2 ani:

Măsurători de: lungime grosime, diametru, timp, forță, masă și greutăți.

Grafice: întocmirea și citirea graficelor. Studiul legilor mișcărilor uniforme, uniform variate și de rotație. Determinarea coeficientului de frecare. Utilizarea mecanismelor simple: pîrghii, scripeți, plan înclinat. Determinarea densității unui corp solid sau lichid cu balanța hidrostatică, picnometru și areometru.

Grupa VI, anul II școli profesionale cu predarea fizicii în 2 ani:

Determinări de călduri specifice cu calorimetrul. Determinarea temperaturii unui corp prin metoda calorimetrică. Măsurători de temperaturi și trecerea dintr-o gradație într-alta.

Determinarea randamentului unei mașini simple. Determinarea căldurii latente de topire a gheții și de vaporizare a apei.

Verificarea legii lui Ohm. Întrebuințarea și mînuirea reostatelor și a cutiilor de rezistență. Baterii de elemente și utilizarea lor. Încărcarea acumulatoarelor. Aplicații ale legilor electrolizei. Măsurători electrice de intensitate, tensiune, rezistență. Instalații electrice cu aprindere succesivă de becuri. Instalație de sonerie la rețea cu transformator și întrerupător. Utilizarea transformatoarelor și a motoarelor electrice.

Grupa VIII, școli profesionale cu predarea fizicii într-un an.

Aceleași lucrări ca la grupele V și VI.

Grupa VIII, școli tehnice de maiștri.

Aceleași lucrări ca la grupele V și VI.

Pentru o mai bună pregătire sfătuim pe participanții la olimpiade, ca pe lîngă manualele școlare și culegerile de probleme să consulte și alte cărți privind materia cerută, precum și G.M.F.-B și M.F.L. unde se găsesc și probleme date la olimpiadele din anii trecuți.

De asemenea elevii ajutați de profesorii respectivi pot organiza cercuri de elevi în vederea unei mai bune pregătiri la obiectul respectiv.

Elevii evidențiați la etapa regională și la cea finală vor primi diplome, insigne, premii în cărți și obiecte.

Colaboratorii G.M.F.-B și profesorii de specialitate sînt rugați să popularizeze aceste olimpiade și să-și dea concursul în vederea reușitei lor. După fiecare etapă se pot trimite revistei, aprecieri și propuneri pentru îmbunătățire.

Rezultatele acestor olimpiade și subiectele vor fi publicate în G.M.F.-B și M.F.L.

CHESTIUNI DE EXAMEN *)

DATE LA INSTITUTUL POLITEHNIC BUCUREȘTI IN SESIUNEA 1958 LA CONCURSUL DE ADMITERE IN FACULTĂȚILE DE MECANICĂ, METALURGIE, ELECTROTEHNICĂ ȘI ENERGETICĂ, ELECTRONICĂ ȘI TELECOMUNICAȚII

3427. — Să se rezolve sistemul:

$$\sqrt{\frac{x-2y}{x}} + \sqrt{\frac{x}{x-2y}} = \frac{5}{\sqrt{6}}$$

$$x - 2y - 2xy = 5$$

---

*) VIII (3442, 3444); IX (3427, 3429, 3430, 3431, 3433, 3436, 3437, 3440, 3443); X (3428, 3432, 3434, 3435, 3438, 3439, 3441, 3445).

3428. — Se dă expresia: $E = \sin x + \cos x - 1$.

1) Să se transforme expresia E în produs;

2) Să se exprime expresia E cu ajutorul variabilei $t = \operatorname{tg} \frac{x}{2}$.

3) Să se afle valorile lui x pentru care $E = 0$.

3429. — Se dă ecuația: $m(m-1)x^2 - 2m(m+1)x+(m+1)=0$. Se cere:

1) Să se discute rădăcinile ecuației după toate valorile parametrului m;

2) x_1 și x_2 fiind rădăcinile ecuației, să se determine m astfel ca să avem:

$$2 > \frac{x_1^3 + x_2^3}{x_1^2 + x_2^2} > -3$$

3430. — Fie două cercuri O și O' de raze R și r, tangente interior în punctul T, cercul O' fiind cel mic. Fie A punctul unde dreapta OO' taie cercul O a doua oară, B punctul unde tangenta din A dusă la cercul O' taie cercul O a doua oară și P piciorul perpendicularei din A pe prelungirea razei OB. Fiind date razele R și r, se cere:

1) Să se calculeze lungimea coardei AB; 2) Să se calculeze segmentul AP; 3) Să se calculeze aria triunghiului BTP.

Aplicație: pentru fiecare punct în parte să se calculeze cazul $R = 3r$.

3431. — Se ia patrulaterul inscriptibil $ABCD$ astfel încît laturile opuse AB și CD se intersectează în P sub un unghi drept. Să se arate că:

1) $BC^2 + AD^2 = AC^2 + BD^2$

2) $AB^2 + CD^2 = 4\,EF^2$

unde E și F sînt mijloacele laturilor BC și AD.

3) G și H fiind mijloacele laturilor AB și CD avem:

$$2(GH^2 + EP^2) = AC^2 + BD^2.$$

3432. — O cutie de tablă are forma unui cilindru circular drept cu înălțimea de 2 cm și raza bazei de 3 cm. Ea este închisă ermetic cu un capac de forma unui con circular drept avînd raza bazei tot de 3 cm și generatoarea de 5 cm. Capacul este confecționat din același material ca și cutia.

1) Să se arate dacă se poate confecționa cutia și capacul ei dintr-o bucată de tablă dreptunghiulară cu lungimea de 18,90 cm și lățimea de 13 cm și în caz afirmativ, cum trebuie tăiată tabla pentru a realiza acest ansamblu și care este procentul deșeurilor.

2) Să se calculeze volumul de aer închis în corpul astfel confecționat.

3433. — Se dă ecuația:

$$4x^4 + (m-2)x^3 + (m-9)x^2 - (m-2)x - m + 5 = 0.$$

1) Să se arate că oricare ar fi parametrul m această ecuație admite rădăcinile $+1$ și -1.

2) Să se găsească ecuația de gradul doi care admite celelalte rădăcini.

3) Să se discute rădăcinile ecuației de gradul doi obținute precedent, pentru toate valorile parametrului m.

3434. — Să se rezolve ecuația:

$$(\cos 2x + 2\cos x + 1)(\cos 2x - 2\cos x + 1) + 1 = 0$$

3435. — Un sector de cerc de rază dată a, cu unghiul la centru $AOB = 270^0$ se îndoaie în așa fel încît razele AO și OB să coincidă, formînd astfel un con circular drept.

1) Să se exprime prin a, volumul conului.

2) Să se afle raportul dintre raza sferei circumscrise și raza sferei înscrise acestui con.

Subiectele date la concursul de burse

3436. — Trapezul $ABCD$ are baza mare $AB = 4$ cm, diagonala $AC = 2$ cm și unghiul $BAD = 60^0$. Știind că diagonala AC este bisectoarea unghiului BAD, să se afle perimetrul trapezului cu o eroare mai mică decît un milimetru și aria trapezului cu o eroare mai mică decît un milimetru patrat.

3437. — Se consideră polinomul: $P(x) = x^4 + ax^3 + 3x^2 + bx + 4$. Se cere: 1) să se afle valorile lui a și b pentru care polinomul împărțit respectiv cu $(x-1)$ și cu $(x-2)$ să dea același rest 2.

2) Să se simplifice fracția:

$$\frac{P(x) + x^3 - x - 2}{3x^3 + 2x^2 - 6x - 4}$$

după ce în polinomul $P(x)$ au fost înlocuite a și b cu valorile găsite la punctul 1).

3) Să se afle valorile lui x pentru care avem:

$$x < \frac{x^2 - 1}{3x + 2} < x + 2$$

3438. — Să se transforme suma:

$$S = \sin x + \cos x + \sin 2x + \cos 2x + \sin 3x + \cos 3x$$

într-un produs și apoi să se determine toate valorile lui x pentru care ea se anulează.

3439. — Într-un cilindru se înscrie un trunchi de con care are aceeași bază mare și aceiași înălțime cu cilindrul. Volumul cilindrului este dublu volumului trunchiului de con, iar suma diametrelor celor două baze ale trunchiului de con este de 25 cm. Să se calculeze cu trei zecimale exacte suprafețele acestor două baze. Se va lua $\pi = 3{,}1416$ și $\sqrt{3} = 1{,}73205$.

3440. — Pe semicercul de diametru $AB = 10a$, se consideră punctele C, D la distanța $4a$ de AB (punctul D spre A și C spre B).

1) Să se calculeze perimetrul trapezului convex $ABCD$.

2) Tangenta la semicerc în D intersectează dreapta AB în E. Să se calculeze segmentul ED.

3) Dacă T este punctul de intersecție al tangentelor duse în C și D la semicerc, să se calculeze segmentul DT și distanța punctului T la centrul O al semicercului.

3441. — O piramidă $S\,ABC$ se secționează cu două plane paralele cu baza ABC situate respectiv la distanțele $\frac{h}{3}$ și $\frac{h}{2}$ de vîrful S, obținîndu-se secțiunile $A'B'C'$ și $A''B''C''$. Dacă h este înălțimea piramidei și a^2 este aria bazei ABC se cere:

1) Să se calculeze ariile secțiunilor $A'B'C'$ și $A''B''C''$ în funcție de h și a^2.

2) Să se afle raportul dintre volumele trunchiurilor de piramidă $ABCA''B''C''$ și $A''B''C''A'B'D'$.

3) Să se afle volumele solidelor obținute secționînd piramida cu un plan dus prin $A''B''$ și paralel cu CC'', în funcție de h și a^2.

LUCRAREA SCRISĂ LA FIZICĂ DATĂ LA FACULTĂȚILE INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI

3442. — Un balon conține 100 m^3 de hidrogen la presiune și temperatură normală. Știind că în aceste condiții 1 litru de hidrogen cîntărește 0,09 grame, iar un litru de aer 1,293 grame, se cere:

1) forța ascensională a hidrogenului din balon în dyne și kgf,

2) forța ascensională a balonului dacă greutatea proprie a acestuia (nacelă, observator etc.) este de 100 kg.

3) Accelerația pe care o capătă balonul lăsîndu-l liber, dacă din cauza unui vînt constant traiectoria lui face un unghi constant de 30 grade cu verticala.

4) În cît timp se ridică în condițiile de la punctul 3) la înălțimea de 1000 metri, presupunînd că forța ascensională rămîne constantă și ce lucru mecanic execută aceasta.

(Teorie: structura atomului).

3443. — Într-un fierbător electric de 500 W, legat la priza de 110 V, se toarnă o jumătate de litru de apă la 10°C. În momentul în care apa pusă în fierbător atinge temperatura de 50°C se toarnă încă o jumătate de litru de apă la 10°C. Se cere:

1) Căldura necesară absorbită de litrul de apă turnată în fierbător pentru a ajunge la punctul de fierbere. Să se spună dacă modul acesta de a încălzi un litru de apă este mai avantajos decît dacă turnăm de la început tot litrul de apă în fierbător.

2) Timpul necesar pentru a încălzi apa pînă la punctul de fierbere, dacă randamentul fierbătorului este de 0,8.

3) Energia consumată în timpul de la punctul 2) și prețul acestei energii, dacă se știe că 1 kWh costă 60 bani.

4) Ce consum de energie suplimentară are loc, dacă apa este lăsată să fiarbă pînă se evaporează la jumătate.

Se dă căldura de vaporizare a apei egală cu 539 cal g^{-1}

Concursul de burse, subiecte de fizică

3444. — Un troliu pentru ridicarea materialelor are diametrul tobei de 30 cm și este prevăzut cu două găleți: cînd una din ele coboară goală cealaltă este ridicată încărcată cu material. Știind că greutatea unei găleți goale este de 2 kg și plină este de 18 kg, iar troliul face 5 învîrtituri pe minut, se cere:

1) Puterea mecanică necesară pentru a face să funcționeze sistemul format de cele două găleți;

2) Lucrul mecanic necesar pentru o operație de ridicare, dacă aceasta durează 4 minute.

Se neglijează greutatea proprie a pîrghiei și pierderile prin frecare. (Teorie: formarea imaginii în oglinzi sferice concave).

3445. — Un circuit electric, între două puncte A și B este format din două rezistențe R_1 și R_2 legate în paralel, prin care trec curenți de intensitate I_1 respectiv I_2. Ramura de rezistență R_2 este cufundată într-un vas care conține 1 kg de apă la 15°C. Se dă $R_1 = 10\ \Omega$, $R_2 = 50\ \Omega$ și $I_1 = 10$ A. Se cere să se calculeze:

1) Curentul I_2 în ramura R_2 și intensitatea totală a curentului I înainte și după ramificație.

2) Puterea electrică în wați dezvoltată în cele două ramuri.

3) Timpul necesar pentru încălzirea apei de la 15°C la 100°C.

4) Prețul energiei consumate în operația de la pct. 3), dacă un kWh costă 60 bani.

PROBLEME PROPUSE *)

3446. — Rădăcinile x_1 și x_2 ale unei ecuații de gradul al doilea

$$x^2 + px + q = 0 \tag{1}$$

verifică relațiile

$$(1 + a)(x_1 + x_2) + ax_1 x_2 = 1$$

$$x_1 + x_2 + x_1 x_2 = \frac{2}{1 + a}$$

Se cere:

1. Să se exprime p și q în funcție de a,

2. Să se discute natura rădăcinilor ecuației (1) cînd a variază de la $-\infty$ la $+\infty$.

3. Se consideră expresia:

$$E = \frac{-4x_1 x_2 (x_1 + x_2) + 2x_1^2 + x_1 x_2 + 2x_2^2}{5x_1 x_2 (x_1 + x_2) + x_1^2 - x_1 x_2 + x_2^2}$$

Cînd a variază de la $-\infty$ pînă la $+\infty$ poate lua E orice valoare reală?

4. Să se determine valorile lui a pentru care rădăcinile ecuației (1) pot fi puse sub forma:

$$x_1 = \sin \alpha\ ;\quad x_2 = \operatorname{tg} \alpha.$$

(La admiterea în Facultatea de matematică și fizică, București, 1958)

3447. — Fie $ABCD$ vîrfurile unui patrulater ale cărui diagonale AC și BD sînt perpendiculare. Se știe că: $AB = 5$ m, $BC = 4\sqrt{5}$, $CD = 10$ m, $AC = 11$ m. Se cere:

1. Să se calculeze lungimea laturii AD și a diagonalei BD. Însemnînd cu M punctul de întîlnire al diagonalelor, să se calculeze lungimile

---

*) VIII (3451, 3457, 3460), IX 3446, 3447, 3448, 3452 3453, 3458, 3461, 3462), X (3449, 3451, 3456, 3459, 3463), XI (3450, 3454, 3455).

segmentelor AM, BM, CM, DM și să se deducă că patrulaterul $ABCD$ este inscriptibil.

2. Notăm prin O centrul și prin R raza cercului care trece prin punctele A, B, C, D. Să se arate că:

$$AB^2 + CD^2 = 4R^2.$$

Să se deducă din această relație, valoarea lui R.

3. Să se arate că $AC^2 + BD^2 = 8R^2 - 4MO^2$ și să se calculeze din această relație, valoarea lui MO.

4. Să se arate că perpendiculara coborîtă din punctul M pe o latură a patrulaterului împarte latura opusă în părți egale.

5. Fie P, Q, R, S proiecțiile punctului M pe laturile patrulaterului $ABCD$. Să se arate că patrulaterul $PQRS$ este înscris într-un cerc care trece și prin mijloacele laturilor patrulaterului $ABCD$.

Să se arate că există și un cerc înscris în patrulaterul $PQRS$.

(La admiterea în Facultatea de matematică și fizică, București, septembrie, 1958)

3448. — Se dă triunghiul ABC și pe AB două puncte oarecari M și P. Din P ducem o paralelă la CM care taie pe AC în O și pe AB în E. Să se arate că:

$$\frac{PD + PE}{CM} = 2 + \frac{PM}{BM} - \frac{PM}{AM}.$$

Mircea Rădulescu, elev, Constanța

3449. — Fie AOB un diametru în cercul O și tangentele la extremitățile sale. Pe tangenta din B luăm segmentul $SB = \frac{1}{K} \cdot AB$. Un punct Q divide segmentul SB în medie și extremă rație. Dreapta AQ taie cercul O în N. Fie D, punctul în care SN taie tangenta în A.

Să se demonstreze relația $AD = K^2 \cdot SB$ (v. problema 2653).

* * *

3450. — Fie un triunghi obtuzunghi ABC, cu unghiul obtuz A. Bisectoarele interioare taie cercul circumscris respectiv în A_1, B_1, C_1 iar înălțimile taie cercul circumscris respectiv în A_0, B_0, C_0. Să se demonstreze inegalitățile:

$$\text{aria} A_0 B_0 C_0 < \text{aria } ABC < \text{aria } A_1 B_1 C_1$$

C. Ionescu-Țiu

3451. — O mașină electrică de încălzit, consumă 660 watti la 110 volți. În cît timp încălzește mașina electrică 3 kg de apă, știind că în momentul cînd o punem la încălzit are 30°. Să se afle rezistența mașinii electrice și intensitatea curentului ce trece prin ea.

Todor Remus, Reșița

3452. — Fie A', B', C' punctele de tangență ale cercului înscris cu laturile triunghiului ABC. Dreapta AA' taie a doua oară cercul înscris triunghiului ABC în M, iar pe $B'C'$ în P. Dreptele AA', BB', CC' sînt concurente într-un punct N. Să se stabilească relația:

$$\frac{1}{AM} + \frac{2}{AN} = \frac{3}{AP}.$$

Gh. Tudor, București

3453. — Să se rezolve sistemul de ecuații:

$$\left(\sqrt[3]{7+4\sqrt{3}}\right)^x + \left(\sqrt[3]{7-4\sqrt{3}}\right)^y = 2\sqrt{3}$$

$$\left(\sqrt[3]{7-4\sqrt{3}}\right)^x + \left(\sqrt[3]{7+4\sqrt{3}}\right)^y = 3\sqrt{2}.$$

C. N. Tudor, București

3454. — Într-un triunghi obtuzunghi ABC se duc bisectoarele interioare pînă taie cercul circumscris respectiv în A_1, B_1, C_1. Aceeași construcție se aplică triunghiului $A_1\ B_1\ C_1$, obținînd triunghiul A_2, B_2, C_2 apoi din triunghiul $A_2\ B_2\ C_3$; analog se obține triunghiul A_3, $B_3\ C_3$ și așa mai departe. Să se exprime aria triunghiului $A_n\ B_n\ C_n$ în funcție de R raza cercului circumscris și unghiurile triunghiului ABC.

Caz particular cînd triunghiul ABC este dreptunghic.

C. Ionescu-Țiu

3455. — Să se arate că într-un triunghi oarecare are loc inegalitatea:

$$a^3 + b^3 + c^3 > \frac{8}{7}(h_a^3 + h_b^3 + h_c^3)$$

Notațiile sînt cele cunoscute.

Aurel Stoicescu, student A.T.M., București

3456. — Într-o sferă goală cu vîrfurile pe suprafața interioară a sferei se află un triunghi cu laturile de 13, 14, și 15 cm. Se știe că triunghiul se găsește la distanța $d = 9$ cm de centrul sferei. Să se calculeze raza R a sferei.

D. I. Amzu, elev, Caracal

3457. — În corpurile de pompă A și B se mișcă două pistoane P și P' avînd tija comună. Secțiunea pistonului P este dublul secțiunii pistonului P'. În poziția inițială pistoanele se află la aceeași distanță $a = 10$ cm de fundul corpurilor de pompă, iar aerul închis în A și B se află la presiunea atmosferică $H = 1$ kgf/cm^2. Se încălzește aerul din corpul de pompă A la temperatura $t = 136{,}5^0$ C și se cere:

a) deplasarea pistoanelor P și P',

b) presiunile p și p' ale aerului din cele două corpuri de pompă după încălzirea aerului din A și stabilirea poziției de echilibru (se neglijează secțiunea tijei față de aceea a pistoanelor, precum și frecările).

C. Necșoiu

3458. — În triunghiul ABC unde A', B' C' sînt intersecțiile medianelor m_a, m_b, m_c cu cercul circumscris, se cere relația

$$AA' \cdot m_a + BB' \cdot m_b + CC' \cdot m_c = a^2 + b^2 + c^2$$

I. Hadîrcă

3459. — Fie O centrul de greutate al triunghiului ABC, iar $\sphericalangle BAO = \alpha$ și $\sphericalangle CAO = \beta$. Să se demonstreze relația:

$$\cos\frac{\alpha-\beta}{2} = 2\cos\frac{B}{2}\cos\frac{C}{2} - \sin\frac{A}{2}$$

I. Nicolaescu, elev, Pucioasa

3460. — Să se arate că numărul

$$N = \frac{5^{2n}}{264} - \frac{6^{2n}}{143} + \frac{7^{2n}}{312}$$

este întreg dacă n este un număr întreg.

* * *

3461. — Dacă O, I, I_a, I_b, I_c sînt centrele cercurilor circumscrise, înscrise și exînscrise unui triunghi ABC, să se demonstreze relația:

$$OI^2 + OI_a^2 + OI_b^2 + OI_c^2 = 12\,R^2,$$

unde R este raza cercului circumscris triunghiului.

* * *

3462. — Să se construiască un triunghi cunoscînd latura a unghiul $(B—C)$ precum și raportul în care ortocentrul împarte înălțimea din A. Discuție.

Oct. Nanu, elev, Iași

3463. — Se consideră o piramidă patrulateră regulată cu baza $ABCD$ și vîrful E. Fie M mijlocul muchiei AE și G, centrul de greutate al triunghiului BCE.

1°. Să se afle volumul piramidei cunoscînd $MG = a$ și $M'G' = b$, unde M' și G' sînt proiecțiile lui M și G pe planul bazei piramidei.

2. Să se găsească punctul unde MG întîlnește planul bazei.

3. Să se găsească punctul unde MG înțeapă planul CDE.

Corneliu Georgescu

EXERCIȚII ȘI PROBLEME PROPUSE*)

PENTRU ȘCOALA DE 7 ANI

E: 1260. Un elev mergînd la școală parcurge drumul de acasă pînă la școală în timp de 30 minute. Fratele său mai mic, parcurge același drum în 40 minute. După cîte minute va ajunge elevul mai mare pe cel mic, dacă cel mic a plecat cu 5 minute înaintea celui mare?

(Cl. V O.M.M.M., 1958, Oradea)

E: 1261. La un magazin s-au vîndut bocanci cu 180 lei perechea și pantofi cu 140 lei perechea, și s-au încasat în totat 18400 lei, pentru 116 perechi de încălțăminte. Să se calculeze cîte perechi de pantofi si cîte de bocanci s-au vîndut? Verificare.

(Cl. V O.M.M.M., 1958, Oradea)

E: 1262. Să se efectueze calculele:

$$\left(\frac{3}{2} - \frac{1}{4} + 5\frac{5}{6}\right) : 2\frac{1}{2}$$

$$\frac{2}{3} \times 2\frac{4}{3} - 0{,}25 \cdot 2\frac{1}{6} \left(\frac{25}{4} - 0{,}25\right)$$

(Cl. V O.M.M.M., 1958, Oradea)

---

*) V (E: 1260, 1261, 1262, 1265), VI (E: 1266, 1267, 1270, 1271), VII (E: 1263, 1264, 1268, 1269).

E: 1263. Să se stabilească identitatea:

$$\frac{a^2}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^2}{(b-c)(b-a)} + \frac{c^2}{(c-a)(c-b)} = 1$$

(Cl. VII O.M.M.M., 1958, Oradea)

E: 1264. Se dă triunghiul isoscel ABC ($AB = AC$) cu baza $BC = 8$ cm și înălțimea $AD = 3$ cm. Prin punctul D se duc paralele la laturile AB și AC pe care le taie respectiv în punctele E și F. Diagonalele paralelogramului $AEDF$ se taie în O. Se cere: a) Să se arate prin calcul, că înălțimea dintr-un vîrf al bazei pe latura opusă este de 4 ori distanța de la O la aceeași latură; b) să se arate aceasta și direct geometric.

(Cl. VII O.M.M.M., 1958, Oradea)

E: 1265. Să se găsească restul cel mai mare ce se poate obține la împărțirile cu numere întregi, în care împărțitorul este de două cifre.

* * *

E: 1266. Cîte părți zecimale distincte ale cîtului se pot obține la împărțirile cu numere întregi în care împărțitorul poate fi 16 sau 36?

* * *

E: 1267. Care sînt fracțiile cu numărătorul și numitorul de cîte două cifre ale căror valori să fie cuprinse între 1/8 și 1/9?

* * *

E: 1268. Într-un circuit electric dublăm numărul elementelor galvanice montate în serie și intensitatea curentului crește de la 5A la 8A.

Care este numărul elementelor inițiale și f.e.m. a unui element, dacă rezistența exterioară a circuitului este de 3 ohmi, iar rezistența unui element galvanic este de 0,1 ohmi?

C. Necșoiu

E: 1269. Doi muncitori au produs împreună într-o săptămînă 360 piese. În săptămîna următoare, primul muncitor mărindu-și productivitatea cu 25% în primele 4 zile și cu 50% în următoarele 2 zile, iar al doilea cu 1/6 față de cît a produs zilnic în prima săptămînă, cei doi muncitori au produs fiecare același număr de piese. Cît a produs zilnic în prima săptămînă fiecare muncitor?

(Admiterea în cl. VIII, septembrie, 1958)

E: 1270. O comună are o sumă de bani strînsă din contribuție voluntară; din această sumă comuna vrea să clădească un cămin cultural și un pod. Dacă ar dubla suma destinată pentru pod, în detrimentul celei destinate căminului, atunci costul podului ar fi cu 10 000 lei mai ridicat decît prețul căminului; dacă ar dubla suma alocată pentru construcția căminului atunci nu s-ar mai putea construi podul și ar mai trebui încă 50 000 lei pentru a se construi căminul cultural.

Ce sumă s-a destinat inițial pentru fiecare clădire?

I. N. Munteanu, Zăpodeni

E: 1271. Dacă în anul 1955 s-ar fi extras cu 1023,60 tone cărbune mai mult, iar în 1957 cu 11387,50 tone mai mult, atunci producția de cărbune ar fi crescut respectiv cu 116% și 150% față de producția anului 1938.

Să se afle care a fost producția de cărbune în cei trei ani, dacă în total s-au extras 15 985 494 tone cărbune.

Popescu I. Șerban, Strehaia

E: 1272. Să se demonstreze identitatea :

$$\frac{a}{(a-b)(a-c)(x-bc)} + \frac{b}{(b-a)(b-c)(x-ac)} + \frac{c}{(c-a)(c-b)(x-ab)} = \frac{abc}{(x-ab)(x-bc)(x-ac)}$$

Strătescu Ion, student, **București**

RUBRICA REZOLVITORILOR DE PROBLEME

EVIDENȚIAȚI

— *În cursul lunii iulie 1958 s-au evidențiat următorii rezolvitori de probleme din G.M.F.-B :*

Cîrnu Mircea (cl. XI ș.m. 3 Tîrgoviște), *Stoican Th. Ștefan* (cl. XI Alexandria), *Basturescu Mugurel* (cl. X Caracal). *Moflic P. Emilian* (cl. IX Moreni), *Ene P. Dumitru* (cl. IX Ploești), *Paraschivoiu Gh. Alexandru* (cl. IX Moreni), *Stănescu St. Nelu* (absolvent Giurgiu), *Ciochină Constantin* (cl. XI Ploești), *Niță C. Constantin* (cl. IX Moreni), *Arhengelski Juri* (absolvent București), *Vlad Valentin* (cl. VIII ș.m. 7 București), *Grecu Anton* (cl. XI Roșiorii de Vede), *Eftimie Z. Radu* (cl. XI ș.m. 18 București), *Ancuța Mircea* (cl. XI ș.m. 22 „Gheorghe Lazăr" Sibiu), *Irimia Corneliu* (absolvent Tîrgoviște), *Găletușe Stelian* (absolvent Turnu Severin), *Rizescu Ilie* (cl. XI Roșiorii de Vede), *Enescu Cornelia* (absolvent București), *Toma Ion* (absolvent Brăila), *Revesz Alexandru* (cl. X Arad), *Torsan Ilie* (absolvent Alba Iulia), *Nicolescu A. Basarab* (cl. X ș.m. 1 Ploești), *Tomescu Ion* (cl. IX Ploești), *Bică I. Const.* (cl. X Ploești), *Gigel Vlăducă* (cl. X Pitești), *Cristofor Lucia* (cl. X ș.m. 5 Orașul Stalin), *Rădulescu Spiridon* (cl. IX Moreni), *Sufană Constantin* (cl. X Lugoj), *Vasilescu Florian* (cl. X (Giurgiu), *Popa Nicolae* (cl. IX ș.m. „Unirea" Focșani), *Stoica Maria* (cl. IX ș.m. 1 Dorohoi), *Grozescu Radu* (cl. IX lic. militar Breaza), *Braga Ionel* (absolvent Cîmpulung Muscel), *Banu Cornel* (cl. X Pucioasa), *Dorobanțu Valeriu* (absolvent Slatina), *Saicu I. Mihail* (cl. VIII ș.m. 2 Tîrgoviște). *Brezeanu Florin* (cl. X ș.m. 3 Tîrgoviște), *Rădulescu Mircea* (cl. IX ș.m. 2 Constanța), *Stepan Ionel* (absolvent Cobadin), *Cimpean Vasile* (cl. X Cîmpia Turzii), *Savin Alexandru* (cl. VIII ș.m. 1 Cîmpulung Muscel), *Moldovan Gheorghe* (cl. X ș.m. Baia Mare), *Mignea Claudia* (cl. X Ploești), *Ghișa Dorel* (absolvent Baia Mare), *Gheorghiu A. Nicolae* (cl. VIII Ploești), *Velicescu Mircea* (cl. IX Pitești), *Șchip Alexandru* (cl. XI Oradea), *Ciobanu Marin* (absolvent Giurgiu), *Barbu G. Emil* (absolvent Drăgășani), *Caraconcea Emanoil* (cl. X Giurgiu), *Strătilă C. Șerban* (cl. VIII Pitești), *Vișinescu Mihai* (cl. X Giurgiu), *Aldea Laurențiu* (cl. X Călărași), *Ioachim Alxandru* (cl. X ș.m. 1 București), *Marinaș Marina* (absolventă București), *Achiței Paul* (cl. XI serală ș.m. 1 București), *Ionescu P. Sorina* (cl. XI ș.m. 15 București), *Anton Constantin* (cl. X ș.m. 3 București), *Grigoraș Vasile* (cl. X Bacău), *Olteanu Ilie* (cl. XI Predeal), *Mateescu G. Ion* (cl. IX Pucioasa), *Vilceanu Sabin* (cl. X ș.m. 3 Tîrgu Jiu), *Grădinaru Pimen* (absolvent Tulcea), *Stingu N.* (absolvent Tîrgu Neamț), *Niță Constantin* (cl. VIII Pucioasa), *Hiriș Viorel* (cl. VIII ș.m. 1 Timișoara), *Ploscaru Mihail* (cl. IX ș.m. 1 Tîrgoviște), *Cancer N. Anca* (cl. VIII ș.m. 1 Tîrgu Jiu), *Ceangîru Gheorghe* (cl. IX Turnu Măgurele), *Mihalcea C. Lucian* (absolvent Brăila), *Rotaru Dumitru* (absolvent Călărași), *Chiriacescu Sergiu* (cl. XI Călărași), *Rațiu Constantin* (cl. VIII Cîmpia Turzii), *Tănase Mihai* (cl. VIII Cîmpina), *Lungu Șerban* (cl. IX ș.m. 4 Cluj), *Vasile Mircea* (cl. IX ș.m. 2 Constanța), *Duțu N. Cornel* (cl. XI Craiova), *Ariciu Alexandru* (cl. X Ploești), *Constantinopol Alexandru* (cl. XI Ploești), *Căsăndroiu C. Tudor* (absolvent Ploești), *Dobre M. Georgel* (cl. X Pitești), *Rădăceanu Eduard* (cl. IX ș.m. 1 București), *Popescu Constantin* (cl. VIII Moreni), *Simovici Dan* (cl. X ș.m. 1 Iași), *Brînzei P. Dan* (cl. XI ș.m. 3 Iași), *Matz Ion* (cl. VIII Moreni), *Bacria N. Vasile* (cl. X ș.m. 1 Craiova), *Mitran Ovidiu* (cl. X Caransebeș), *Pascu I. Ștefan* (absol-

vent Calafat), *Toma Nicolae* (absolvent Buzău), *Oprică Horia* (cl. X ș.m. 17 București), *Antoniu I. Sorin* (cl. XI ș.m. 11 București), *Olteanu S. Victor* (cl. IX ș.m. 17 București), *Diță R. Honoriu* (cl. X ș.m. 2 București), *Pădure E. Constantin* (cl. X ș.m. 4 „Aurel Vlaicu"), *Toma P. Constantin* (cl. X Giurgiu), *Rusu Ștefan* (cl. X Ocna Mureș), *Nicolăescu M. Alexandru* (cl. VIII Ploești), *Canteș Leonid* (cl. X Ploești).

În cursul lunii iulie 1958, s-au mai primit cel puțin cîte zece soluții bune de la rezolvitorii de probleme din nr. 3—6 ale G.M.F.-B, după cum urmează:

ADJUD (Bacău), *Școala medie.* Cl. VIII. Drăgănuță Constanța (3121, 22, 30, 32, 33, E: 1049, 95, 116, 20, 27, 29). *Școala de 7 ani Păunești.* Cl. V. Berbece Dumitru (2985, 86, 89, 3120, 22, 49, E: 1091, 97, 103, 18, 28), Dodu Virginia (E: 1052, 60, 70, 76, 91, 93—95, 10, 14, 15, 18, 29, 30), Moise Neculai 2985, 89, 3039, 120, 22, 25, 32, E: 1097, 103, 10, 18, 29), Șerbănescu G. Costică (2093, 985, E: 1094, 95, 100, 01, 03, 18, 27, 29), Vasilache Maria (2961, 76, 85, 3021, 86, 32, 33, 37, E: 1103, 18, 30). Cl. VI. Novac I. Virginia (2985, 3021, 39, 70, E: 1098, 100, 03, 14, 18, 20). Cl. VII. Chiriac G. Valeriu (3093, 98, 130, 41, E: 1103, 08, 10, 12, 13, 17, 20, 27, 31, 33, 35, 38), Ștefan Felicia (3021, 121, 25, 27, 32, 33, E: 1094, 96, 103, 10). *Școala de 7 ani Urechești.* Cl. VII. Bogea Ion (3006, 130, 33, E: 1095, 99, 101, 15, 27, 29).

ALBA IULIA. *Ș.m. 2 „Mihai Viteazu".* Cl. IX. Demco Dan (3071, 86, 95, 100, 02, 10, 22—25, 30—34, 37), Rusu Felician (3095, 110, 20—22, 24, 25, 30, 33, 34, 48, 49, 51). *Abs. Torsan Ilie* (3010, 43, 107, 09, 10, 12, 15, 20, 22, 23, 25, 31, 33, 34, 36—39, 42, 44, 52, 55, 56, 60—62, 65, 68, 77, 87, 90, 91, 96, 97, 201—03, 05, 07, 09, 10, 17, 21, 27, 20, 41—43, 57).

ALEXANDRIA *Școala medie.* Cl. IX. Capdefier Alexandrina (3006, 11, 16, 20, 21, 24, 124, 25, 30, 62). Cl. XI. *Stoican P. Ștefan* (3043, 62, 69, 74, 82, 83, 92, 96, 98, 100—03, 07, 08, 10, 12, 15—17, 19, 20, 22, 23, 25, 28—31, 33—38, 42, 43, 45—52, 58, 60, 62, 75, 90, 97, 99—203, 205, 207—19, 46, 47, 49—51, 53—57). Abs.: Butoi N. Angela (3063, 74, 83, 100, 02, 07, 09, 10, 12, 16, 19, 20, 22, 23, 25, 30—35, 37, 38, 41, 42, 62, 75), Ionescu G. Alexandru (3110, 15, 19, 20, 22, 23, 25, 30—34, 38, 42, 46, 49, 51).

ANINA. *Școala medie.* Cl. X. Gaudier Gh. (3006, 09, 11, 13, 15—17, 21, 22, 25, 39). Cl. XI. Negrea C. Dan (3021, 22, 32, 34, 50, 57, 84, 86, 92—98, 100).

ARAD. *Ș.m. 1 „I. Slavici".* Cl. VIII. Popescu A. Dorel (3151, 87—98, 209, E: 1121, 23, 24, 26, 33, 35). Cl. X. Beștea G. Cătălin (3069—71, 74, 75, 82—86, 90, 93, 97, 100, 02, 06), Blindaru Cornel (3187, 90, 97—99, 200, 03, 04, 08—10), Demșa Dan (3006, 11, 13, 63, 74, 80, 84, 86, 93—96, 98, 100, 06), Karpati G. (3063, 69, 72, 74, 80, 84—87 92—98, 100—06) *Revesz Alexandru* (3106, 10—13, 15—18, 21, 22, 25, 29, 32, 34, 43, 50, 57, 63, 66, 69, 72, 74, 80, 84—88, 92—98, 100—06). Cl. XI. Bogdan Florica (3009, 11, 17, 21, 22, 50, 57, 63, 106, 37), Savin V. Viorel (3007, (3007, 10, 32, 39, 43, 47, 50, 57, 69, 80, 86, 94, 95, 100). Abs. Barsony Andrei (3008—10, 14, 20—22, 24, 25, 29, 43, 74, 84, 86, 88, 92—98, 102—06), Ludoșanu Anca (3008, 11, 22, 86, 92—97, 105, 06).

BACĂU. *Ș.m. 1.* Cl. IX. Vasilache Ioan (3017, 21, 95, 121, 25, 30, 31, 44, 48, 49, 51). Cl. X. *Grigoraș Vasile* (3072, 74, 80, 82, 84, 90, 02, 107, 09—13, 15, 16, 18, 19, 21—23, 25, 27, 28—38, 40—42), Tițaru Ion (3006, 07, 11—22, 24—26, 29, 32, 34, 50, 57, 66, 69, 72, 71 82, 83, 86, 93, 94).

Ș.m. 2. Cl. VI. Vasiliu Florin (E: 1124, 27, 33, 35, 38, 40, 46, 53—55), Vlad Constantin (E: 1114, 15, 17, 23, 24, 27). Cl. X. Găburici Maria (3006, 11, 15, 21, 24, 29, 34, 107, 25, 31).

BAIA MARE. *Ș.m. 1.* Cl. X. Fazecaș Anton (3097, 102, 04, 05, 21—26, 30, 31, 33, 34, 44, 48, 49, 51, 62), Ghilvaciu Cornelia (3109, 15, 16, 20—23, 25, 27, 28, 36, 42, 60), *Ghișa Dorel* (3107, 08, 10, 13—18, 20, 22, 23, 25, 29—36, 38, 42, 87—89, 92, 95, 97—200, 02, 03, 05, 07—10), Moise Marin (3086, 94, 95, 98, 100, 06, 07, 10, 22, 25, 31, 33, 87, 90, 97, 210), *Moldovan Gheorghe* (3015, 17, 18, 24, 43, 63, 86, 93—98, 100, 02—04, 06, 07, 09, 10, 15, 19, 20, 22, 25, 27, 29—34, 44, 45, 48, 49, 51, 62), Vlahovici Alex. (3084, 86, 93—98, 100, 06, 09, 27, 64, 83).

BOCȘA MONTANĂ (Reșița). Cl. XI. Meilă Ana (3006, 11, 12, 17, 25, 29, 34, 85, 94).

BÎRLAD. *Ș.m. 1.* Cl. X. Diaconu Adrian (3019, 91, 95, 124, 33, 34, 62, 97, 98, 249, 50, P), Constantinescu Corneliu (3003, 11, 13, 16, 21, 25, 29, 32, 63, 69). *Ș.m. 2.* Cl. XI. Dorobăț Niculina (3017, 21, 25, 29, 32, 34, 50, 57, 63, 86).

BOLINTINUL DE VALE. (București). Cl. VIII. Ghiță Th. (3016, 17, 26, 29, 133, 35, 62, E: 1096, 122, 27). Cl. IX. *Alexandru Cornel* (3007, 63, 109, 13—15, 17, 20, 22, 24—26, 28—34, 37—39, 41, 49, 51, 62, 75, 87, 197, 98, 200, 09, 10, 38, 43, 47, 50).

BOTOȘANI. *Șc.m. 2 „Mihail Eminescu".* Cl. X. Neamțu Maria (2963, 68—70, 75, 3001, 06, 21, 22, 25, 57). Cl. XI. Petrea I. Mariana (3010, 11, 13, 15—17, 22, 34, 115, 21, 83).

BREAZA (Ploești). *Ș.m. „Aurel Vlaicu".* Cl. X. Anton Constantin (3108, 10, 20, 22, 25, 30—37, 49, 51, 62, 87—90, 97—201, 03, 04, 08, 09, 12 15, 17, 41). Cl. X. *Pădure E. Constantin* (2151, 217, 28, 53, 57, 3095, 108, 10, 20, 22, 25, 30—37, 48, 51, 62, 87—90, 97,

98, 200—04, 08, 09). *Liceul militar „Dimitrie Cantemir"*. Cl. IX. Grozescu Radu (3006, 09—12, 15, 17—19, 21—26, 29, 31, 34, 39, 42, 47, 48, 51, 52, 54, 55, 57, 59, 66, 71, 72, 74, 80, 85, 86, 93—98, 100—104, 106). Cl. IX. Marineanu Tiberiu (3006, 11, 16, 21, 26, 27, 29, 42, 46, 47).

BRAD. *Ş.m. „Avram Iancu"*. Cl. VIII. Costina Mihai (E: 1099, 100, 01, 14, 15, 21, 26, 29, 3006, 16, 17, 120, 23, 25, 30, 31, 33, 49, 51, 87, 247).

BRĂILA. *Abs.* Coleaşă V. Dumitrache (3093, 94, 110, 25, 46, 62, 87, 97, 202, 03, 04, 14, 21, 29), *Ion Toma* (3033, 66, 71, 72, 74, 84, 87, 101, 07, 09—16, 18—23, 25, 28, 30—38, 40, 42—44, 47—49, 51, 60, 62, 70, 84, 86, 87, 90—92, 97). *Ş.m. 2 „Nicolae Bălcescu"*. Cl. X. Gogu S. Nicu (3025, 29, 86, 93—95, 98, 102, 06, 09, 19, 28, 30, 32, 33, 37, 38, 42, 62, 84). *Abs.* Mihalcea C. Lucian (3063, 82, 84, 86, 93—95, 98, 102, 03, 06, 09, 10, 12, 15, 19, 20, 22, 30—34, 38, 42, 49, 51, 72, 75). *Ş.m. 3.* Cl. X. Marcu Doina (3012, 17, 97, 109, 12, 15, 17, 19, 22, 25, 30, 31, 33, 37, 38, 42, 48, 51, 83, 86).

BUCUREŞTI. *Studenţi:* Martin Traian (Fac. Matem.) (3187—89, 96, 97, 200—03, 05, 07, 09, 10, 16, 17, 21, 29, 43, P). Mihăilă Ion (Fac. matem.) (3006, 11—16, 21, 22, 25, 29, 31, 34, 39, 42, 47, 49, 62, 82, 90, 201, 05, P).

Absolvenţi: Arhangelski Juni (3113, 17, 18, 23, 24, 27, 38, 40, 43, 62, 75, 76, 83, 87—91, 93—221, 29, 30, 36, 39, 41—43, 46—48, 50—54, 56, 57, P), Buşilă Ioana (3019, 20, 23, 24, 29, 54, 71, 86, 94, 104), *Enescu Cornelia* (3113—19, 22—24, 27—29, 36—40, 42, 43, 46—48, 50, 70, 75, 81, 84, 86—90, 92, 93, 97—203, 205, 07—10, 12, 14, 15, 17, 27, P), Gîrboveanu Constantin (3109, 10, 12, 16, 20, 22—25, 28, 31, 34, 37, 62), *Marinaş Marina* (3066, 71, 74, 82, 90, 91, 95, 98, 104—07, 12, 42, 88—92, 95, 97, 99, 200—05, 07—10, 14, 21, 27, 29, 43), Popa Nestor (3135, 43, 46—49, 51, 87—91, 97, 201—03, 05, 07, 10, 14, 16, 17, 19, 21, 24, 27, 29, 30, 39, 41, 43), Popescu Gh. Andrei (3007, 13, 14, 22, 25, 27, 47, 50, 51, 55, 57, 58, 85, 94—98), Savu Gabriel (3006, 10—13, 16, 21—23, 25, 27, 34, 43, 47, 57).

Ş.m. 1 „Nicolae Bălcescu". Cl. VII. Radovici Paul (E: 1109, 15, 33—35, 38, 41, 42, 46, 51—53). Cl. IX. Ghelmeziu Nicolae (3197—99, 203, 11, 12, 15—18, 26, 47, 49, 50, 52, 53, 57), Petrescu Lucian (3006, 11, 12, 24, 26, 120—25), Răşcanu Radu (3019, 20, 47, 50, 56, 62, 74, 83, 110, 56, 87, 95, 97, 201, 02, 05, 21, 36, 43, 53), *Rădăceanu Eduard* (3085, 86, 91, 93, 95, 97, 100, 02, 04, 09, 10, 12, 15, 16, 20—22, 25, 30—35, 38, 44, 46, 49, 51, 52, 89, 90—92, 95, 97—99, 202—05), Vasiliu I. Gabriel (3057, 110, 21—23, 25, 30—37, 44, 46, 47, 49, 51, 52). Cl. X. Dascălu Dan (3108, 10, 21—25, 32, 36, 44, 49, 56, 62, 84, P), Ionescu Dan (3011—14, 17, 21—23, 25, 32, 34, 43, 50, 51, 57), *Ioachim Alexandru* (3065, 66i 71—74, 81—83, 86, 91, 93, 94, 96—98, 102—06, 12, 28, 29, 38, 40—42, 51, 60—62, 78), Mocanu Marcel (3063, 74, 93, 94, 98, 106, 07, 09, 12, 15, 19, 28, 42), Nicolescu A. Miron (3086, 93—102, 04—06, 08), Radaş Mircea (3006, 10—13, 15—18, 21, 22, 24—26, 29, 31, 32, 34, 37, 39, 43, 50, 57, 58), Rădoi Leon (3011—13, 18, 21, 22, 25, 37, 40, 43, 47, 54, 55, 57, 59). Cl. XI. Seralâ. *Achiţei Paul* (3006, 10—17, 21, 22, 24, 25, 29, 32, 34, 56, 57, 63, 69, 70, 84, 86, 93—95, 98, 100, 02, 03, 09, 10, 15, 20—22, 24, 25, 27, 30—37, 41—44, 46—49, 51, 62, 75).

Ş.m. 2. Cl. X. Diţă R. Honoriu (3006, 09, 11—17, 21, 22, 24—26, 29, 32, 34, 43, 57, 71, 82, 86, 93, 94, 96, 98, 100, 02—06).

Ş.m. 3. Pătârlăgeanu Valeriu (3066, 84—86, 92—96, 98, 106, 07, 10, 13—17, 19, 28, 62, 229).

Ş.m. 4 „Aurel Vlaicu". Cl. X. Iordache Elena (2966, 69, 3009, 11, 17, 21, 22, 24, 29, 31, 32, 34, 50). Cl. XI. Bădăliţă Tr. Luminiţa (3095, 141, 87, 90, 95, 97, 98, 202, 08, 09), *Cîşlaru Cornel* (3107, 09, 10, 14—19, 21—23, 25, 27—49, 51, 54, 58, 62, 64, 81, 84), Ionescu Rodica (3074, 93, 96, 110, 14, 15, 34, 62, 87, 89, 90, 95, 96, 98, 200—03, 07—10).

Ş.m. 7 „I. L. Caragiale". Cl. VIII. *Vlad Valentin* (3006 12, 16, 17, 26, 31, 51, 59, 85, 86, 100, 02, 22, 23, 25, 30—37, 43, 49, 51, 58, 62, E: 1094—103, 07, 18, 10, 11, 14—18, 20, 21, 23—27, 29, 30). Cl. X. Mateescu Margareta (3010, 12—17, 21, 22, 24, 29, 94).

Ş.m. 8. Cl. VII. Buiculescu N. Mioara (E: 1114, 26, 30, 34, 35, 42, 46, 52, 53). Cl. VIII. *Buiculescu Doina* (3107, 120—23, 25, 30—33, 41, 97, 98, 200, 03, E: 114, 26, 27, 29, 30, 33—36, 38, 41, 42, 48, 50—52, 55, 56).

Ş.m. 10. Cl. VII. Predoiscu Ioana (3197, 98, E: 1133—36, 40, 46, 50—52, 55—57). Cl. VIII. Marini Gabriela (3100, 02, 04, 18, 20, 22, 23, 30, 31, E: 1121, 23—25, 35, 46—48, 87, 208, 43). Cl. IX. Apostolino Gabriela (3109, 10, 15, 27—30, 32, 36, 38, 42, 88, 95, 97, 202, 05, 21, 42), Finţescu Ileana (3120—24, 29—31, 35, 43, 49, 51), Grosu Luminiţa (3006, 09, 11, 12, 17, 21, 24, 26, 51), Ionescu Rodica (3120, 22—26, 30, 31, 35—37, 62), Turek Eleonora (3011, 12, 16, 21, 22, 25, 30, 31, 33, 36, 87, 97, 98, 208), Vişan Gabriela (3187, 89—92, 97—99, 208, 09, 12). Cl. X. Georgescu Magda (3082, 93, 94, 96, 97, 107, 12, 27—29, 31, 42, 45), Melitescu C. Luminiţa (3006, 09, 11, 12, 14, 16, 17, 21, 24, 26, 31, 39, 47, 54). Cl. XI. Marica Mariana (3119, 20, 27, 28, 30, 34, 35, 38, 42, 45, 62), Stepănescu Aurelia (3006, 10, 11, 15—17, 21, 22, 25, 27, 29, 32, 34, 38, 43, 57).

Ş.m. 11 „Dimitrie Cantemir". Cl. VIII. An-

ton.u I. Andrei (3017, 21, 25, 30, 33, 34, 49, 51, 62, 63, E: 1114, 15). Cl. IX. Melencovici M. Cornel (3110, 20, 22, 23, 25, 30, 32, 34, 35, 49, 51, 62), Stoicescu Cristian (3009, 12, 70, 95, 102, 04, 21—23, 30—35, 43, 45, 49, 87, 97, 98, 208, 17). Cl. X. Zamfir Gabriel (3006—12, 15—17, 21, 22, 29, 32, 50, 57, 84—86, 91, 93, 94, 96—98, 100, 04, 06). Cl. XI. *Antoniu I. Sorin* (3015, 20, 27, 34, 84, 103, 07, 09 10, 12, 15, 20, 22, 25, 27, 28, 30—35, 37, 42, 45, 75, 84, 87), Bălăceanu Nicolae (3006, 10, 11, 15, 16, 21, 22, 25, 27, 29, 32, 34, 38, 43, 57), Cruceanu St. Maria (3011, 17, 21, 22, 24, 25, 28, 50, 54, 57, 71, 72, 74, 93, 94, 102, 04), Petrescu Iulian (3006, 07, 09—11, 13—15, 17—19, 21, 22, 25, 32, 34, 35, 39, 43, 51, 54, 58), Popescu Liviu (3006, 09, 16, 19, 21, 24, 32, 39, 42, 50, 94, 96, 109, 10, 16, 19, 25, 38, 55, 62, 97, 200, 02, 05, 07, 21, 29), Susea Andrei (3065, 66, 86, 87, 107, 24, 36, 37, 42, 45, 46, P).

Ş.m. 12. Cl. X. Moldoveanu Andy (3006, 07, 09, 11—13, 15—19, 21—25, 27, 29, 32, 34, 39, 43, 50, 51, 57). Cl. XI. Petcu Nicolae (3072, 74, 82, 84, 86, 93—100, 02, 03, 06).

Ş.m. 13 „Mihai Viteazu". Cl. IX. Ionescu M. Mihai (3130—34, 87, 90—92, 97, 99, 243), Popescu Ovidiu (3009, 11, 18, 19, 21, 26, 31, 39, 95, 97, 100, 04, 10, 20, 21, 23, 25, 31, 62, 81). Cl. X. Moga Ion (3110, 21, 23, 25, 31, 35—37, 41, 44, 48, 49, 51, 62), Tuţuianu Ovidiu (3101, 03, 09, 19, 20, 25, 30, 31, 34, 42, 49, 51, 62, 97, 98, 202, 08, 09).

Ş.m. 15. Cl. XI. *Ionescu P. Sorina* (3069, 72, 74, 80, 84. 87—89, 91, 92, 98—105, 09—23, 25, 28, 30—38, 41, P).

Ş.m. 17 „Matei Basarab". Cl. IX. Borocin Marcel (3006, 11, 12, 21, 26, 100, 02, 04, 23, 25), Goldhamer Titi (3006, 11, 12, 17, 21, 26, 86, 104, 23, 25, 30, 31), Olteanu S. Victor (3107, 09, 13, 15, 16, 18—23, 25, 30—38, 41—43, 47, 49, 51, 60, 62, 75, 84). Cl. X. Nabijovici Abdula (3094, 107, 19, 20, 22, 24, 25, 29, 30—34, 36, 40, 42, 44), *Oprică Horia* (3006, 09, 11—14, 16—19, 21, 22, 24—26, 31, 32, 34, 37, 39, 40, 43, 47, 49, 54, 55, 57, 71, 82, 93—97, 104).

Ş.m. 18 „Mihail Eminescu". Cl. VIII. Costescu Vasile (3006, 12, 17, 26, 31, 100, 02, 20, 30, 31). Cl. X. Nicolau A. Cristian (3104, 20, 32, 34, 37, 48, 62, 90, 98, 208, 09). Cl. XI. *Eftimie Z. Radu* (3187—205, 07—13, 15—19, 21, 27, 29, 36, 39, 41—43, 46—48, 50, 52—54, 56, 57, P).

Ş.m. 20 „Gheorghe Şincai". Cl. VIII. Ghiţă R. Tudor (2944, 3016, 17, 20, 22, 26, E: 1097, 100, 22, 27, 29). Cl. IX. Rujan Ovidiu (3006, 09, 11, 12, 16, 17, 21, 24, 26, 187—92). Cl. X. Ciorică Constanţa (3086, 95, 110, 22, 24, 25, 30, 31, 41, 49, 51, 62, 97, 212). Cl. XI. Albeanu Ştefan (3190, 93, 95—97, 202, 03, 05, 08, 10, 46, 89).

Ş.m. 22 „Gheorghe Lazăr". Cl. VII. Barbu Cornel (3130, 32, 33, 35, 41, E: 1110, 24, 26, 27, 80). Cl. VIII. Pitiş Florian (3102, 23, 87, E: 114, 16, 21, 24, 50—52). Cl. IX. Golopenţia Dan (3122, 25, 30, 31, 35, 36, 48, 62, 88—90, 92, 97, 203, 09), Irimescu Gh. (3006, 09, 11, 12, 16—18, 21, 26, 27, 42, 47, 51, 55, 57). Cl. X. Ciorănescu N. Ioana (3074, 111, 12, 15, 20, 22, 23, 25, 28, 30, 31, 75).

Ş.m. 23. Cl. IX. Cernion N. Alex. (3086, 95, 97, 120—25, 31). Cl. X. *Reviu Eugen* (3006, 07, 09—19, 21—26, 29, 32—34, 38, 42, 43, 50, 54, 55, 57—59), *Stoicescu Gh.* (3006—21, 23, 24, 26, 29, 33, 42, 47, 50, 54—59).

Ş.m. 25. Cl. VIII. Martin Mircea (E: 1133, 35, 37, 39, 41, 42, 46—48, 50, 53, 54, 56—58).

Ş.m. t. metrologie. Cl. X. Petrescu A. Alex. (3006, 11—13, 16, 21, 25, 29, 50, 51, 60, 67).

Şcoala de 7 ani nr. 29. Cl. V. Florea Gh. Alex. (E: 1115, 25—27, 35, 41, 51, 54, 55).

BUZĂU. *Abs. Toma Nicolae* (3017, 63, 66, 82, 84, 86, 93—95, 98, 100, 01, 02, 06, 09, 110, 15, 19, 22, 23, 31, 37, 38, 42, 46—49, 51, 60, 62, 90, 94, 202, 03), Velescu Constanţa (3074, 86, 93, 94, 109—12, 25, 46, 51, 212, 14, 16, 29).

Ş.m. 1 „B. P. Hajdeu". Cl. VIII. Stoica T. Ion (3187, 89, 97, 98, 207, 09, 43, E: 1133, 35, 42, 46, 47, 50, 51, 53). Cl. X. Lungu Gh. (3082, 97, 104, 09, 19, 20, 22, 25, 28, 30—35, 42, 45, 48, 49, 51, 82), Pătraş Mihai (3007—10, 13, 14, 17, 18, 20, 23, 24, 32, 39, 47, 51). Cl. XI. Pavel G. Ilie (3107, 08, 19, 20, 30—35, 38, 42, 48, 51, 62, 83).

Ş.m. 2 „M. Eminescu". Cl. X. Cudla Marlena (3010, 15, 25, 29, 34, 50, 79, 83, 84, 90, 93, 94, 96, 98, 106, 07, 09, 16, 19, 29, 42), Paraschiv Elena (3006, 11, 21, 39, 43, 69, 93, 94, 109, 10, 25, 37, 62, 87, 97, 202, 05, 09).

BUZIAŞ (Timişoara). Cl. VIII. Pisat Ana (3122, 23, 30, 41, 67, E: 1123, 24, 26, 29, 30, 34, 35, 41, 46—48, 54).

CALAFAT. Cl. VIII. Dinuţ I. Sterie (3086, 120, 22, 23, 30, 37, 43, 47, 49, 51, 62, E: 1109, 16, 20, 26, 28). Cl. IX. Petrescu F. G. (3061, 71, 85, 86, 93, 94, 95, 97—100, 02, 04, 08, 09, 20, 22, 24—26, 62). Cl. X. Lungulescu Cecilia (3061—64, 66, 69, 71, 74, 79, 82—86, 91, 93—106), Radu Elena (3016, 34, 94, 97, 98, 106, 25, 31, 38, 62), Şerban Achim (3064, 66, 83, 95—98, 102—05, 07, 20, 22, 28, 31, 34, 37, 38, 43, 49, 51, 52, 67, 82, 83, P). Abs. *Pascu I. Ştefan* (2957, 61, 64, 71, 72, 84, 86, 3002, 05, 06, 11—15, 21, 22, 24, 25, 29, 32, 34, 43, 50, 63, 74, 82, 86, 93—96, 100, 02, 04, 06).

CĂLĂRAŞI. Cl. IX. *Sicoie Corneliu* (3014, 17, 43, 71, 86, 94, 96, 97, 100, 104, 120, 22, 23, 25, 30, 31, 33, 34, 36, 44, 49, 51, 52, 62, 87, 90—92, 97, 98, 201, 08, 09, 43). Cl. X. *Aldea Laurenţiu* (3120, 22—25, 30, 31, 33, 34, 36, 44, 47, 48, 49, 51, 52, 62, 87, 89—92, 97, 200, 08, 09, 12, 17, 19, 27, 43, 49, 50, 52,

57), Burcu Virgil (3007, 10, 12, 13, 15, 29, 50, 57, 84, 86, 91, 98, 100, 02, 16, 28, 33), Mihăilescu Nana (3019, 47, 85, 86, 98, 100, 02, 04, 06, 07, 10, 21, 25, 30, 31). Cl. XI. Chiriacescu Sergiu (3099, 116, 23, 27, 41, 64, 87, 90—92, 94—200, 02, 03, 07—10, 15, 16, 19, 21, 29, 36, 38, 43, 48, P). Abs. *Rotaru Dumitru* (3007, 09, 10, 14, 15, 24, 29, 34, 43, 62, 71, 74, 84, 94, 107, 09, 17, 21, 25, 36, 37, 44, 46, 48, 49, 51, 62, 87, 89, 90, 92, 97, 201, 02, 07).

CARACAL (Craiova). Cl. VIII. Ivănuș Lucian (3097, 99, 100, 04, 228, 43, 49, E: 1114, 26, 33—36, 46—48. Cl. X. Amzu I. Dumitru (3006, 10—13, 15—18, 21, 22, 24, 25, 27, 29, 34, 39, 42, 50, 157), *Bașturescu Mugurel* (3007, 08, 18—20, 23, 24, 26, 29, 31, 42, 43, 47, 51, 54, 56, 63, 65, 69—75, 82, 84—86, 90—107, 09—12, 14—20, 22—25, 27—38, 40—51, 54, 60—62, 64, 66, 72, 74, 75, 76, 81—84, P), Neda Marian (3006, 11—13, 16, 17, 28, 47, 57, 63, 84, 94, 97, 102, 06). Cl. XI. Georgescu Mircea (3006, 07, 10—13, 15—18, 21—27, 29, 32, 34, 57, 63, 86, 93, 95—97, 100, 09, 10, P), Mihăilescu I. Viorel (3187—202, 05, 07—11, 13, 19, 27, 29, 41—43). Ș.m. 2. Neda Doina (3006, 17, 122, 30, 35, 51, 98, 209, E: 1114, 26, 29, 33, 35, 46, 51).

CARANSEBEȘ. *Ș.m. 2.* Cl. X. Cornea Filip (3107, 11, 14, 87, 97, 202, 05, 08, 09, 16,57), Jumanca Ion (3024, 62—64, 93, 95, 96, 100, 43, 48), *Mitran Ovidiu* (3043, 52, 69, 70, 73—76, 81, 82, 88, 89, 99, 108, 11, 37, 44, 54, 71, 83, 87, 89—93, 95, 97—200, P).

CIMPULUNG MUSCEL. *Abs. Braga Ionel* (3107—12, 15, 16, 19, 20, 22—24, 28—34, 36, 38, 42, 43, 46, 49, 51, 81—83, 87, 88, 90, 95, 97, 200—02, 05, 07, 10, 14—17, 19, 52, 57). Ș.m. 1. Cl. VIII. *Savin Alexandru* (3006, 17, 18, 21, 51, 57, 106, 20, 22, 23, 25, 30—33, 35—37, 41, 42, 62, 83, E: 1094—98, 100, 02, 06—08, 10, 21, 23—31). Cl. XI. Neagoe I. Ion (3006, 111, 25, 29, 34, 63, 93, 94, 125, 42, 62). Ș.m. 2. Cl. IX. Bănică C. (3006, 09, 11, 12, 14, 16, 17, 21, 24, 26, 27, 31, 57, 71, 86, 97, 100, 02, 04, 05, P).

CIMPIA TURZII. Cl. VIII. *Rațiu C.* (3101, 30—34, 41, 87, 89, 97, 208, 19, 43, E: 1115, 20, 21, 23, 26, 27, 29, 30, 33, 35, 40—44, 50, 51, 53—56). Cla X. *Cimpian Vasile* (3072, 74, 80, 82—87, 93—98, 100, 03, 04, 06, 07, 09, 10, 12, 15, 16, 19, 122, 25, 27, 28, 31—35, 37, 42, 62, 75), Nemeș Lucian (3093, 94, 102, 22, 28, 30, 34, 62, 90, 95), Pantelimon Radu (3009, 93, 94, 96, 98, 101—05, 10, 15, 16, 19, 25, 27, 28, 62, 84).

CIMPINA. *Ș.m. 1 „N. Grigorescu"*. Cl. VIII. Ciuciu I. Cornel (3120—23, 30, 31, 33—35, 37, 51, E: 1121, 23, 24, 26—29, 31), Popa G. C. (3122, 23, 20, 31, 37, 49, E: 1111, 14, 17, 19—21, 23—25, 29, 30), *Tănase Mihai* (3006, 16, 17, 21, 26, 31, 39, 57, 62, 85, 120, 22, 23, 25, 62, 75, 87—89, 97—99, 201, 08, E: 1109, 14, 16, 19—21, 23—27, 29, 30).

CLUJ. *Studenți:* Bîrzan Romanel (Inst. Politehnic) (3011, 34, 44, 45, 50, 87—89, 92, 96—99, 201, 08, 09, 27, 38, 41), Pop M. Ioan (Facult. mat.-fiz.) (3006, 09, 11—13, 15, 21, 22, 24—26, 29, 34, 39, 55, 57, 109, 10, 12, 19, 21, 23, 25, 28, 37—40, 42, 62). *Abs.* Bistrița Căluțeriu V. Mircea (3009, 09, 11, 12, 14—17, 19, 21, 29, 58).

Ș.m. 4. Cl. IX. Lungu Șerban (3021, 84, 95, 97, 98, 102, 04, 06, 07, 09, 10, 20, 22, 23, 25, 30—35, 42, 51, 62, 87, 96—99, 201, 03, 09, 10, 12). Cl. X. Botez Ștefan (3007, 10, 13, 15, 20—22, 25, 32, 42, 50, 57, 74, 93, 94, 96, 98, 106), Pamula Adrian (3007, 10, 11, 32, 75, 88, 127, 29, 46, 49, 51, 93, 95, 96, 213, 17, 19, 26).

Ș.m. 6. Cl. X. Dragoș C. Eugen (3106, 07, 11, 12, 22, 23, 27, 39, 42, 74, 82, 86, 93—96, 100, 02, 06, 09, 10—12, 15, 16, 20, 22, 24, 25, 28, 33—35, 39, 47, 49—51, 62, 75, 87, 202).

CONSTANȚA. *Ș.m. 1 „Mircea cel Bătrîn"* Cl. X. Suciu Mircea (3010—13, 15, 17, 25, 29, 32, 34, 50, 57, 84, 86, 93—95, 102, 06).

Ș.m. 2 „M. Eminescu". Cl. IX. *Rădulescu Mircea* (2957, 58, 70, 71, 82, 91, 93, 94, 100, 05—09, 26, 32, 35, 38, 46—48, 52, 60, 61, 87—92, 97, 98, 200—03, 05, 08—10, 14, 16, 19), *Vasile Mircea* (3009, 12, 14, 16, 17, 19, 24, 39, 54, 62, 71, 97, 100, 02, 04, 05, 10, 20, 22, 23, 25, 30—36, 43, 44, 46, 48, 49, 51, 52, 62, 81).

Ș.m. 3. Cl. VIII. Cernenco Ioana (E: 1133, 35, 38, 44, 46, 48, 49, 51, 56, 58).

COSTEȘTI (Pitești). *S. 7 ani.* Cl. VII Bălintescu N. Paraschiva (E: 1099, 101, 02, 10, 13, 17, 26, 29, 30).

CORABIA (Craiova). Cl. XI. Băluță Cornel (3187, 89, 91, 97, 99, 200, 01, 07—10, 19, 21, 27, 43).

CRAIOVA. *Abs.* Bîțică V. (3135, 51, 88—90, 97, 202, 05, 14, 16, 20, 29, 36, 38), Staicu N. Ștefan (2957—76, 78, 83, 84, 86, 87, 94, 95, 3001, 04, 05). *Student* Bărboiu D. Mircea (facult. med.) (3187, 90—92, 97—202). *Ș.m. 1.* Cl. X. *Bacria Vasile* (3107, 09, 10, 19, 20, 22—25, 27—39, 42, 44, 45, 47—51, 61, 75, 84). Cl. XI. *Duțu Cornel* (3082, 86, 93—98, 102, 06, 09, 12, 15, 16, 19, 20, 22, 23, 25, 27—34, 38, 42, 47, 49, 51, 58, 62, 63, 83, 84, P). *Ș.m. 2. „Frații Buzești"*. Cl. VIII. Macovei Doina (E: 1112, 13, 16, 23—25, 27, 32—34, 62). Cl. X. Vasile Florin (3063, 84, 86, 93, 94, 96—98, 109, 10, 12, 20, 22, 23, 25, P). Ș.m. 3. (Cl. VIII. Stănescu Ortansa (3187—89, 243, 47, 48, E: 1126, 33, 35, 36, 38, 42, 44, 46, 47, 48, 50, 55—57). Șc. de 7 ani Negoiu. Cl. VII. Mitran Mariana (E: 1121, 23, 25—27, 29, 30). Ș.t.c.f.r. An. III. Georgescu St. Ioan (3063, 86, 93—95, 106, 09, 125, 34).

DARABANI (Suceava). *Abs.* Popa Gh.

(3063, 93—95, 100, 04, 06, 09, 15, 20, 25, 30, 31, 33, 34, 49, 62).

DEJ. *Ş.m. 2.* Cl. IX. Cpste Gheorghe (3110, 20, 22, 24, 25, 30, 32, 33, 34, 37, 42, 43, 51, 62).

DOROHOI. *Ş.m. 1.* Cl. IX. *Stoica Maria* (3071, 86, 91, 95, 97, 100, 02, 04, 05, 10, 22—25, 30, 31, 33—37, 41, 44, 48, 49, 51, 56, 62, 84, 87—90, 92, 97—99, 203, 04, 09, 10, 12, 17, 19, 21, 27, 35, 41, 43, 57). Cl. X. Apătrăchioaiei G. (3063, 64, 69, 84, 85, 93—95, 97, 98, 106).

DRĂGĂŞANI. *Ş.m. 1.* Cl. VIII. Amzu Maria (3006, 12, 16, 17, 27, 39, 122, 51, E: 1099, 123, 26). Abs. *Barbu G. Emil* (3066, 71, 74, 82, 83, 98, 100, 16—18, 21, 23, 32, 36, 39, 41, 43, 44, 48, 49, 81—84, 87, 90, 95, 97, 98, 201, 03, 05, 08—10, 14, 16, 17, 19, 21).

FĂUREI (Galaţi). Cl. IX. Mihăescu Ioan (3006, 11, 12, 22, 25, 31, 37, 44, 51).

FOCŞANI. *Ş.m. „Unirea". Ab.* Chiciosa G. (3006, 12, 16, 17, 21, 57, 85, 94, 104, 06). Cl. VIII. Pantelimon Anton (E: 1093, 97, 98, 106, 14, 16, 18, 20, 21, 29, 30). Cl. IX. *Popa Nicolae* (3187—90, 94, 219, 21, 28, 29, 36, 38, 39, 43, 46—48, 50, 52—54, 56, 57), Vasiliu Zonel (3011, 19, 24, 27, 57, 71, 85, 86, 95, 97, 100, 04, 20—22, 24, 30, 31, 37, 49). Cl. XI. Vasiliu Veturia (3006, 09, 14, 15, 24, 29, 107—10, 20).

GĂEŞTI (Piteşti). Cl. X. Ixaru Liviu (2902, 44, P.N.).

GALAŢI. *Ş.m. 2.* Cl. VIII. Prodan Iulian (3006, 26, 39, E: 1095, 96, 98—100, 07, 08, 15, 16). *Ş.m. 3 „V. Alexandri".* Cl. VIII. Şerban Elena (3122, 23, 30—35, 37, 41, 43, 47, 50, E: 1122—25). Cl. IX. Diaconescu Mihai (3006, 09, 12, 16, 17, 21, 24, 26, 31, 51, 57). Cl. X. Pînzaru Eugenia (3124, 25, 31, 37, 44, 51, 62, 87, 88, 92). Cl. XI. Garcev Rodica (3086, 93, 94, 96, 102, 06, 09, 12, 15, 16, 19, 42), Stănescu Aurel (3010, 11, 21, 22, 23, 25, 74, 86, 93, 195, 96, 225). Abs. Gabăt Corneliu (3006, 11, 15, 22, 25, 29, 39, 85, 86, 106, 09, 25).

GHERLA (Cluj). Ş.m. 1. Cl. VI. Vidican Teodor (E: 1096, 99, 101, 02, 14, 15, 23, 24, 26, 27).

GIURGIU. *Ş.m. 1.* Cl. VIII. Dicu Mihai (3006, 21, E: 1095, 97—102, 04, 07). Cl. X. *Caraconcea Emanoil* (3107, 09, 10, 15—120, 22, 24, 25, 27—30, 32—35, 37, 38, 42, 44, 47—49, 51, 52, 62, 82, 83, 87, 90, 95, 97, 98), Stănescu Virgil (3108—10, 20, 22, 25, 30, 31, 33, 34, 37, 62, 75, 86), Toma Constantin (3011—13, 15, 17—19, 21—25, 28, 29, 34, 39, 55, 57, 109, 11, 15, 20, 22, 25, 30, 32—34, 38, 62), *Vasilescu Florian* (3107, 09—20, 22—25, 27—38, 42—51, 62, 64, 67, 75, 81—83, 114, 96), *Vişinescu Mihai* (3007, 09, 14—16, 51, 55, 58, 59, 75, 79, 82, 94, 86, 90, 91, 98, 103, 06, 07, 09, 10, 12, 13, 54, 56, 58, 62, 69, 70, 72, 75, 81—83). Abs. *Ciobanu Marin* (3074, 84, 86, 89, 90, 93—98, 100, 02, 04, 07—13, 115—17, 20—23, 25, 28—31, 33, 36—38, 41—43, 46, 48—52, 62, 69, 75, 81), *Stănescu Şt. Nelu* (3006, 07, 09—19, 21—29, 34, 39, 49—51, 53, 57, 60, 74, 84—86, 93—98, 100—17, 19—22, 24, 25, 28, 30—34, 37, 38, 42—52, 62, 75, 81, 84, P.

GOGOŞARI. *Ş. de 7 ani.* Cl. VI. Stăncescu Veronica (3137, 62, 98, E: 1134, 35, 40—43, 50—52, 54—56).

HOREZU (iPteşti). Ş.m. cl. XI. Popa Iliana (3068, 84, 109, 21, 22, 90, 95, 202, 08, 13).

HUNEDOARA. Cl. X. Oberlander Horst (3006, 09, 11—14, 17, 19, 21, 22, 24—26, 29, 31, 32, 34, 63, 71, 82).

IANCA (Galaţi). Cl. VIII. Vlad Gabriel (3006, E: 1095, 98—100, 02, 07). Cl. XI. Iordan N. Marin (3012, 13, 21, 22, 24, 25, 29, 32, 34, 39, 50, 57, 63, 82, 93—95, 97, 102, 06).

IAŞI. *Ş.m. 1 „N. Sadoveanu".* Cl. IX. Olănuţă Laurenţiu (3011, 12, 21, 69, 85, 86, 119, 20, 25, 31, 41, 44, 49, 51, 87, 88, 97, 201, 09, 47, 57), *Simovici Dan* (3071, 96, 100, 06, 09, 10, 21—23, 25, 33, 34, 36, 42, 47—49, 51, 62, 85, 87, 89—92, 96, 97, 99—203, 17, 21).

Ş.m. 3 „C. Negruzzi". Cl. X. *Brînzei Dan* (3113, 14, 17, 37, 40, 41, 48, 61, 63, 65, 76, 87, 89—91, 93—99, 201—03, 05, 07, 10, 27—29, 36, 39, P). Ri-Mang-Ing (3006, 07, 10—12, 15, 21, 22, 25, 29, 32, 34, 66, 74, 86, 93, 94, 96, 98, 106).

Ş.m. 7. Cl. X. Moscovici Marcu (3006, 11 14—16, 21, 22, 25, 29, 34, 74, 94). Cl. XI. Vlad Nicolae (3012, 29, 32, 50, 84, 93, 98, 100, 02, 06, 13, 19, 22, 30—34, 42, 62, 90, 97, 98, 200, 07, 08, 10, 15—17).

LIPĂNEŞTI (Ploeşti). Ş. 7 ani. Cl. VI. 7ne P. Elena (E: 1094, 100, 09, 14, 15, 17, 26, 27, 29, 30, 33—35, 38, 41, 42, 50—56).

LUGOJ. *Ş.m. 1 „Coriolan Brediceanu".* Cl. VI. Popovici Mariana (E: 1126, 27, 29, 30, 41, 50—56). Cl. VIII. Nemet Doina (3120, 22, 23, 32, 33, 62, 87, 98, E: 1126, 29), Şelacu Vasile (3122, 25, 30, 31, 33, 41, 51, 62, E: 1096, 124, 26—29, P). Cl. *X. Sufană Constantin* (3063, 64, 70, 82, 84—86, 90, 91, 93, 94, 96—98, 100, 03, 06, 07, 09—15, 19, 20, 22, 23, 25, 27—38, 42, 55, 60, 62, 75). Cl. XI. Boja Nicolae (3006—25, 27, 29, 34, 42, 47, 50, 51, 54, 57, 58).

MORENI (Ploeşti). Cl. VIII. *Coman Dumitru* (3062, 63, 85, 97, 120—23, 25, 30—36, 41, 44, 46—52, 58, 62, 81, 84, 86, E: 1113, 21, 23, 26, 27, 29), *Metz Ion* (3062, 63, 80, 97, 120—23, 25, 30—36, 41, 44, 46—52, 58, 62, 81, 84, 86, E: 1113, 21, 23, 26, 27, 29), *Popescu Constantin* (3062, 63, 80, 97, 121, 22, 22, 25, 30—36, 41, 44, 46, 47, 49—52, 62, 68, 81, 84, 86, E: 1113, 23, 26, 27, 29). Cl. IX. Butoi Octavian (3187, 90, 92, 95—203, 205, 08—10, 12, 15, 17—19, 21, 27, 29, 34, 38, 41,

43, 47, 48, 57), *Moflic Emilian* (2958, 71, 93. 3007, 13, 15, 17, 20, 22, 28, 32, 47, 50, 51, 54, 55, 58—60, 62, 69, 71, 74, 76, 84—86, 91, 93—98, 100—10, 13, 15, 16, 20—25, 27, 28, 30—37, 39, 41—52, 62, 75, 84), *Niță D. Constand* (2957, 58, 68, 71, 74, 76, 83, 91, 92, 94, 97, 3001, 10, 13, 15, 22, 28, 74, 94, 96, 101, 03, 07—10, 13, 15, 16, 18, 20—25, 28, 30—38, 41—52, 62, 75, 81, 84, 87—92, 97—200, 27, 29, 38), *Paraschivoiu Alex.* (2957, 58, 68, 71, 74—76, 83, 91, 92, 94, 97, 3001, 06, 10, 12, 13, 15, 16, 21, 22, 28, 59, 62, 63, 74, 85, 94, 3101, 03, 07—10, 15, 16, 18, 20—25, 28, 30—38, 41—52, 62, 75, 81, 87—90, 97, 98), *Rădulescu Spiridon* (3023, 50, 91, 107—11, 13—16, 18—25, 28, 30—38, 41—48, 50—52, 6, 75, 181, 84, 87—89, 97, 98, 200—02).

NĂSĂUD. *Ș.m. „Gh. Coșbuc"*. Cl. XI. Albu Crăciun (3006, 12, 16, 21, 22, 25, 27, 42, 70, 95, 102, 15, 16, 20—22, 25, 28, 62, 67).

OCNA MUREȘULUI. Cl. X. *Rusu Ștefan* (3007, 09, 12, 14—19, 23, 24, 26, 29, 32, 34, 43, 50, 51, 57, 63, 66, 69, 71, 72, 74, 82, 86, 93—96, P).

OLTENIȚA. *Ș.m.* Cl. X. Ciocea Nicolae (3094, 109, 20, 25, 37, 62, 87, 90, 95—98, 205, 08—10).

OLTENI (București). *Ș. 7 ani Gălățeni)*. Cl. V. Crețu Zamfira (E: 1081, 82, 84, 86, 87, 89, 96, 97, 99, 102).

ORADEA. *Ș.m. 1.* Cl. XI. *Schiop Alexandru* (3107—25, 27—38, 42—45, 47—51, 61, 62, 64, 65, 74, 79, N).

Ș.m. 2. Cl. IX. Baciu Traian (3006, 12, 17—19, 21, 26, 31, 38, 51, 54, 57). Abs. Tălpușan Gheorghe (3006, 11, 15, 17, 18, 21, 22, 29, 34, 57, 94).

ORAVIȚA. *Ș.m.* Cl. X. Zarhula Ion (3006, 09—17, 21, 22, 24, 25, 29, 34, 43, 50).

ORAȘUL STALIN. *Ș.m. 1.* Cl. VIII. Șerban Doina (3006, 130, 31, E: 1121, 23, 24, 35, 42, 46, 50, 51, 56). Ș.m. 5. Cl. X. Cristofor Lucia (3063, 64, 80, 84—87, 90, 91, 93, 94, 96—100, 02—04, 06, 09, 10, 12—15, 18—20, 22, 23, 25, 27, 28, 30, 31, 33, 34, 37, 38, 42, 49, 51, 60, 62, 75, 82, 83, P).

Ș. 7 ani nr. 3. Cl. VI. Lepădatu Viorica (E: 1096, 99, 102, 03, 11, 13, 15, 17).

PANCIU (Galați). *Ș.m. „Ion Slavici"*. Cl. IX. Chriță Mihai (3095, 100, 04, 12, 22, 25, 30, 33, 49, 62, 89, 90).

PETROȘANI (Hunedoara). *Ș.m. 1.* Cl. VIII. Albu Toma (3120—23, 25, 30, 31, 33, 35—37, 43, 47, 49, 51, 62, E: 1121, 23—25).

PIATRA NEAMȚ. *Ș.m. 1 „Petru Rareș"*. Cl. X. Hodor Constantin (3006, 07, 11, 17, 21—29, 32, 94, 109, 21, 30—34, 36, 37, 42, 45).

PITEȘTI. *Ș.m. 1.* Cl. VIII. *Strătilă C. Șerban* (3009, 12, 16, 24, 39, 42, 86, 104, 20, 23, 25, 31—36, 41, 47, 62, 67, E: 1109, 11, 18, 19, 33, 35, 36, 41—44, 46, 47, 49—51, 53, 55—58). Cl. IX. *Duță Petre* (3051, 108, 15, 20, 22—26, 30—37, 39, 41—44, 46, 48, 49, 51, 52, 61, 62, 75, 81, 84, 86), *Velicescu T. Mircea* (3010, 17—19, 50, 59, 69, 71, 86, 93—95, 97—98, 100, 02, 04, 06, 10, 20—26, 30—37, 41, 44, 47, 49, 51). Cl. X. *Bică I. Constantin* (3010, 16, 23, 25, 43, 85, 91, 95, 96, 99, 107—10, 12, 15, 17, 18, 20, 22, 23, 25, 27—29, 31—38, 41—43, 45, 47, 49, 51, 60, 62, 67, 72, 75, 81—83, 87, 91, 97, 99, 201, 03, 07—09, 21, 29, 36, 43), *Dobre M. Georgel* (3006, 09, 11, 14, 16, 17, 19, 21, 24—27, 42, 51, 86, 95, 97, 100, 04, 05, 20, 22—25, 28, 30—36), Mișivescu F. Ion (3013, 14, 16, 17, 22, 27, 29, 31, 34, 42, 47, 50, 59, 61, 71, 85, 86, 93—97, 100, 02, 03), *Vlăducă Gigel* (3043, 102, 06, 07, 09, 10, 12, 19, 20, 22—25, 27, 28, 30—35, 37, 38, 41, 42, 44, 45, 47, 62, 75, 81—83, 87, 89, 95—97, 201—03, 05, 08, 13, 17—43, 46). Abs. *Nica G. Emilian* (3086, 93—97, 100, 06, 09, 11, 20, 22, 25, 32—34, 42, 4, 49, 51, 62, 87, 90, 97, 208—10, 14, 16, 17).

PLOEȘTI. *Absolvenți: Căsăndroiu C. Tudor* (3069, 72, 74, 83, 82, 86, 93, 94, 96, 97, 99—104, 06, 09, 10, 12, 15, 16, 20, 23—25, 28, 29, 31, 36, 37, 40, 42, 51, 56, 60—62, 65, 68, 74, 79, 81, 84, P), *Dobrișan Marina* (3059, 69, 107, 09, 10, 12, 15, 19—25, 27—38, 40, 41, 43—51, 62, 75), Nicolaescu M. Ion (3074, 82, 84, 86, 93—95, 97, 98, 100, 04, 06, 07, 09, 10, 12, 13, 15, 19, 25, 38, 42, 43, 46, 49, 51, 56, 62, 84).

Ș.m. 1 „I. L. Caragiale". Cl. VIII. Constantinescu Iosefina (3006, 11, 19, 21, 26, E: 1095, 99, 101, 07, 16), *Gheorghiu A. Nicolae* (2056, 67, 88, 89, 95, 3009, 14, 17—19, 26, 27, 31, 39, 47, 59, 85, 86, 95, 100, 02, 04, 20—23, 30—35, 37, 48, E: 1109—31), Lungu Anca (3009, 17, 19, 21, 57, 120, 22, 23, 25, 30, 31, 37, 62, 67, E: 1121, 23—26, 29, 30), Nicolaescu Alesandra (3086, 100, 02, 10, 19—22, 25, 33, 34, 37, 62, 75, 8789, 201, 43, E: 1109, 14—17, 20, 23, 26, 29, 34, 35, 50, 56), Patron Alexandru (3120—22, 87, 88, E: 1098, 100, 01, 07, 21, 23—25), Vasilescu Viorel (E: 114, 16, 20, 23—26, 29—31). Cl. IX. *Ene P. Dumitru* (3010, 22, 43, 54, 57, 74, 84, 96, 101, 03, 07—10, 13, 15, 16, 18, 20—26, 28, 30—38, 42, 44—52, 56, 62, 75, 81, 84, 87, 89—92, 95—203, 05, 07—12, 14—16, 18, 19, 21, 29, 36, 39, 41, 43, 44, 47, 48, 53, 57, P), Fezi Adrian (3012, 22, 24, 26, 34, 43, 69, 71, 72, 82, 93—106, 62), Lupu Iuli (3003, 11, 12, 16—19, 21, 24, 26, 54, 55, 57, 71, 82, 86, 93, 95, 97, 102, 04, 06, 10, 20, 22, 23, 25, 37, 42, 60, 62), Radu Ioana (3009, 15—17, 19, 25, 29, 32, 42, 44, 57, 85, 92, 95), *Tomescu* Ion (3082, 120, 30—34, 42—44, 48, 49, 51, 56, 56, 60, 62, 68, 75, 76, 81, 87, 89—92, 97—201, 04, 08, 09, 12, 15, 17, 19, 21, 27, 28, 35, 41, 43—45, 47—50, 53, 54, 57, P), Tăbușcă C. Pavel (3010, 14, 16, 24, 31, 34, 51, 54, 70, 82, 91, 94, 95, 98), Teodorescu Luiza (3082,

94, 95, 97, 100, 04, 22, 23, 30, 35, 36, 60, 62, 87, 99). Cl. X. *Ariciu Alexandru* (3006, 07, 09—13, 15—19, 21—27, 29, 31, 32, 34, 42, 50, 57, 84—86, 93—96, 98, 100, 02, 04, 06), Cucu Valentin (3063, 84, 86, 93—95, 100, 06, 22, 25, 30, 34, 38, 42, 48, 49, 51, 83), Conteș Leonid (3006, 12—19, 21, 22, 25, 26, 29, 50, 57, 82, 86, 93—98, 102, 04—06, 60, 62, 69), *Mignea Claudiu* (3006, 09—12, 14—17, 22, 24, 26, 32, 34, 39, 43, 50, 54, 57, 69, 71, 72, 83, 86, 93—106, 09, 10, 15, 20, 22, 23, 25, 33, 34, 38, 42, 62, 62), *Nicolescu A. Basarab* 3013, 14, 22, 24, 26, 27, 29, 31, 34, 42, 51, 54, 59, 69—71, 82, 86, 93—95, 100—02, 04, 06, 10, 20—25, 42, 44, 51, 60, 62, 75, 76, 84). Cl. XI. *Ciochină C.* (3075, 84—86, 90, 91, 95—106, 13, 18—40, 42, 44—51, 87—93, 95—202, P), *Constantinopol Alexandru* (3061, 63, 66, 71, 72, 82, 84—88, 91, 92, 95, 97, 98, 100, 02—06, 09, 12, 15, 16, 20, 22, 23, 25, 27, 32—35, 42, 43, 47, 51, P), *Voinescu Ștefan* (3107, 09, 10, 15, 20, 23, 24, 27—38, 43—46, 48, 49, 51, 62, 74, 87, 89, 90, 91, 93, 95—99, 202, 09, 21, 29, 36, 41, 43).

Ș.m. 2 „A. Toma". Cl. IX. Russu G. Constantin (3110, 20, 22, 25, 30, 31, 33, 34, 38, 42, 47—49, 51, 62, 75). Cl. XI. Mîmeuță Minodara (3086, 94, 96—98).

Ș.m. 3 „Mihai Viteazu". Cl. X. *Caliniac Nicolae* (2977, 3030, 41, 43, 54, 69, 72, 74, 82—86, 104, 06, 07, 09, 10, 13, 14, 17, 19, 20, 22, 24, 27, 28, 30—34).

PREDEAL. Cl. XI. *Olteanu Ilie* (3006, 09—15, 17, 19, 21, 22, 24, 25, 29, 31, 32, 34, 39, 43, 50, 57, 71, 72, 74, 84, 86, 93—98, 100, 02—06).

PUCIOASA. Cl. VIII. Dinulescu I. Marin (3011, 12, 16, 17, 21, 39, 55, 57, E: 1094—97, 99—10, 16, 20), Niță Constantin (3120, 22, 23, 25, 30—35, 37, 41, 43, 49, 62, 87—89, E: 1123, 24, 26, 27, 29, 30, 33—35, 41, 42, 46, 50, 51). Cl. IX. David Cornelia (3006, 11, 17, 19, 24, 26, 57, 120, 22, 23, 25, 30—35, 37, 41, 43, 49, 62, 87—89, 27, 32, 41), Dincă Stan (3006, 11, 12, 16, 17, 19, 21, 26, 57, 86, 97, 95, 100, 02, 04, 05, 25). Erhan Constantin (3009, 26, 39, 71, 100, 10, 21, 24, 41, 67, 81, 84, 89, 91, 92, 97, 98, 201, 03, 08, 17, 19, 44, 57). *Mateescu G. Ioan* (3006, 09, 11, 12, 17, 19, 21, 24, 26, 55, 62, 70, 86, 91, 95, 97, 100, 02, 04, 05, 10, 20, 25, 30—37, 51, 62), Șerbănescu Nic. (3006, 09, 11, 12, 16, 17, 19, 21, 39, 57, 71, 85, 86, 95, 100, 02), Zamfir Virginia (3006, 11, 17, 19, 20è 22—24, 26, 30—32, 34, 35, 37, 41, 49, 57, 62, 87—89, 117). Cl. X. *Banu Cornel* (3006, 07, 09—18, 21—26, 29, 31, 32, 34, 39, 42, 43, 46, 47, 50, 55, 57, 62, 63, 69, 71, 74, 85, 86, 90, 91, 93—98, 100, 02, 03, 04, 06, P), Dragomir Ion (3006, 07, 09, 11—15, 20—22, 24, 25, 29, 32, 34, 43, 46, 55, 57, 63, 86, 91, 93, 94, 96—98, 104, 06), Rizea Maria (3006, 13, 21, 22, 29, 32, 34, 43, 55, 57, 93, 94, 96), Șerbănoiu Rozalia (3006, 07, 09, 11—13, 21, 22, 25, 29, 32, 34, 43, 46, 55, 57, 93, 94, 96, 98, 104).

REȘIȚA. *Abs.* Trăilă Doru (3187—90, 97, 99—203, 05, 07—10, 21, 29). Cl. VI. Forol Iosif (E: 1110, 12—15, 17, 24, 26—30).

RÎMNICU SĂRAT. *Ș.m. 1.* Cl. IX. Popescu Cornel (3095, 104, 22—24, 31, 35, 36, 44, 62). Cl. X. Apostol Constantin (3017, 21, 22, 25, 29, 50, 74, 93, 94, 98, 106), Stănescu P. Mihail (3006, 11, 13, 21, 29, 32, 57, 63, 93, 94), Tănăsescu Alex. (3006, 12, 15, 21, 25, 29, 50, 94, 96, 122). Ș.m. 2. Cl. X. Manolache Maria (3095, 104, 20, 31, 33, 37, 62, 87, 90, 95, 97, 202), Popescu Doina (3086, 93, 95, 100, 06, 09, 19, 20, 22, 25, 28, 38, 62).

RÎMNICU VÎLCEA. *Ș. t. maiștri.* Anul II. Chițu G. Vasile (3069, 71, 76, 84, 85, 91, 93—98, 104). Ș.m. 1. Cl. IX. Mazilu Petre (3110, 37, 43, 46, 50, 52, 58, 62, 81, 87, 89—91, 97—99), Zamfirescu Sorin (3006, 09, 11, 12, 16, 21, 26, 27, 57, 94, 102, 04).

ROMAN. *Ș.m. 1.* Cl. VIII. Cărpușor Mircea (3006, 120, 22, 37, 49, 62, E: 1100, 07, 08, 12, 14—16, 20, 21, 23, 24, 26, 29), Grijincu aGbriela (3006, 11, 12, 16, 17, 19, 21, 24, 26). Ș.m. 2. Cl. IX. Nuță Dragoș (3006, 95, 97, 104, 25, 30, 31, 34, 36, 37, 51). Cl. X. Gogu Alex. (3011, 12, 17, 18, 21, 24, 86, 91, 97, 100, 02, 04). U.M. 04963 Fr. Ungureanu Marin (3011—29, 80, 84, 93, 94, 97, 98, 106, 07, 19, 20—32).

ROȘIORII DE VEDE. Cl. XI. *Grecu Anton* (3006—05, 37, 38, 40, 51, 53, 67, 75, 76, 152, 56, 60, 61, 63—65, 67—71, 73, 74, 77, 79, 81—90, 92, 94—211, 14—17, 19, 21, 27, 29, 31, 32, 35—39, 41—45, 47, 48, 50—52, 57, N.P), *Rizescu Ilie* (3000, 45, 46, 104, 53, 56, 61, 68, 77, 88, 89, 90, 92—203, 05, 08—14, 16, 17, 19, 21, 22, 27, 29, 36, 39, 43, 46—48, 56, 57, P).

RUPEA (Stalin). *Ș.m.* Cl. X. Bănuț Ana (3010, 13, 15, 22—25, 29, 32, 34, 43, 50, 58).

SATU MARE. *Ș.m. „Mihail Eminescu"*. Cl. VIII. Redice Cornelia (3122, 26, 37, 43, 49, 51, E: 1095, 100, 07, 08, 16, 20). Cl. XI. Fănățean Nicolae (3039, 93—96, 120, 22, 43, 45, 46—49, 51, 62, 83). *Șc. pedagogică* An. I. Ziman Otilia (3100, 20—23, 33, 37, 39, 49, E: 1113, 27, 30).

SIBIU. Cl. VIII. Bădilă Vasile (3006, 16, 17, 22, 26, 37, 62, E: 1094, 98, 100, 04, 07). Cl. XI. *Ancuța Mircea* (3006, 07, 11, 13, 16—19, 22, 24, 25, 27—29, 32, 63, 86, 93, 94, 97, 104, 06, 07, 09—11, 15, 17, 19, 22, 23, 27—34, 36—38, 45, 87, 89, 93—203, 05, 07—10, 21, 29). Abs. Golescu Alex. (3019, 21, 39, 55, 62, 67, 93, 166).

SIGHET. *Ș. pedagogică romînă.* Cl. VII. Tomoioagă Mariana (3006, 135, E: 1098, 99, 114, 26, 29). Cl. IX. Tomoioagă Doru (3005,

11, 12, 16—18, 21, 27, 42, 45, 48, 80, 100, 62, P).

SIMERIA (uHnedoara). Cl. VIII. Munteanu Georgeta (3120, 22, 23, 30, 31, 33, 34, 37, 49, 58, 62).

SINAIA. Cl. XI. Popa Constantin (3006, 11, 12, 18, 21, 22, 25, 29, 34, 43, 86, 87, 93—96, 106). Abc. Stănicel Dan (3022, 100, 09, 22, 25, 51, 90, 95, 97, 202, 05, 07, 10, 19).

SLATINA. *Abs. Dorobanțu Valeriu* (3107, 10—12, 15, 16, 18—20, 22—25, 28, 35—38, 42, 43, 46—50, 55, 62, 63, 70, 75, 84, 87, 90—92, 95, 201, 02, 11, 16, 21, 29, 39—41, 46, 48—60, 52, 53), Tomescu Florin (3107, 09, 10, 20, 22, 23, 25, 30—35, P).

STREHAIA (Craiova). *Ș.m. 1.* Cl. VIII. Ruffu Lucia (3123, 89, 243, E: 1114, 16, 21, 23, 26, 29, 36). Cl. X serală. Cenușă Gheorghe (3110, 20, 22—25, 30—35, 43—46, 48, 49, 51, 58, 62). Cl. XI, serală. Puică P. C. (3006, 11, 13, 16, 17, 21, 39, 51, 57, 63, 86, 94—97, 100, 02, 03, 10, 23, 45, 49, 62).

SUCEAVA. *Ș.m. 1 „Ștefan cel Mare".* Cl. X. Lobodă Emanoil (3018, 34, 50, 86, 94, 95, 98, 100, 06, 10, 20, 22, 30—34, 37, 42, 49, 51). Abs. Curcă I. Dumitru (3147, 89, 97—99, 202, 03, 05, 08—10, 17, 19, 27, 47, 48, 52).

TECUCI. Cl. IX. Bradea Ion (3144, 47—49, 51, 81, 208, 09, 43, 49, 53). Cl. XI. Sulugiuc Silvia (3065, 69, 71, 74, 80, 82, 86, 98, 100, 11, 12, 14, 20, 62, 63, 91, 96, 97, 227, 28, 41, 43, 44). Abs. *Cătană C. Costică* (3105, 06, 09—19, 22, 23, 25, 30—36, 38, 39, 41—49, 51, 56, 60, 62, 68).

TIMIȘOARA. *Abs.* Antănaș Petru (3006, 11—16, 21, 22, 25, 29, 34, 39, 57), Lăzărescu Valentina (3011, 21, 69, 86, 95, 97, 99, 100, 02, 04, 25, 30, 31, 44, 49, 83, 91). Student Păpușoiu Gh. (Facult. electro-tehnică) (3009, 11, 12, 14, 19, 20, 25, 34, 53, 57).

Ș.m. 1. Cl. VIII. *Hiriș Viorel* (3100, 34, 36, 87—89, 97, 98, 201, 08, 09, 19, 43, 46, 47, E: 1133—36, 38, 40—43, 46—48, 50—57). Cl. XI. Dungan Mircea (3006, 11—13, 17, 22, 29, 31, 32, 34, 57).

Ș.m. 2. Cl. IX. Kunzelmann Helmuth (3006, 11, 17, 18, 21, 24—26, 97, 104). Cl. X. Baumstark Gertrude (3006, 71, 72, 74, 80, 82, 84, 86, 87, 93, 94, 97, 100—06). Cl. X. Jung Emil (3012, 21, 22, 25, 29, 34, 50, 63, 93, 95, 98, 100, 02, 03, 06), Petzak Josef (3006, 11, 12, 16, 18, 21, 22, 25, 86, 93, 95, 100, 02, 09—11, 16).

Ș.m. 3 „Eftimie Murgu". Cl. VIII. Coșereanu Sanda (3006, 17, 39, E: 1096—102, 07, 08, 14—16, 20), Grecu Rodica (3006, 12, 26, 30, 162, E: 1095, 98, 101, 07, 20, 24). Cl. X. Vlăduceanu Doina (3094, 109, 10, 20, 22, 25, 27, 28, 62, 87, 96, 201).

Ș.m. 7. Cl. X. Wächter Tiberiu (3022, 29, 32, 34, 51, 63, 82, 83, 93, 94, 100, 05, 07).

TIRGOVIȘTE. *Abs. Irimia Corneliu* (3039, 43, 47, 66, 85, 86, 90, 96, 98, 99, 104, 17—19, 24, 31, 35, 36, 39, 45, 48, 70, 87, 88, 90, 95—97, 99, 200—03, 05, 07—10, 12, 14, 16, 19, 21, 29, 36, 48, 49, 56).

Ș.m. 1. Cl. IX. Ploscaru Mihail (3123, 24, 31, 32, 35, 41, 42, 48, 51, 81, 87—92, 97—201, 08—10, 12, 17, 21, 43, 50, 53, 57), Popescu T. Dan (3122, 24, 25, 30—33, 44, 46, 48, 49, 51, 87, 91, 97, 208, 09, 12, 19, 57).

Ș. m. 2. Cl. VIII. *Saicu Mihail* (3006, 15, 16, 39, 85, 97, 98, 100, 02, 04, 05, 20—25, 30, 31, 33—37, 62, E: 1094, 95, 99, 101, 02, 07, 10, 14—17, 20, 21, 23, 24, 26, 27, 29). Cl. IX. Negoiță Aurel (3006, 11, 14, 17, 20, 21, 23—26, 30, 31, 37), Popescu Nicolae (3006, 11, 12, 14, 17, 19, 21, 24, 26, 31, 39, 57).

Ș.m. 3. Cl. VIII. Dumitrică 9urel (3134, 35, 41, 43, 47, 49—51, 62, E: 1121—24, 26, 28—30, 32—34, 37, 42, 44, 46, 49—52, 54—56, 58). Cl. X. *Brezeanu Florin* (3066, 69—71, 74, 75, 80, 82, 85, 86, 93—97, 100—02, 04, 08—12, 15, 16, 20, 22—25, 27, 30—37, 42, 48, 49, 51, 62, 68, 70, 71, 75, P), Comănescu Laurențiu (3006, 07, 10, 11—13, 15, 16, 18, 21—23, 25, 29, 32, 34, 39, 50, 53, 57, 63, 91, 93—98, 100, 06). Cl. XI. *Cirnu Mircea* (3007—10, 15, 20, 23, 33, 44, 50, 51, 55, 57, 64, 83, 84, 87, 99, 101, 03, 05—13, 15—20, 22—25, 27—54, 56, 60—63, 66, 68, 69, 72, 74—77, 79, 81—84).

TIRGU JIU. *Ș.m. 1 „Ecaterina Teodoroiu".* Cl. VIII. Cancer Anca (3033, 64, 93, 95, 100, 02, 10, 87—89, 97, 241, 43, 47, 48, E: 1110, 11, 15, 16, 33, 35, 36, 46—48, 50—52, 54—57). *Ș.m 3.* Cl. X. *Vilceanu Sabin* (3006, 09, 11—13, 16, 17, 21, 25, 27, 34, 39, 51, 57, 63, 85, 86, 94—97, 100—04, 09, 20—25, 30—32, P).

TIRGU MUREȘ. *Ș.m. 3.* Cl. X. Șarlea Dora (3187, 90, 97, 200, 02, 05, 08—10, 14—17, 19).

TIRGU NEAMȚ. *Abs. Stingu N.* (3012, 13, 16, 18, 21, 22, 24, 25, 27, 29, 34, 45, 51, 57, 59, 60, 84, 86, 93—106, 20, 22, 49, 51).

TULCEA. *Ș.m. 1* Cl. IX. Grădinaru N. (3069, 85, 91, 102, 05, 20, 22, 33, 37, 49, 88—92, 97, 98, 201—03, 05, 08, 09, 21, 27, 41, 43). *Abs. Grădinaru Pimen* (3082, 84, 88—90, 114, 17, 19, 20, 26, 27, 32, 33, 42, 46, 47, 84, 87—92, 97—203, 05, 10, 21, 29, 39).

TURNU MĂGURELE. *Ș.m. 1.* Cl. VIII. Stoica Ioana (3006, 120, 32, 35, 41, 49, 226, 29, 33, 35, 50, 51). Cl. IX. *Ceangiru Gheorghe* (3108, 10, 20, 26, 41, 43, 44, 47—49, 51, 52, 58, 87—92, 97—99, 201, 02, 08, 09, 11, 12, 15, 16, 18, 19), Crăete Victor (3017, 71, 82, 86, 95, 97, 104, 05, 25, 62). Cl. X. Panaitescu G. Aureliu (3057, 69, 71, 86, 95, 97, 100, 02, 04, 05, 20, 22—25, 30—34, 43, 44, 47—49, 51, 52, 61).

TURNU SEVERIN. *Abs. Găletușe Stelian* (3073, 87, 88, 90, 92, 99, 107, 09, 10, 12—20, 22—25, 29—39, 40—46, 48—52, 54, 56, 58, 60, 62, 68, 72, 75, 81—84), Epuran Constan-

tin (3006, 11, 12, 14, 15, 18, 21, 22, 24, 25, 27, 29, 34, 50). *Ş.m. 1 „Traian"*. Cl. VIII. Bojincă M. Ştefan (3120, 22, 23, 25, 30, E: 1097, 15, 16, 19, 20), Roată Virginia (3125, E: 1123, 24, 26, 29, 35, 38, 50—56). Cl. IX. Atanasie Elena (3123, 24, 30—36, 49, 62), Roată G. Radu (3097, 110, 30—37, 41, 48, 67, 75, 84). Cl. X. Lăzăroniu Gh. (3059, 90, 104, 09, 10, 15, 16, 25, 287, 28, 30, 33, 34, 36, 38, 42, 44, 45, 48, 51, 60, 62, 74, 75, 87), Sîrbu Aristică (3012, 15 84, 86, 94, 98, 109, 14—16, 25, 34).

Ş.m. 2. Cl. XI. Luca B. Pătru (3090, 96, 100, 06, 08—10, 12—16, 19).

Şc. prof. de ucenici. An. III. lăcătuş Hotăranu Dumitru (3095, 97, 122, 24, 88, 97, 202, E: 1111—14, 53, 56, 57).

ŢĂNDĂREI (Constanţa). Cl. VIII. Vlase Aurel (E: 1136—36, 39, 41—43, 46, 47, 51, 52, 54, 59).

VASLUI. *Ş.m. 1.* Cl. X. Popa Vasile (3063, 93, 94, 106, 20, 31, 33, 45, 97, 210). Cl. XI. Maftei V. Ioan (P).

ZLATINA ALBĂ (Hunedoara). C. IX Cristescu Horaţiu (3016, 24, 95, 104, 10, 20, 22—25, 33, 37, 51, 62).

TABLA DE MATERII

a „Gazetei Matematice şi Fizice" seria B, anul IX (1958)

I — ARTICOLE

		Pag.
1.	*Atanasiu Virgil*, prof. Bucureşti: Radiaţii radioactive	513, 633
2.	*Bădărău Eugen*, academician, Bucureşti: Fizica şi tehnica	305
3.	*Borş C.* şi *Mareş Gh.*, Piatra Neamţ: Metoda celor mai mici patrate	129
4.	*Cistiakov V. D.*: O seară matematică consacrată istoriei matematicii chineze (traducere)	579
5.	*Coşniţă Cezar*, conf. univ. Bucureşti: Elemente de calcul baricentric	75
6.	*Gavrilă I.* prof Sibiu: Inventatorul radioului	325
7.	*Grosu Teodora*, conf. univ. Bucureşti: Curentul termoelectric şi aplicaţiile sale.	689
8.	*Grumăzescu Mircea*, inginer Bucureşti: Unele probleme ale acusticii moderne.	1
9.	*Hangea Nicolae*, conf. univ. Bucureşti: Pe urmele electronului	121
10.	*Lebedev S. S.*, academician URSS, Moscova: Maşini electronice de calculat (traducere)	57
11.	*Mihăilă N.*, conf. univ. Bucureşti: Arhimede	264
12.	*Mihăilă N.*, conf. univ. Bucureşti: introducere în geometria cinematică	497
13.	*Negulescu Angela* prof. Bucureşti: Cucerirea temperaturilor foarte joase	449
14.	*Pamfil Simion*, prof. Bucureşti: O sută de ani de la naşterea lui Max Karl Planck	380
15.	*Pavlu Virgil*, conf. univ. Bucureşti: Tăria sunetului	193
16.	*Petrescu Gh.*, prof. univ. Bucureşti: Seismologia, puternic mijloc de investigaţie în studiul interiorului pămîntului	241
17.	*Roman Tiberiu*, conf. univ. Bucureşti: Introducere elementară la studiul simetriei. Simetria figurilor plane	252, 316, 434
18.	*Spinu Cornel*, prof. Cîmpulung Mold.: Şiruri Fibonacci	179
19.	*Vişa Eugen*, Timişoara: Volumul unui tetraedru în funcţie de muchiile lui	185

II — EDITORIALE

1.	„1 Mai" 1958	177
2.	Declaraţia Federaţiei Mondiale a Oamenilor de Ştiinţă	369
3.	Olimpiadele de matematică şi fizică 1958	370
4.	„23 August" 1958	433
5.	În întîmpinarea celei de-a 41-a aniversări a Marii Revoluţii Socialiste din Octombrie	569

III — PENTRU CERCURILE DE MATEMATICĂ ŞI FIZICĂ

1.	Rezolvarea unor probleme de mecanică prin reprezentarea grafică a legii conservării energiei de *Alex. Stoenescu*, prof. univ. Bucureşti	188
2.	Despre activitatea cercului de fizică de la şcoala medie din Găeşti	332

Pag.

3. Interacțiunea dintre neutroni și nuclee de *V. Atanasiu* 268
4. Asupra unor secțiuni într-o prismă triunghiulară 386
5. Din activitatea cercului de matematică de la școala medie din orașul Calafat. 419
6. Transformări elementare ale sistemelor de ecuații de gradul al doilea, de *N. N. Ciomu*, prof. București 639

IV — NOTE MATEMATICE

1. Asupra unor ecuații de gradul II, de *Mureșan Traian Augustin*, student Cluj . 23
2. Asupra volumului tetraedrului, de *Leontina Pop*, absolventă Piatra Neamț . . 24
3. Construcția diferenței B—C a două din unghiurile unui triunghi ABC, de *Gh. Buicliu* 86
4. Asupra unei probleme de coliniaritate, de *N. Teodorescu* absolvent București. 89
5. Un procedeu de înscriere a unui pentagon regulat într-un cerc, de *Miu Gh. Filipoiu*, București 92
6. Asupra problemei 222, de *Panaitopol Laurențiu* și *Teodorescu Nicolae*, studenți București 140
7. Generalizarea problemei 2699 de *C. V. Costăchescu*, Constanța 143
8. Generalizarea problemei 2513, de *Paul Popescu*, student București . . . 203
9. Câteva corelații în matematici elementare, de *C. Ionescu-Țiu* 274
10. Generalizarea problemei 2886 de *D. Motoargă*, elev Breaza 328
11. O problemă cunoscută și locuri geometrice interesante deduse din ea, de *Gh. Buicliu* 393
12. Generalizarea problemei 2484 și 2980 de *Mihai Cuconea*, elev București . . 460
13. Generalizarea problemei 2886 de *D. Motoargă*, elev Breaza 461
14. Asupra problemei 2949 461
15. Generalizarea teoremei bisectoarei de *Dan V. Bretan*, Timișoara . . . 527
16. Generalizarea problemei 2341 de *Dan V. Bretan*, Timișoara 593
17. Generalizarea problemei 2762 de *Tudor M. Gheorghe*, București 594
18. O demonstrare a volumului trunchiului de piramidă de *D. Motoargă*, Breaza. 595
19. Generalizarea problemei 2447 de *Mircea G. Rădulescu*, elev Constanța . . 657
20. Generalizarea problemei 1297 de *Popescu R. Paul*, student, București . . . 701
21. Generalizarea problemelor 1518, 1548 . . . . . 702, 703
22. Generalizarea proglemei 3068 de *D. C. Panu*, Galați 704
23. O demonstrație geometrică a unei formule trigonometrice de *Marin N. Ciobanu*, Giurgiu 705
24. Asupra punctului Miquel și patrulaterul complet de *Mihai Cuconea*, absolvent București 706

V — NOUTĂȚI DIN ȘTIINȚĂ ȘI TEHNICĂ

1. Progrese realizate în cinematografia actuală 20
2. Radiații solare. Lămpi cu gaz radioactiv. Viața pe planeta Marte de ing. *St. Ionescu* 205
3. Descoperirea elementului 102. Viteză de 15 000 km/h. Doi giganți în aer. Motoare atomice 395

VI — CHESTIUNI DE EXAMEN

1. Subiectele date la proba scrisă în institute și facultăți în sesiunea august 1957 40
2. Subiecte date la proba scrisă în institute și facultăți în sesiunea august 1958 106
3. Probleme date la examenul de maturitate, Craiova, sesiunea septembrie 1957 . 107
4. Subiecte date la proba scrisă în institute și facultăți în sesiunea august 1957. 158
5. Probleme date la concursul de burse la Institutul de construcții din București 1957 160
6. Probleme date la examenul de maturitate și admitere în institute și facultăți. 229
7. Subiecte date la examenul de maturitate, la admiterea în institute și facultăți și la olimpiade — etapa locală 1958 284

Pag.

8. Chestiuni propuse la olimpiada de fizică, etapa regională 1958 . . . 340
9. Probleme date la olimpiada de matematică 1958, etapa finală 410
10. Subiecte date la examenul de maturitate, iunie 1958 538
11. Subiecte date în sesiunea martie 1958 la școala tehnică de maiștri din Orașul Stalin 539
12. Subiecte date la examenul de admitere la Institutul Politehnic București și alte institute tehnice în sesiunea 1958 . . . . . .
13. Subiecte date la concursul de burse . . . . . .
14. Lucrări scrise la fizică date la examenul de admitere la Institutul politehnic București 1958 . . . . . .

VII — CALEIDOSCOP MATEMATIC ȘI FIZIC

1. Caleidoscop matematic și fizic . . . . . pag. 329, 389, 651

VIII — PROBLEME ȘI TEOREME ALESE DE MATEMATICI

1. Aritmetica și teoria numerelor. Geometrie. Algebră. Trigonometrie . . . 11
2. Construcția heptagonului regulat. Dacă un triunghi are două bisectoare egale, este isoscel. O aplicație a teoremei lui Ptolomeu, de *Gh. I. Bercea*, ing. București 524

IX — PROBLEME ȘI CHESTIUNI ALESE DE FIZICĂ

1. Gaze perfecte sau ideale și gaze reale de *V. Atanasiu* 198
2. Condensatorul sferic. Curenți derivați. Legile lui Kirckhoff. Lentile convergente subțiri 588

X — SĂ CONSTRUIM CU MIJLOACE PROPRII MODELE ȘI APARATE DE FIZICĂ

1. Motoare electrice de prof. *A. Marinescu*, București 208
2. Adaptare unui reșou pentru scăderea consumului de energie electrică de conf. *Virgil Pavlu* 271
3. Construirea unei surse de curent de ing. *Z. Ștefan* 457
4. Construirea unui redresor electrolitic de ing. *St. Calman*, București . . . 596

XI — DIVERSE

1. Rezultatul întrecerii pe țară între cercurile de matematică și fizică ale școlilor medii pe anul 1957 26
2. Premiile Gazetei matematice și fizice, seria B pe anul 1957 28
3. Consfătuirea cu cititorii GMF-B organizată de filiala SSMF București . . 114
4. Premiile în cărți acordate de GMF-B pe anul 1957 144
5. Concursul de matematică și fizică pentru studenți 1957 146
6. Poșta redacției: 168, 368, 419, 484, 547, 615, 683
7. Evidențiați la etapa regională a olimpiadei de matematică din 30 martie 1958 352
8. Evidențiați la etapa regională a olimpiadei de fizică din 30 martie 1958. . 354
9. Evidențiații etapei finale a olimpiadelor de matematică și fizică 1958 . . 377
10. Olimpiada micilor matematicieni și fizicieni 478
11. Lista elevilor evidențiați la O.M.M.F. — etapa finală 481
12. Olimpiada micilor matematicieni și fizicieni 1959. Etapa I 681

XII. Probleme propuse repartizate pe autori

Amberg Iuliu (3257, 3373), Amzu I. D. (3456), Aniţescu N. N. (2977, 3326, 3366), Atanasiu Virgil (3152, 3154, 3181, 3341), Baltac V. (2937, 2978, 3054), Bătineţu M. D. (2976), Băghină V. (2992, 3262, 3328, 3412), Bărbulescu M. (168, 3315), Bărbuică C. N. (3261), Bazacov G. (3289), Bardan I. (3372), Bercea I. Gh. (2990), Berdan C. (3069), Bichir Ilie (2981), Boiceanu S. (3209), Boldescu P. (3391), Buicliu Gh. (2945, 3044, 3081, 3167, 3241, 3317, 3353, 3354, 3377, 3399, 3405), Botez S. M. (3034, 3071, 3227), Călugăriţa Gh. (3082), Călin Tudor (3207), Chişcaru M. (2939), Chiorcea N. (3280), Ciomu N. (3166, 3171, 3223, 3245, 3376), Colibaba V. Tiberiu (2928), Corbu Ion (2944), Costăchescu V. C. (2946, 3053, 3079, 3179, 3402), Coşniţă C. (2953, 2993, 3038, 3067, 3169, 3231, 3320, 3355), Constantinescu Fl. (3039), Cornăţeanu Radu (3156), Crăciunescu E. (3287, 3316, 3374), Cristea P. Aurel (2989, 3359), Cuconea M. (2951, 3264, 3380), Dascălu Dan (3057, 3426), Dăscălescu H. (3162), Dorobanţi V. (2931), Dorel Florea (2932), Dobrotescu Gh. (3045, 3313), Domide Leontin (3184), Dobrescu A. C. (3336), Dumitreasa P. (3288), Emanoil Al. (3056), Georgescu Cornel u (3189, 3270, 3291, 3361, 3378, 3379, 3398, 3463), Gheorghiu Th. Gh (3176), Gheorghe A. Cezar (3258), Gheorghiu N. (3259), Gologan M. (3197, 3202), Gogan M. (3248), Grunbaum M. (3068), Gross Iuliu (3254), Hodîrcă I. (2949, 2979, 3048, 3161, 3235, 3272, 3458), Haivas M. (3192), Hristev Anatolie (3033, 3180), Huhulea Bujorel (3337), Ioachim Alex. (2938), Ionescu-Tiu C. (2935, 2936, 2982, 2995, 3031, 3036, 3065, 3066, 3166, 3173, 3191, 3204, 3206, 3221, 3222, 3263, 3279, 3285, 3290, 3305, 3318, 3319, 3323, 3356, 3362, 3382, 3383, 3388, 3401, 3409, 3413, 50, 54, Istodor Valentin (3236), Jaliu C (3415), Lerner E. (2942), Loziciu I. (3293), Lupaş Laurenţiu (3334, 3422), Man O. (3368), Mărculescu Stelian (2950), Marica Ştefan (2975, 3260), Mănescu Lucian (3075), Mateescu I. (3243), Mecea P. (3001), Mihăilescu S. Ştefan (3232), Mititelu St. (3282), Mitran Ovidiu (3335), Mocanu O. (2941), Morţun Emil (3185), Mustafa St. (3265, 3389), Nanu Octavian (3238, 3364, 3462), Necşoiu Const. (2943, 3061, 3159, 3420, 3457), Negoescu C. N. (3311), Nedelcu Fl. (3385), Nicolescu A. Basarab (2991, 3338), Nicolaescu I. (3459), Onofraş Vioirca (3163), Orşivschi Claudiu (3030, 3062), Panu C. Dorel (3410), Păunel Ion (3295), Pătraşcu Florica (3208), Paulescu N. Dan (3274, 3312), Pelepceac V. (3070), Petrescu Ştefan (3078), Petrescu Gh. (3406), Pîslaru G. (3194), Popescu I. Mihail (2947), Popescu G. Lugoj (3032, 3160, 3411), Postolache V. (3070), Popescu R. Paul (3178, 3273, 3314, 3363), Popescu T. Mihai (3325), Popescu Adrian (3384), Priess Wilhelm (3283), Rădulescu D. C. (3002), Rădulescu E. Eugen (3037, 3339, 3367i, Rădulescu N. (3073), Răşcanu Radu (3253), Raicu Viorel (3360), Rădulescu Mircea (3418, 3423, 3444), Rizescu Ilie (3251), Roman Tiberiu (3195, 3292, 3400), Savu Gabriel (3043), Săndulescu Constantin (3083), Saganai Nusfet (3234), Saichin A. (3199), Simion St. Petre (2948, 3170, 3332, 3381, 3386), Simionescu D. G. (3188, 3286), Simion Sorin (3228, 3229), Soare G. I. (3198), Stroe Radu (2930, 3040, 3153, 3177, 3230, 3275, 3371), Stepan I. (2939), Stoenescu Al. (2955, 3035, 3158, 3331, 3365, 3407), Stănescu N. Emil (3041, 3220), Stoian I. G. (3049, 3080), Strătescu I. (3165, 3421), Stoican Ştefan (3255), Stîngu N. (3284), Stoicescu A (3370, 3455), Teodorescu I. (2954), Teaha P. (3246, 4252, 3444), Tempeanu Coriolan (3403), Tîrtan Gabriel (3369, 3375), Tudor Remus (3451), Tudor M. G. (3271, 3340, 3358, 3387, 3444), Tudorov D. (3281, 3357), Tudor C. N. (3452, 3453), Vasu V. (3077), Vasilescu Karpen N. (3186), Vişa Eugen (3187, 3193, 3396), Vîlceanu Sabin (3404), Zamfirescu Tudor (2988), Zorapapel Tiberiu (2999), Zaharia O. N. (3174), Zoltan Barany (3419).

XIII. Exerciţii şi probleme propuse pentru şcoala de şapte ani repartizate pe autori

Badea Gheorghe (E: 1231), Baieră I. B. (E: 1081, 1094, 1133, 1162, 1216, 1242, 1254, 1277), Bătineţu D. (E: 1083), Bîrzan Romanel (E: 1249), Boldea G. (E: 1180, 1232), Brezeanu Fl. (E: 1135), Bulucea C. (E: 1098), Bulucea D. D. (E: 1134), Cristea P. Aurel (E: 1274), Danielache Aurora (E: 1158), Drubea M. (E: 1276), Eftimie Radu (E: 1183), Florea Dorel (E: 1070, 1198), Găletuşe Stelian (E: 1137), Georgescu Corneliu (E: 1136, 1234), Grecu Anton (E: 1256), Grigore Viorel (E: 1115, 1163, 1196), Goicu N. (E: 1244), Hulubea B. (E: 1069), Ionescu-Ţiu C. (E: 1071, 1073, 1090, 1092, 1102, 1103, 1112, 1113, 1117, 1122, 1139, 1140, 1159, 1160, 1181, 1186, 1187, 1195, 1235, 1238, 1245, 1246, 1250, 1265, 1266, 1267), Lambă Stelian (E: 1130), Mateescu I. (E: 1079, 1097, 1109, 1121, 1125), Marica Ştefan (E: 1108), Man Oct. (E: 1275), Mecea P. (E: 1077), Munteanu N. I. (E: 1078, 1126, 1270), Muşat Şt. I. (E: 1093),

Nanu Oct. (E: 1184), Necşoiu C. (E: 1080, 1110, 1268), Pavel N. Radu (E: 1132), Popescu I. Şerban (E: 1082, 1084, 1111, 1271), Răşcanu Radu (E: 1118), Rizescu Ilie (E: 1138, 1253), Rusu A. Ioan (E: 1161), Savu Gabriel (E: 1255), Stătescu Ion (E: 1067, 1095, 1119, 1272), Stepan Ionel (E: 1105), Stere Ianuş (E: 1116, 1189, 1190), Stan C. D. (E: 1131), Tîrtan Gabriel (E: 1197), Tudor M. G. (E: 1194), Tomoiagă D. (E: 1104, 1191, 1193), Verveagă D. (E: 1096), Vişa E. (E: 1233).

XIV. Probleme rezolvate la pagina indicată între paranteze

2294 (221, 298), 2336 (29), 2341 (30), 2344 (31), 2346 (31), 2347 (31), 2350 (32), 2357 (93), 2384 (94), 2391 (95), 2406 (32), 2410 (33), 2429 (33), 2430 (147), 2433 (147), 2435 (147), 2438 (147), 2446 (148), 2447 (148), 2448 (148), 2451 (149), 2453 (149), 2465 (150), 2466 (151), 2467 (152), 2472 2478 (154), 2480 (34), 2482, (34), 2485 (35), 2486 (35), 2497 (36), 2503 (96), 2504 (96), 2505 (97), 2507 (97), 2509 (98), 2510 (99), 2511 (278), 2513 (279), 2514 (279), 2515 (101), 2518 (101), 2519 (102), 2523 (102), 2524 (102), 2525 (280), 2526 (281), 2532 (281), 2537 (103), 2541 (211), 2543 (103), 2546 (224), 2547 (225), 2548 (155), 2555 (213), 2557 (214), 2558 (214), 2559 (215), 2564 (216), 2568 (217), 2573 (218), 2577 (218), 2580 (156), 2584 (156), 2587 (219), 2589 (220), 2591 (220), 2601 (222), 2602 (223), 2603 (224), 2607 (282), 2635 (283), 2636 (283), 2647 (399), 2653 (400), 2654 (401), 2708 (402, 2719 (402), 2722 (403), 2724 (903), 2738 (464), 2740 (466), 2741 (467), 2742 (467), 2743 (467), 2744 (269), 2745 (469), 2749 (470), 2750 (470), 2752 (530), 2755 (532), 2760 (532), 2761 (598), 2765 (599), 2766 (600), 2767 (601), 2772 (601), (605, 700), 2809 (605), 2810 (606), 2775 (602), 2786 (603), 2807 (604), 2808 (606, 711), 2812 (606), 2813 (607), 2814 (608), 2815 (607), 2818 (608), 2819 (658), 2820 (659), 2821 (661), 2822 (662), 2824 (663), 2826 (648), 2827 (684), 2830 (665), 2833 (666), 2837 (667), 2840 (668), 2843 (669), 2845 (669), 2847 (670), 2850 (711), 2853 (671), 2854 (672), 2856 (672), 2880 (712), 2881 (713), 2884 (714), 2885 (715), 2886 (715); 2887 (715), 2890 (717); 2891 (718), 2897 (718), 2898 (719), 2901 720), 2902 (721, 2929 (721), 2931 (721)

XV. Exerciţii şi probleme pentru şcoala de 7 ani rezolvate la pagina indicată între paranteze

E: 875 (37), 881 (37), 892 (38), 894 (38), 908 (39), 910 (39), 912 (39), 917 (333), 920 (334), 930 (57), 931 (157), 932 (157), 934 (158), 935 (335), 938 (335), 939 (336) 949 (336), 956 (404), 957 (40), 960 (405), 1000 (405), 1012 (533), 1018 (536), 1033 (534), 1034 (534); 1043 (535), 1045 (535), 1069 (537), 1079 (537), 1061 (722), 1067 (722), 1080 (723), 1093 (723).

XVI. EVIDENŢIAŢI *)

1. Achiţei Paul, cl. X seral ş.m. 1 Bucureşti (549, 734), *2.* Adam I. Gheorghe, cl. VIII, Tg. Jiu (50 299, 487), *3.* Adam P. Gheorghe, absolvent Bucureşti (421), *4.* Alexandru Horia, absolvent Bucureşti (357, 548), *5.* Alexandru St. Titus, absolvent Bucureşti (421, 485), *6.* Alexandru Cornel, cl. IX Bolintinul de Vale (421), *7.* Alexandru G. Virgil, cl. X ş.m. Bacău (486), *8.* Alexei Dan, absolvent Vîcovul de sus, Rădăuţi (486, 616), *9.* Alexe N. Dan, absolvent Bucureşti (548), *10.* Aldea Laurenţiu, cl. IX Călăraşi (549, 734), *11.* Amzu I. Dumitru, cl. X ş.m. Caracal (422), *12.* Ancuţoiu G., absolvent Rîmnicu Vîlcea (50, 421, 548), *13.* Antoniuc V. Bogdan, cl. VIII Tîrgu Mureş (50), *14. Aniţescu Nicolae,* cl. X, Tîrgu Jiu (50, 116, 421, 485), *15.* Anghel Constantin, student matematici Bucureşti (116), *16.* Ancuşa Victor, cl. IX, Sibiu (485), *17. Antoniu I. Sorin,* cl. X ş.m. 11 Bucureşti (486, 549, 617, 734), *18.* Anghel Ion, cl. X Breaza (549), *19.* Andraş Traian, cl. VIII Brăila (549), *20.* Ancuţa Mircea cl. XI ş.m. 2 Sibiu (734), *21.* Anton Constantin, cl. X ş.m. 3 Bucureşti (734), *22. Arhangelski Iuri,* absolvent Bucureşti (357, 485, 616, 734), *23.* Ariciu Alexandru, cl. X Ploeşti (734), *24. Azola Giovani,* cl. VIII Caransebeş (50, 169, 421, 548, 616), *25. Baltag Vasile,* absolvent Ploeşti (50, 169, 357, 548), *26.* Başturescu G. Mugurel, cl. IX ş.m. 1 Caracal (50, 116, 235, 421, 616, 734).

*) Intre paranteze este trecut numărul paginei unde a fost evidenţiat rezolvitorul respectiv.

27. Bănică Titus, absolvent Ianca Galați (50), *28.* Bărbulescu Marcel, absolvent Slatina (169, 357, 549), *29.* Bănică G. Gheorghe, cl. VIII ș.m. 2 Cîmpulung Muscel (299), *30.* Bănescu Stelina, cl. X Pucioasa (299), *31.* Banu Corneliu, cl. X Pucioasa (357, 549, 734), *32.* Bădescu N. Nicolae, absolvent Giurgiu (357), *33.* Babeș Victor, cl. X Cluj (357), *34.* Bardan I. Virgil, absolvent Craiova (421), *35.* Băjenaru Constantin, cl. X ș.m. 12 București (421), *36.* Baumstarck Gertrude, cl. X ș.m. 2 Timișoara (496), *37.* Barany Zoltan ,cl. X Caransebeș (549, 616), *38.* Baciuc Ion, cl. X Oradea (549), *39.* Bănică Constantin, cl. IX Cîmpulung Muscel (349), *40.* Barbu G. Emil, absolvent Drăgășani (549, 617, 734), *41.* Bahonea Stelan, cl. VIII Breaza (549), *42.* Bănică Dan, cl. X ș.m. 13 București (616), *43.* Barbu Viorel, cl. X ș.m. 3 Iași (616), *44.* Basolic Nicolae, cl. X ș.m. 2 Brăila (617), *45.* Badosin Constantin, cl. X Tîrgu Jiu (617), *46.* Bănică Marieta, cl. VIII ș.m. 15 București (617), *47.* Bărbulescu Lucia, cl. X ș.m. 10 București (617), *48.* Braga Ionel, absolvent Cîmpulung Mușcel (734), *49.* Bacria N. Vasile, cl. X ș.m. 1 Craiova (734), *50.* Bădăliță Luminița, cl. X ș.m. 4 București (549), *51.* Beghea I. Constantin, cl. VIII Corabia (50), *52.* Berca Eugen, cl. VIII Tîrgu Jiu (50), *53. Bergthaler Cristian,* cl. X Petroșani (116, 421, 548, 616), *54.* Bena I. Iosif, absolvent Oravița (235, 422, 549), *55.* Bică I. Constantin, cl. X ș.m. 1 Pitești (485, 616, 734), *56.* Bigan V. Stan, absolvent Giurgiu (485), *57. Bîrzan Romanel,* absolvent Cluj (50, 422, 549, 617), *58.* Blebea Șerban, cl. X ș.m. 1 Caracal (421), *59.* Blehman Hary, cl. VIII ș.m. 6 Iași (549), *60.* Bozdog Ion, cl. X, Tîrgu Jiu (235, 421, 485), *61.* Boncovici Ion, cl. IX Tîrgu Jiu (421), *62.* Bolca Andrei, absolvent Cîmpina (421, 548), *63.* Bozdog Marin, absolvent Roșiorii de Vede (485), *64.* Borcea N. Nicolae (absolvent Călărași (549), *65.* Botoargă Vasile, cl. X Breaza (549), *66.* Bolintoni Mircea, absolvent Făgăraș (617), *67.* Boju Valeriu, cl. X ș.m. 1 Craiova (617), *68. Brînzei P. Dan,* cl. IX ș.m. 3 Iași (50, 116, 169, 357, 421, 485, 549, 616, 734, *69.* Brezeanu Florin, cl. IX Tîrgoviște (357, 734), *70.* Brescanu Mihai, studenți matematici Iași (421), *71.* Bretan V. Dan, student Timișoara (549), *72.* Brișcă Virgil, cl. X. Giurgiu (549), *73.* Bulucea D. Constantin, absolvent Rîmnicu Vîlcea (50), *74.* Butoi I. Octavian, cl. VIII Moreni (50, 485, 616), *75.* Bușilă Ioana, absolventă București (357), *76.* Burghelea Dan, cl. IX Rîmnicu Vîlcea (485, 616), *77.* Butoi N. Angela, absolventă Alexandria (617), *78.* Cartiș Dan, cl. X Oradea (50), *79. Cancer Anca,* cl. VIII Tîrgu Jiu (50, 299, 734), *80.* Căluianu Dana, studentă București (50), *81.* Carangioiu Mircea, student electrotehnică Timișoara (169, 549), *82.* Catană Constantin, absolvent Tecuci (299, 421, 485, 617), *83.* Căpran D. Petre, cl. X liceul militar Galați (299), *84. Caliniac Nicolae,* cl. X ș.m. 3 Ploești (299, 421, 485, 549, 617), *85.* Cănuță G. Vasile, cl. X Tîrgoviște (357, 485, 616), *86. Caraconcea Emanoil,* cl. X. Giurgiu (421, 549, 617, 734), *87.* Calistrate Ștefan, absolvent Tîrgu Jiu (421), *88.* Căpraru Petre, cl. X liceul militar Galați (485), *89.* Capriș Nicolae, cl. X. Breaza (549), *90.* Canton Ion, cl. X. Breaza (549), *91.* Catrina G. Vasile, absolvent Ianca Galați (549), *92.* Calistrate D. Ion, cl. VI Plopșor Craiova (549), *93.* Călărașu I. Florin, cl. IX Moreni (616), *94.* Cărburanu M. Constantin, absolvent Tîrgoviște (617), *95.* Călărașu G. Dan, cl. X. Moreni (617), *96.* Căsăndroiu C. Tudor, absolvent Ploești (734), *97.* Canteș Leonid, cl. X Ploești (734), *98.* Cernea Petre, cl. X. Moreni (616), *99.* Ceangîru G., cl. IX Turnu Măgurele (734), *100. Chiriac D. Dumitru,* cl. VIII ș.m. 1 Bacău (50, 299, 486), *101.* Chiriac G. Valeriu, cl. VII Păunești-Adjud (357), *102. Chiriacescu Sergiu,* cl. X Călărași (485, 549, 617, (734), *103.* Ciorcea Nicolae, absolvent Valea Seacă Bacău (485), *104.* Chirilă Nicolae, cl. X Breaza (549), *105.* Chebap G. Marcel, absolvent Tecuci (617), *106.* Ciobotaru Lucia, studentă chimie industrială București (299), *107. Cîrnu Mircea,* cl. X ș.m. 3 Tîrgoviște (50, 169, 357, 421, 548, 616, (734), *108.* Ciobanu M. Mihai, absolvent Giurgiu)357, 548, 734), *109.* Ciobanu Victor, absolvent București (357), *110.* Cîrnu I. Lucian, cl. VIII ș.m. 3 Tîrgoviște (421), *111.* Ciochină Constantin, cl. X. Ploești (421, 485, 734), *112.* Ciocăzeanu Ion, cl. X ș.m. 2 Tîrgu Jiu (421), *113.* Cioränescu Ioana, cl. XI ș.m. 22 București (616), *114.* Ciortan Vasile, cl. X Ploești (617), *115.* Cîmpean Vasile, cl. X Cîmpia Turzii (734), *116.* Constantinopol Alexandru, cl. X, Ploești (235, 734), *117.* Costoiu V. Dorel, cl. IX ș.m. 2 Tîrgu Jiu (421), *118.* Constantinescu Mihai, cl. X ș.m. 12 București (421), *119.* Cosma Nicolae, cl. X ș.m. 1 Iași (422), *120.* Constantin Mihai, cl. X ș.m. 1 Ploești (485, 617), *121.* Coma Dumitru, cl. VIII Moreni (485), *122.* Comănescu G. Ioan, absolvent Tîrgu Jiu (486), *123.* Costea Gheorghe, cl. X Ploești (549), *124.* Comănescu Laurențiu, cl. X Tîrgoviște (549), *125.* Continanu Mihai, cl. X Ploești (549), *126.* Cojocaru Ioan, cl. IX Breaza (549, 617), *127.* Constantinescu I. Ion, cl. X. Rîmnicu Vîlcea (549), *128.* Costache G. Ioan, cl. VIII Ploești (549), *129. Crutarciuc Corneliu,* cl. X Petroșani (357, 485, 549, 617, *130.* Croitoru Dumitru, cl. IX Breaza (549), *131.* Cristea G. Nicolae, cl. X Pitești (617), *132.* Crăciun Teodor, cl. X Moreni (617), *133.* Cris-

Cofor Lucia, cl. X ș.m. 5 Orașul Stalin (734), *134.* Damian Toma, cl. X Breaza, (549), *135. Deutsch Herbert,* absolvent Rădăuți (299, 357, 485, 616), *136.* Demayo Adriana, studentă matematici București (357), *137.* Dinuț Teodor, absolvent Craiova (50), *138.* Dincă George, cl. IX Caracal (50, 235, 485), *139.* Diță Petre, cl. IX ș.m. 1 Pitești (357, 548), *140.* Dimoiu Iulian, cl. X Pitești (422), *141.* Dinu I. Liviu, cl. X ș.m. 12 București (616), *142.* Diță R. Honoriu, cl. X ș.m. 2 București (734), *143.* Diaconescu Corneliu, absolvent Rîmnicu Vîlcea (357, 548, 616), *144.* Doniga Nicolae, cl.X ș.m. 1 București (50, 485), *145. Dorobanțu N. Valeriu,* absolvent Slatina (299, 421, 549, 734), *146. Donciu Viorel,* cl. X ș.m. 2 Brăila (299, 421, 549, 616), *147.* Dobrișan Marina, absolventă Ploești (357, 549, 617), *148.* Dobrotă I. Ion, cl. IX ș.m. 2 Tîrgu Jiu (422), *149.* Doșco Paul, cl. X Breaza (549), *150.* Dobrescu V. Teodor, cl. X Breaza (549), *151.* Dobre N. Georgel, cl. X Pitești (734), *152. Drăgan Petru,* cl. IX Giurgiu (299, 421, 485, 549), *153.* Dragomirescu Mihai, cl. X ș.m. 12 București (486), *154.* Drăgănescu Cornel, cl. X Cîmpina (549), *155.* Dragoslav Iulian, cl. VIII ș.m. 5 Iași (617), *156.* Drăgoi Petre, cl. X Giurgiu (617), *157.* Dumitrescu I. Horia, cl. VIII Tîrgoviște (50), *158.* Dumitrescu Elisabeta, cl. X ș.m. 4 București (421, 485, 617), *159.* Dumitrescu Stelian, cl. X Ploești (549, 616), *160.* Dumitru I. Gheorghe, cl. X ș.m. 3 Tîrgoviște (616), *161.* Duțu Cornel, cl. XI Craiova (734), *162. Eftimie Radu,* cl. X ș.m. 18 București (50, 357, 421, 486, 549, 616, 734), *163. Enescu Cornelia,* absolventă București (116, 421, 486, 549, 616, 734), *164.* Enăceanu Dan, cl. X Focșanoi (485), *165. Ene P. Dumitru,* cl. IX Ploești (549, 617, 622), *166.* Erhan Constantin, cl. VIII Pucioasa (50), *167.* Firtat Damian, cl. IX Breaza (549), *168.* Florea Dorel, absolvent Slatina (50), *169.* Florescu Dan, cl. VIII ș.m. 22 București (549), *170.* Florescu G., cl. IX Breaza (549), *171.* Fonaș Ioan, absolvent Lugoj (357, 421, 548), *172. Gavril Gheorghe,* absolvent Piatra Neamț (235, 357, 549, 616), *173. Gălătușe Stelian,* absolvent Turnu Severin (357, 549, 616, 734), *174.* Găvănescu Jean, cl. IX ș.m. 2 Tîrgu Jiu (421), *175.* Gavril G., absolvent Oradea (485), *176.* Gafton Narcis, cl. VIII Tecuci (485), *177.* Gervescu M. Ioan, cl. IX Piatra Neamț (50), *178.* Georgescu Mircea, cl. X ș.m. 1 Caracal (485), *179. Gheorghe A. Cezar,* cl. IX Buzău (50, 169, 235, 357, 421, 548, 616) *180. Gherlan Vasile,* tehnician Sărmaș Oradea (50, 116, 169, 485, 616), *181.* Ghenea Anghel, absolvent Piatra Olt (169, 421, 616), *182.* Gheorghiță Mariana, studentă matematici București (299, 421, 549), *183.* Gheorghe Nicolae, cl. X Pucioasa (299), *184.* Gheorghiu Nicolae, cl. XIII ș.m. 1 Ploești (485, 734, *185.* Ghișa Dorel, absolvent Baia Mare (734), *186.* Ghiuș I. Viorel, cl. X Focșani (485, 616), *187. Glasberg Vladimir,* cl. X ș.m. 12 București (421, 549, 616) *188. Grecu Anton,* cl. X Roșiorii de Vede (116, 299, 421, 485, 616, 734), *189.* Grigorescu Gabriel, absolvent Buzău (169, 549), *190. Grozescu Radu,* cl. IX Breaza (169, 357, 549, 734), *191.* Grigore Al. G., an I școala de topologie Sibiu (235, 485), *192.* Grigoraș Vasile, cl. X ș.m. 1 Bacău (299, 485, 734), *193.* Grigorescu Grigore, cl. X. Pucioasa (357, 549), *194. Grădinaru Pimen,* absolvent Tulcea (357, 422, 485, 549, 616, 734), *195.* Grădinaru Nicolae, cl. X ș.m. 1 Oradea (486), *196.* Grozavu Mihai, cl. IX serală Petroșani (486), *197.* Grecu Eftimie, absolvent Turnu Măgurele (549, 617), *198.* Gruian Ștefan, absolvent Alba Iulia (549, 616), *199.* Grigoriu Corneliu, absolvent Tîrnăveni (617), *200.* Harmata Mihai, absolvent București (485, 549, 617), *201.* Hiriș Viorel, cl. VIII ș.m. 1 Timișoara (617), 734), *202.* Hopolele Traian, cl. VIII liceul militar Cîmpulung Moldovenesc (116), *203.* Hotăranu Dumitru, lăcătuș, Turnu Severin (116), *204.* Huang-Mian-Ho, cl. X ș.m. 5 Sibiu (616), *205. Ianuș Stere,* cl. X ș.m. 2 Constanța (50, 169, 235, 357, 549, 616), *206.* Ianowitz Rudolf, cl. X Ploești (422, 616), *207.* Iancu Petre, cl. X ș.m. 1 Oradea (617), *208.* Ichim Ion, absolvent Buzău (357, 485), *209.* Ieșan Dorin, absolvent Rădăuți (486), *210.* Iftimie Viorel, absolvent Rădăuți (50, 116), *211.* Ilioi C. Constantin, cl. X Roman (116), *212.* Iliescu C., cl. X ș.m. Rîmnicu Vîlcea (421, 548), *213.* Iliescu Mihaela, cl. VIII Brlad (549), *214.* Iliescu Ovidiu, c. X ș.m. 12 București (617), *215.* Ilie A. Dumitru, cl. VIII Rîmnicu Vîlcea (617), *216.* Indoleanu Ioan, student matematici Cluj (357), *217.* Ioniță Tudor, student Orașul Stalin (50, 548), *218. Ionescu P. Sorina,* cl. IX ș.m. 15 București (50, 421, 549, 616, 734), *219. Ionescu Alexandru,* cl. X ș.m. 1 Timișoara (50, 357, 421, 549, 616), *220. Iordache G. Elena,* absolventă Constanța (299, 486), *221.* Ionescu C. Petre, absolvent Constanța (299, 486), *222.* Iordănescu C. Silvian, cl. IX Petroșani (357), *223.* Ionescu Rodica, cl. X ș.m. 4 București (421, 540, 617). *224.* Ion Toma, absolvent Brăila (485, 734), *225.* Ionescu N. Marioara, an I studentă matematici f. București (485), *226.* Iordănescu Șerban cl. IX ș.m. 1 București (486), *227.* Ionescu V. Corneliu, absolvent București (486), *228.* Ioniță St. Neagu, cl. X Găești (549, 617), *229.* Iordănescu C. Silvian, cl. IX Pitești (549, 617), *230.* Ionescu V. Dan, cl. X ș.m. 1 București (549, 617), *231.* Ioanițescu Sorin, cl. X ș.m. 1 Bacău (617), *232.* Ioachim Alexandru, cl. X ș.m. 1 București (734), *233.* Irimia Corneliu, absolvent Tîrgoviște (616, 734), *234.* Isbășescu Mihai, cl. IX ș.m. 1 București (50,

486, 549), *235.* Isbăşescu D. Mircea, cl. VIII ş.m. 1 Bucureşti (50), *236.* Iţcan Corneliu cl. X ş.m. 1 Botoşani (486), *237. Ixariu Gr. Liviu,* absolvent Găeşti (50, 235, 357, 421, 548, 616), *238.* Jaliu V. Georgeta, absolventă Bucureşti (169, 357, 549, 617), *239.* Jienescu Valeriu, student matematici Bucureşti (485, 617), *240,* Jucu Romanita, absolventă Bucureşti (617), *241.* Kim-Yan-Su, cl. X ş.m. 3 Iaşi (357, 549), *242.* Klecner Adrian, absolvent Bucureşti (421), *243.* Lazăr Dorin, cl. X Ocna Mureş (485), *244.* Leontescu Petru, cl. X Pucioasa (357, 549), *245.* Lepăduş I. Ion, cl. IX ş.m. 2 Tîrgu Jiu (421), *246.* Leonte Stela, cl. X ş.m. 2 Bîrlad (421), *247.* Leonte Alexandru, cl. X Roman (616, *248.* Lebedeanu Iulian, cl. X Roman (617), *249.* Litvin Ovidiu, cl. X Moreni (617), *250.* Lupan Mircea, cl. X ş.m. 1 Bucureşti (50, 549, 617), *251.* Lungu Şerban, cl. VII ş.m. 4 Cluj (50, 617, 734), *252.* Lupu V. Ioan, cl. X Vaslui (357), *253.* Lupaş Laurenţiu, cl. IX ş.m. 1 Bucureşti (485, 548, 616), *254.* Lupuţiu Gheorghe, student Politehnica Cluj (585), *255.* Lupu Mihai, cl. X Breaza (549), *256.* Lungulescu Cecilia, cl. X Calafat (616), *257.* Mavromatis Alexandru, cl. VII ş.m. 17 Bucureşti (50, 169), *258.* Mavromatis Euripide, cl. VIII ş.m. 17 Bucureşti (50), *259.* Manea Sabina, studentă matematici Bucureşti (116, 421, *260. Manole Corneliu,* cl. X ş.m. 1 Iaşi (169, 421, 485, 549), *261. Marinaş Marina,* absolventă Bucureşti, (299, 421, 617, 734), *262.* Mărgineanu Gr. Constantin, absolvent Craiova (357, 421), *263.* Marghitan G., cl. X Suceava (357, 548), *264.* Manolescu Anton, cl. X ş.m. 11 Bucureşti (421), *265.* Martin Traian, student matematici Bucureşti (485), *266.* Marinescu Dan, cl. IX ş.m. 1 Rîmnicu Vîlcea (485, 617), *267.* Maftei V. Ioan, cl. X Vaslui (486), *268.* Marinescu Alexandru, cl. VIII Ploeşti (549), *269.* Mărgineanu Gr. Constantin, absolvent Tîrgu Jiu (549), *270.* Mănuţă Petre, cl. VIII Breaza (549), *271.* Manolache Dorin, cl. X Moreni (616), *272.* Mazolski L. Constantin, absolvent Piteşti (617), *273.* Mateescu B. Bebe, cl. X Horezu (617), *274.* Mazilu Petre, cl. IX Rîmnicu Vîlcea (617), *275.* Măriej Viorel cl. X Satu Mare (617), *276.* Mateescu G. Ion, cl. IX Pucioasa (734), *277.* Matz Ion, cl. VIII Moreni (734), *278.* Mălăescu D. Dumitru, cl. IX ş.m. 2 Tîrgu Jiu (421), *279.* Metoni I. G., absolvent Turnu Măgurele (549), *280.* Merchez Constantin, cl. X Cîmpulung Moldovenesc (617), *281. Mihai A. Mircea,* cl. IX ş.m. 2 Brăila (50, 357, 421, 548, 616), *282.* Mihăilescu I. Viorel, cl. IX Caracal (50, 485, 616), *283. Mititelu Ştefan,* cl. X Calafat (235, 357, 485, 549, 616), *284. Mîrlogeanu Florea,* cl. X Giurgiu (299, 421, 486, 549, 617), *285.* Miriţescu V. Ion, cl. IX Petroşani (357, 549), *286.* Mira I. Nicolae, cl. VIII ş.m. 18 Bucureşti (421), *287.* Mitran Ovidiu, cl. X Caransebeş (485, 616, 734), *288.* Mira I. Nicolae, cl. VIII ş.m. 18 Bucureşti (616), *289.* Mignea Claudia, cl. X Ploeşti (734), *290.* Mihalcea G. Lucian, absolvent Brăila ((734), *291. Mojlic Emilian,* cl. VIII Moreni (50, 485, 734), *292. Motoargă Dumitru,* cl. X liceul militar Breaza (116, 235, 357, 548), *293. Moisin Laurenţiu,* absolvent Cîmpina (357, 549, 616), *294.* Moldoveanu Tudor, cl. X. Breaza (357, 548, 616), *295.* Mogoş Octav, absolvent Cîmpina (421, 548), *296.* Mocanu Nicolae, cl. IX Călăraşi (549), *297.* Moldovan G., cl. X ş.m. Baia Mare (734), *298.* Mureşan Dumitru, cl. X ş.m. 1 Baia Mare (50), *299.* Muşat I. Mihai, cl. IX ş.m. 4 Bucureşti (357), *300.* Munteanu Valeriu, cl. X Focşani (421, 549, 617), *301.* Munteanu D. Ion, cl. X liceul militar Breaza (421), *302.* Munteanu Ion, cl. X Moineşti Bacău (485, 617), *303.* Munteanu I. Ovidiu, cl. X Sibiu, (549), *304.* Muşat Paul, cl. IX Ploeşti (617), *305. Nana G. Octavian,* cl. IX ş.m. 3 Iaşi (50, 299, 357, 421, 548, 616), *306.* Nastac I. Viorel, cl. XI seral Iaşi (357), *307.* Nahrgang Hilda, cl. X ş.m. 2 Bîrlad (421), *308.* Năstăsescu Constantin, cl. VIII Pucioasa (616), *309.* Nadin G., cl. X ş.m. 1 Arad (617), *310.* Negrea Iunica, cl. VIII ş.m. 2 Tecuci (485), *311.* Necula Ion, absolvent Piatra Neamţ (549), *312.* Neamţu Mihai, cl. VIII Tîrgu Jiu (549), *313.* Neacşu D. Nicolae, cl. VIII Pucioasa (616), *314.* Negruţ Ilie, cl. VIII ş.m. 1 Oradea (617), 315. *Nicolescu* pedagogie Cîmpulung Muşcel (169), *318.* Nico- *A. Basarab,* cl. IX Ploeşti (50, 421, 616, 734), *316.* Nicolescu A. Miron, cl X ş.m. 18 Bucureşti (50, 617), *317.* Nicolescu C. Elena, an I lae M. Ion, absolvent Alexandria (235, 549), *319. Nicolau G. Cornel Virgil,* cl. X ş.m. 4 Bucureşti (299, 486, 617), *320.* Niculescu-Forlescu Vasile, cl. X ş.m. 4 Cluj (357), *322.* Nicolae Magda, cl. X Oradea (549), *323.* Nicolae I. Nicolae, cl. VIII Breaza (549), *324.* tună, absolventă Cîmpina (357), *321.* Nicu- Niţă D. Constan, cl. X Moreni (616, 734), *325.* Nicolae G. Florian, absolvent Slănic (617), *326.* Niţă Constantin, cl. VIII Pucioasa (734), *327.* Nicolăescu M. Alexandru, cl. VIII Ploeşti (734), *328.* Nochrich Emilian, cl. X Moreni (617), *329.* Oberlender Horst, cl. IX Hunedoara (50, 485), *330. Olteanu Stoica Victor,* cl. VIII ş.m. 17 Bucureşti (50, 485, 616, 734), *331.* Olteanu Ilie, cl. XI Predeal (734), *332.* Onu Ştefan cl. X ş.m. 12 Bucureşti (421), *333.* Oproiu I. Vasile, cl. X Pucioasa (422, 485, 616), *334.* Oprică Horia, cl. X ş.m. 17 Bucureşti (549, 722), *335.* Oprescu I. Vasile, cl. X Pucioasa (357), *336.* Osgol C. Petre, cl. X Piteşti (617), *337.* Osiceanu Dan, absolvent Slatina (357, 549), *338.* Pătrulescu Corneliu, cl. X Pucioasa (357), *339.* Palaghiţă Iordache, absolvent Cîmpina (421, 617), *340.* Paraschivescu I. Ion, cl. IX Tîrgu Jiu (421, 549, 734, *341.* Păcuţ Ion, cl. X Făget Timi-

şoara (485), *342.* Pavel Gh. Ilie, cl. X ş.m. 1 Bucureşti (486), *343.* Paşcanu C., cl. X ş.m. 1 Bucureşti (549), *344.* Pătraş Mihai, cl. X Buzău (549), *345.* Pastelucă Mihai, cl. X Breaza (549), *346.* Păsculescu G., cl. X Petroşani (549), *347.* Paraschivoiu G. Ioan, cl. VIII Moreni (617), *948.* Pădure E. Constantin, cl. VIII ş.m. 4 Bucureşti (734), *349.* Pascu I. Ştefan, absolvent Calafat (734), *350.* Perşoiu I. Titus, cl. VIII Giurgiu (50), *351.* Petrescu Şt. Ştefan, cl. VIII Tîrgu Jiu (169), *352.* Petrescu G., cl. IX Calafat, (485), *354.* Petruş Octavian, cl. X Călăraşi (485), *354.* Petre Anghel, cl. X Breaza (549), *355.* Petrescu Adrian, cl. X Breaza (549), *356.* Penu V. Dan, cl. VIII Breaza (549), *357.* Petre Gheorghe, absolvent Giurgiu (549), *358.* Peicuţ Ion, cl. X Făget (617), *359.* Perianu Dan, cl. IX Reşiţa (617), *360. Pitigoi I. G.,* absolvent Rîmnicu Vîlcea (169, 299, 421, 548, 616), *361.* Pîrşan Liviu, cl. VIII ş.m. 18 Bucureşti (421, 549), *362.* Pintea M. Tudor, cl. X ş.m. 2 Tîrgu Jiu (421, 616), *363. Ploeşteanu Ion,* cl. X Alexandria (169, 299, 549, 616), *364.* Pleş Nicolae, cl. X Pucioasa (357), *365.* Ploscaru Mihail, cl. X ş.m. 1 Tîrgovişte (617), *366. Pop Corneliu,* cl. X Oradea (50, 169, 357, 421, 549, 616), *367.* Popescu G. Adina, cl. VIII Giurgiu (116), *368. Popescu V. Radu,* cl. VIII Giurgiu (116, 485, 617), *369.* Popa Mircea, student matematici Bucureşti (116), *370. Popescu Paul,* student electronică Bucureşti (169, 357, 548), *371.* Popa Nicolae, cl. VIII Focşani (169, 616, 734), *372.* Popa Nestor, absolvent Bucureşti (485, 616), *373.* Popescu Dan, cl. X ş.m. 3 Tîrgovişte (485), *374.* Popescu G. Andrei, absolvent Bucureşti (485), *375.* Popescu Constantin, cl. X Breaza (549, 617), *376.* Popescu S. Liviu, cl. V Tîrgovişte (549), *377.* Popescu V. Ioan, cl. IX Tîrgu Jiu (549), *378.* Pop Ion, cl. X Suceava (549), *379.* Poşircă M. Ion, cl. VIII Rîmnicu Vîlcea (549), *380.* Popescu G. Valentin, cl. VIII ş.m. 1 Ploeşti (616), *381.* Popescu Melania, absolventă Tîrgovişte (617), *392.* Poschina C. Ioan, cl. X Pucioasa (617), *383.* Popescu Constantin, cl. VIII oMreni (734), *384.* Priess *Wilhelm,* cl. X ş.m. 2 Caransebeş (357, 421, 485, 549, 616), *385.* Preda Constanţa, cl. IX Tîrgu Jiu (549), *386.* Pupăzan V. Nicolae, şcoala artilerie Sibiu (50), *387.* Pupăzeanu Gheorghe, cl. X. ş.m. 2 Tîrgu Jiu (299, 421, 549), *388.* Puţaru Constantin, cl. X Breaza (549, 616), *389.* Purcaru Ion, cl. X Turnu Severin (617), *390. Răşcanu Radu,* cl. VIII ş.m. 18 uBcureşti (50, 485, 616), *391. Rădescu E. Eugen,* cl. IX Focşani (50, 169, 299, 357, 421, 485, 616), *392.* Rădulescu D. Mihai, cl. VII şcoala elementară nr. 179 Bucureşti (50), *393. Rădulescu G. Mircea,* cl. VIII ş.m. 2 Constanţa (50, 617, 734), *394.* Racoviţan Voicu, absolvent Turda (50), *395.* Rădulescu C. Răzvan, cl. VIII Corabia (169), *396.* Răduică Nicolae absolvent Bucureşti (357, *397.* Rădulescu D. Constantin, absolvent Bucureşti (421), *398.* Răducănescu Mihai, cl. VIII ş.m. 2 Tecuci (485), *399.* Racolţă Mihai, cl. X Baia Mare (548), *400.* Rada C. Narcisa, absolventă Costeşti (549), *401.* Rădulescu Spiridon, cl. X Moreni (616, 734), *402.* Radulic Sava, cl. X ş.m. 3 Arad (617), *403.* Raţiu Constantin, cl. VIII Cîmpia Turzii (734), *404.* Rădăceanu Eduard, c.l I X ş.m. 1 Bucureşti (734), *405.* Revin Eugen, cl. X ş.m. 23 Bucureşti (357), *406.* Reveş Alexandru, cl. X Arad (734), *407.* Ri-The-Sic, cl. X ş.m. 1 Bucureşti (421, 549), *406. Rizescu Ilie,* absolvent Roşiorii de Vede (50, 169, 299, 421, 485, 549, 616, 734), *409.* Ri-In-Sin, cl. X ş.m. 1 Sibiu (616), *410.* Riţă Teofil, cl. X ş.m. 5 Timişoara (617), *411.* Rîmbu Gheorghe, cl. X Pucioasa (549), *412.* Rotaru Constantin, student Iaşi (50, 116, 299), *413.* Roman Remus, cl. X ş.m. 2 Tîrgu Jiu (421, 549), *414.* Rotaru Dumitru, absolvent Călăraşi (734), *415. Rusu Constantin,* absolvent Turnu Severin (116, 299, 421, 616), *416,* Rusu Ştefan, cl. X Ocna Mureş (421, 549, 734), *417.* Rusu Mihai, student Politehnica Cluj (485), *418.* Runcanu Dumitru, cl. VIII Tîrgu Jiu (549), *419.* Săndulescu A. Mihai, cl. VI şcoala elementară nr. 186 Chitila Bucureşti (50), *420.* Savin Viorel, cl. X Arad (357), *421.* Safta G. Victor, cl. X Tîrgovişte (549), *422.* Şapteluni Dorin, absolvent Tîrgovişte (617), *423.* Şaicu I. Mihail, cl. VIII ş. m 2 Tîrgovişte (734), *424.* Savin Alexandru, cl. VIII ş.m. 1 Cîmpulung Muşcel (434), *425. Schiop Alexandru,* cl. X ş.m. 1 Oradea (421, 458, 549, 617, 734), *426.* Şerban V. Viorel, cl. IX ş.m. 2 Tîrgu Jiu (421), *427.* Sender Solomon, cl. X Iaşi (549), 617), *428.* Sipoş Mariana, absolventă Arad (116), *429.* Sîrbu Mihai, cl. X Bacău (357, 485), *430.* Sîmpăleanu L. Paul, absolvent Turda (422, 616), *431.* Simovici Dan, cl. IX ş.m. Iaşi (485, 734), *432. Slăvescu E.* Mihai, cl. VIII Tîrgu Jiu (549), *433.* Soare D. Ştefan, cl. IX ş.m. 12 Bucureşti (116, 548, 617, *434.* Spulber Dorian, cl. X ş.m. 1 Bîrlad (421, 549), *435. Strătescu Ion,* absolvent Călăraşi (50, 169, 357, 485, 548), *436. Stan C. Dumitru,* student ATM Bucureşti (50, 116, 357, 485) *437.* Stoicescu I. Cristian, cl. VIII ş.m. 11 Bucureşti (50, 116), *438.* Stan Dumitru, cl. IX Pucioasa (50, 548), *439.* Staicu N. Ştefan, absolvent Craiova (116), *440.* Stoica Ştefan, absolvent Alexandria (299, 357), *441.* Stoenescu T. G., cl. X ş.m. 23 Bucureşti (299, 485), *442. Stancu Doru,* absolvent şcoala tehnică exploatatare c.f.r. Craiova (299, 485, 549, 617), *443.* Stancu Natalia, cl. VIII ş.m. 8 Bucureşti (357), *444.* Stratan G., cl. X ş.m. 1 Caracal (421, 549), *445.* Stănilă Nicolae, absolvent Bucureşti (421, 617), *446.* Stănescu N. Horia, cl. X ş.m. 2 Brăila (421), *447.* Stîngă Emilia, cl. X ş.m. 2 Bîrlad (421), *448. Stepan Ionel,* zidar, Cobadin Constanţa (485,

549, 722), *449.* Stoica Maria ș.m. 1 Dorohoi (486, 734), *450. Stoican Ștefan,* cl. X Alexandria (485, 549, 734), *451.* Stoenică Gruia, cl. X Balș Craiova (549), *452.* Stekelman Salom, cl. X Iași, (549), *453.* Strătilă Șerban, cl. VIII Pitești (617, 734), *454.* Stănescu St. Nelu, absolvent Giurgiu (734), *455.* Stîngu N., Tîrgu Neamț (734), *456.* Subu Teofil, absolvent Timișoara (357, 486, 617), *457.* Sufană Constantin, cl. X ș.m. 1 Lugoj (421, 617, 734), *458.* Sulugiuc Silvia, cl. X Tecuci (549), *459.* Tăbușcă C. Pavel, cl. VIII Ploești (50, 617), *460.* Taloi Dragoș, absolvent Turnu Severin (485, 549), *461.* Taga Mihail, cl. X ș.m. 1 Ploești (485), *462.* Tătaru Petru, cl. VIII ș.m. 2 Tecuci (485), *463.* Tat Mircea, absolvent Reșița (616), *464.* Tănase Mihai, cl. VIII Cîmpina (734), *465.* Teodorescu Nicolae, student matematici București (116, 357), *466.* Teodorescu I. Dan, cl. VIII Constanța (486), *467. Tirtan Gabriel,* absolvent Găești (50, 169, 235, 299, 357, 485, 616), *468.* Timiș M. Dan, cl. VIII Ploești (50), *469.* Țigănescu Violeta, cl. VIII ș.m. 2 Tecuci (486), *470.* Timotei Dionis, absolvent Craiova (616), *471.* Tomescu I., cl. VIII Ploești (50, 616, 734), *472.* Tomba G., absolvent Roman (169, 421), *473.* Toma Corneliu, cl. X ș.m. 1 Timișoara (357, 421), *474.* Torsan Ilie, student Politehnica Cluj (421, 485, 734), *475.* Toma Ion, absolvent Timișoara (421), *476.* Toma C. Nicolae, absolvent Buzău (486, 734), *477.* Totolici Gabriel, cl. VIII Baia de Arieș (549), *478.* Toma Constantin, cl. X Giurgiu (734), *479.* Truță Coriolan, student Craiova (50), *480.* Trepăduș Vasile, absolvent Slatina (357, 421), *481.* Truică Marin, cl. X Corabia (422, 617), *482.* Trihoi Eugen, cl. X Găești (549), *483.* Trandafir A. Alexandru, absolvent București (617), *484.* Tritean Ion, cl. X Cîmpia Turzii (617), *485.* Trăilă Doru, absolvent Reșița (617), *486.* Tudor M. Gheorghe. cl. X ș.m. 13 București (50), *487.* Tudor Gheorghe, cl. VIII Moreni (50, 616), *488.* Tudose Traian absolvent Tecuci (50), *489.* Turcoane Aurel, cl. X ș.m. 1 Iași (357), *490.* Turburan Ion, cl. X Breaza (357, 548, 617), *491. Tudorof Dumitru,* cl. X ș.m. 1 Constanța (357, 485, 617), *492.* Tudor Gheorghe, cl. IX. Ploești (485), *493.* Tudorache Ștefan, absolvent Găești (421, 548, 616), *494.* Ușurelu P. Valeriu, cl. X Buzău (617), *495.* Uță Marin, absolvent Craiova (421, 617), *496.* Vasilescu Mircea, cl. IX ș.m. 1 Pitești (299), *497.* Vasiliev Lucia, absolventă Constanța (169), *498. Vasilescu Florin,* cl. X. ș.m. 1 Giurgiu (357, 549, 617, 734), *499.* Văluță E. Mihai, cl. X Cîmpulung Muscel (357, 549), *500.* Vasilescu Mihai, cl. X Cîmpina (485), *501.* Văluță R. Mihai, cl. X Cluj (617), *502.* Vasilescu V. Mihai, cl. X Cîmpulung Muscel (617), *503.* Vasile Mircea, cl. IX ș.m. 2 Constanța (734), *504. Velicescu Mircea,* cl. VIII Tîrgu Jiu (50, 485, 549), *505.* Velicu Vasile, cl. V ș.m. 1 București (50), *506.* Verveagă T., OC.L. Bistrița (169), *507.* Velicescu Mircea, cl. IX Pitești (734), *508. Vlăducă Gigiel,* cl. X Pitești 421, 485, 617, 734), *509.* Vlădoiu G. Ion, an II mec. auto Craiova (549), *510.* Vlădoiu Dumitru, cl. X Tîrgu Jiu (617), *511.* Vlad Valentin, cl. VIII ș.m. 7 București (734), *512. Vișinescu M. Mihai,* cl. X Giurgiu (50, 299, 421, 485, 549, 617, 734), *513. Vidrașcu Traian,* cl. IX ș.m. 2 Tecuci (50, 485, 617), *514. Virgolici V. Virgil,* student Instalații București (235, 421, 548, 616), *515.* Vîlceanu Sabin, cl. IX Tîrgu Jiu (549, 734), *516.* Voinescu Ștefan, cl. X Ploești (549), *517.* Voinicescu Nicolae, cl. X Baia Mare (357, 616), *518. Vrăjitoru Mihai,* cl. X ș.m. 1 Aiud (357, 421, 548, 616), *519.* Wiessler Hervarth, cl. X Satu Mare (617), *520.* Zamfirescu Tudor, cl. VII ș.m. 22 București (116), *521.* Zorapapel Tiberiu, absolvent București (50), *522.* Zorilă I. Aurel, cl. IX ș.m. 2 Tîrgu Jiu (421).

IN ATENȚIA AUTORILOR

Autorii sînt rugați ca la întocmirea și trimiterea articolelor și notelor să țină seamă de următoarele:

1) Articolele sau notele trebuie să fie scrise clar cu cerneală sau dactilografiate (la două rînduri), pe o singură parte a foii;

2) Figurile să fie îngrijit desenate pe o foaie separată;

3) Articolele sau notele trebuie să fie semnate clar și să aibe și adresa autorului;

4) Manuscrisele trimise redacțiilor G.M.F. nu se restituie;

5) Materialele care nu corespund profilului G.M.F. nu vor fi publicate.

CĂTRE CITITORI

Cititorii sînt rugați să-și reînoiască de îndată abonamentele pe anul 1959.

Abonamentele se primesc de către difuzorii de presă din întreprinderi, instituții și de la sate, factorii poștali și oficii poștale.

Abonamentul este de 18 lei anual (12 numere).

ANUNȚ. — La Librăria Academiei R.P.R. din Calea Victoriei 27, București, se găsesc de vînzare numere din Gazeta Matematică și Fizică seria A și seria B apărute în 1956, 1957 și 1958. Cititorii pot comanda printr-o carte poștală, numerele pe care le doresc.

DATELE OLIMPIADELOR DE MATEMATICĂ ȘI FIZICĂ 1959

(vezi articolul de la pagina 724 din acest număr)

ETAPA LOCALĂ la 8 februarie 1959, pentru matematică, iar la 15 februarie 1959, pentru fizică (lucrări scrise).

ETAPA REGIONALĂ la 8 și 9 martie 1959, pentru matematică și pentru fizică (lucrări scrise).

ETAPA PE ȚARĂ la 2, 3, 4 și 5 aprilie 1959 (lucrări scrise, probe orale și de laborator). Premieri.

OLIMPIADA MICILOR MATEMATICIENI ȘI FIZICIENI 1959.

Etapa prin corespondență pînă la 1 martie 1959.

Etapa a II-a, locală, la 12 aprilie 1959 (lucrare scrisă).

BIBLIOTECA SOCIETĂȚII DE ȘTIINȚE MATEMATICE ȘI FIZICE DIN R. P. R.

1. E. RUSU	Bazele teoriei numerelor.
2. A. I. MARKUȘEVICI	Șiruri recurente.
3. N. N.VOROBIEV	Numerele lui Fibonacci.
4. P. S. ALEXANDROV	Introducere în teoria grupurilor.
5. I. S. SOMINSKI	Metoda inducției matematice.
6. GH. MIHOC	Elemente de calculul probabilităților.
7. H. IONESCU	Calcule numerice.
8. A. I. MARKUȘEVICI	Arii și logaritmi.
9. A. I. GHELFOND	Rezolvarea ecuațiilor în numere întregi
10. O. SACTER	Despre conice și alte curbe.
11. ION IONESCU	Maxime și minime geometrice.
12. F. I. ZIGHEL	Cometele.
13. S. SKLOVSKI	Radioastronomia.
14. V. ATANASIU	Structura materiei.
15. V. V. SARONOV	Soarele și observarea lui.
16. O. KREINDLER	Elemente de calcul vectorial.
17. B. B. KUDRIAVȚEV	Experiențe simple cu ultrasunete.
18. M. V. PENTKOVSKI	Nomograme.
19. A. KAHANE	Elemente de teoria congruențelor de drepte.
20. GH. ȚIȚEICA	Culegere de probleme de geometrie, (revăzută și completată de G. D. SIMONESCU).
21. A. HALANAY	Introducere în teoria calitativă a ecuațiilor diferențiale.
22. N. STANESCU	Electronul.
23. V. SERGIESCU	Introducere în fizica solidului.
24. G. N. BERMAN	Cicloida.
25. C. BORȘ	Noțiuni de geometrie proiectivă.
26. AL. SANIELEVICI	Introducere în radioactivitate.
27. M. HEROVANU	Introducere în fizica atmosferei.
28. C. G. BEDREAG	Bibliografia fizicii romîne.
29. I. S. DUBNOV	Erori în demonstrațiile geometrice.
30. C. POPOVICI	Stelele, date fizice, structura internă, originea și evoluția lor.
31. C. DRIMBA	Elemente de mecanică cerească.
32. C. IONESCU BUJOR	Elemente de transformări geometrice.
33. GH. A. CHIȚEI	Metode pentru rezolvarea problemelor de aritmetică.

C. 2180 Litografia și tipografia Învățămîntului

Lei 1,50